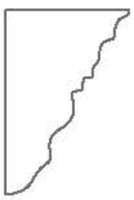
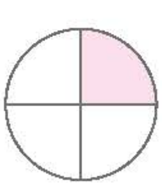
فصل اوّل
کسر متعارفی

مفهوم کسر



شکل مقابل یک صفحه‌ی کاغذی را نشان می‌دهد که قسمتی از آن جدا شده است، امّا نمی‌دانیم چه مقدار از آن جدا شده است.

در ریاضیّات هرگاه بخواهیم بخشی از کلّ چیزی را نشان دهیم، از **اعداد کسری** استفاده می‌کنیم.



به‌طور مثال شکل مقابل، یک دایره است که قسمتی از آن رنگ شده است. برای نشان دادن این‌که چه مقدار از دایره رنگی است، از عدد کسری $\frac{۱}{۴}$ استفاده می‌کنیم. (عدد مورد نظر را «یک‌چهارم» می‌خوانیم.) کسر $\frac{۱}{۴}$ یعنی کلّ شکل به چهار قسمت **مساوی** تقسیم و یک قسمت از آن رنگ شده است.

بنابراین در صفحه‌ی کاغذی بالا برای این‌که بیان کنیم چه مقدار از کاغذ جدا شده است، باید از یک **عدد کسری** استفاده کنیم. برای این منظور باید کلّ صفحه‌ی کاغذ را به قسمت‌های مساوی تقسیم کرده و سپس مشخّص کنیم که چه مقدار از آن جدا شده است.

به‌نظر شما برای این‌که صفحه‌ی کاغذ را به قسمت‌های مساوی تقسیم کنیم، باید چه کاری انجام دهیم؟

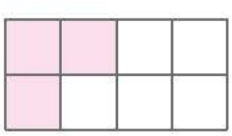
یک روش برای این‌که صفحه‌ی کاغذ را به قسمت‌های مساوی تقسیم کنیم، این است که آن را به خانه‌های شطرنجی تقسیم‌بندی کرده و سپس به‌طور تقریبی مشخّص کنیم که چه مقدار از آن جدا شده است.

نمایش عدد کسری

اکنون آموختیم که هرگاه بخواهیم **قسمتی از کلّ یک شکل یا هر چیز دیگری** را به‌صورت یک عدد نمایش دهیم، باید از **اعداد کسری** استفاده کنیم.

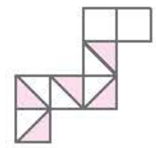
به این ترتیب که باید **کلّ** آن شکل را به **قسمت‌های مساوی** تقسیم کرده و سپس می‌توانیم تعیین کنیم که چند قسمت از کلّ شکل را باید در نظر بگیریم.

هر کسر دارای یک خطّ کسری (——) است. قسمت پایین خطّ کسری، **مخرج کسر** نام دارد، کلّ قسمت‌های شکل را شمرده و در مخرج می‌نویسیم و در بالای خطّ کسری که **صورت کسر** نام دارد، قسمت‌های مورد نظر را شمرده و می‌نویسیم.

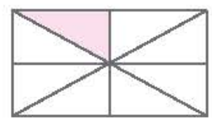


به‌طور مثال در شکل مقابل، کلّ شکل به ۸ قسمت مساوی تقسیم شده که باید آن را پایین خطّ کسری نوشت و ۳ قسمت شکل، رنگی است، که باید آن را بالای خطّ کسری بنویسیم. بنابراین عدد کسری مربوط به قسمت‌های رنگ‌شده‌ی شکل داده‌شده، $\frac{۳}{۸}$ می‌باشد.

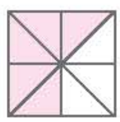
مثال ۱. قسمت‌های رنگی هر شکل را به‌صورت یک عدد کسری بنویسید.



$\frac{۵}{۱۴}$



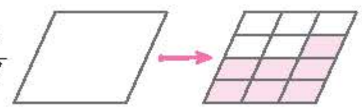
$\frac{۱}{۸}$



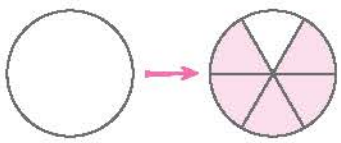
$\frac{۵}{۸}$

مثال ۲. در هر شکل، کسر خواسته‌شده را رنگ بزنید.

$\frac{۷}{۱۲}$

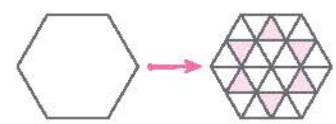


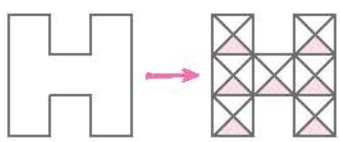
$\frac{۵}{۶}$



مثال ۳. $\frac{۱}{۴}$ هر یک از شکل‌های زیر را رنگ کنید.

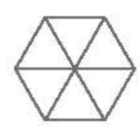
کافی است هر شکل را به قسمت‌های مساوی تقسیم کنیم و سپس در هر قسمت، $\frac{۱}{۴}$ آن‌ها را رنگ بزنیم.



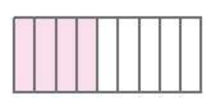


مثال ۴. برای هر یک از کسرهای زیر، یک شکل رسم کنید.

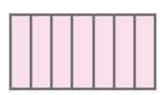
$\frac{۰}{۶}$



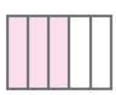
$\frac{۴}{۹}$



$\frac{۷}{۷}$



$\frac{۳}{۵}$



با دقّت در مثال‌های بالا، به کسرهایی مثل کسر $\frac{۰}{۶}$ برخورد می‌کنیم که به آن‌ها کسرهای **مساوی با صفر** گویند؛ یعنی از کلّ شکل هیچ قسمتی از آن رنگ **نشده** است. مثل کسرهای دیگری مانند: $\frac{۰}{۲} = ۰$ ، $\frac{۰}{۷} = ۰$ و ... .

همچنین به کسرهایی مثل کسر $\frac{۷}{۷}$، کسرهای **مساوی با واحد** گویند؛ $(\frac{۷}{۷} = ۱)$ و معنی آن، این است که کلّ شکل رنگ شده است. مانند کسرهای $\frac{۶}{۶} = ۱$ ، $\frac{۱۳}{۱۳} = ۱$ و ... .

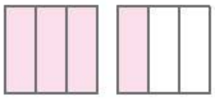
بقیه‌ی کسرهای بالا کسرهای **کوچک‌تر از واحد** هستند که در آن‌ها قسمتی از کلّ شکل رنگ شده است. مانند: $\frac{۳}{۵}$ ، $\frac{۴}{۹}$ و ... .

همان‌طور که دیدید، در مورد «**کسرهای مساوی با صفر**»، «**کسرهای کوچک‌تر از واحد**» و «**کسرهای مساوی با واحد**» مطالبی گفته شد.

آیا کسرهای بزرگ‌تر از واحد هم داریم؟!

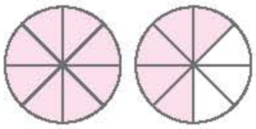
پاسخ سؤال بالا مثبت است؛ یعنی کسرهای بزرگ‌تر از واحد نیز داریم، مانند کسر $\frac{۴}{۳}$. امّا باید کمی دقّت کنیم، چون شاید فکر کنید که از یک شکل ۳ قسمتی **نمی‌توان** ۴ قسمت را مشخّص کرد. بنابراین باید مفهوم دیگری داشته باشد.

مفهوم کسرهای بزرگ‌تر از واحد



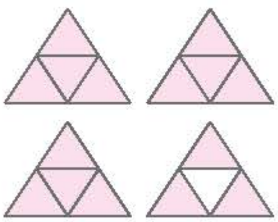
در کسری مانند $\frac{۴}{۳}$ در واقع مقدار از یک واحد بیش‌تر است؛ یعنی از شکلی که سه قسمت شده، همه‌ی اجزای آن مدّ نظر بوده و شکل دیگری نیز موجود است که آن هم ۳ قسمت بوده، ولی یک قسمت از آن مدّ نظر است که در مجموع ۴ قسمت از کلّ دو شکل را خواهیم داشت.

مثال ۵. شخصی ۲ عدد نان را که به شکل دایره بود، خرید و هر کدام را به ۸ قسمت مساوی تقسیم کرد و ۱۳ تکّه از قسمت‌های کوچک را خورد. مقدار نان خورده‌شده را به‌صورت یک کسر بزرگ‌تر از واحد نوشته و شکل آن را رسم کنید.



مشخّص است که او بیش از یک نان خورده است. چون یک نان ۸ قسمت دارد و او ۱۳ قسمت خورده است. بنابراین داریم: $\frac{۱۳}{۸}$

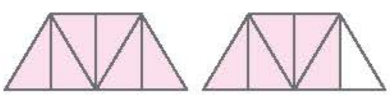
مثال ۶. برای شکل مقابل، یک کسر بزرگ‌تر از واحد بنویسید.



چون هر شکل به ۴ قسمت مساوی تقسیم شده است، پس مخرج کسر بزرگ‌تر از واحد، ۴ می‌باشد.
اکنون تعداد قسمت‌های رنگ‌شده را شمرده و بالای خطّ کسری می‌نویسیم: $\frac{۱۵}{۴}$

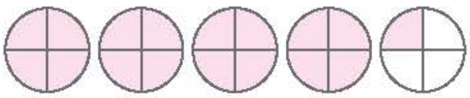
مثال ۷. برای کسر $\frac{۱۱}{۶}$ یک شکل بکشید.

باید شکل‌هایی بکشیم که هر کدام به ۶ قسمت مساوی تقسیم شده‌اند.



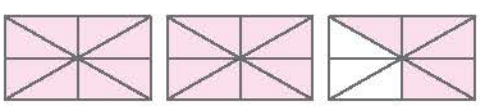
اعداد مخلوط

کسرهای بزرگ‌تر از واحد را می‌توانیم به‌صورت یک عدد مخلوط بنویسیم. به‌طور مثال، اگر شخصی ۵ کلوچه داشته باشد و هر کدام را به ۴ قسمت مساوی تقسیم کند و ۱۷ قسمت آن را بخورد $(\frac{۱۷}{۴})$، در واقع او ۴ کلوچه را کامل خورده و از پنجمین کلوچه، $\frac{۱}{۴}$ آن را خورده است که می‌توانیم بنویسیم آن شخص $۴\frac{۱}{۴}$، کلوچه خورده است؛ یعنی ۴ واحد کامل به‌اضافه‌ی $\frac{۱}{۴}$ از کلوچه‌ی پنجم. بنابراین داریم:



$$\frac{۱۷}{۴} = ۴\frac{۱}{۴}$$

مثال ۸. برای شکل زیر، یک کسر بزرگ‌تر از واحد و یک عدد مخلوط بنویسید.



$$\frac{۲۱}{۸} = ۲\frac{۵}{۸}$$

چگونه یک کسر بزرگ‌تر از واحد را به یک عدد مخلوط تبدیل کنیم؟

روش اوّل: باید تا جایی‌که امکان دارد، صورت کسر را به شکل جمع اعدادی به‌اندازه‌ی مخرج کسر بنویسیم، مانند:

الف) $\frac{۳۲}{۶} = \frac{۶+۶+۶+۶+۶+۲}{۶} = \frac{۶}{۶}+\frac{۶}{۶}+\frac{۶}{۶}+\frac{۶}{۶}+\frac{۶}{۶}+\frac{۲}{۶} = ۱+۱+۱+۱+۱+\frac{۲}{۶} = ۵+\frac{۲}{۶} = ۵\frac{۲}{۶}$

ب) $\frac{۱۳}{۷} = \frac{۷+۶}{۷} = \frac{۷}{۷}+\frac{۶}{۷} = ۱+\frac{۶}{۷} = ۱\frac{۶}{۷}$

روش دوم: می‌توانیم صورت کسر را بر مخرج آن تقسیم کنیم. به این ترتیب که خارج‌قسمت تقسیم نشان‌دهنده‌ی عدد صحیح (واحد کامل)، مقسوم‌علیه نشان‌دهنده‌ی مخرج کسر و باقی‌مانده نشان‌دهنده‌ی صورت کسر می‌باشد.

