



مہر



دیفرانسیل انتگرال ریاضیات پایہ

میثم حمزہ لوئے

آمار و معادلات

ریاضی ۲

دیفرانسیل و انتگرال

حسابان



a

b

برنامہ پروردگار مہربان



دیفرانسیل انتگرال ریاضیات پایہ



مقدمهٔ مولف

سلام. چطور می‌باشی؟ امیدوارم حال و احوالت میزبان باشی.

حالا که وقت گذاشتی اومدی مقدمه رو بخونی، نگاه گرم‌تر کن تا اطلاعات درست و حسابی از کتاب و روش مطالعه‌اش بهت بگم.

حتماً می‌دونی که درس دیفرانسیل و دروس پایه‌ی مرتبط با اون، جزء مهم‌ترین درس‌های یچه‌های ریاضیه. کنکورهای هم هر کتاب ریاضی رو بزارن کنار، این یکی رو حتماً می‌خوانن. پس به کتاب کمک آموزشی خوب که طیف وسیعی از کنکورهای قد و نیم‌قد رو شامل بشه کاملاً احساس میشه. البته انصافاً کارهای بسیار خوبی در مورد این درس انجام شده ولی هنوز که هنوز، اشکالای خاص خودشون دارن.

حالا می‌دونی به مولف خوب کیه؟ (چرا به من نگاه می‌کنی؟!؟) مولف خوب یعنی کسی که تمام مزایا و معایب کتابای دیگه رو بشناسه، بعد با تسلط کامل روی کتاب درسی، کتابی بنویسه که تمام مزایای کتابای موجود رو داشته باشه و تمام معایب رو برطرف کنه. کاری که با به تلاش ۱۶، ۱۷ ماهه (با کلی تجربه پشتش) انجام شد و محصول نهانش، همین کتابیه که تو دسته. چند تا از کارهای ویژه‌ای که تو این کتاب انجام شده، ایناس:

فرض کن مراحل که باید طی کرد تا به سطح کنکور رسید رو به شکل یه پلکان نشون بدیم. اگه مثلاً پله‌ی ۴ سطح کنکور باشه، یه کتاب خوب کتابیه که از پله‌ی ۱ دستتو بگیره، آروم آروم (با یه چیدمان منظم) بپرته روی پله‌ی ۶ (چون برای موفقیت تو کنکور همیشه باید یکی دو پله بالای سطح کنکور باشی). اما برخی از کتابا چی کار می‌کنن؟ میان از پله‌های ۲ و ۳ شروع می‌کنن، بعد به‌خاطر نداشتن یک چیدمان منظم و ساده به دشوار، دانش‌آموز رو انقدر بین پله‌های ۲ تا ۶ بالا و پایین می‌برن تا کلافه میشه. تازه بعدش یک سری سوال‌های فضایی بهش نشون میدن که اصلاً به درد کنکور نمی‌خوره، فقط زمان مطالعه‌ی درس‌های دیگشو میگیره.

کاری که تو این کتاب انجام شده، اینه که به بانک تست بسیار جامع تو هر فصل گردآوری شده که از انواع تیپ‌های ممکن اون مبحث تشکیل شده. تو هر تیپ هم چیدمان تست‌ها، منظم و آموزش محوره و تست‌ها از ساده به دشوار پشت سر هم قرار گرفتن (از پله‌ی ۱ تا ۶). درجه‌ی دشواری سوال‌ها هم با حروف **A, B, C, D** مشخص شدن که درجه‌ی هر کدام به این صورته: **A** خیلی سخت، **B** سخت، **C** متوسط، **D** ساده

بعد از اون، آخر هر فصل، یه نمونه آزمون جامع اومده که کل مباحث فصل رو پوشش میده؛ خیلی خوبه.

علاوه بر اون، برای فراکنکوری‌هایی که علاقه‌ی زیادی به حل تست‌های سنگین دارن یه سری تست آوردیم به اسم «**هایپر تست**» که بزئن صفا کنن!

راستی پاسخنامه‌ی تشریحی این آزمون‌ها توی سایت www.mehromah.ir منتظرن تا بخونیدشون.

تجربه ثابت کرده که خیلی از بچه‌ها، از خوندن درسنامه‌های طولانی که توش پر نکته و تذکر و ... است، لذت نمی‌برن و با این قضیه مشکل دارن. کاری که تو این کتاب برای خلاص کردن کنکورهای انجام دادم اینه که مطالب کلی هر مبحث رو تو درسنامه‌ها آوردم و تا اونجا هم که ممکن بوده، سعی کردم از جدول، نمودار و شکل استفاده کنم تا مطالعه‌اش راحت‌تر باشه. نکات جزئی‌تر هم تو تست‌ها آورده شده، تا فهم و یادگیری اونها آسون‌تر و موندگاریش هم بیش‌تر باشه!

انواع روش‌های ممکن دور زدن یک تست رو تو به قالبی به اسم «**حل با کربته**» مطرح کردم. تازه انواع تله‌های تستی که خیلی از کنکورهای رو به دام میندازه، هم تو کتاب با عنوان «**لاک غلط‌گیر**» مطرح شده. بعضی جاها هم چون لازم بوده مجموعه‌ی نکات یک تیپ رو کنار هم ببینی تا راحت‌تر تو ذهنت تفکیک بشن، از قالب «**جمع‌بندی**» استفاده کردم.

تمام این ویژگی‌ها رو تو این کتاب قرار دادم تا هم خیال کنکوری‌ها رو راحت کنم، هم خیال طراحان کنکوری! خیال کنکوری‌ها از این بابت راحت میشه چون بهشون اطمینان میدم که هیچ نکته‌ای خارج از نکته‌های این کتاب تو کنکور مطرح نخواهد شد و همین به منبع برای این درسشون کافیه. (قصد دارم هر سال میزان مطابقت تست‌های کنکور رو با تست‌های این کتاب بررسی کنم و آخر کتاب بذارم.)

در مورد طراحان کنکور هم باید بگم که زحمت این عزیزان رو خیلی کم کردم. چون دیگه انواع تیپ‌ها و سوال‌ها تو این کتاب هست و می‌تونن از این تست‌ها حتی بدون ذکر منبع تو کنکور استفاده کنن!

روش مطالعه‌ی کتاب

برای این که این درس رو با تمام جزئیاتش به‌طور کامل یاد بگیری، پیشنهاد می‌کنم به روش زیر کتاب رو مطالعه کن: در ابتدای هر بحث، درسنامه رو با دقت تمام مطالعه کن، بعد به سراغ تست‌های تالیفی برو، تست‌ها رو دونه به دونه بزن و پاسخ تشریحی اون‌ها رو بخون و نکته‌برداری کن.

پایان تست‌های تالیفی، پایان نکته‌های اون مبحثه، اما کار به اینجا ختم نمیشه. بعد از تست‌های تالیفی، تست‌های کنکور آورده شده. اینجا زمان آزمایش و مرور اطلاعات شما تو همون مبحثه. سعی کن این تست‌ها رو تو زمان مشخص (هر تست یک دقیقه و ۳۰ ثانیه) بزنی که سرعت تست زنی خودت رو هم تقویت کنی.

