

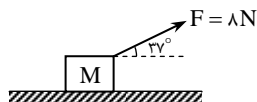


کار و انرژی

پرسش‌های چهارگزینه‌ای

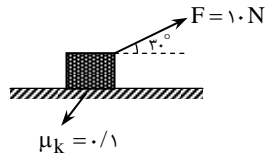
تعریف کار و مفاهیم اولیه

- ۱- اگر روی دسته یک ماشین چمن زنی نیروی ۱۰۰ نیوتنی در امتدادی که با افق زاویه 60° می‌سازد وارد شود و آنرا در سطح افقی یک‌متر تغییر مکان دهد، چند ژول کار انجام می‌گردد؟
 (۱) ۵۰ (۲) $50\sqrt{3}$ (۳) ۱۰۰ (۴) $100\sqrt{2}$
- ۲- زاویه بین نیرو و جابه‌جایی برابر 30° است اگر با ثابت ماندن نیرو و جابه‌جایی زاویه بین نیرو و جابه‌جایی 60° شود کار انجام شده چند برابر می‌شود؟
 (۱) ۲ (۲) $\sqrt{3}$ (۳) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۴) $\frac{1}{2}$
- ۳- کار نیروی $\vec{F} = 5\vec{i} - 8\vec{j}$ در طی جابه‌جایی $\vec{d} = 3\vec{i}$ چند ژول است؟ (یکایها در SI بیان شده‌اند)
 (۱) ۱۵ (۲) -۲۴ (۳) ۹ (۴) صفر
- ۴- جسمی به جرم ۵ کیلوگرم تحت اثر دو نیروی $\vec{F}_1 = 2\vec{i} + 10\vec{j}$ و $\vec{F}_2 = 4\vec{i} - 2\vec{j}$ از حال سکون به حرکت درمی‌آید. کار برآیند نیروها در ثانیه سوم حرکت چند ژول است؟
 (۱) ۵۰ (۲) ۹۰ (۳) ۴۰ (۴) ۷۰
- ۵- کار نیروی $\vec{F} = 10\vec{i} + 7\vec{j}$ در جابه‌جایی $\vec{d} = 3\vec{i} - 4\vec{j}$ در SI چند ژول است؟
 (۱) ۶۰ (۲) صفر (۳) ۳۰ (۴) -۳۰
- ۶- در شکل زیر وزنه M با سرعت ثابت روی سطح افقی جابجا می‌شود کار نیروی اصطکاک در هر متر جابه‌جایی چند ژول است؟ ($\sin 37^\circ = 0.6$)



- (۱) $-6/4$
 (۲) $-4/8$
 (۳) $6/4$
 (۴) $4/8$

- ۷- وزنه یک کیلوگرمی بر سطح افقی مطابق شکل تحت اثر نیروی کشش \vec{F} یک متر جابجا می‌شود کار نیروی سطح وارد بر وزنه در این جابجایی چند ژول است؟

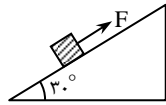


- (۱) -0.5 (۲) -10 (۳) 2 (۴) صفر

- ۸- جسمی روی یک سطح افقی تحت تأثیر نیروی F با سرعت ثابت $\frac{m}{s}$ حرکت می‌کند. اگر نیروی اصطکاک در مقابل آن برابر 40 N باشد کار F در مدت یک دقیقه چند کیلو ژول است؟

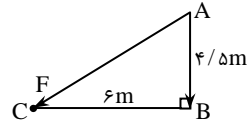
- (۱) 1200 (۲) 200 (۳) 12 (۴) 0.12

- ۹- جسمی به جرم m روی سطح شیبدار بدون اصطکاک بطور یکنواخت رو به بالا می‌لغزد کار نیروی F در طی جابجایی d کدام است؟



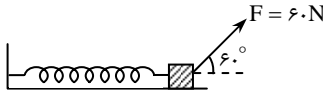
- (۱) mgd (۲) $-mgd$ (۳) $-mg \frac{d}{4}$ (۴) $mg \frac{d}{4}$

- ۱۰- جسمی مسیر ABC را می‌پیماید. نیروی ثابت $F = 20\text{ N}$ که در جهت AC است، (مطابق شکل) در تمام مسیر بر جسم وارد می‌شود. کار نیروی F در این جابجایی چند ژول است؟



- (۱) 54 (۲) 96 (۳) 150 (۴) 120

- ۱۱- در شکل مقابل سطح بدون اصطکاک بوده و در حالت تعادل است. بر طول عادی فنر 10 cm اضافه شده است کاری که فنر در طی این فاصله انجام داده است چند ژول است؟