به‌طور مثال برای تبدیل کسر $\frac{۵۹}{۱۹}$ به عدد مخلوط، ابتدا صورت را بر مخرج تقسیم می‌کنیم:

$$\begin{array}{r|l} ۵۹ & ۱۹ \\ -۵۷ & ۳ \\ \hline ۲ & \end{array}$$

$$\frac{۵۹}{۱۹} = ۳\frac{۲}{۱۹}$$

مثال ۹. کسر $\frac{۱۰۱}{۱۴}$ را به‌صورت یک عدد مخلوط بنویسید.

$$\begin{array}{r|l} ۱۰۱ & ۱۴ \\ -۹۸ & ۷ \\ \hline ۰۳ & \end{array} \Rightarrow \frac{۱۰۱}{۱۴} = ۷\frac{۳}{۱۴}$$

مثال ۱۰. کدام کسر را **نمی‌توان** به‌صورت یک عدد مخلوط نمایش داد؟

الف) $\frac{۱۷}{۸}$ ب) $\frac{۴۲}{۴۳}$ ج) $\frac{۸۷}{۵۳}$ د) $\frac{۹۷}{۱۵}$

گزینه‌ی «ب» $\frac{۴۲}{۴۳}$ ؛ چون این کسر **کوچک‌تر** از واحد است و فقط کسرهای **بزرگ‌تر** از واحد، به عدد مخلوط تبدیل می‌شوند.

روش تبدیل عدد مخلوط به یک کسر بزرگ‌تر از واحد

برای تبدیل عدد مخلوط به یک کسر بزرگ‌تر از واحد، کافی است قسمت صحیح را در مخرج قسمت کسری ضرب کرده و حاصل را با صورت آن کسر جمع کنیم و جواب نهایی را در صورت کسر بنویسیم. مخرج کسر جدید هم، همان مخرج عدد مخلوط است. مانند:

$$۳\frac{۴}{۹} = \frac{۲۷+۴}{۹} = \frac{۳۱}{۹}$$

جمع

ضرب

نکته

به‌طور کلّی می‌توان عدد مخلوط را به‌صورت جمع قسمت صحیح و قسمت کسری نوشت. مثال: $۴\frac{۳}{۵} = ۴ + \frac{۳}{۵}$

مثال ۱۱. کدام گزینه با $۷\frac{۳}{۵}$ برابر است؟

الف) $۷ \times \frac{۳}{۵}$ ب) $\frac{۲۱}{۳۵}$ ج) $۷ + \frac{۳}{۵}$ د) $\frac{۲۱}{۵}$

گزینه‌ی «ج»

مثال ۱۲. حاصل $۱۱۱\frac{۱۱۱}{۱۱۱}$ برابر است با:

الف) $\frac{۱۲۵۳۲}{۱۱۱}$ ب) $\frac{(۱۱۱+۱۱۱)\times۱۱۱}{۱۱۱}$ ج) ۱۱۳   د) ۱۱۲

گزینه‌ی «د»

$$۱۱۱\frac{۱۱۱}{۱۱۱} = ۱۱۱ + \frac{۱۱۱}{۱۱۱} = ۱۱۱ + ۱ = ۱۱۲$$

کسر مساوی با واحد

مثال ۱۳. عدد $۹\frac{۹}{۸}$ برابر است با:

الف) $۱۰\frac{۱}{۸}$ ب) $\frac{۹۰}{۸}$ ج) $\frac{۹۹}{۸}$ د) $۹\frac{۱}{۸}$

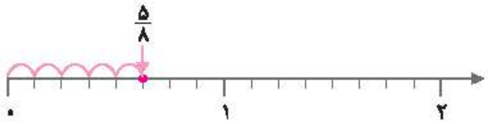
گزینه‌ی «الف» قسمت کسری هر عدد مخلوط، باید یک کسر کوچک‌تر از واحد باشد، ولی در این سؤال این‌طور نیست. پس باید قسمت کسری آن را به یک کسر کوچک‌تر از واحد تبدیل کنیم:

$$۹\frac{۹}{۸} = ۹ + \frac{۹}{۸} = ۹ + ۱\frac{۱}{۸} = ۹ + ۱ + \frac{۱}{۸} = ۱۰\frac{۱}{۸}$$

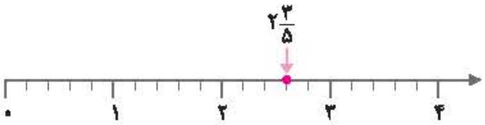
نمایش کسرها یا اعداد مخلوط روی محور

هر کسر یا عدد مخلوط را می‌توانیم روی محور اعداد نمایش دهیم. برای این کار، هر واحد روی محور را با توجّه به مخرج کسر، به قسمت‌های مساوی تقسیم می‌کنیم و سپس با توجّه به صورت کسر، قسمت‌های کوچک را می‌شماریم تا جای آن عدد روی محور مشخّص شود.

برای نمایش کسر $\frac{۵}{۸}$، ابتدا روی محور، هر واحد را به ۸ قسمت مساوی تقسیم می‌کنیم. (هر قسمت کوچک نشان‌دهنده‌ی $\frac{۱}{۸}$ است.) سپس ۵ تا $\frac{۱}{۸}$ (پنج قسمت کوچک) را از صفر می‌شماریم تا عدد $\frac{۵}{۸}$ مشخّص شود.



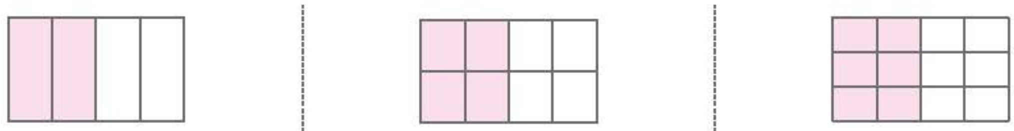
همچنین می‌توانیم عدد مخلوط $۲\frac{۳}{۵}$ را روی محور نمایش دهیم:



برای این کار، هر واحد باید ۵ قسمت شود. ابتدا دو واحد حرکت می‌کنیم و سپس ۳ قسمت کوچک دیگر هم جلو می‌رویم.

کسرهای مساوی

به هریک از شکل‌های زیر توجّه کنید:



(الف) (ب) (ج)

در شکل (الف)، $\frac{۲}{۴}$، در شکل (ب)، $\frac{۴}{۸}$ و در شکل (ج)، $\frac{۶}{۱۲}$ رنگ شده است.

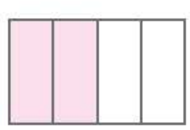
ظاهراً هیچ‌کدام از کسرهای $\frac{۲}{۴}$، $\frac{۴}{۸}$ و $\frac{۶}{۱۲}$ با هم یکسان نیستند، امّا با دقّت در شکل‌ها می‌بینیم که در همه‌ی شکل‌ها مقدار یکسانی رنگ شده و هیچ شکلی بیش‌تر یا کم‌تر از دیگری رنگ نشده است. پس اعداد کسری $\frac{۲}{۴}$، $\frac{۴}{۸}$ و $\frac{۶}{۱۲}$ با هم برابرند. امّا چه‌طور ممکن است؟!

با کمی دقّت متوجّه می‌شویم که اگر صورت و مخرج کسر $\frac{۲}{۴}$ را در ۲ ضرب کنیم، کسر $\frac{۴}{۸}$ حاصل می‌شود: $\frac{۲\times۲}{۴\times۲}=\frac{۴}{۸}$

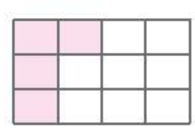
همچنین اگر صورت و مخرج کسر $\frac{۲}{۴}$ را در ۳ ضرب کنیم، کسر $\frac{۶}{۱۲}$ حاصل می‌شود: $\frac{۲\times۳}{۴\times۳}=\frac{۶}{۱۲}$

آیا اگر صورت یک کسر را در ۲ و مخرج آن را در ۳ ضرب کنیم، کسر مساوی با آن حاصل می‌شود؟ امتحان می‌کنیم. $\frac{۲\times۲}{۴\times۳}=\frac{۴}{۱۲}$

برای بررسی، کافی است شکلی برای $\frac{۲}{۴}$ و $\frac{۴}{۱۲}$ بکشیم.



$\frac{۲}{۴}$



$\frac{۴}{۱۲}$

همان‌طور که ملاحظه می‌کنید، قسمت‌های **رنگ‌شده** در دو شکل یکسان نیستند، پس $\frac{۴}{۱۲}\neq\frac{۲}{۴}$.

بنابراین می‌توان یک نتیجه‌ی کلّی گرفت که برای نوشتن کسرهای مساوی با یک کسر، کافی است صورت و مخرج آن کسر را در عددی **یکسان** (غیر از صفر) ضرب کنیم.

مثال ۱۴. برای کسر $\frac{۳}{۷}$، پنج کسر مساوی بنویسید.

$\frac{۳}{۷}=\frac{۶}{۱۴}=\frac{۹}{۲۱}=\frac{۱۲}{۲۸}=\frac{۱۵}{۳۵}=\frac{۱۸}{۴۲}$

مثال ۱۵. اگر دو کسر $\frac{۶}{۹}$ و $\frac{۱۸}{\bigcirc}$ با هم مساوی باشند، به‌جای ◯ چه عددی باید قرار گیرد؟

$$\frac{۶}{۹}\underset{\times ۳}{\overset{\times ۳}{=}}\frac{۱۸}{۲۷}$$

مثال ۱۶. کسری مساوی با $\frac{۷}{۶}$ بنویسید که اختلاف صورت و مخرج آن ۵ باشد.

این سؤال، یک کسر مساوی با $\frac{۷}{۶}$ را با شرط این‌که اختلاف صورت و مخرج آن برابر با ۵ باشد، خواسته است. پس ابتدا اختلاف صورت و مخرج کسر اصلی را پیدا می‌کنیم:

$\frac{۷}{۶} \Rightarrow$ اختلاف صورت و مخرج $= ۷-۶=۱$

چون می‌خواهیم اختلاف صورت و مخرج کسر، ۵ واحد باشد، بنابراین باید صورت و مخرج کسر $\frac{۷}{۶}$ را در ۵ ضرب کنیم:

$$\frac{۷\times ۵}{۶\times ۵}=\frac{۳۵}{۳۰}$$

ساده کردن کسرها

همان‌طور که در قسمت قبل مشاهده کردید، صورت و مخرج یک کسر را می‌توانیم در عددی یکسان ضرب کنیم. مثلاً $\frac{۱۲}{۲۰}=\frac{۳\times ۴}{۵\times ۴}$. اکنون اگر قرار باشد از کسر $\frac{۱۲}{۲۰}$ به $\frac{۳}{۵}$ برسیم، باید برعکس عمل ضرب، یعنی تقسیم کنیم. پس:

$$\frac{۱۲\div ۴}{۲۰\div ۴}=\frac{۳}{۵}$$

بنابراین می‌توان گفت: برای ساده کردن کسرها، کافی است صورت و مخرج آن‌ها را بر یک عدد یکسان (غیر از صفر) تقسیم کنیم.