بعد از انجام تمام این فعالیت‌ها برای تمام مبحث‌ها، آخر فصل به یه آزمون جامع برخورد می‌کنی که از تمام مباحث فصل، توش سوال هست. این آزمون رو هم تو زمان بزن و آخر سر هم سوال‌هایی که غلط زدی یا اصلاً نزدی رو بررسی کن، ببین از چه مبحث‌هایی بودن. اگه وقت داشتی نکات و تست‌های تالیفی اون مبحث‌ها رو دوباره مرور کن.

سخن پایانی و چند تشکر

در آخر امیدوارم با این کتاب قدم بسیار محکم و بلندی برای موفقیت تو کنکور برداری و موفقیت تو کنکور هم آغازی باشه برای رسیدن به تمام اون چیزایی که دوست داری بهشون برسی. فقط جان من اگه به امید خدا به تمام این موفقیت‌ها دست پیدا کردی یادت نره من و تمام دوستانم تو انتشارات مهر و ماه رو دعا کنی.














گفتم دوستانم، تا فرصت هست از همه‌ی کسانی که تلاش زیادی کردن که دست نوشته‌هام تبدیل به کتاب بشه تشکر کنم: جناب آقای احمد اختیاری که تا اونجا که ممکن بود فرصت در اختیارم گذاشتند تا کتاب از هر لحاظ غنی و مطلوب بشه. سرکار خانم سمیه طاهرخانی که صفحه‌آرایی و غلط‌گیری نهایی کتاب رو بر عهده داشتن و این کتاب ثمره‌ی توانایی‌ها، تعهد و تلاش‌های ۴ ماهه‌ی ایشونه.

سرکار خانم فاطمه آجرلو که تایپ و ویرایش‌های اولیه‌ی ۹ فصل اول رو بر عهده داشتن و به جاست از صبر ایشون در زمینه‌ی اعمال غلط‌ها و ویرایش‌های بسیار شلوغم تشکر کنم.

جناب آقای علیرضا پورخمسه که بسیاری از شکل‌های کتاب به خصوص در فصل‌های ۱۰ و ۱۱ مدیون تلاش‌های ایشونه. جناب آقای محسن فرهادی که کار طراحی خلافتانه ضمیمه‌ی کتاب، طرح روی جلد و لوگوهای زیبای هر فصل رو بر عهده داشتن. جناب آقایان حسین حاجیلو، هانی احمدزاده، حمیدرضا عارف‌پور و سرکار خانم سحر چیت‌سازان که در زمینه‌ی ویرایش بخش‌هایی از کتاب به بنده بسیار کمک کردند.

و در پایان هم قدردان زحمات تمام عزیزانی که در کارهای اجرایی منو مورد لطف خودشون قرار دادن هم هستم.

فهرست

۲۹۱	یادآوری مفاهیم پایه فصل هفتم		۷	آمار و مدل سازی فصل اول	
۳۰۵	دنباله فصل هشتم		۴۱	دنباله های حسابی و هندسی فصل نهم	
۳۴۵	حد و پیوستگی فصل نهم		۶۷	توابع نمایی و لگاریتم فصل سوم	
۴۴۳	مشتق و کاربردها فصل نهم		۹۳	محاسبات جبری، حل معادله و نامعادله فصل چهارم	
۶۰۷	انتگرال فصل یازدهم		۱۵۷	توابع فصل پنجم	
۶۶۳	آزمون های جامع فصل شانزدهم		۲۱۳	مثلثات فصل ششم	
۶۷۷	پیوستها فصل هجدهم				



چپ ۱. کدام یک از عبارت های زیر صحیح نیست؟

- (۱) اطلاعات کمی قابل تفسیر نیستند.
- (۲) اولین قدم برای رسیدن به اطلاعات عددی مدل سازی است.
- (۳) بیان مسأله به زبان ریاضی را مدل سازی می گویند.
- (۴) هر چه مدل ساده تر و ابتدایی تر باشد با ارزش تر است.
۲. کدام یک از گزینه های زیر در مورد خطای اندازه گیری نادرست است؟
- (۱) خطای اندازه گیری، تفاضل مقدار واقعی و مقدار اندازه گیری شده است.
- (۲) لزوماً از واحد اندازه گیری کم تر است.
- (۳) می تواند منفی، مثبت یا صفر باشد.
- (۴) واحد آن می تواند واحد اندازه گیری نباشد.

(آمار و مدل سازی - مشابه تمرین کتاب درسی)

۳. مدت اعتبار کدام یک از مدل های زیر از بقیه کم تر است؟
- (۱) مدل دمای هوا
- (۲) مدل طول یک میز
- (۳) مدل وزن یک ظرف
- (۴) مدل حجم یک ظرف
۴. مدل وزن مردی به صورت $p = 62/5 + E$ کیلوگرم گزارش شده است. واحد اندازه گیری و حدود تغییرات خطای اندازه گیری کدام است؟ ($E \neq 0$)

(آمار و مدل سازی - مشابه مثال کتاب درسی)

- (۱) ۱ کیلو- ($|E| < 1$)
- (۲) ۰/۵ کیلو- ($|E| < 0/5$)
- (۳) ۱ کیلو- ($|E| < 1$)
- (۴) ۰/۵ کیلو- ($|E| < 0/5$)
۵. مدل قطر مربعی به صورت $a = 2 + E$ است. اگر مدل مساحت این مربع $S = m + nE$ باشد، دوتایی (m, n) کدام است؟
- (۱) (۲, ۲)
- (۲) (۴, ۲)
- (۳) (۲, ۴)
- (۴) (۴, ۴)
۶. اگر مدل شعاع یک دایره به صورت $r = 2 + E$ باشد، خطای اندازه گیری چه قدر باشد تا مدل مساحت به صورت $S = 4\pi + E_1$ باشد؟ ($E \neq 0$)
- (۱) $|E| < \frac{1}{4}$
- (۲) $|E| < \frac{1}{4\pi}$
- (۳) $|E| < \frac{1}{\pi}$
- (۴) $|E| < 1$
۷. اگر طول مولد یک مخروط برابر ۱۰ و شعاع دهانه ی مخروط برابر ۶ باشد، مدل حجم مخروط، چند برابر π است؟ (E_1 و E_2 به ترتیب خطای محاسبه ی شعاع و ارتفاع مخروط است.)
- (۱) $288 + 96E_1 + 36E_2$
- (۲) $288 + 36E_1 + 96E_2$
- (۳) $96 + 32E_1 + 12E_2$
- (۴) $96 + 12E_1 + 32E_2$

چپ ۸. کدام یک از گزینه های زیر صحیح نیست؟

- (۱) مجموعه ای از افراد یا اشیاء که درباره ی اعضای آن، موضوعی را مطالعه می کنیم نمونه است.
- (۲) اگر تمام افراد جامعه را مورد مطالعه قرار دهیم، سرشماری کرده ایم.
- (۳) تعداد اعضای جامعه را اندازه ی جامعه می گوئیم.
- (۴) بعضی از جامعه های آماری، خود زیرمجموعه ای از جامعه های آماری دیگر هستند.
۹. کدام یک از گزینه های زیر از مشکلات سرشماری به حساب نمی آید؟
- (۱) از بین رفتن جامعه در برخی مطالعات
- (۲) در دسترس نبودن تمام اعضای جامعه
- (۳) حجم زیاد اطلاعات جمع آوری شده
- (۴) گران تمام شدن بررسی تمام اعضای جامعه
۱۰. کدام یک از موارد زیر از روش های جمع آوری داده ها نیست؟
- (۱) مشاهده یا ثبت وقایع
- (۲) انجام آزمایش
- (۳) انتخاب نمونه
- (۴) استفاده از داده های از پیش تهیه شده

۱۱. کدام یک از گزینه های زیر صحیح است؟

- (۱) سرشماری مهم ترین بخش آمار است.
- (۲) اندازه ی جامعه در انتخاب نمونه بی تأثیر است.
- (۳) اعضای نمونه باید طبق یک قوانین خاصی انتخاب شوند.
- (۴) نمونه باید به اندازه ی کافی بزرگ باشد تا نمایانگر خصوصیت جامعه باشد.