- (۱) $1/5$ (۲) $-1/5$ (۳) 0.75 (۴) -0.75

- ۱۲- نیرویی مطابق $F = 3x$ (یکاهای SI) بر جسمی وارد شده و جسم از مکان $x_1 = -1\text{ m}$ به $x = 5\text{ m}$ تغییر مکان می‌دهد کار این نیرو در این تغییر مکان چند ژول است؟

- (۱) 36 (۲) 18 (۳) -36 (۴) -18

- ۱۳- جسمی به جرم m بر کف آسانسوری قرار دارد آسانسور به اندازه d پایین می‌آید شتاب جسم در حین حرکت ثابت و برابر $\frac{g}{4}$ و روبه پایین است کار نیروی واکنش عمودی سطح کدام است؟

- (۱) $mg \frac{d}{4}$ (۲) $-mg \frac{d}{4}$ (۳) $-3mg \frac{d}{4}$ (۴) $3mg \frac{d}{4}$

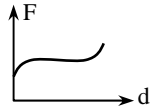
- ۱۴- جسمی به جرم 5 کیلوگرم تحت اثر نیروی 4 نیوتن از حال سکون به حرکت در می‌آید کار انجام شده بوسیله این نیرو در ثانیه سوم چند ژول است؟

- (۱) 20 (۲) 8 (۳) 10 (۴) 18

۱۵- نیروی ثابتی در مدت ۱/۰ ثانیه بر جسم ساکنی به جرم ۵۰kg اثر می‌کند اگر بزرگی نیرو ۲۰۰N باشد کار این نیرو در مدت مزبور چند ژول است؟

- ۴ (۱) ۱۰ (۲) ۴۰ (۳) ۲۰۰ (۴)

۱۶- نمودار نیروی وارد بر جسمی بر حسب تغییر مکان جسم بصورت روبه‌روست سطح زیر نمودار الزاماً معرف چه کمیتی است؟



- ۱) انرژی جنبشی ۲) انرژی پتانسیل
 ۳) کار ۴) توان

A ساده
B متوسط
C دشوار

کار و انرژی



پاسخ‌های تشریحی

تعریف کار و مفاهیم اولیه:

در واقع کار نیروی ثابت بصورت حاصلضرب مؤلفه نیروی هم‌راستای جابه‌جایی است در جابه‌جایی. به عبارتی:

$$W = (F \cos \alpha) d$$

یا بصورت حاصلضرب مؤلفه جابه‌جایی در راستای نیرو در نیرو تعریف می‌گردد.

$$W = F(d \cos \alpha)$$

مثلاً جعبه‌ای را بر سطح افقی در نظر بگیرید که با نیرویی مانند F جابجا می‌شود، از بین دو مؤلفه‌ی F_x و F_y مؤلفه F_x باعث جابجایی جسم است این مؤلفه کار انجام می‌دهد. به طور کلی کار نیروی ثابت به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$W_F = Fd \cos \theta$$

A ۱- گزینه‌ی (۱)

طبق تعریف کار داریم:

$$W = Fd \cos \alpha \rightarrow W = 100 \times 1 \times \frac{1}{2} = 50 \text{ J}$$

A ۲- گزینه‌ی (۳)

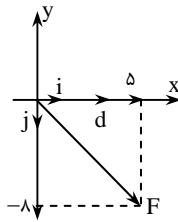
نیرو و جابجایی در دو حالت ثابت هستند تعریف کار را در دو مرحله نوشته و بر هم تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{W'}{W} = \frac{Fd \cos 60^\circ}{Fd \cos 30^\circ} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

B ۳- گزینه‌ی (۱)

مؤلفه‌ی افقی نیرو هم راستا با جابه‌جایی است یعنی فقط این مؤلفه کار انجام می‌دهد
مؤلفه $F_x = 5\text{ N}$ کار انجام می‌دهد و کار $F_y = -8\text{ N}$ بر جابه‌جایی عمود بوده و
صفر می‌شود.

$$W = (\Delta)(\tau) = 15\text{ J}$$



B ۴- گزینه‌ی (۱)

ابتدا برآیند نیروها را بدست می‌آوریم:

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 6\vec{i} + 8\vec{j}$$

حال اندازه نیروی برآیند را بدست می‌آوریم:

$$|\vec{F}| = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10\text{ N}$$

چون جسم از حال سکون براه افتاده است در جهت برآیند نیروها حرکت می‌کند (با این شرط که برآیند نیروها ثابت
بماند) و زاویه بین نیرو و جابه‌جایی صفر است. به کمک قانون دوم نیوتن شتاب را به دست می‌آوریم.

$$a = \frac{F}{m} = \frac{10}{5} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

حال بنا به $x = \frac{1}{2}at^2$ مکان جسم را در ثانیه‌های سوم و دوم بدست آورده و از هم کم می‌کنیم تا جابه‌جایی ثانیه سوم
بدست آید:

$$d = x_3 - x_2 \Rightarrow d = \frac{1}{2} \times 2 \times 3^2 - \frac{1}{2} \times 2 \times 2^2 = 9 - 4 = 5\text{ m}$$

و کار انجام شده خواهد شد:

$$W = Fd \cos 0 \Rightarrow W = 10 \times 5 = 50\text{ J}$$

C ۵- گزینه‌ی (۲)

در اینجا نیرو دارای دو مؤلفه است که یکی در راستای x ها بوده و دیگری در راستای y ها است. F_x هم‌راستا بر
مؤلفه x جابه‌جایی کار انجام می‌دهد و F_y نیز هم‌راستا با مؤلفه y جابه‌جایی است پس کار هر نیرو را جداگانه حساب
کرده و با هم جمع جبری می‌کنیم:

$$W = 10 \times 3 + 7/5(4) \cos 180^\circ = 0$$

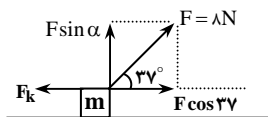
B ۶- گزینه‌ی (۱)

چون سرعت افقی ثابت است باید برآیند نیروها در این راستا صفر باشد

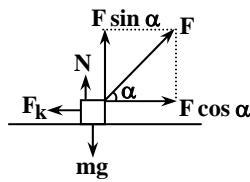
$$F \cos 37^\circ = f_k \rightarrow f_k = 6/4\text{ N}$$

$$W_{f_k} = 6/4 \times 1 \times \cos 180^\circ \rightarrow W_{f_k} = -6/4\text{ J}$$

با توجه به شکل زاویه بین نیروی اصطکاک و جابه‌جایی برابر 180° است.



B ۷- گزینه‌ی (۱)



سطح دارای دو واکنش است یکی عمود بر سطح (N) و دیگری موازی با سطح (اصطکاک). کار نیروی N به علت آنکه بر جابه‌جایی عمود است صفر محسوب می‌شود پس فقط کار نیروی اصطکاک مورد نظر است:

$$W_{f_k} = -f_k d = -\mu_k N d = -\mu (mg - F \sin 30^\circ) d$$

$$= -(0.1)(10 - 10 \times \frac{1}{2})(1) = -0.5 J$$

A ۸- گزینه‌ی (۳)

چون سرعت جسم ثابت است، برآیند نیروهای وارد بر آن صفر خواهد بود، بنابراین با نوشتن قانون دوم نیوتن مقدار F را بدست می‌آوریم:



$$F - f_k = ma \Rightarrow F = f_k = 40 N$$

جابه‌جایی را در مدت یک دقیقه بدست می‌آوریم:

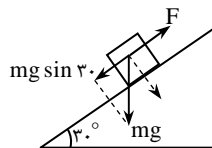
$$d = vt = 5 \times 60 = 300 m$$

پس کار F خواهد شد:

$$W_F = Fd \cos 0^\circ = 40 \times 300 = 12000 J = 12 kJ$$

B ۹- گزینه‌ی (۴)

چون جسم با سرعت ثابت و به موازات سطح شیبدار حرکت می‌کند، نیروی F هم اندازه و در خلاف جهت مؤلفه‌ای از نیروی وزن است که در راستای سطح شیبدار است:



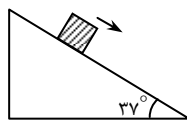
$$F - mg \sin 30^\circ = ma \Rightarrow F = mg \sin 30^\circ = \frac{mg}{2}$$

$$W_F = Fd \cos 0^\circ = \frac{mg}{2} d$$

به مثال زیر توجه کنید:

مثال: اگر جسمی به جرم ۲ kg روی سطح شیبدار روبرو بطور یکنواخت به اندازه ۳ متر رو به پایین بلغزد

کار نیروی اصطکاک چند ژول است؟ ($\sin 37^\circ = 0.6$).