مثال ۱۷. کسر مقابل را تا حدّ امکان ساده کنید.

$$\frac{۳۶}{۴۸}:\ \frac{۳۶\div ۲}{۴۸\div ۲}=\frac{۱۸\div ۲}{۲۴\div ۲}=\frac{۹\div ۳}{۱۲\div ۳}=\frac{۳}{۴}$$

البتّه برای ساده کردن کسر $\frac{۳۶}{۴۸}$، می‌توانیم به‌صورت مقابل نیز عمل کنیم:

$$\frac{۳۶\div ۱۲}{۴۸\div ۱۲}=\frac{۳}{۴}$$

نکته

در ساده کردن کسرها باید توجّه کنیم که صورت و مخرج کسر، بر عددی که می‌خواهیم تقسیم کنیم، بخش‌پذیر باشند. برای مثال برای ساده کردن کسر $\frac{۷۲}{۹۰}$ صورت و مخرج را نمی‌توانیم بر ۵ تقسیم کنیم. زیرا ۹۰ بر ۵ بخش‌پذیر بوده ولی ۷۲ بر ۵ بخش‌پذیر نیست، امّا هر دو بر عدد ۲ بخش‌پذیرند. پس:

$$\frac{۷۲\div ۲}{۹۰\div ۲}=\frac{۳۶}{۴۵}$$

اکنون چون صورت و مخرج کسر بالا بر ۳ بخش‌پذیرند داریم:

$$\frac{۳۶\div ۳}{۴۵\div ۳}=\frac{۱۲\div ۳}{۱۵\div ۳}=\frac{۴}{۵}$$

البتّه می‌توانستیم از همان ابتدا صورت و مخرج کسر $\frac{۷۲}{۹۰}$ را بر ۱۸ نیز تقسیم کنیم:

$$\frac{۷۲\div ۱۸}{۹۰\div ۱۸}=\frac{۴}{۵}$$

روش دیگری برای ساده کردن کسرها

در این روش می‌توانیم هر کدام از اعداد صورت و مخرج را به‌صورت ضرب ۲ یا چند عدد بنویسیم و اعداد مشترک صورت و مخرج را با هم ساده کنیم. به‌طور مثال داریم:

$$\frac{۷۲}{۹۰}=\frac{۸\times \cancel{۹}}{\cancel{۹}\times ۱۰}=\frac{۸}{۱۰}=\frac{۴\times \cancel{۲}}{۵\times \cancel{۲}}=\frac{۴}{۵}$$

البتّه ممکن است این سؤال در ذهن شما ایجاد شود که یک عدد، ممکن است چندین حاصل‌ضرب داشته باشد. به مثال مقابل توجّه کنید:

$$\frac{۷۲}{۹۰}=\frac{\cancel{۲}\times ۳۶}{\cancel{۲}\times ۴۵}=\frac{۳۶}{۴۵}=\frac{۴\times \cancel{۹}}{۵\times \cancel{۹}}=\frac{۴}{۵}$$

می‌بینید که تمام پاسخ‌ها یکسان هستند.

مثال ۱۸. کسر مقابل را تا حدّ امکان ساده کنید.

$$\frac{100\times 63}{42\times 30} = \frac{\overbrace{\cancel{10}\times 10}^{100}\times\overbrace{9\times\cancel{7}}^{63}}{\underbrace{6\times\cancel{7}}_{42}\times\underbrace{3\times\cancel{10}}_{30}} = \frac{10\times 9}{6\times 3} = \frac{\overbrace{5\times\cancel{2}}^{10}\times\overbrace{\cancel{3}\times\cancel{3}}^{9}}{\underbrace{\cancel{2}\times\cancel{3}}_{6}\times\cancel{3}} = \frac{5}{1} = 5$$

پیدا کردن کوچک‌ترین مخرج مشترک برای دو کسر

به‌منظور پیدا کردن کوچک‌ترین مخرج مشترک برای دو کسر، کافی است کسرهای مساوی با آن دو کسر را بنویسیم. به‌طور مثال داریم:

$$\frac{5}{6}=\frac{10}{12}=\frac{15}{18}=\frac{20}{24}=\frac{25}{30}=\frac{30}{36}=\frac{35}{42}=\frac{40}{48}=\cdots$$

$$\frac{3}{8}=\frac{6}{16}=\frac{9}{24}=\frac{12}{32}=\frac{15}{40}=\frac{18}{48}=\cdots$$

همان‌طور که در مثال قبل می‌بینید، هر دو کسر $\frac{5}{6}$ و $\frac{3}{8}$ بی‌شمار مخرج مشترک دارند، ولی کوچک‌ترین مخرج مشترک آن‌ها عدد ۲۴ می‌باشد.

مثال ۱۹. کوچک‌ترین مخرج مشترک دو کسر $\frac{7}{9}$ و $\frac{5}{12}$ را بیابید.

$$\left.\begin{array}{l}\frac{7}{9}=\frac{14}{18}=\frac{21}{27}=\frac{28}{36}=\cdots\\ \frac{5}{12}=\frac{10}{24}=\frac{15}{36}=\cdots\end{array}\right\}\Rightarrow \text{کوچک‌ترین مخرج مشترک} = 36$$

البتّه برای به‌دست آوردن کوچک‌ترین مخرج مشترک دو کسر، راه‌های دیگری نیز وجود دارند. به‌طور مثال، به روش زیر دقّت کنید:

گاهی اوقات یکی از مخرج‌ها بر مخرج دیگری بخش‌پذیر است؛ در این حالت، مخرج بزرگ‌تر، همان مخرج مشترک است. کوچک‌ترین مخرج مشترک دو کسر $\frac{2}{3}$ و $\frac{7}{12}$، عدد ۱۲ می‌باشد، چون ۱۲ بر ۳ بخش‌پذیر است و داریم: $\frac{2\times 4}{3\times 4}=\frac{8}{12}$

که با $\frac{7}{12}$ هم‌مخرج می‌شود.

اگر مخرج بزرگ‌تر بر مخرج کوچک‌تر بخش‌پذیر نبود، کافی است مضربی از مخرج بزرگ‌تر را بیابیم که بر مخرج کوچک‌تر بخش‌پذیر باشد. آن وقت اوّلین مضرب که بر مخرج کوچک‌تر بخش‌پذیر است، کوچک‌ترین مخرج مشترک است. مثلاً: $\frac{5}{8}, \frac{11}{12}$

می‌بینید که ۱۲ بر ۸ بخش‌پذیر نیست، ولی عدد ۲۴ که دومین مضرب عدد ۱۲ می‌باشد $(24 = 2\times 12)$، بر ۸ بخش‌پذیر است. پس کوچک‌ترین مخرج مشترک این دو کسر، عدد ۲۴ می‌باشد. بنابراین:

$$\frac{5}{8}=\frac{15}{24} \quad , \quad \frac{11}{12}=\frac{22}{24}$$

البتّه با توجّه به روش‌های مطرح‌شده، می‌توانیم بین ۳ یا چند کسر نیز مخرج مشترک بیابیم. مثلاً کوچک‌ترین مخرج مشترک ۳ کسر $\frac{1}{4}$، $\frac{5}{6}$ و $\frac{7}{9}$، عدد ۳۶ می‌باشد.

$$\frac{1}{4}=\frac{9}{36}\ ,\ \frac{5}{6}=\frac{30}{36}\ ,\ \frac{7}{9}=\frac{28}{36}$$

کاربردهای کوچک‌ترین مخرج مشترک

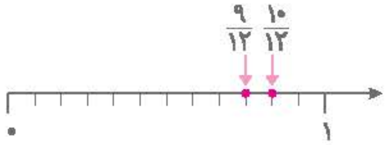
ممکن است این سؤال در ذهن شما مطرح شود که چرا باید کوچک‌ترین مخرج مشترک بین چند کسر را پیدا کرد؟

برای فهمیدن پاسخ سؤال، به مثال بعد، توجّه کنید:

مثال ۲۰. دو کسر $\frac{3}{4}$ و $\frac{5}{6}$ را روی یک محور نمایش دهید.

$$\frac{3\times 3}{4\times 3}=\frac{9}{12} \quad , \quad \frac{5\times 2}{6\times 2}=\frac{10}{12}$$

ما **نمی‌توانیم** واحدهای یک محور را به قسمت‌های مختلف تقسیم‌بندی کنیم. ابتدا باید مخرج مشترک برای دو کسر پیدا کنیم و سپس واحدها را به آن تقسیم‌بندی کنیم. برای نمایش $\frac{3}{4}$ و $\frac{5}{6}$ روی یک محور، کافی است هر واحد را ۱۲ قسمت کنیم و کسرهای مساوی با آن‌ها را روی محور نمایش دهیم.



می‌بینید که اگر مخرج‌های دو کسر یکسان باشند، به‌راحتی می‌توانیم آن‌ها را مقایسه کنیم.

مقایسه‌ی دو کسر

به‌طور کلّی برای مقایسه‌ی هر دو کسر، کافی است صورت‌ها یا مخرج‌هایشان با هم برابر باشند.

الف) اگر **مخرج‌ها** برابر باشند، کسری بزرگ‌تر است که **صورت** بزرگ‌تری داشته باشد. مانند: $\frac{۱۲}{۱۵} > \frac{۹}{۱۵}$

ب) اگر **صورت‌ها** برابر باشند، کسری بزرگ‌تر است که **مخرج** کوچک‌تری داشته باشد. مانند: $\frac{۶}{۲۱} < \frac{۶}{۱۱}$

ج) اگر نه صورت و نه مخرج دو کسر با هم برابر نباشند، کافی است مخرج‌ها یا صورت‌ها را یکسان کنیم تا کسرهای مساوی با کسرهای قبلی ساخته شوند. در واقع در این‌جا می‌توانیم از کوچک‌ترین مخرج مشترک دو کسر کمک بگیریم. مانند:

$$\frac{۱۰}{۱۲} \bigcirc \frac{۱۳}{۱۵} \Rightarrow \frac{۱۰\times۵}{۱۲\times۵} \bigcirc \frac{۱۳\times۴}{۱۵\times۴} \Rightarrow \frac{۵۰}{۶۰} < \frac{۵۲}{۶۰} \Rightarrow \frac{۱۰}{۱۲} < \frac{۱۳}{۱۵}$$

البتّه در مقایسه‌ی دو کسر، حالت‌های خاصّی نیز مطرح می‌شود که آن‌ها هم از روابط بالا پیروی می‌کنند که به آن‌ها اشاره می‌کنیم:

الف) همیشه کسرهای کوچک‌تر از واحد، از کسرهای مساوی با واحد کوچک‌ترند. مانند: $\frac{۱}{۲} < \frac{۵}{۵}$

ب) همیشه کسرهای بزرگ‌تر از واحد، از کسرهای مساوی با واحد بزرگ‌ترند. مانند: $\frac{۹}{۵} > \frac{۱۹}{۱۹}$

ج) همیشه کسرهای کوچک‌تر از واحد، از کسرهای بزرگ‌تر از واحد کوچک‌ترند. مانند: $\frac{۲}{۱۱} < \frac{۵}{۳}$

د) همیشه کسرهایی که دارای صورت صفر هستند (چون برابر با صفر می‌باشند)، از همه‌ی کسرها کوچک‌ترند. مانند:

$$\frac{۰}{۸} < \frac{۱}{۱۰۰۰} \text{ ، } \frac{۰}{۲۵} < \frac{۲}{۲} \text{ ، } \frac{۰}{۳۲۵} < \frac{۱۰}{۷}$$

هـ) همیشه کسرهای برابر با واحد، با هم برابرند. مانند: $\frac{۶}{۶} = \frac{۶۶۶}{۶۶۶}$