چپ ۱۲. دانش آموزان یک کلاس از ۲۶ تا ۴۰ شماره بندی شده اند. برای انتخاب تصادفی یکی از این دانش آموزان از ماشین حساب استفاده شده است. اگر ماشین حساب عدد ۰/۴۸۱ را نشان دهد، دانش آموز با کدام شماره انتخاب می شود؟

- (۱) ۳۳
- (۲) ۳۴
- (۳) ۳۵
- (۴) ۳۶

چپ ۱۳. کدام یک از موارد زیر، متغیر تصادفی نیست؟

- (۱) گروه خونی دانش آموزان یک مدرسه
- (۲) قد دانش آموزان یک کلاس
- (۳) تعداد خانه های یک صفحه ی شطرنج
- (۴) تعداد ساعات کار یک کارمند

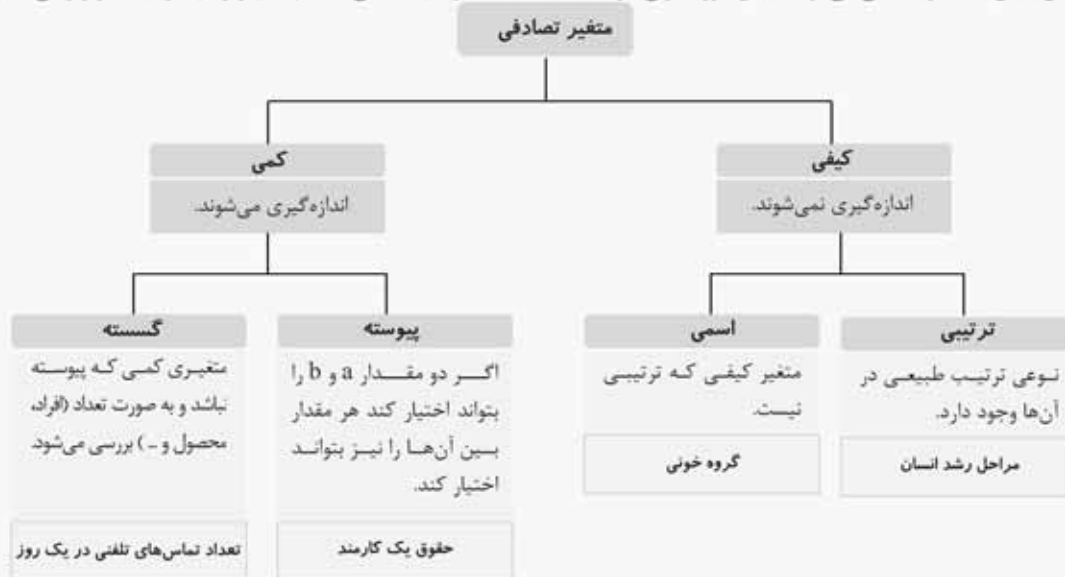


جامعه، نمونه و متغیرهای تصادفی

در شانسی ۱

در این بخش در مورد نحوه‌ی مطالعه‌ی یک جامعه، روی یک موضوع یا موضوعات متعدد بحث می‌کنیم. هم‌چنین به مفهوم نمونه (که بخشی از یک جامعه است) و شرایطی که باید داشته باشد تا بتواند نماینده‌ی آن جامعه باشد، می‌پردازیم.

متغیرهای تصادفی: موضوع‌های مورد مطالعه، متغیرهایی هستند که در همه‌ی افراد یا اشیاء ثابت نیست (به چیز ثابت رو که آدم بحث آماری نمی‌کنه!) به‌خاطر همین به آن‌ها متغیر تصادفی می‌گویند (مثل گروه خونی افراد یک جامعه). متغیرهای تصادفی تقسیم‌بندی ویژه‌ای دارند که در زیر می‌بینید:



صفر شود، بنابراین این خطا می‌تواند مثبت یا منفی باشد (رد گزینه‌ی «۳»). یعنی:

دقت کنید منظور از ۱ همان واحد اندازه‌گیری است. واحد خطا هم می‌تواند واحد اندازه‌گیری نباشد. مثلاً فرض کنید وزن یک فرد، ۶۰ کیلوگرم اندازه‌گیری شده باشد. در این صورت خطا می‌تواند ۰/۲ کیلوگرم یا ۲۰۰ گرم باشد.

در پایان بگم که حالا که همیشه در اندازه‌گیری‌ها به مقدار واقعی رسید پس با یک مدل اندازه‌گیری مواجه هستیم که به‌صورت:

$$E + \text{مقدار اندازه‌گیری شده} = \text{مقدار واقعی}$$

است. مثلاً طول یک خط‌کش $L = 20 + E$ است.

۳. گزینه‌ی «۱» (مدت انتظار یک مدل)

هر مدلی که تغییرات بیش‌تری در واحد زمان داشته باشد اعتبارش کم‌تر است. مدل دمای هوا تغییرات زیادی در واحد زمان دارد، پس اعتبار کم‌تری نسبت به بقیه‌ی مدل‌ها دارد.

۴. گزینه‌ی «۴» (ابطالی مدل و خطای اندازه‌گیری)

ببینید عدد ۶۲/۵ در مدل $p = 62/5 + E$ یعنی تا ۶۲/۵ کیلوگرم با دقت اندازه‌گیری شده است. در نتیجه اندازه‌گیری با دقت ۰/۵ کیلوگرم هم قابل انجام است در نتیجه واحد اندازه‌گیری ۰/۵ کیلو است. خوب وقتی واحد اندازه‌گیری ۰/۵ است و قدرمطلق خطای اندازه‌گیری همواره از واحد اندازه‌گیری کم‌تر است، بنابراین:

۱. گزینه‌ی «۲» (مفاهیم اولیه‌ی آمار و مدل‌سازی)

در جمع‌آوری و ثبت اطلاعات، معمولاً بهتر است اطلاعات خود را به‌صورت اعداد و ارقام بیان کنیم، چون اطلاعات کمی برای همه یک معنای واحد دارد و هر کسی نمی‌تواند برداشت شخصی از اطلاعات داشته باشد. به‌همین دلیل، اطلاعات کمی قابل تفسیر نیستند. حالا برای این‌که به این اطلاعات عددی دست پیدا کنیم باید اندازه‌گیری انجام دهیم. یعنی اولین قدم در رسیدن به اطلاعات عددی اندازه‌گیری است. (پس گزینه‌ی «۲» غلط است.)