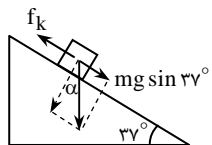
(۱) ۳۶

(۲) -۳۶

(۳) ۶۰

(۴) -۶۰

حل: گزینه ۲ صحیح است. باز هم سرعت جسم ثابت است یعنی مؤلفه نیروی وزن که به موازات سطح شیبدار و رو به پایین است هم اندازه با نیروی اصطکاک شده است:



$$mg \sin 37^\circ = f_k \Rightarrow f_k = 12 N$$

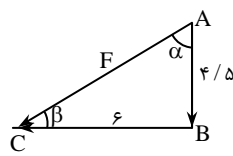
$$W_{f_k} = f_k d \cos 180^\circ = -f_k d = -12 \times 3 = -36 J$$

C ۱۰- گزینه‌ی (۳)

کار کل انجام شده برابر است با مجموع کارهایی که در هر مرحله انجام می‌شود:

$$W_{\text{کل}} = W_{AB} + W_{BC}$$

ابتدا فاصله AC بدست می‌آوریم:



$$AC = \sqrt{(4/5)^2 + 3^2} = 7/5 \text{ m}$$

$$\cos \alpha = \frac{4/5}{7/5} = \frac{4}{7}$$

$$\cos \beta = \frac{3}{7/5} = \frac{4}{5}$$

بنابراین:

$$W_{AB} = F(AB) \cos \alpha = 20 \times 4/5 \times \frac{4}{7} = 54 \text{ J}$$

$$W_{BC} = F(BC) \cos \beta = 30 \times 3 \times \frac{4}{5} = 96 \text{ J}$$

$$W_t = 54 + 96 = 150 \text{ J}$$

حال کار نیروی F را در مسیر AC به دست می‌آوریم.

$$W_{AC} = F(AC) \cos 0 = 20 \times 7/5 \times 1 = 150 \text{ J}$$

نتیجه: کار نیروی ثابت F در مسیر شکسته برابر کار نیروی ثابت F در برآیند جابه‌جایی‌ها از ابتدا تا انتهای مسیر است.

C ۱۱- گزینه‌ی (۴)

ابتدا ضریب ثابت فنر را بدست می‌آوریم. چون وزنه در حالت تعادل است، مؤلفه‌ی افقی F هم اندازه و در خلاف جهت نیروی کشسانی فنر است:

$$F \cos 60 = k \Delta L \Rightarrow 30 \times \frac{1}{2} = k \times \frac{1}{10} \Rightarrow k = 150 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

اگر بخواهیم کار انجام شده توسط نیروی فنر را بدست آوریم باید نیروی کشسانی فنر را در جابجایی آن (تغییر طول فنر) ضرب کنیم اما نیروی فنر طبق $F = kx$ عمل می‌کند (x تغییر طول فنر است) و اگر فنر به اندازه x کشیده شود نیرو از ۰ تا $F = kx$ تغییر می‌کند. پس نیرو ثابت نیست و باید متوسط آن را در نظر بگیریم. چون تابع F بر حسب x بصورت خط است متوسط F بصورت روبرو بدست می‌آید:

$$\bar{F} = \frac{0 + kx}{2} = \frac{1}{2} kx$$

اما نیروی فنر بر جسم به طرف چپ اثر می‌کند در حالی که انتهای فنر به سمت راست جابجا شده است یعنی اینکه زاویه بین نیروی فنر و جابجایی برابر 180° است:

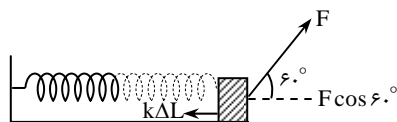
$$W_F = \bar{F} \Delta x \cos 180 \Rightarrow W_F = -\left(\frac{1}{2} kx\right)(x) = -\frac{1}{2} kx^2 = -\frac{1}{2} \times 150 \times \frac{1}{100} = -0.75 \text{ J}$$

C ۱۲- گزینه‌ی (۱)

طبق توضیحی که در تست قبل گفته شد در اینجا نیز باید متوسط نیرو را بدست آوریم:

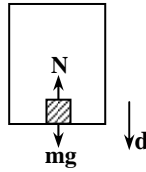
$$\bar{F} = \frac{F_1 + F_2}{2} = \frac{2(-1) + 2(5)}{2} = 6 \text{ N}$$

$$W = 6 \times (5 - (-1)) \cos 0 = 36 \text{ J}$$



C ۱۳- گزینهی (۳)