مقایسه‌ی اعداد مخلوط با یکدیگر و با کسرها

به‌طور کلّی می‌توانیم با تبدیل اعداد مخلوط به کسر، از قواعد مربوط به مقایسه‌ی کسرها استفاده کنیم و عمل مقایسه را انجام دهیم. مانند:

$$\frac{۱۵}{۸} \bigcirc ۱\frac{۴}{۵} \Rightarrow \frac{۱۵}{۸} \bigcirc \frac{۹}{۵} \Rightarrow \frac{۷۵}{۴۰} > \frac{۷۲}{۴۰} \Rightarrow \frac{۱۵}{۸} > ۱\frac{۴}{۵}$$

البتّه راه‌های دیگری هم برای مقایسه‌ی دو عدد مخلوط وجود دارد که در زیر به آن‌ها اشاره می‌کنیم:

الف) هر عدد مخلوط، از هر کسر کوچک‌تر از واحد یا مساوی با واحد، بزرگ‌تر است. مانند: $۳\frac{۷}{۹} > \frac{۴}{۱۱}$

ب) در مقایسه‌ی دو عدد مخلوط، باید توجّه کنیم که قسمت کسری هر کدام از اعداد مخلوط، کوچک‌تر از واحد هست یا نه. اگر قسمت کسری، کوچک‌تر از واحد نباشد، ابتدا باید آن را به عدد مخلوط تبدیل کنیم تا کسر کوچک‌تر از واحد حاصل شود. آن‌گاه کسری بزرگ‌تر است که قسمت عدد صحیح (واحد کامل) آن بزرگ‌تر باشد. مانند: $۵\frac{۶}{۷} < ۱۳\frac{۱}{۲}$

ج) اگر قسمت عدد صحیح دو عدد مخلوط با هم برابر باشند، باید کسرهایشان را براساس آن‌چه در بخش مقایسه‌ی کسرها گفتیم، مقایسه کنیم. مانند:

$$۳\frac{۴}{۷} \bigcirc ۳\frac{۸}{۱۱} \Rightarrow ۳\frac{۴۴}{۷۷} < ۳\frac{۵۶}{۷۷} \Rightarrow ۳\frac{۴}{۷} < ۳\frac{۸}{۱۱}$$

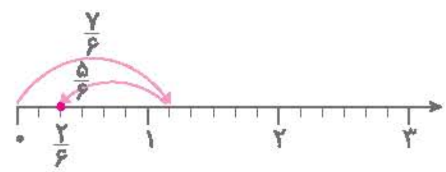
جمع و تفریق اعداد کسری و اعداد مخلوط روی محور

برای محاسبه‌ی جمع و تفریق اعداد کسری و اعداد مخلوط روی محور، کافی است با توجّه به مخرج‌ها، هر واحد روی محور را به قسمت‌های مساوی تقسیم کرده و به‌اندازه‌ی اوّلین عدد سمت چپ، از صفر شمرده و جلو رویم و سپس به‌اندازه‌ی دومین عدد سمت چپ به حرکت اوّلی اضافه (جمع) یا از آن کم (تفریق) کنیم. اگر چند عدد دیگر نیز داشتیم، به همین صورت عمل می‌کنیم.

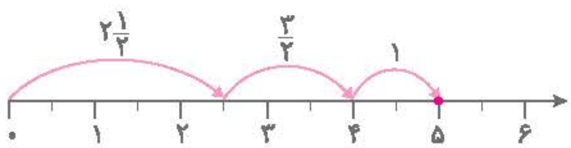
مثال ۲۱. جمع و تفریق‌های زیر را روی محور انجام دهید.

الف) $\frac{۱}{۴}+\frac{۲}{۴}=\frac{۳}{۴}$

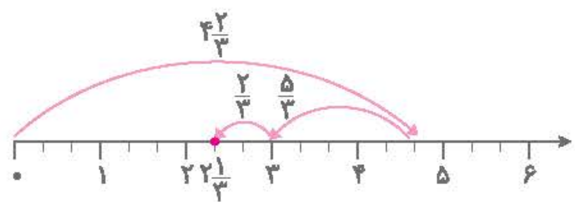
ب) $\frac{۷}{۶}-\frac{۵}{۶}=\frac{۲}{۶}$



ج) $۲\frac{۱}{۲}+\frac{۳}{۲}+۱=۵$



د) $۴\frac{۲}{۳}-\frac{۵}{۳}-\frac{۲}{۳}=۲\frac{۱}{۳}$

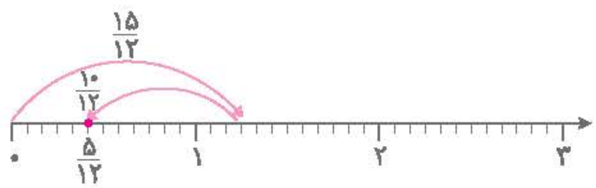


حال اگر کسرها و اعداد مخلوطی را که دارای مخرج یکسان **نیستند**، بخواهیم روی محور جمع و تفریق کنیم، چه کاری باید انجام دهیم؟ کافی است ابتدا کوچک‌ترین مخرج مشترک آن‌ها را تعیین کرده و سپس براساس کوچک‌ترین مخرج مشترک آن‌ها، تقسیم‌بندی هر واحد را انجام دهیم.

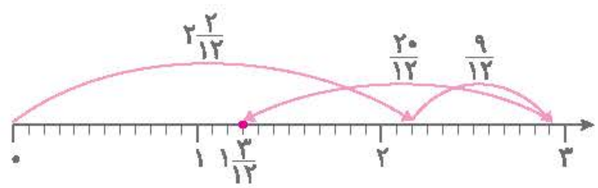
مثال ۲۲. جمع و تفریق‌های زیر را روی محور انجام دهید.

الف) $\frac{۱}{۲}+\frac{۳}{۴}=\frac{۲}{۴}+\frac{۳}{۴}=۱\frac{۱}{۴}$

ب) $\frac{۵}{۴}-\frac{۵}{۶}=\frac{۱۵}{۱۲}-\frac{۱۰}{۱۲}=\frac{۵}{۱۲}$



ج) $۲\frac{۱}{۶}+\frac{۳}{۴}-\frac{۵}{۳}=۲\frac{۲}{۱۲}+\frac{۹}{۱۲}-\frac{۲۰}{۱۲}=۱\frac{۳}{۱۲}$

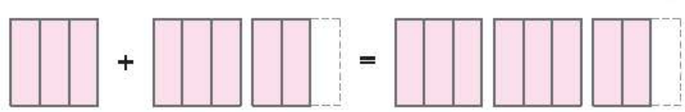


جمع اعداد کسری و اعداد مخلوط به کمک شکل

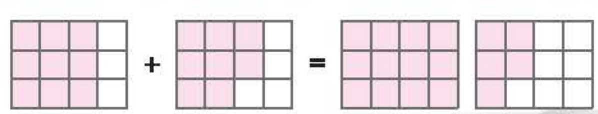
کافی است شکلی متناسب با هر کسر رسم کرده و سپس آن‌ها را با هم جمع کنیم. (در صورت نیاز، ابتدا مخرج مشترک می‌گیریم.)

مثال ۲۳. جمع‌های زیر را به کمک شکل انجام دهید.

الف) $۱+\frac{۵}{۳}==۱+۱\frac{۱}{۳}=۲\frac{۲}{۳}$



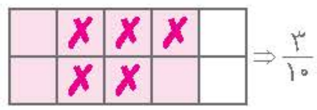
ب) $\frac{۳}{۴}+\frac{۲}{۳}=\frac{۹}{۱۲}+\frac{۸}{۱۲}=۱\frac{۵}{۱۲}$



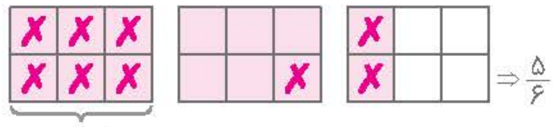
نمایش تفریق کسرها روی شکل: برای نمایش تفریق کسرها روی شکل، فقط شکل کسر (یا عدد مخلوط) اوّل را رسم می‌کنیم، سپس به‌اندازه‌ی کسر دوم، از آن خط می‌زنیم. (هر جا لازم بود، ابتدا مخرج مشترک می‌گیریم.)

مثال ۲۴. هر یک از تفریق‌های زیر را روی شکل نشان دهید.

الف) $\frac{۴}{۵}-\frac{۱}{۲}=\frac{۸}{۱۰}-\frac{۵}{۱۰}=\frac{۳}{۱۰}$



ب) $۲\frac{۱}{۳}-۱\frac{۱}{۲}=۲\frac{۲}{۶}-۱\frac{۳}{۶}=\frac{۵}{۶}$



۱ واحد

جمع و تفریق اعداد کسری و اعداد مخلوط با کمک محاسبه

اگر مخرج کسرها مساوی باشند، صورت‌های آن‌ها را جمع یا تفریق کرده و مخرج را نیز بدون تغییر می‌نویسیم. مانند:

الف) $\frac{۳}{۷}+\frac{۲}{۷}=\frac{۵}{۷}$ ب) $\frac{۴}{۹}-\frac{۱}{۹}=\frac{۳}{۹}$

امّا اگر مخرج‌ها یکسان نباشند، باید **کوچک‌ترین** مخرج مشترک آن‌ها را پیدا کرده و سپس عملیات را انجام دهیم. مانند:

الف) $\frac{۱}{۸}+\frac{۵}{۶}=\frac{۳}{۲۴}+\frac{۲۰}{۲۴}=\frac{۲۳}{۲۴}$ ب) $\frac{۹}{۱۵}-\frac{۱}{۶}=\frac{۱۸}{۳۰}-\frac{۵}{۳۰}=\frac{۱۳}{۳۰}$ ج) $۱+\frac{۷}{۱۰}-\frac{۳}{۵}=\frac{۱۰}{۱۰}+\frac{۷}{۱۰}-\frac{۶}{۱۰}=\frac{۱۱}{۱۰}=۱\frac{۱}{۱۰}$

در محاسباتی که اعداد مخلوط داریم، می‌توانیم آن‌ها را به کسر تبدیل کرده و سپس مانند بالا محاسبات را انجام دهیم و یا این‌که قسمت عدد صحیح اعداد مخلوط را جدا کنیم و بعد محاسبات را انجام دهیم. مانند:

الف) $۵\frac{۱}{۷}+۳\frac{۱}{۳}-\frac{۸}{۲۱}=(۵+۳)+(\frac{۱}{۷}+\frac{۱}{۳}-\frac{۸}{۲۱})=۸+(\frac{۳}{۲۱}+\frac{۷}{۲۱}-\frac{۸}{۲۱})=۸+\frac{۲}{۲۱}=۸\frac{۲}{۲۱}$

ب) $۵\frac{۱۳}{۱۶}-۲\frac{۳}{۸}-۱\frac{۱}{۸}=(۵-۲-۱)+(\frac{۱۳}{۱۶}-\frac{۳}{۸}-\frac{۱}{۸})=۲+(\frac{۱۳}{۱۶}-\frac{۶}{۱۶}-\frac{۲}{۱۶})=۲+\frac{۵}{۱۶}=۲\frac{۵}{۱۶}$

نکته

اگر در هنگام تفریق، کسر سمت چپ از کسر سمت راست کوچک‌تر بود، می‌توانیم از قسمت صحیح یک واحد کم کنیم و به‌اندازه‌ی مخرج کسر، به آن اضافه کنیم.

مثال ۲۵. حاصل عبارت‌های زیر را به‌دست آورید.