اگر بتوانیم با مفاهیم ریاضی و یا آمار، پدیده‌ها را توضیح دهیم یک مدل‌سازی ریاضی و یا آماری کرده‌ایم. بنابراین، بیان مسئله به زبان ریاضی را مدل‌سازی ریاضی می‌گوییم. هر چه قدر مفاهیم ریاضی به‌کار برده شده، ساده‌تر و ابتدایی‌تر و نتیجه‌ی کار به پدیده‌ی مورد نظر نزدیک‌تر باشد، مدل‌سازی با ارزش‌تر است.

۲. گزینه‌ی «۳» (خطای اندازه‌گیری)

خطای اندازه‌گیری (E)، همان تفاضل مقدار واقعی و مقدار اندازه‌گیری شده است.

مقدار اندازه‌گیری شده - مقدار واقعی = E

این خطا لزوماً از واحد اندازه‌گیری کم‌تر است، اما دقت وسایل اندازه‌گیری هیچ‌گاه به اندازه‌ای نخواهد شد که خطای اندازه‌گیری برابر

بانك سوالات



حسابان: صفحه‌ی ۱۴۰ و ۱۴۲

همسایگی

۱

۱. کدام گزینه یک همسایگی عدد یک است؟
 (۱) $(0, 1)$ (۲) $(-1, 2) \cup (0, 1)$ (۳) $(-1, 2)$ (۴) $(1, 2)$
۲. اگر بازه‌ی $(-1, 2)$ را به صورت بازه‌ی متقارن $(a - \delta, a + \delta)$ نمایش دهیم، δ کدام است؟
 (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) ۱ (۴) ۲
۳. مجموعه‌ی جواب کدام یک از نامعادلات زیر، نشان‌دهنده‌ی همسایگی عدد (-1) است که در آن $\delta = 2$ است؟
 (۱) $|x + 1| < 2$ (۲) $|x - 1| < 2$ (۳) $|x + 2| < 1$ (۴) $|x - 2| < 1$
۴. مجموعه‌ی جواب نامعادله‌ی $|x + 2| < 1$ یک است که در آن a و δ به ترتیب و است.
 (۱) همسایگی محذوف -2 و 1 (۲) همسایگی محذوف -2 و 1 (۳) همسایگی -2 و 1 (۴) همسایگی -2 و 1
۵. دامنه‌ی تعریف تابع $f(x) = \frac{1}{x\sqrt{1-x^2}}$ ، یک عدد است.
 (۱) همسایگی - صفر (۲) همسایگی محذوف - صفر (۳) همسایگی - یک (۴) همسایگی محذوف - یک
۶. اگر فاصله‌ی $(m + 2n, k) \cup (m, 2m - n)$ یک همسایگی محذوف عدد δ باشد، k کدام است؟ ($k > m$)
 (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۸
۷. مجموعه‌ی جواب معادله‌ی $\frac{|\sin x|}{x} = 0$ در بازه‌ی $(-\pi, \pi)$
 (۱) یک همسایگی صفر و به شعاع $\frac{\pi}{4}$ است. (۲) یک همسایگی محذوف صفر و به شعاع $\frac{\pi}{4}$ است.
 (۳) یک همسایگی $\frac{\pi}{4}$ و به شعاع $\frac{\pi}{4}$ است. (۴) یک همسایگی محذوف $\frac{\pi}{4}$ و به شعاع $\frac{\pi}{4}$ است.
۸. اگر مجموعه‌ی جواب نامعادله‌ی $x^2 - 4x - 5 < 0$ تنها یک همسایگی چپ نقطه‌ی k باشد، k کدام است؟
 (۱) -1 (۲) ۱ (۳) ۴ (۴) ۵
۹. کدام گزینه در مورد تابع $f(x) = \frac{\sqrt{9-x^2}}{x-|x|}$ صحیح است؟
 (۱) در همسایگی $x=1$ تعریف شده است. (۲) در همسایگی راست $x=3$ تعریف می‌شود.
 (۳) در همسایگی محذوف $x=2$ تعریف شده است. (۴) در همسایگی چپ $x=-3$ تعریف می‌شود.
۱۰. یک همسایگی به مرکز a و شعاع بیش‌ترین مقدار ممکن، زیر مجموعه‌ی $\{x: |\frac{x-3}{2x-1}| > 1\}$ است، a کدام است؟ (سراسری ریاضی خارج از کشور ۸۹)
 (۱) $-\frac{3}{4}$ (۲) $-\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{11}{6}$
۱۱. در همسایگی محذوف به صورت $\{3\} - (3a - 7, a + 5)$ ، شعاع همسایگی کدام است؟ (سراسری ریاضی ۸۹)
 (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴
۱۲. اگر اجتماع دو همسایگی باز متقارن یک عدد، یک همسایگی باز آن عدد شده باشد، آن‌گاه:
 (۱) اشتراک دو همسایگی تهی است. (۲) اشتراک دو همسایگی، برابر یکی از آن‌ها است.
 (۳) دو همسایگی برابرنند. (۴) یکی از دو همسایگی تهی است.

(همسایان، تمرین کتاب)

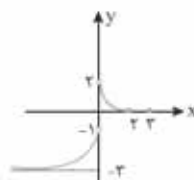
(سراسری ریاضی ۸۹)

(سراسری ریاضی ۷۵)

دیفرانسیل: صفحه‌ی ۸۱ و ۸۲

حدود یکطرفه و تعیین حد از روی نمودار

۲



۱۳. اگر نمودار تابع f به صورت روبه‌رو باشد، حاصل کدام یک از حدهای زیر صحیح نیست؟
 (۱) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -1$ (۲) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 2$
 (۳) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 0$ (۴) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 0$



Hyper Test

هایپر تست

۱. معادله‌ی $\sin x + \cos x = \frac{4}{\pi}$ در کدام یک از بازه‌های زیر جواب دارد؟

- (۱) $(-\frac{\pi}{\lambda}, 0)$ (۲) $(0, \frac{\pi}{\lambda})$ (۳) $(\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{\lambda})$ (۴) $(\frac{3\pi}{\lambda}, \frac{\pi}{2})$

۲. حاصل $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{1-x | \frac{2x}{x^2+1} |}{|x+1|}$ کدام است؟

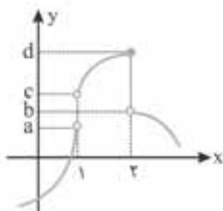
- (۱) وجود ندارد (۲) $-\infty$ (۳) $+\infty$ (۴) -1

۳. تابع $f(x) = \begin{cases} |x - [x]| & , x \text{ زوج} \\ |x - [x+1]| & , x \text{ فرد} \end{cases}$ در چند نقطه به طول صحیح پیوسته است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) بی شمار

۴. با توجه به نمودار f ، اگر دنباله‌ی $\{f(\sqrt{n^2 + 2n} - n)\}$ همگرا به ۲ باشد، کدام یک از عرض‌های زیر برابر ۲ است؟