ابتدا طبق قانون دوم نیوتن N را بدست می‌آوریم. (جهت رو به بالا انتخاب شده است) چون N و جابجایی در خلاف جهت هم‌اند:



$$N - mg = ma \Rightarrow N - mg = m\left(-\frac{g}{4}\right) \Rightarrow N = \frac{3}{4}mg$$

$$W = Nd \cos 180^\circ \Rightarrow W = -\left(\frac{3}{4}mg\right)d$$

C ۱۴- گزینهی (۲)

ابتدا شتاب را به دست می‌آوریم: $F = ma \rightarrow 4 = \Delta a \rightarrow a = 0.8 \frac{m}{s^2}$

سپس جابه‌جایی در ثانیه‌ی سوم را بدست می‌آوریم. از $x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t$ یکبار جابجایی را به‌ازای $t = 3s$ و یکبار نیز به‌ازای $t = 2s$ به‌دست آورده از هم کم می‌کنیم:

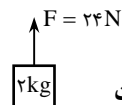
$$x_3 = \frac{1}{2} \times \frac{0.8}{10} \times 9 = 3.6m \quad \rightarrow \quad \overbrace{x_3 - x_2}^d = 2m$$

$$x_2 = \frac{1}{2} \times \frac{0.8}{10} \times 4 = 1.6m$$

$$W = Fd \cos \alpha \rightarrow W = 4 \times 2 \times 1 = 8J$$

توجه داشته باشید که جسم در ابتدا ساکن است بنابراین در جهت برآیند نیروها حرکت می‌کند. به مثال زیر توجه شود:

مثال: نیروی F مطابق شکل بر جسمی وارد می‌شود کاری که نیروی F در طی ثانیه‌های متوالی چگونه خواهد بود؟ (مقاومت هوا ناچیز است)



(۱) افزایش می‌یابد
(۲) کاهش می‌یابد
(۳) ابتدا افزایش سپس کاهش می‌یابد
(۴) بسته به شرایط هر سه حالت ممکن است

حل: در این سؤال، سرعت اولیه جسم نامعلوم است بنابراین ممکن است $v_0 > 0$ یا $v_0 = 0$ باشد و حرکت جسم تندشونده و رو به بالا باشد و جابجایی انجام شده در ثانیه‌های متوالی در حال افزایش باشد یا اینکه $v_0 < 0$ باشد که در این صورت حرکت جسم کندشونده می‌شود [زیرا برآیند نیروها رو به بالا ($a > 0$) و سرعت منفی است] اگر همچنان نیروی F وارد شود، سرعت جسم بتدریج کاهش یافته تا اینکه صفر شود و ممکن است جسم رو به بالا بصورت تندشونده برگردد پس گزینه (۴) بهترین پاسخ است.

B ۱۵- گزینهی (۱)

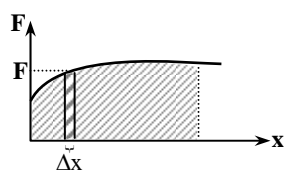
در مرحله اول شتاب را به‌دست می‌آوریم: $a = \frac{F}{m} \Rightarrow a = \frac{200}{50} = 4 \frac{m}{s^2}$

حال جابجایی را محاسبه می‌کنیم: $x = \frac{1}{2}at^2 \rightarrow x = \frac{1}{2} \times 4 \times 5^2 = 50m$

چون جسم ابتدا ساکن بوده است، نیرو و جابجایی هم‌جهت‌اند: $W = Fd = 200 \times \frac{1}{50} = 4J$

دقت کنید هرگاه در یک تست مربوط به فصل کار و انرژی، زمان مطرح شود معمولاً باید از فرمول‌ها و روابط حرکت‌شناسی کمک گرفت.

C ۱۶- گزینه‌ی (۳)



برای محاسبه سطح زیر نمودار می‌توانیم آن را به نوارهای بسیار باریکی تقسیم کرده و آن‌ها را با هم جمع کنیم مساحت هر نوار برابر خواهد شد با $(F\Delta x)$ که همان کار انجام شده توسط نیروی F در فاصله Δx است. پس کل کار انجام شده برابر سطح زیر نمودار است. (البته اثبات دقیق این موضوع در درس حساب دیفرانسیل و انتگرال با دقت ریاضی بیان خواهد شد)

اصولاً هرگاه کمیت روی محور عرض‌ها را در کمیت روی محور طول‌ها ضرب کنیم، کمیتی حاصل می‌شود که اندازه‌ی آن برابر سطح زیر نمودار است.

$$W = F \cdot x = S$$