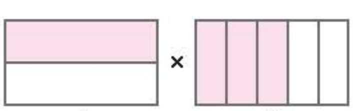
الف) $۸\frac{۱۱}{۲۰}-۳\frac{۱۳}{۲۰}\Rightarrow ۷\frac{۲۰+۱۱}{۲۰}-۳\frac{۱۳}{۲۰}=(۷-۳)+(\frac{۳۱}{۲۰}-\frac{۱۳}{۲۰})=۴\frac{۱۸}{۲۰}$

ب) $۵\frac{۲}{۵}-۱\frac{۲}{۳}=۵\frac{۶}{۱۵}-۱\frac{۱۰}{۱۵}=۴\frac{۱۵+۶}{۱۵}-۱\frac{۱۰}{۱۵}=(۴-۱)+(\frac{۲۱}{۱۵}-\frac{۱۰}{۱۵})=۳\frac{۱۱}{۱۵}$

ج) $۷-۳\frac{۴}{۵}=۶\frac{۵}{۵}-۳\frac{۴}{۵}=(۶-۳)+(\frac{۵}{۵}-\frac{۴}{۵})=۳\frac{۱}{۵}$

ضرب کسرها به کمک شکل

هرگاه بخواهیم ضرب دو کسر را روی یک شکل نشان دهیم، باید مقدار هر دو کسر را روی شکل رنگ کنیم و قسمت‌های مشترک رنگ‌شده، حاصل‌ضرب می‌باشند. مانند: $\frac{۱}{۲}\times\frac{۳}{۵}=\frac{۳}{۱۰}$



$\frac{۱}{۲}$ $\frac{۳}{۵}$

ضرب اعداد مخلوط به کمک شکل

برای ضرب اعداد مخلوط به کمک شکل، از محاسبه‌ی مساحت مستطیل کمک می‌گیریم. به این ترتیب که هر عدد مخلوط، به‌عنوان یکی از اضلاع مستطیل قرار می‌گیرد و سپس با محاسبه‌ی مساحت قسمت‌های تشکیل‌شده در داخل مستطیل، حاصل‌ضرب به‌دست می‌آید.

مثال ۲۶. حاصل ضرب‌های زیر را با استفاده از شکل به‌دست آورید.

	۱	۱	$\frac{۱}{۳}$
۱	۱×۱	۱×۱	$۱\times\frac{۱}{۳}$
$\frac{۱}{۴}$	$\frac{۱}{۴}\times۱$	$\frac{۱}{۴}\times۱$	$\frac{۱}{۴}\times\frac{۱}{۳}$

الف) $۲\frac{۱}{۳}\times۱\frac{۱}{۴}=(۱\times۱)+(۱\times۱)+(۱\times\frac{۱}{۳})+(\frac{۱}{۴}\times۱)+(\frac{۱}{۴}\times۱)+(\frac{۱}{۴}\times\frac{۱}{۳})$

$$=۱+۱+\frac{۱}{۳}+\frac{۱}{۴}+\frac{۱}{۴}+\frac{۱}{۱۲}=۲+\frac{۴}{۱۲}+\frac{۳}{۱۲}+\frac{۳}{۱۲}+\frac{۱}{۱۲}=۲+\frac{۱۱}{۱۲}=۲\frac{۱۱}{۱۲}$$

	۱	۱	۱	$\frac{۵}{۷}$
۱	۱×۱	۱×۱	۱×۱	$۱\times\frac{۵}{۷}$
۱	۱×۱	۱×۱	۱×۱	$۱\times\frac{۵}{۷}$
$\frac{۱۱}{۲۰}$	$\frac{۱۱}{۲۰}\times۱$	$\frac{۱۱}{۲۰}\times۱$	$\frac{۱۱}{۲۰}\times۱$	$\frac{۱۱}{۲۰}\times\frac{۵}{۷}$

ب) $۳\frac{۵}{۷}\times۲\frac{۱۱}{۲۰}=(۱\times۱)+(۱\times۱)+(۱\times۱)+(۱\times\frac{۵}{۷})+(۱\times۱)+(۱\times۱)+(۱\times۱)$

$$+(۱\times\frac{۵}{۷})+(\frac{۱۱}{۲۰}\times۱)+(\frac{۱۱}{۲۰}\times۱)+(\frac{۱۱}{۲۰}\times۱)+(\frac{۱۱}{۲۰}\times\frac{۵}{۷})$$

$$=۱+۱+۱+\frac{۵}{۷}+۱+۱+۱+\frac{۵}{۷}+\frac{۱۱}{۲۰}+\frac{۱۱}{۲۰}+\frac{۱۱}{۲۰}+\frac{۵۵}{۱۴۰}$$

$$=۶+\frac{۵}{۷}+\frac{۵}{۷}+\frac{۱۱}{۲۰}+\frac{۱۱}{۲۰}+\frac{۱۱}{۲۰}+\frac{۵۵}{۱۴۰}$$

$$=۶+\frac{۱۰}{۷}+\frac{۳۳}{۲۰}+\frac{۱۱}{۲۸}=۶+\frac{۲۰۰}{۱۴۰}+\frac{۲۳۱}{۱۴۰}+\frac{۵۵}{۱۴۰}=۶\frac{۴۸۶}{۱۴۰}=۹\frac{۶۶}{۱۴۰}=۹\frac{۳۳}{۷۰}$$

ضرب کسرها و اعداد مخلوط به کمک محاسبه

برای ضرب هر دو کسر، کافی است صورت‌های دو کسر در هم و مخرج‌های آن‌ها نیز در هم ضرب شوند. مانند: $\frac{۱}{۲}\times\frac{۳}{۴}=\frac{۱\times۳}{۲\times۴}=\frac{۳}{۸}$

تذکر: قبل از ضرب کردن، در صورت امکان اعداد صورت را با اعداد مخرج ساده می‌کنیم و بعد عملیات ضرب را انجام می‌دهیم. مانند:

الف) $\frac{۲}{۴}\times\frac{۵}{۱۵}=\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۳}=\frac{۱}{۶}$

ب) $\frac{\cancel{۸}^{۲}}{\cancel{۹}_{۳}}\times\frac{\cancel{۳}^{۱}}{\cancel{۴}_{۱}}=\frac{۲\times۱}{۳\times۱}=\frac{۲}{۳}$

ج) $\frac{\cancel{۲۵}^{۵}}{\cancel{۱۶}_{۴}}\times\frac{\cancel{۱۲}^{۳}}{\cancel{۳۵}_{۷}}\times\frac{\cancel{۲۱}^{۷}}{\cancel{۱۵}_{۵}}=\frac{\cancel{۵}^{۱}}{۴}\times\frac{۳}{\cancel{۷}_{۱}}\times\frac{\cancel{۷}^{۱}}{\cancel{۵}_{۱}}=\frac{۳}{۴}$

گاهی ضرب چند کسر را به‌صورت یک کسر بزرگ می‌نویسند. در این حالت هم، ساده کردن دقیقاً مثل ساده کردن ضرب دو یا چند کسر می‌باشد. مانند:

$$\frac{۸}{۹}\times\frac{۲۴}{۲۵}\times\frac{۴۵}{۴۸}=\frac{۸\times\cancel{۲۴}^{۱}\times\cancel{۴۵}^{۵}}{\cancel{۹}_{۱}\times۲۵\times\cancel{۴۸}_{۲}}=\frac{\cancel{۸}^{۴}\times۱\times\cancel{۵}_{۱}}{۱\times\cancel{۲۵}_{۵}\times\cancel{۲}_{۱}}=\frac{۴}{۵}$$

اگر در عملیات ضرب، عدد مخلوط وجود داشت، ابتدا باید آن را به کسر تبدیل کنیم و سپس مانند بالا، عملیات ضرب را انجام دهیم.

مانند:

الف) $۱\frac{۲}{۳}\times۴\frac{۵}{۶}=\frac{۵}{۳}\times\frac{۲۹}{۶}=\frac{۱۴۵}{۱۸}=۸\frac{۱}{۱۸}$

ب) $۴\times۳\frac{۱}{۸}\Rightarrow\frac{\cancel{۴}^{۱}}{۱}\times\frac{۲۵}{\cancel{۸}_{۲}}=\frac{۲۵}{۲}=۱۲\frac{۱}{۲}$

نمایش ضرب عدد صحیح در کسر و عدد مخلوط روی محور

برای نمایش ضرب عدد صحیح در کسر یا عدد مخلوط روی محور، به‌صورت زیر عمل می‌کنیم:

الف) ابتدا عدد مخلوط را به کسر تبدیل می‌کنیم.

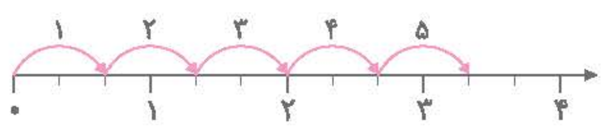
ب) همه‌ی واحدها را به‌اندازه‌ی مخرج تقسیم‌بندی می‌کنیم.

ج) در هر حرکت، به‌اندازه‌ی صورت کسر به جلو حرکت می‌کنیم.

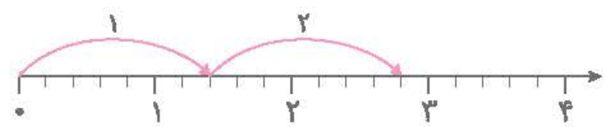
د) تعداد حرکت‌ها به‌اندازه‌ی عدد صحیحی است که در کسر ضرب شده است.

مثال ۲۷. هر ضرب را روی محور نمایش دهید.

الف) $5 \times \frac{2}{3} \Rightarrow 3\frac{1}{3}$



ب) $2 \times 1\frac{2}{5} = 2 \times \frac{7}{5} \Rightarrow 2\frac{4}{5}$



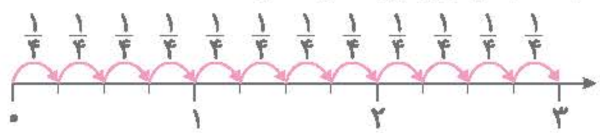
نمایش تقسیم کسر روی محور

نمایش تقسیم کسرها روی محور را می‌توان به چند دسته تقسیم کرد:

الف) تقسیم عدد صحیح بر کسر: در این حالت، ابتدا از صفر تا عدد صحیح داده‌شده، هر واحد را به‌اندازه‌ی مخرج کسر تقسیم‌بندی می‌کنیم، سپس به‌اندازه‌ی صورت کسر حرکت می‌کنیم. (اعداد مخلوط را ابتدا به کسر تقسیم می‌کنیم.)

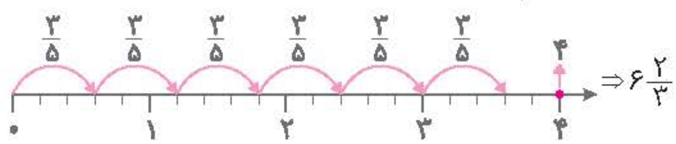
مثال ۲۸. هریک از تقسیم‌های زیر را روی محور نمایش دهید.

الف) $3 \div \underbrace{\frac{1}{4}}_{}$ اندازه‌ی هر حرکت



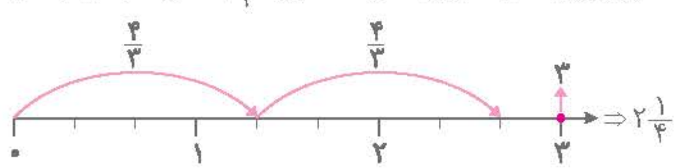
پس در عدد ۳، دوازده تا $\frac{1}{4}$ وجود دارد.

ب) $4 \div \frac{3}{5}$ اندازه‌ی هر حرکت



مشاهده می‌کنید که هر حرکت ۳ واحد کوچک است (۶ حرکت کامل انجام دادیم) امّا دو قسمت کوچک هنوز باقی مانده است (یعنی ۲ قسمت از ۳ قسمت لازم برای یک حرکت) پس ۶ حرکت کامل و $\frac{2}{3}$ یک حرکت را انجام دادیم.