- (۱) a
(۲) b
(۳) c
(۴) d



۵. حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + \cos(\pi \cos x)}{2x^4 - x^5}$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{\pi^2}{\lambda}$ (۲) $\frac{\pi^2}{\lambda}$ (۳) $-\frac{\pi^2}{16}$ (۴) $\frac{\pi^2}{16}$

۶. تابع $y = \frac{1}{|x|-1}$ چند مجانب دارد؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۲ (۴) ۵

۷. تابع $f(x) = \frac{|x^2| - x^2}{x^2 - 4x}$ در چند نقطه حد دارد، در حالی که آن نقطه (نقاط) عضو فاصله‌ی پیوستگی تابع نیست؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۳ (۴) بی شمار

۸. اگر $f(x) = \begin{cases} x^2 & , x \in Q \\ 2-x & , x \notin Q \end{cases}$ آن گاه تابع $f \circ f$ در چند نقطه پیوسته است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۹. توابع $f(x) = \begin{cases} 0 & , x \in Q \\ 1 & , x \notin Q \end{cases}$ و $g(x) = x^5 - x - \sin x$ مفروضند. تابع $f \cdot g$ در چند نقطه پیوسته است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۰. تابع $f(x) = |x^2 - 2x|$ در بازه‌ی $(0, k)$ تنها یک نقطه‌ی ناپیوستگی دارد. بیش‌ترین مقدار k کدام است؟

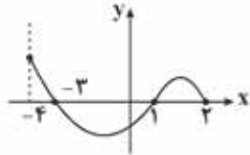
- (۱) $1 + \sqrt{2}$ (۲) $1 + \sqrt{3}$ (۳) ۲ (۴) $\sqrt{5}$



۱. به ازای کدام مجموعه مقادیر a ، نمودار تابع $f(x) = (a-3)x^2 + ax - 1$ ، از ناحیه اول محورهای مختصات نمی‌گذرد؟

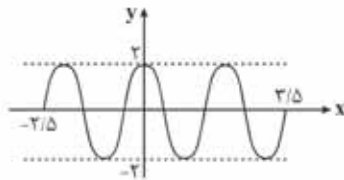
- (۱) $a \leq 2$ (۲) $-a \leq 2$ (۳) $2 < a < 3$ (۴) $0 < a < 3$

۲. شکل روبه‌رو نمودار تابع $y = f(x)$ است. دامنه‌ی تابع $\sqrt{xf(x)}$ ، کدام است؟



- (۱) $[0, 2]$
(۲) $[-3, 2]$
(۳) $[-4, -3] \cup [1, 2]$
(۴) $[-3, 0] \cup [1, 2]$

۳. شکل روبه‌رو، قسمتی از نمودار تابع $y = a \sin \pi(\frac{1}{T} + bx)$ است. a, b کدام است؟



- (۱) ۲
(۲) ۲/۵
(۳) ۳
(۴) ۳/۵

۴. اگر α و β ریشه‌های معادله $2x^2 - 3x - 4 = 0$ باشند، مجموعه جواب‌های کدام معادله، به صورت $\{\frac{1}{\alpha} + 1, \frac{1}{\beta} + 1\}$ است؟

- (۱) $4x^2 - 5x + 1 = 0$ (۲) $4x^2 - 3x + 1 = 0$ (۳) $4x^2 - 5x - 1 = 0$ (۴) $4x^2 - 3x - 1 = 0$
۵. مجموعه جواب نامعادله $(x-4)|x| < 2x - 5$ ، به کدام صورت است؟
(۱) $(1, 5)$ (۲) $(1 - \sqrt{6}, 1 + \sqrt{6})$ (۳) $(1, 5) \cup (1 + \sqrt{6}, +\infty)$ (۴) $(-\infty, 1 - \sqrt{6}) \cup (1, 5)$

۶. اگر $f(x) = 2x + 3$ و $g(f(x)) = 8x^2 + 22x + 20$ باشند، ضابطه‌ی تابع $f \circ g$ کدام است؟

- (۱) $2x^2 - 7x + 3$ (۲) $2x^2 - 3x + 7$ (۳) $4x^2 - 2x + 13$ (۴) $4x^2 - 4x + 11$

۷. تابع $f(x) = x^2 + 2x + 1$ با دامنه‌ی $(-1, +\infty)$ مفروض است. نمودارهای دو تابع f و f^{-1} در چند نقطه متقاطع هستند؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) غیرمتقاطع

۸. جواب کلی معادله مثلثاتی $2\sqrt{2} \sin x \cos x = \sin x + \cos x$ ، کدام است؟

- (۱) $k\pi + \frac{\pi}{4}$ (۲) $\frac{2k\pi}{3} - \frac{\pi}{4}$ (۳) $\frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{4}$ (۴) $2k\pi \pm \frac{\pi}{4}$

۹. حاصل عبارت $\tan^{-1} \sqrt{x^2 + x} + \sin^{-1}(x^2 + x + 1)$ ، کدام است؟

- (۱) $\frac{\pi}{4}$ (۲) $\frac{\pi}{2}$ (۳) $\frac{3\pi}{4}$ (۴) π

۱۰. اگر $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sqrt{\cos x} - \sqrt{\sin x}}{\cos(x + \frac{\pi}{4})} = 2^a$ باشد، آنگاه a کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{2}$ (۲) $-\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{1}{2}$

۱۱. اگر $f(x) = (x^2 - x - 2)\sqrt{x^2 - 7x}$ باشد، حاصل $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(-1+h) - f(-1)}{h}$ کدام است؟

- (۱) -۶ (۲) -۳ (۳) $-\frac{3}{2}$ (۴) $-\frac{3}{4}$

۱۲. اگر $f(x) = \text{Max}\{|2x|, |x+1|\}$ ، آنگاه می‌نیمم تابع $f(x)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{4}{3}$ (۴) ۲



پاسخ نامه تشریحی

با توجه به رابطه‌ی مربوط به دوره‌ی تناوب تابع کینوس داریم:

$$\frac{2\pi}{|b\pi|} = 2 \Rightarrow |b| = 1 \Rightarrow b = \pm 1$$

که با توجه به گزینه‌ها $b = 1$ و در نتیجه $ab = 2$ است.

گزینه «۳»

به کمک رابطه‌ی بین ریشه‌ها داریم:

$$2x^2 - 2x - 4 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \alpha + \beta = -\frac{b}{a} = \frac{2}{2} \\ \alpha\beta = \frac{c}{a} = -2 \end{cases} \quad (1)$$

حال اگر ریشه‌های معادله‌ی مورد نظر را با x_1 و x_2 نشان دهیم، طبق فرض سؤال داریم:

$$\begin{cases} x_1 = \frac{1}{\alpha} + 1 \\ x_2 = \frac{1}{\beta} + 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} S = x_1 + x_2 = \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} + 2 = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} + 2 \\ P = x_1 x_2 = \frac{1}{\alpha\beta} + \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} + 1 = \frac{1}{\alpha\beta} + \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} + 1 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{با توجه به (1)}} \begin{cases} S = x_1 + x_2 = \frac{2}{-2} + 2 = \frac{-2}{-2} + 2 = \frac{5}{2} \\ P = x_1 x_2 = \frac{1}{-2} + \frac{2}{-2} + 1 = \frac{-1}{2} - \frac{2}{2} + 1 = \frac{-1}{2} \end{cases}$$

اگر معادله‌ی جدید را به صورت $x^2 - Sx + P = 0$ در نظر بگیریم، داریم:

$$x^2 - \frac{5}{2}x - \frac{1}{2} = 0 \xrightarrow{\times 2} 2x^2 - 5x - 1 = 0$$

گزینه «۴»

(راه حل اول): با توجه به ویژگی‌های قدر مطلق، دو حالت را برای حل نامعادله در نظر می‌گیریم:

$$(x-4)|x| < 2x-5$$

حالت اول: $x \geq 0$ باشد که در این حالت $|x| = x$ بوده و داریم:

$$(x-4)(x) < 2x-5 \Rightarrow x^2 - 6x + 5 < 0$$

$$\Rightarrow (x-1)(x-5) < 0 \xrightarrow{\text{جدول تعیین علامت}} 1 < x < 5 \quad (1)$$

حالت دوم: $x < 0$ باشد که در این حالت $|x| = -x$ بوده و داریم:

$$(x-4)(-x) < 2x-5 \Rightarrow x^2 - 2x - 5 > 0$$

$$x^2 - 2x - 5 = 0 \Rightarrow x = 1 \pm \sqrt{6} \xrightarrow{\text{جدول تعیین علامت}}$$

$$\begin{array}{c|c|c|c|c|} 1-\sqrt{6} & 1+\sqrt{6} & & & \\ \hline + & - & + & - & + \end{array} \Rightarrow x > 1+\sqrt{6} \text{ یا } x < 1-\sqrt{6}$$

ولی از آنجایی که با شرط $x < 0$ مسئله را حل کردیم $x > 1+\sqrt{6}$ قابل قبول نمی‌باشد و داریم:

$$x < 1-\sqrt{6} \quad (2)$$

بنابراین جواب مسئله برابر است با:

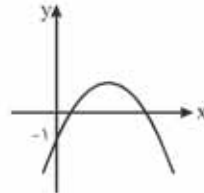
$$(1) \cup (2) = (-\infty, 1-\sqrt{6}) \cup (1, 5)$$

گزینه «۱»

می‌دانیم اگر ضریب x^2 بزرگ‌تر یا مساوی صفر باشد نمودار تابع درجه‌ی دوم حتماً از ناحیه‌ی اول می‌گذرد. پس حتماً باید:

$$a-3 < 0 \Rightarrow a < 3$$

حال با توجه به شرط $a < 3$ (*) تابع ماکزیمم‌دار می‌شود (مقادیری از a را می‌یابیم به طوری که منحنی از ناحیه‌ی اول بگذرد، یعنی شکل مقابل را داشته باشیم. با توجه به شکل:



$$\Delta > 0 \Rightarrow a^2 - 4(a-3)(-1) > 0 \Rightarrow a^2 + 4a - 12 > 0$$

$$\Rightarrow (a-2)(a+6) > 0 \Rightarrow a < -6 \text{ یا } a > 2 \quad (1)$$

$$P > 0 \Rightarrow \frac{-1}{a-3} > 0 \Rightarrow a < 3 \quad (2)$$

$$S > 0 \Rightarrow \frac{-a}{a-3} > 0 \Rightarrow 0 < a < 3 \quad (3)$$

از اشتراک (۱)، (۲) و (۳)، اگر $2 < a < 3$ نمودار حتماً از ناحیه‌ی اول می‌گذرد. پس این مجموعه‌ی جواب را از شرط $a < 3$ کم می‌کنیم و مجموعه‌ی مقادیر مورد نظر را می‌یابیم. بنابراین $a \leq 2$ می‌باشد.

گزینه «۴»

با توجه به دامنه‌ی توابع رادیکالی با فرجه‌ی زوج داریم: $xf(x) \geq 0$. حال باید این نامعادله را تعیین علامت کنیم. از روی نمودار مشخص است که $f(x)$ در $x = -3$ ، $x = 1$ و $x = 2$ صفر شده است و بین -3 و 1 زیر محور x ها و خارج از -3 و 1 بالای محور x ها قرار دارد، پس جدول زیر را داریم:

	-4	-3	0	1	2
x	-	-	0	+	+
f(x)	+	0	-	-	0
xf(x)	-	0	+	0	+

$$\Rightarrow x \in [-3, 0] \cup [1, 2]$$

گزینه «۱»

ابتدا ضابطه‌ی تابع را ساده می‌کنیم:

$$y = a \sin\left(\frac{\pi}{4} + b\pi x\right) = a \cos(b\pi x)$$

با توجه به نمودار، ماکزیمم تابع برابر ۲ است. از آنجاکه در تابع $y = a \cos bx$ ماکزیمم برابر $|a|$ است داریم:

$$|a| = 2 \Rightarrow a = \pm 2$$

با توجه به اینکه نمودار داده شده شبیه نمودار $y = \cos x$ است،

$a = 2$ قابل قبول است.

هم‌چنین نمودار تابع داده‌شده در بازه‌ی $[-2/5, 3/5]$ سه بار تکرار شده است بنابراین:

$$2T = (3/5 - (-2/5)) \Rightarrow 2T = 6 \Rightarrow T = 3$$



پیوست

بعد از مطالعه تمام فصل ها و با نزدیک شدن به کنکور، باید شروع به جمع بندی تمام مطالب کنید که تا حالا یاد گرفته اید. تا این حسیه می ۱۶ صفحه ای که تهیه شده، سعی شده که نکات مهمی که داخل هر فصل مطالعه کردید آورده شود. از طرفی چند تا ماریه هم انجام شده که عبارتند از:

۱. تمام فرمول های مشتقاتی که برای کنکور تون لازمه آورده شده.

۲. نحوه ی محاسبه ی نسبت های مشتقاتی که مکان ها معلوم آموزش داده شده.

۳. نمودارهای حجم کتاب درسی که حتما باید حریق ی رسم اون ها رو بلد باشین رسم شده.

۴. حریق ی رسم انواع نمودارهای برآنی و قدر حقیقی در رسم نمودار با کمک انتقال بر رسم شده.

آمار ۹ مدل سازی

شاخص های پراکندگی

دامنه تغییرات: R

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^n \frac{x_i^2}{n} - \bar{x}^2$$

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^n \frac{f_i(x_i - \bar{x})^2}{n}$$

دستبندی پیوسته:

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^n f_i(x_i - \bar{x})^2$$

دستبندی گسسته:

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^n \frac{f_i(x_i - \bar{x})^2}{n}$$

روش عمومی:

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^n \frac{f_i(x_i - \bar{x})^2}{n}$$

محاسبه واریانس: (واحد آن مربع واحد داده‌است)

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}}$$

ضریب تغییرات: (بدون واحد است)

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}}$$

اگر هر یک از شاخص های پراکندگی صفر باشند، داده‌ها بهم بریزند.

اگر داده‌ها در a ضرب شوند، دامنه تغییرات و انحراف معیار $|a|$ برابر و واریانس a^2 برابر می‌شوند و ضریب تغییرات بدون تغییر باقی می‌ماند. اگر داده‌ها با a جمع شوند، تنها ضریب تغییرات تغییر می‌کند و سایر شاخص های پراکندگی تغییر نمی‌کنند.