ج) $3 \div 1\frac{1}{3} = 3 \div \frac{4}{3}$ اندازه‌ی هر حرکت

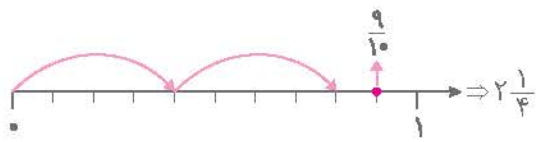


هر حرکت به‌اندازه‌ی ۴ واحد کوچک است. ما ۲ حرکت کامل انجام دادیم و در نهایت یک قسمت کوچک باقی مانده (یک قسمت از ۴ قسمت لازم برای هر حرکت) پس $2\frac{1}{4}$ حرکت را انجام دادیم.

ب) تقسیم کسر بر عدد صحیح یا کسر: در این حالت، ابتدا عدد صحیح (یا عدد مخلوط) را به کسر تبدیل می‌کنیم، سپس مخرج مشترک می‌گیریم. آنگاه عدد سمت چپ را روی محور نمایش می‌دهیم و سپس از صفر شروع به حرکت می‌کنیم. هر حرکت باید به‌اندازه‌ی صورت کسر دوم باشد.

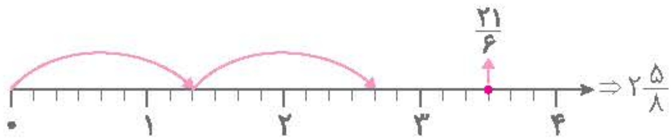
مثال ۲۹. هر یک از تقسیم‌های زیر را روی محور نمایش دهید.

الف) $\frac{۹}{۱۰} \div \overbrace{\frac{۴}{۱۰}}^{\text{اندازه‌ی هر حرکت}}$



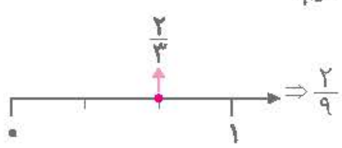
هر حرکت باید ۴ واحد کوچک باشد؛ با این حساب ۲ حرکت انجام شد، امّا یک قسمت کوچک باقی ماند. (یعنی ۱ قسمت از ۴ قسمت موردنیاز برای هر حرکت) پس $۲\frac{۱}{۴}$ حرکت انجام شده است.

ب) $۳\frac{۱}{۲} \div ۱\frac{۱}{۳} = \frac{۷}{۲} \div \frac{۴}{۳} = \frac{۲۱}{۶} \div \overbrace{\frac{۸}{۶}}^{\text{اندازه‌ی هر حرکت}}$



هر حرکت ۸ قسمت خواهد بود که ۲ حرکت کامل انجام دادیم، امّا هنوز ۵ قسمت کوچک باقی مانده است. (یعنی ۵ قسمت از ۸ قسمت مورد نیاز برای هر حرکت) پس $۲\frac{۵}{۸}$ حرکت انجام داده‌ایم.

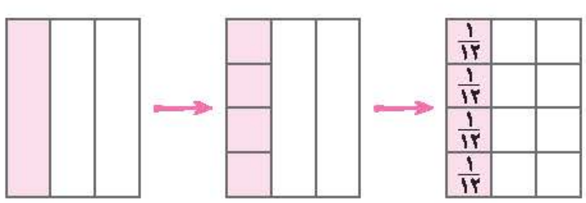
ج) $\frac{۲}{۳} \div ۳ = \frac{۲}{۳} \div \frac{۳}{۱} = \frac{۲}{۳} \div \overbrace{\frac{۹}{۳}}^{\text{اندازه‌ی هر حرکت}}$



برای هر حرکت باید ۹ قسمت کوچک جلو برویم، امّا ما فقط ۲ قسمت کوچک داریم (یعنی $\frac{۲}{۹}$ حرکت) و هیچ حرکتی **نمی‌توانیم** انجام دهیم، پس حاصل هم $\frac{۲}{۹}$ است.

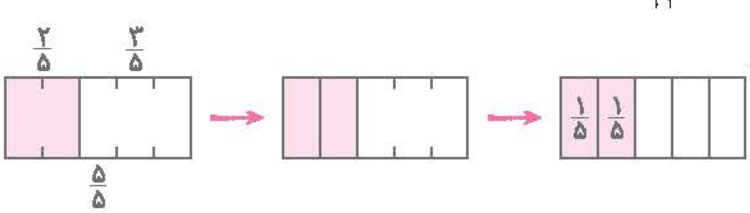
تقسیم کسرها بر عدد صحیح به کمک شکل

در تقسیم کسرها به‌کمک شکل، اوّلین عدد سمت چپ، تعیین‌کننده‌ی مقداری است که باید آن را تقسیم کنیم، پس ابتدا آن را روی شکل نمایش می‌دهیم. به‌طور مثال برای انجام عبارت $\frac{۱}{۳} \div ۴$، ابتدا شکلی کشیده و سپس $\frac{۱}{۳}$ آن را رنگی کرده و در نهایت، این مقدار را به ۴ قسمت مساوی تقسیم می‌کنیم: $\frac{۱}{۳} \div ۴ = \frac{۱}{۱۲}$



همان‌طور که در شکل بالا ملاحظه می‌کنید، هر قسمت رنگی $\frac{۱}{۱۲}$ از کلّ شکل می‌باشد.

مثال ۳۰. تقسیم $\frac{۲}{۵} \div ۲$ را روی شکل نمایش دهید.



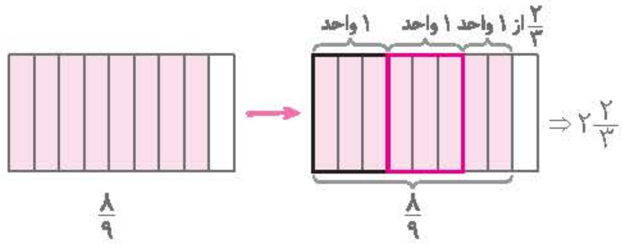
یعنی اگر $\frac{۲}{۵}$ را به ۲ قسمت مساوی تقسیم کنیم، هر قسمت (که در شکل مشخّص شده است) $\frac{۱}{۵}$ از کلّ شکل می‌باشد.

تقسیم کسر بر کسر به کمک شکل

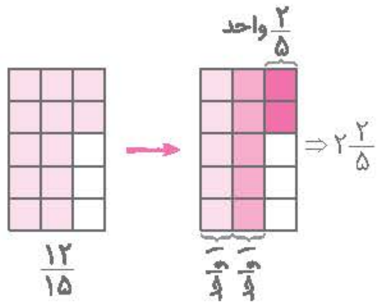
در اینجا ابتدا شکل کسر اوّل را رسم می‌کنیم و سپس قسمت‌های رنگ‌شده را به دسته‌های مساوی تقسیم می‌کنیم. اندازه‌ی هر دسته باید با صورت کسر دوم مساوی باشد. (هر دسته یک واحد جدید حساب می‌شود.)

مثال **۳۱. هر یک از تقسیم‌های زیر را روی شکل نمایش دهید.**

الف) $\frac{۸}{۹} \div \frac{۳}{۹} =$

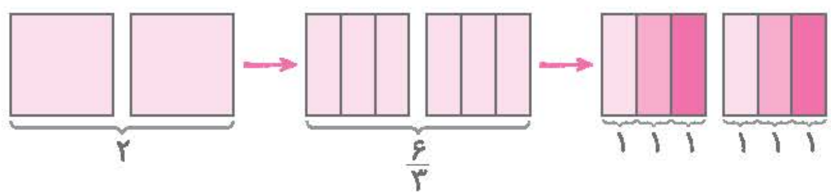


ب) $\frac{۴}{۵} \div \frac{۱}{۳} = \frac{۱۲}{۱۵} \div \frac{۵}{۱۵}$



برای کشیدن شکل این قسمت، ابتدا باید مخرج مشترک بگیریم، سپس مانند مثال قبل، عملیّات را انجام دهیم. (خانه‌های رنگ‌شده را به قسمت‌های پنج‌تایی دسته‌بندی می‌کنیم.)

ج) $۲ \div \frac{۱}{۳} = \frac{۶}{۳} \div \frac{۱}{۳} = ۶$



تقسیم کسرها و اعداد مخلوط به کمک محاسبه

روش اوّل: مخرج مشترک گرفتن

در این روش، ابتدا برای دو کسر مخرج مشترک گرفته و سپس برای به‌دست آوردن حاصل تقسیم، کافی است صورت اوّلی را بر صورت دومی تقسیم کنیم. به مثال‌های زیر توجّه کنید:

الف) $\frac{۴}{۵} \div \frac{۳}{۵} = \frac{۴}{۳}$

ب) $\frac{۲}{۹} \div \frac{۱}{۴} = \frac{۸}{۳۶} \div \frac{۹}{۳۶} = \frac{۸}{۹}$

ج) $۱\frac{۴}{۷} \div ۵ = \frac{۱۱}{۷} \div \frac{۵}{۱} = \frac{۱۱}{۷} \div \frac{۳۵}{۷} = \frac{۱۱}{۳۵}$

روش دوم: تبدیل تقسیم به ضرب

در این روش، نیازی به مخرج مشترک گرفتن نمی‌باشد؛ فقط کافی است کسر اوّلی را در معکوس کسر دومی ضرب کنیم. (توجّه: هرگاه قرار باشد کسری را معکوس کنیم، کافی است جای صورت و مخرج آن را عوض کنیم. مانند: $\frac{۹}{۷} \xrightarrow{\text{معکوس}} \frac{۷}{۹}$)

مثال **۳۲. حاصل تقسیم‌های زیر را به‌دست آورید.**

الف) $\frac{۴}{۵} \div \frac{۳}{۵} = \frac{۴}{\cancel{۵}} \times \frac{\cancel{۵}}{۳} = \frac{۴}{۳} = ۱\frac{۱}{۳}$

ب) $\frac{۲}{۹} \div \frac{۱}{۴} = \frac{۲}{۹} \times \frac{۴}{۱} = \frac{۸}{۹}$

ج) $۱\frac{۴}{۷} \div ۵ = \frac{۱۱}{۷} \div \frac{۵}{۱} = \frac{۱۱}{۷} \times \frac{۱}{۵} = \frac{۱۱}{۳۵}$

د) $\frac{۳}{۸} \div ۲\frac{۱}{۱۰} = \frac{۳}{۸} \div \frac{۲۱}{۱۰} = \frac{\cancel{۳}^{۱}}{\cancel{۸}_{۴}} \times \frac{\cancel{۱۰}^{۵}}{\cancel{۲۱}_{۷}} = \frac{۵}{۲۸}$

نکته

۱) برای معکوس کردن اعداد مخلوط، ابتدا باید آن‌ها را به کسر تبدیل کرده و سپس معکوس کنیم، مانند:

$$2\frac{1}{10}=\frac{21}{10}\xRightarrow{\text{معکوس}}\frac{10}{21}$$

دقت کنید هر کسر (به‌جز کسرهای مساوی با واحد) با معکوس خود برابر **نیست**. به همین دلیل در بالا بین $\frac{21}{10}$ و $\frac{10}{21}$ مساوی قرار ندادیم و علامت $\xRightarrow{\text{معکوس}}$ را گذاشتیم. $(\frac{10}{21}\neq\frac{21}{10})$

۲) برای نشان دادن عملیّات تقسیم در ریاضی، علامت‌های «$\div$، ـــ، :، و $\underline{\;\;|}$» به کار می‌روند، به‌طور مثال:

الف) $\frac{5}{2}\div\frac{3}{2}=\frac{5}{3}$ ب) $\frac{5}{2}:\frac{3}{2}=\frac{5}{3}$ ج) $\dfrac{\frac{5}{2}}{\frac{3}{2}}=\frac{5}{2}\div\frac{3}{2}=\frac{5}{3}$

البتّه علامت «$\underline{\;\;|}$» در کسرها استفاده **نمی‌شود**.