شاخص های مرکزی

مد داده‌ای که بیشترین فراوانی را دارد.

Q_1 : چارک اول، Q_2 : میانه، Q_3 : چارک سوم

Q_2 : میانه داده‌ای بعد از حذف وسط، میانه نصف دوم داده‌ها

Q_2 : داده وسط، میانگین دو داده وسط

Q_1 : میانه داده‌ای قبل از داده وسط، میانه نصف اول داده‌ها

تعداد داده‌ها فرد: تعداد داده‌ها زوج

محاسبه میانه و چارک‌ها: داده‌ها را به صورت صعودی مرتب و از جدول زیر استفاده می‌کنیم:

در داخل جعبه قرار می‌گیرند بین Q_1 و Q_3 قرار دارند

کوچکترین داده و چارک‌ها استفاده می‌کنیم داده‌هایی که

نمودار جعبه‌ای برای رسم این نمودار از بزرگترین و

واقعی و n تعداد داده‌ها

داده از میانگین حدسی \bar{x} باشد: \bar{x} : میانگین واقعی و n تعداد داده‌ها

میانگین حدسی (\bar{x}): اگر مجموع تفاضل هر

جدول فراوانی نسبی: (فراوانی نسبی) x_i

در دسته است: $\bar{x} = \sum_{i=1}^n \frac{f_i x_i}{f_i}$

در دسته است: $\bar{x} = \sum_{i=1}^n \frac{f_i x_i}{f_i}$

در دسته است: $\bar{x} = \sum_{i=1}^n \frac{f_i x_i}{f_i}$

در دسته است: $\bar{x} = \sum_{i=1}^n \frac{f_i x_i}{f_i}$

در دسته است: $\bar{x} = \sum_{i=1}^n \frac{f_i x_i}{f_i}$

در دسته است: $\bar{x} = \sum_{i=1}^n \frac{f_i x_i}{f_i}$

نمودارها

تغییرهای گسسته و کیفی مناسب است.

نمودار میله‌ای: این نمودار بیشتر برای متغیرهای گسسته و کیفی مناسب است.

نمودار مستطیلی: برای متغیرهای کمی مناسب است. اگر عرض‌ها (طول دسته‌ها) یکسان نباشند، مساحت‌ها با هم مقایسه می‌شوند.

نمودار مستطیلی: برای متغیرهای کمی مناسب است. اگر عرض‌ها (طول دسته‌ها) یکسان نباشند، مساحت‌ها با هم مقایسه می‌شوند.

نمودار مستطیلی: برای متغیرهای کمی مناسب است. اگر عرض‌ها (طول دسته‌ها) یکسان نباشند، مساحت‌ها با هم مقایسه می‌شوند.

نمودار مستطیلی: برای متغیرهای کمی مناسب است. اگر عرض‌ها (طول دسته‌ها) یکسان نباشند، مساحت‌ها با هم مقایسه می‌شوند.

نمودار مستطیلی: برای متغیرهای کمی مناسب است. اگر عرض‌ها (طول دسته‌ها) یکسان نباشند، مساحت‌ها با هم مقایسه می‌شوند.

نمودار مستطیلی: برای متغیرهای کمی مناسب است. اگر عرض‌ها (طول دسته‌ها) یکسان نباشند، مساحت‌ها با هم مقایسه می‌شوند.

نمودار مستطیلی: برای متغیرهای کمی مناسب است. اگر عرض‌ها (طول دسته‌ها) یکسان نباشند، مساحت‌ها با هم مقایسه می‌شوند.

نمودار مستطیلی: برای متغیرهای کمی مناسب است. اگر عرض‌ها (طول دسته‌ها) یکسان نباشند، مساحت‌ها با هم مقایسه می‌شوند.

نمودار مستطیلی: برای متغیرهای کمی مناسب است. اگر عرض‌ها (طول دسته‌ها) یکسان نباشند، مساحت‌ها با هم مقایسه می‌شوند.

نمودار مستطیلی: برای متغیرهای کمی مناسب است. اگر عرض‌ها (طول دسته‌ها) یکسان نباشند، مساحت‌ها با هم مقایسه می‌شوند.

نمودار مستطیلی: برای متغیرهای کمی مناسب است. اگر عرض‌ها (طول دسته‌ها) یکسان نباشند، مساحت‌ها با هم مقایسه می‌شوند.

نمودار مستطیلی: برای متغیرهای کمی مناسب است. اگر عرض‌ها (طول دسته‌ها) یکسان نباشند، مساحت‌ها با هم مقایسه می‌شوند.

نمودار مستطیلی: برای متغیرهای کمی مناسب است. اگر عرض‌ها (طول دسته‌ها) یکسان نباشند، مساحت‌ها با هم مقایسه می‌شوند.

نمودار مستطیلی: برای متغیرهای کمی مناسب است. اگر عرض‌ها (طول دسته‌ها) یکسان نباشند، مساحت‌ها با هم مقایسه می‌شوند.

نمودار مستطیلی: برای متغیرهای کمی مناسب است. اگر عرض‌ها (طول دسته‌ها) یکسان نباشند، مساحت‌ها با هم مقایسه می‌شوند.

نمودار مستطیلی: برای متغیرهای کمی مناسب است. اگر عرض‌ها (طول دسته‌ها) یکسان نباشند، مساحت‌ها با هم مقایسه می‌شوند.

نمودار مستطیلی: برای متغیرهای کمی مناسب است. اگر عرض‌ها (طول دسته‌ها) یکسان نباشند، مساحت‌ها با هم مقایسه می‌شوند.

نمودار مستطیلی: برای متغیرهای کمی مناسب است. اگر عرض‌ها (طول دسته‌ها) یکسان نباشند، مساحت‌ها با هم مقایسه می‌شوند.

دستبندی داده‌ها

کوچکترین داده - بزرگترین داده: R

دامنه تغییرات: R

دامنه تغییرات: R

دامنه تغییرات: R

دامنه تغییرات: R

دامنه تغییرات: R

دامنه تغییرات: R

دامنه تغییرات: R

دامنه تغییرات: R

دامنه تغییرات: R

دامنه تغییرات: R

دامنه تغییرات: R

دامنه تغییرات: R

دامنه تغییرات: R

دامنه تغییرات: R

دامنه تغییرات: R

دامنه تغییرات: R

دامنه تغییرات: R

دامنه تغییرات: R

دامنه تغییرات: R



محاسبات جبری

باقی مانده + خارج قسمت \times مقسوم علیه = مقسوم: رابطه‌ی تقسیم

- ۱ $n \in \mathbb{R}: x^n - a^n = (x-a)(x^{n-1} + x^{n-2}a + \dots + xa^{n-2} + a^{n-1})$
- ۲ $n \in 2k-1: x^n + a^n = (x+a)(x^{n-1} - x^{n-2}a + \dots - xa^{n-2} + a^{n-1})$
- ۳ $n \in 2k: x^n - a^n = (x+a)(x^{n-1} - x^{n-2}a + \dots + xa^{n-2} - a^{n-1})$

تقسیم و
بخش پذیری

بسط
دو جمله‌ای

$$(a+b)^n = \binom{n}{0}a^n + \binom{n}{1}a^{n-1}b + \dots + \binom{n}{n-1}ab^{n-1} + \binom{n}{n}b^n$$

$$\text{جمله‌ی } m(k+1) = \binom{n}{k}a^{n-k}b^k$$

تعداد جملات بسط با کمک جدول زیر قابل محاسبه است:

تعداد جملات	شرط	عبارت	تعداد جملات	شرط	عبارت
۱ + توان بزرگتر	ضرایب متمایز و هم علامت	$(kx+1)^n + (ax+1)^m$	$m+n+2$	l, k, b, a مثبت و $m \neq n$	$(kx \pm ly)^n + (ax \pm by)^m$
تعداد اعداد زوج از صفر تا n	—	$(ax+b)^n + (ax-b)^n$	$n+1$	l, k, b, a مثبت و متمایز	$(kx+ly)^n + (ax+by)^n$
تعداد اعداد فرد از صفر تا n	—	$(ax+b)^n - (ax-b)^n$			$(kx-ly)^n + (ax-by)^n$

$$1 \quad |a| = a \Leftrightarrow a \geq 0$$

$$2 \quad |a| = -a \Leftrightarrow a < 0$$

$$3 \quad |-a| = |a|$$

$$4 \quad a^2 = |a|^2$$

$$5 \quad |ab| = |a||b|$$

$$6 \quad \sqrt{a^2} = |a|$$

$$7 \quad \sqrt[n]{a^{\pm k}} = \sqrt[n]{|a|^k}$$

$$8 \quad |x| = a \xrightarrow{a>0} x = \pm a$$

$$9 \quad |x| = |y| \Rightarrow x = \pm y$$

$$1 \quad a \in \mathbb{R}: |a| \geq 0$$

$$2 \quad |a| > 0 \Rightarrow a \neq 0$$

$$3 \quad |x| < a \xrightarrow{a>0} -a < x < a$$

$$4 \quad |x| > a \xrightarrow{a>0} \begin{cases} x > a \\ \text{یا} \\ x < -a \end{cases}$$

$$5 \quad -|a| \leq a \leq |a|$$

$$6 \quad |a| > a \Rightarrow a < 0$$

$$7 \quad |a \pm b| \leq |a| + |b|$$

$$8 \quad |a-b| \geq ||a| - |b||$$

قوانین قدرمطلق

$$1 \quad x \in \mathbb{R}: [x] \in \mathbb{Z}$$

$$2 \quad k \in \mathbb{Z}: [x+k] = [x] + k$$

$$3 \quad [x] = a \xrightarrow{a \in \mathbb{Z}} a \leq x < a+1$$

$$4 \quad [nx] = [x] + \left[x + \frac{1}{n}\right] + \dots + \left[x + \frac{n-1}{n}\right]$$

$$5 \quad [x] + [-x] = \begin{cases} 0, & x \in \mathbb{Z} \\ -1, & x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$6 \quad [x] \leq a \xrightarrow{a \in \mathbb{Z}} x < a+1$$

$$7 \quad [x] \geq a \xrightarrow{a \in \mathbb{Z}} x \geq a$$

$$8 \quad x-1 < [x] \leq x$$

$$9 \quad [x] \leq x < [x]+1$$

$$10 \quad 0 \leq x - [x] < 1$$

قوانین براکت

Absolute Rules

Bracket Rules

Series

$$\sum_{i=m}^n c = (n - m + 1)c$$

$$\sum_{i=1}^n i = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$\sum_{i=1}^n i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$\sum_{i=1}^n i^2 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$$

$$\sum_{i=1}^n r^{i-1} = \frac{1-r^n}{1-r} \quad (r \neq 1)$$

قاعده‌ی ادغام یا تلسکوپی: سری‌ها به فرم

$$\sum_{n=k}^l (a_{n+1} - a_n)$$

محاسبه‌ی این سری‌ها داریم:

$$\sum_{n=k}^l (a_{n+1} - a_n) = a_{l+1} - a_k$$

Integral

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c$$

$$\int (ax+b)^n dx = \frac{1}{a} \times \frac{(ax+b)^{n+1}}{n+1} + c \quad (n \neq -1)$$

$$\int k f(x) dx = k \int f(x) dx$$

$$\int (f(x) \pm g(x)) dx = \int f(x) dx \pm \int g(x) dx$$

$$\int \sin ax dx = -\frac{1}{a} \cos ax + c$$

$$\int \cos ax dx = \frac{1}{a} \sin ax + c$$

$$\int (1 + \tan^2 ax) dx = \frac{1}{a} \tan ax + c$$

$$\int (1 + \cot^2 ax) dx = -\frac{1}{a} \cot ax + c$$

$$\int \frac{dx}{ax+b} = \frac{1}{a} \ln |ax+b| + c$$

$$\int e^{ax+b} dx = \frac{1}{a} e^{ax+b} + c$$

$$\int \tan ax dx = -\frac{1}{a} \ln |\cos ax| + c$$

$$\int \cot ax dx = \frac{1}{a} \ln |\sin ax| + c$$

ویژگی‌های انتگرال معین

$$\int_a^a f(x) dx = 0$$

$$\int_a^b f(x) dx = -\int_b^a f(x) dx$$

$$\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$$

$$\text{تابع فرد: } \int_{-a}^a f(x) dx = 0$$

$$\text{تابع زوج: } \int_{-a}^a f(x) dx = 2 \int_0^a f(x) dx$$

کران بالا و پایین: اگر M ماکزیمم و m می‌نیمم مطلق f باشد: $m(b-a) \leq \int_a^b f(x) dx \leq M(b-a)$

رابطه‌ی بین حد مجموع و انتگرال معین:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n f\left(\frac{i}{n}\right) = \int_0^1 f(x) dx$$

مقدار متوسط (میانگین) در انتگرال:

$$f(c) = \frac{\int_a^b f(x) dx}{b-a}$$

انتشارات مهرماه

☎ ۰۲۱-۶۶۴۰۸۴۰۰

🌐 www.mehromah.ir

📠 ۳۰۰۰۷۳۱۳۰

مهمترین مواردی که در این کتاب می‌بینید عبارتند از:

- ✓ بیش از ۳۰۰۰ تست از مباحث ریاضی ۲ - آمار و مدل‌سازی - حسابان و دیفرانسیل
- ✓ توجه ویژه به تعاریف، قضایا، تمرین‌ها و مثال‌های کتاب درسی
- ✓ تست‌های بسیار مناسب به همراه چیدمان منظم تست‌ها با رویکردی آموزشی مجرب
- ✓ منبع کاملی از تمام تست‌های ۱۰ سال اخیر کنکورهای سراسری داخل و خارج کشور
- ✓ آزمون جامع در پایان هر فصل جهت خودارزیابی دانش آموزان و آزمون‌های پرست مخصوص دانش‌آموزان علاقمند
- ✓ پاسخ‌های تشریحی بسیار کامل، به همراه بررسی انبوه راه‌حل‌های متکثر پاسخ‌گویی به تست‌ها