کسرهای مرکّب

به کسرهایی که صورت و مخرج آن‌ها اعداد کسری باشند، **کسرهای مرکّب** می‌گویند و برای محاسبه‌ی حاصل آن‌ها، کافی است حاصل صورت را بر حاصل مخرج تقسیم کنیم، مانند:

$$\dfrac{\frac{1}{5}+\frac{3}{5}}{2-1\frac{1}{2}}=\dfrac{\frac{4}{5}}{\frac{1}{2}}=\frac{4}{5}\div\frac{1}{2}=\frac{4}{5}\times\frac{2}{1}=\frac{8}{5}=1\frac{3}{5}$$

نکته

در محاسبه‌ی حاصل $\dfrac{\frac{4}{5}}{\frac{1}{2}}$ به‌جای تبدیل به $\frac{4}{5}\div\frac{1}{2}$ می‌توانیم از قانون «دور در دور، نزدیک در نزدیک» استفاده کنیم؛ یعنی:

$$\dfrac{\frac{4}{5}}{\frac{1}{2}}=\frac{8}{5}=1\frac{3}{5}$$

که در این روش، حاصل‌ضرب بالاترین و پایین‌ترین عدد را در **صورت** جواب و حاصل‌ضرب دو عدد وسط را در **مخرج** جواب قرار می‌دهیم.

مثال ۳۳. حاصل هر عبارت را محاسبه کنید.

الف) $\dfrac{5\frac{3}{5}}{2\frac{1}{10}}=\dfrac{\frac{28}{5}}{\frac{21}{10}}=\dfrac{\cancel{28}^{4}\times\cancel{10}^{2}}{\cancel{5}_{1}\times\cancel{21}_{3}}=\frac{8}{3}=2\frac{2}{3}$

ب) $\dfrac{2+1\frac{1}{2}}{3-1\frac{1}{2}}=\dfrac{3\frac{1}{2}}{2\frac{2}{2}-1\frac{1}{2}}=\dfrac{3\frac{1}{2}}{1\frac{1}{2}}=\dfrac{\frac{7}{2}}{\frac{3}{2}}=\dfrac{7\times\cancel{2}^{1}}{\cancel{2}_{1}\times 3}=\frac{7}{3}=2\frac{1}{3}$

ج) $2\frac{1}{2}+\dfrac{3\frac{1}{5}}{4-1\frac{1}{2}}=2\frac{1}{2}+\dfrac{\frac{16}{5}}{3\frac{2}{2}-1\frac{1}{2}}=2\frac{1}{2}+\dfrac{\frac{16}{5}}{2\frac{1}{2}}=2\frac{1}{2}+\dfrac{\frac{16}{5}}{\frac{5}{2}}$

$=2\frac{1}{2}+\frac{16\times2}{5\times5}=2\frac{1}{2}+\frac{32}{25}=2\frac{1}{2}+1\frac{7}{25}=(2+1)+(\frac{1}{2}+\frac{7}{25})=3+(\frac{25}{50}+\frac{14}{50})=3+\frac{39}{50}=3\frac{39}{50}$

د) $2+\dfrac{1}{4+2\frac{1}{3}}=2+\dfrac{1}{6\frac{1}{3}}=2+\dfrac{\frac{1}{1}}{\frac{19}{3}}=2+\frac{3\times1}{1\times19}=2+\frac{3}{19}=2\frac{3}{19}$

نکته

اگر در یک عبارت، به‌غیر از جمع و تفریق، ضرب و تقسیم هم داشتیم، ابتدا ضرب و تقسیم‌ها را (از سمت چپ) انجام می‌دهیم، بعد جمع و تفریق را محاسبه می‌کنیم.

مثال ۳۴. حاصل عبارت داده‌شده را به‌دست آورید.

$$۲\frac{۱}{۳}\times ۳\frac{۳}{۷}-۴\frac{۳}{۸}\div ۲\frac{۴}{۵}=\underbrace{\frac{۷}{۳}\times\frac{۲۴}{۷}}_{\frac{۸}{۱}=۱}-\underbrace{\frac{۳۵}{۸}\div\frac{۱۴}{۵}}_{\frac{\cancel{۳۵}^{۵}}{۸}\times\frac{۵}{\cancel{۱۴}_{۲}}=\frac{۲۵}{۱۶}}=۸-\frac{۲۵}{۱۶}=۸-۱\frac{۹}{۱۶}=۷\frac{۱۶}{۱۶}-۱\frac{۹}{۱۶}=۶\frac{۷}{۱۶}$$

نکته

اگر در یک عبارت پرانتز داشتیم، ابتدا باید حاصل پرانتز را به‌دست آوریم، سپس از سمت چپ ضرب و تقسیم‌ها را انجام دهیم.

مثال ۳۵. حاصل عبارت زیر را به‌دست آورید.

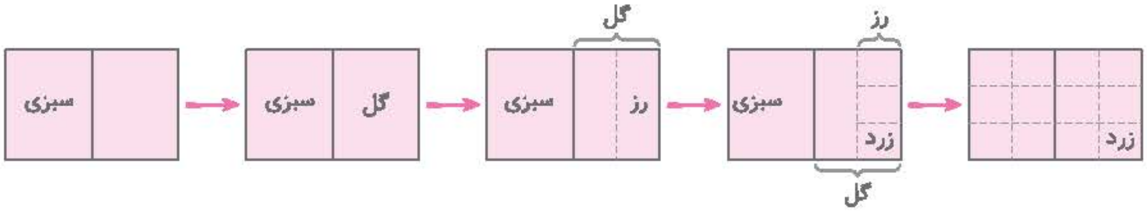
$$۳\frac{۱}{۲}+۲\frac{۱}{۴}\div(۳\frac{۱}{۲}-۱\frac{۱}{۴})=۳\frac{۱}{۲}+۲\frac{۱}{۴}\div\underbrace{(۳\frac{۲}{۴}-۱\frac{۱}{۴})}_{۲\frac{۱}{۴}}=۳\frac{۱}{۲}+\underbrace{۲\frac{۱}{۴}\div ۲\frac{۱}{۴}}_{\frac{۹}{۴}\div\frac{۹}{۴}=۱}\Rightarrow ۳\frac{۱}{۲}+۱=۴\frac{۱}{۲}$$

راهبرد حلّ مسئله (رسم شکل)

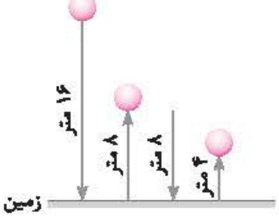
گاهی اوقات برای حلّ مسئله‌ها، کشیدن شکل مربوط به سؤال، کمک زیادی به حلّ آن می‌کند، البتّه برای رسم شکل مناسب برای یک مسئله، لازم نیست که حتماً نقّاشی خوبی داشته باشیم، کافی است شکل را به‌صورت تقریبی رسم کنیم. به مثال‌های زیر دقّت کنید:

مثال ۳۶. مهدی نصف باغچه‌ی خانه‌شان را سبزی کاشت و نصف دیگر را گل‌کاری کرد. نصفِ زمین گل‌کاری‌شده را گل رُز و ثلث قسمتی را که گل رُز قرار داده بود، گل رُز زرد کاشت. او چه کسری از کلّ باغچه را گل رُز زرد کاشته است؟

$\frac{۱}{۱۲}$

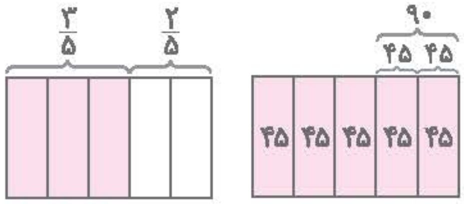


مثال ۳۷. توپی پس از زمین خوردن، نصف ارتفاع قبلی به بالا برمی‌گردد. اگر این توپ از ارتفاع ۱۶ متری رها شود، پس از ۲ بار زمین خوردن، در چه ارتفاعی قرار می‌گیرد؟



$\Rightarrow$ توپ پس از ۲ بار زمین خوردن، در ارتفاع ۴ متری قرار می‌گیرد.

مثال ۳۸. $\frac{۳}{۵}$ **یک مخزن پُر است. اگر ۹۰ لیتر دیگر درون آن آب بریزیم، مخزن پر از آب می‌شود. ظرفیت کلّ این مخزن چه‌قدر است؟**

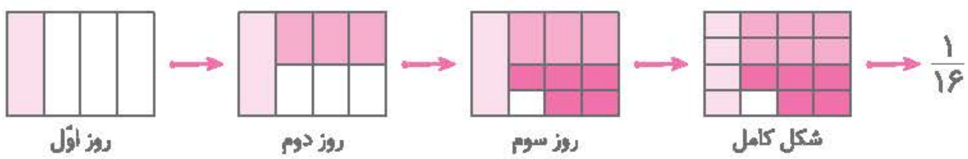


ابتدا شکل را رسم می‌کنیم. مشاهده می‌کنید که ۲ قسمت روی شکل خالی است. وقتی ۹۰ لیتر می‌ریزیم، این دو قسمت پر شده و کلّ مخزن پُر از آب می‌شود. پس نتیجه می‌گیریم در هر قسمت از مخزن، ۴۵ لیتر آب جای می‌گیرد.

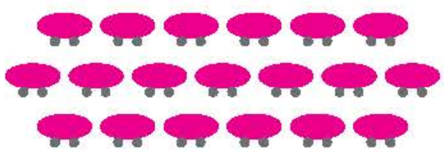
لیتر ۲۲۵ = ۴۵ × ۵ = ظرفیت مخزن

مثال ۳۹. علی روز اوّل $\frac{۱}{۴}$ **کتابش، روز دوم نصف باقی‌مانده‌ی کتاب و روز سوم** $\frac{۵}{۶}$ **باقی‌مانده‌ی آن را خواند. اکنون چه کسری از کتاب علی باقی مانده است؟**

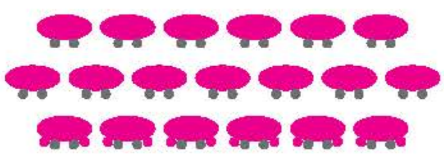
مرحله به مرحله قسمت‌هایی که علی از کتابش را مطالعه می‌کند، رسم می‌کنیم:



مثال ۴۰. در یک پارکینگ، ۱۹ دوچرخه و ماشین وجود دارد. اگر تعداد چرخ‌های آن‌ها، روی هم ۵۰ چرخ باشد، در این پارکینگ چند دوچرخه وجود دارد؟



ابتدا ۱۹ وسیله رسم می‌کنیم و می‌دانیم ماشین و دوچرخه هر کدام حدّاقل ۲ چرخ دارند. پس در ابتدا به هر کدام ۲ چرخ می‌دهیم:



تا این‌جای کار، ۳۸ = ۲ × ۱۹ چرخ را مورد استفاده قرار داده‌ایم و هنوز ۱۲ = ۳۸ - ۵۰ چرخ باقی مانده است. اکنون می‌توانیم با دادن ۲ چرخ به هر وسیله، آن را تبدیل به ماشین کنیم. ۱۲ چرخ را اگر به دسته‌های ۲ تایی تقسیم کنیم، ۶ دسته درست می‌شود، پس ۶ تا از وسیله‌ها تبدیل به ماشین شده و بقیّه دوچرخه باقی می‌مانند.

الف) به سؤالات زیر پاسخ کامل دهید.

۱) حاصل عبارت‌های زیر را به‌دست آورید. (خرداد ۹۲ - مناطق تهران)

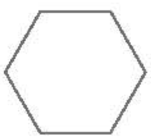
الف) $\dfrac{۱\frac{۱}{۲}-۱\frac{۱}{۵}}{۱\frac{۱}{۲}+۱\frac{۱}{۵}} \div \dfrac{\frac{۱}{۲}-\frac{۱}{۵}}{\frac{۱}{۲}+\frac{۱}{۵}} =$

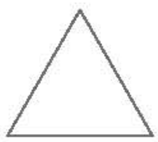
ب) $(۳\frac{۱}{۳}-۱\frac{۱}{۲}) \div (\frac{۳}{۴}+\frac{۱}{۶}) =$

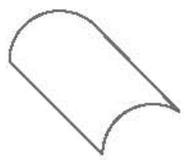
ج) $\dfrac{۲\frac{۳}{۴}+\frac{۲}{۵}}{\frac{۷}{۱۰}-\frac{۶}{۲۰}} =$

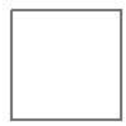
د) $(۴\frac{۲}{۵}-۳\frac{۳}{۴})+(۱\frac{۳}{۲}+\frac{۶}{۵}) =$

۲) با تقسیم هر شکل به قسمت‌های مساوی، کسر مورد نظر را با رنگ کردن نشان دهید. (خرداد ۹۲ - مناطق تهران)

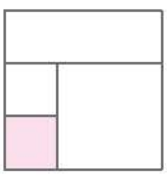
الف)

$\frac{۲}{۶}$

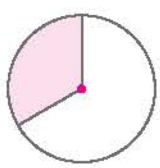
ب)

$\frac{۳}{۴}$

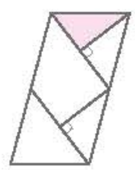
ج)

$\frac{۱}{۲}$

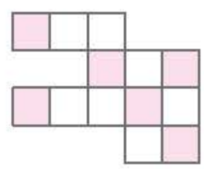
د)

$\frac{۳}{۹}$

۳) هریک از شکل‌های زیر، چه کسری را نشان می‌دهند؟ (خرداد ۹۲ - مناطق تهران)

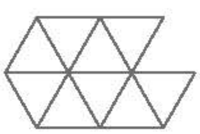
الف)


ب)


ج)


د)


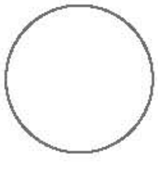
۴) الف) سهیلا $\frac{۹}{۶}$ را به‌صورت شکل مقابل نشان داده است. یک واحد آن را با رنگ کردن شکل نشان دهید. (خرداد ۹۲ - منطقه‌ی ۱۵ تهران)

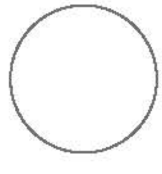


ب) کسر $\frac{۹}{۶}$ چه کسری کم دارد تا ۲ واحد شود؟

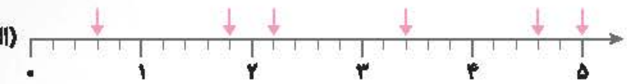
۵) با رسم شکل، نشان دهید که دو کسر $\frac{۲}{۳}$ و $\frac{۸}{۱۲}$ با هم برابرند. (خرداد ۹۲ - منطقه‌ی ۲ تهران)

۶) شکل‌های زیر را به ۱۲ و ۹ قسمت تقریباً مساوی تقسیم کنید، سپس در صورت امکان $\frac{۱}{۲}$ از هر کدام را رنگ کنید. (خرداد ۹۲ - منطقه‌ی ۱۹ تهران)

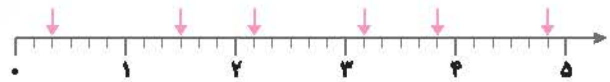
الف)


ب)


۷) هریک از نقاط مشخّص‌شده روی محورها، چه عددی را نشان می‌دهد؟ (خرداد ۹۲ – منطقه‌ی ۳ تهران)

الف) 

......، ......، ......، ......، ......، ......

ب) 

......، ......، ......، ......، ......، ......

۸) هریک از نقاط زیر را روی محور نشان دهید.

الف) 

$۱\frac{۳}{۴}$، $\frac{۳}{۲}$، $\frac{۵}{۲}$

ب) 

$\frac{۱۶}{۵}$، $۳\frac{۲}{۵}$، $۱\frac{۳}{۵}$

ج) 

$\frac{۲}{۷}$، $\frac{۱۲}{۷}$، $۱\frac{۳}{۷}$

۹) کسرهای زیر را با هم مقایسه کنید. (خرداد ۹۲ – استان‌های مختلف)

الف) $\frac{۸۸}{۱۰۰}$ ☐ $\frac{۸}{۱۰}$ ب) $\frac{۵}{۶}$ ☐ $\frac{۹}{۴}$ ج) $۳\frac{۳}{۷}$ ☐ $\frac{۱۸}{۷}$

د) $\frac{۵۱}{۹}$ ☐ ۶ ه) $\frac{۲۹}{۵۵}$ ☐ $\frac{۲۹}{۳۷}$ و) $\frac{۱۷}{۳}$ ☐ $\frac{۱۰}{۳}$

ز) $\frac{۵}{۹}$ ☐ $\frac{۴}{۶}$ ح) $۸\frac{۳}{۱۰}$ ☐ $۵\frac{۱۰}{۳}$ ط) $۴\frac{۷}{۳}$ ☐ ۷

۱۰) هریک از کسرهای زیر را ساده کنید. (خرداد ۹۲ – استان‌های مختلف)

الف) $\frac{۱۸\times۷۷}{۵۵\times۴۲}=$ ب) $\frac{۹۰\times۲۱\times۲۴\times۲۷}{۸۱\times۳۰\times۳۶\times۷}=$ ج) $\frac{۹۶\times۱۲۵\times۸}{۶۴\times۵۰}=$ د) $\frac{۴۸\times۳۶\times۴۹}{۱۸\times۴۲\times۳۲}=$

۱۱) الگوی عددی زیر را ادامه دهید.

$\frac{۱}{۴}$، $\frac{۴}{۹}$، $\frac{۷}{۱۴}$، $\frac{۱۰}{۱۹}$، $\frac{۱۳}{۲۴}$، ......، ......، ......، ......

۱۲) حاصل عبارت‌های زیر را با کمک محور به‌دست آورید. (خرداد ۹۲– مناطق تهران)

الف) $۲\frac{۱}{۳}+۱\frac{۱}{۴}=$ ب) $\frac{۵}{۱۰}+\frac{۱}{۲}-\frac{۲}{۵}=$ ج) $۲\frac{۲}{۳}+۲\frac{۴}{۶}=$ د) $۳\frac{۱}{۴}-۱\frac{۲}{۳}=$

۱۳) حاصل جمع و تفریق‌های زیر را با رسم شکل نشان دهید. (خرداد ۹۲– استان‌های مختلف)

الف) $۳\frac{۲}{۴}+۱\frac{۱}{۲}=$ ب) $۳\frac{۲}{۵}-۲\frac{۲}{۳}=$ ج) $۷-۴\frac{۳}{۴}=$ د) $۱\frac{۱}{۳}+۲\frac{۵}{۶}=$

۱۴) حاصل ضرب‌های زیر را با رسم شکل به‌دست آورید. (خرداد ۹۲ – منطقه‌ی ۱۸ تهران)

الف) $۳\frac{۱}{۴}\times۱\frac{۱}{۳}=$ ب) $۲\frac{۳}{۴}\times۱\frac{۱}{۵}=$

۱۵) حاصل ضرب و تقسیم‌های زیر را با رسم شکل به‌دست آورید.

الف) $\frac{۳}{۵}\times\frac{۲}{۳}=$ ب) $\frac{۵}{۶}\times\frac{۱}{۲}=$ ج) $\frac{۴}{۵}\div\frac{۱}{۳}=$ د) $\frac{۷}{۸}\div\frac{۲}{۸}=$

۱۶) درون هر □ عدد مناسب بنویسید تا تساوی‌های زیر برقرار شوند. (خرداد ۹۲ - استان‌های مختلف)

الف) $\frac{۷۲}{۳۶} = \frac{\square}{۶} = \square$ ب) $\frac{۱۱}{\square} = \frac{۷۷}{۷}$ ج) $\frac{۷}{۹} = \frac{۴۹}{\square}$

د) $\frac{۲۵}{\square} = \frac{۱۰}{۸}$ هـ) $\frac{۱۲}{۱۸} = \frac{\square}{۱۲}$ و) $\frac{\square}{۶} = \frac{\square}{۱} = ۵$

ز) $\frac{۳۶}{\square} = \frac{۲۰}{\square} = \frac{۱۶}{\square} = ۴$ ح) $\frac{۱}{۶} = \frac{\square}{\square}$ ط) $\frac{۱۶}{\square} = ۴ = \frac{۳۲}{\square}$

۱۷) بین دو کسر $\frac{۱}{۵}$ و $\frac{۱}{۳}$، سه کسر بنویسید. $\frac{۱}{۵}$ ، .... ، .... ، .... ، $\frac{۱}{۳}$

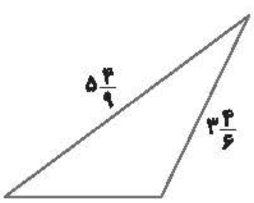
۱۸) اگر از یک کتاب داستان ۵۰۰ صفحه‌ای در یک روز، $\frac{۱}{۵}$ از $\frac{۳}{۴}$ آن را مطالعه کنیم، چند صفحه از کتاب **نخوانده** باقی می‌ماند؟ (خرداد ۹۲ - البرز)

۱۹) مرضیه $\frac{۱}{۴}$ پولش را بستنی و $\frac{۱}{۲}$ آن را دفتر خرید. اگر ۶۰۰ تومان برایش باقی مانده باشد، کلّ پول مرضیه چه‌قدر است؟
(حل با رسم شکل) (خرداد ۹۲ - ملایر)

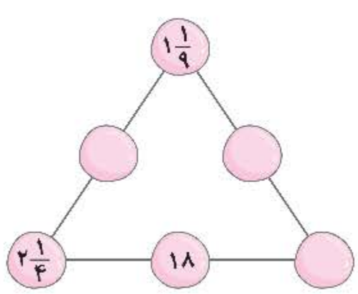
۲۰) در یک پارکینگ روی هم ۱۸ تا دوچرخه و اتومبیل وجود دارد. اگر تعداد چرخ‌های آن‌ها روی هم ۶۰ تا باشد، در این پارکینگ چند دوچرخه و چند اتومبیل وجود دارد؟ (خرداد ۹۲ - کاشان)

۲۱) کشاورزی $\frac{۲}{۵}$ زمین خود را لوبیا و $\frac{۱}{۴}$ باقی‌مانده را نخود کاشته است. چه کسری از زمین او زیر کشت **نرفته** است؟ (با رسم شکل)

۲۲) اگر محیط مثلّث مقابل ۱۲ متر باشد، اندازه‌ی ضلع سوم آن چند متر است؟ (خرداد ۹۲ - شاهرود)



۲۳) در شکل زیر، عدد وسط هر ضلع مثلّث، برابر با حاصل‌ضرب اعداد دو سر ضلع است. شکل را کامل کنید. (خرداد ۹۳ - دبستان مصباح - منطقه‌ی ۱ تهران)



۲۴) علی روز اوّل، $\frac{۱}{۲}$ باغی را درخت کاشت. روز دوم $\frac{۲}{۳}$ باقی‌مانده‌ی همان باغ و روز سوم $\frac{۱}{۴}$ باقی‌مانده‌ی همان باغ را درخت کاشت. اگر او روز اوّل ۲۴۰ درخت کاشته باشد، هنوز چند درخت دیگر می‌تواند بکارد؟ (خرداد ۹۳ - دبستان کیمیای علم - منطقه‌ی ۳ تهران)