

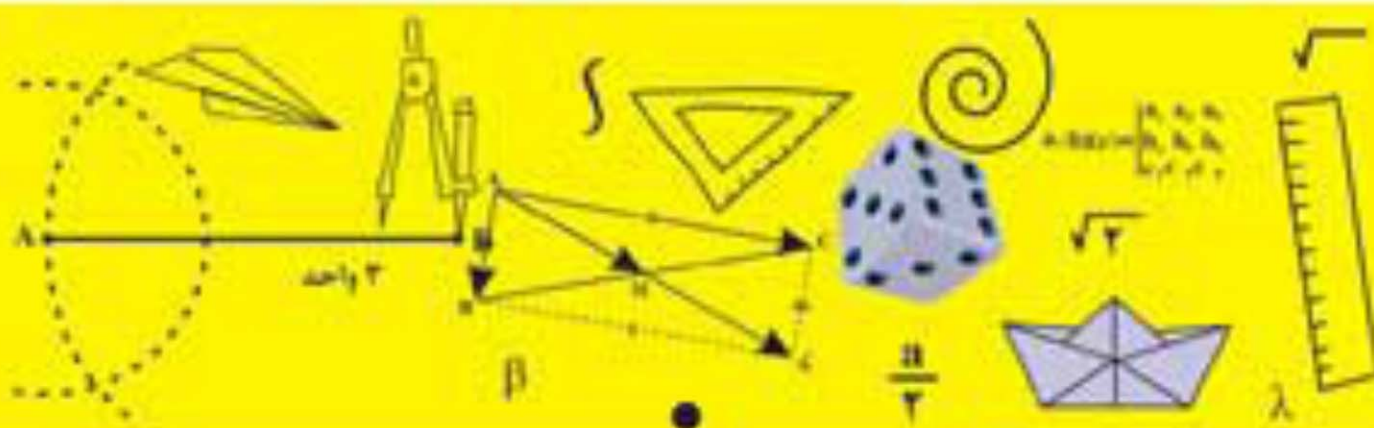


کتابهای کنکور
مهر و ماه

جلد دوم

هندسه و گسسته

هندسه ۱ • هندسه ۲ • هندسه تحلیلی • جبر و احتمال
ریاضیات گسسته • آمار و مدل سازی



رحیم قهرمان



هندسه و گسسته

■ رحیم قهرمان

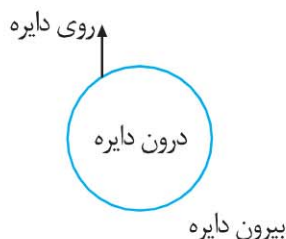
فهرست

۷ ←	۱ هندسه و استدلال
۲۷ ←	۲ مساحت و قضیه‌ی فیثاغورس
۳۸ ←	۳ تشابه
۴۳ ←	۴ شکل‌های فضایی
۵۱ ←	۵ استدلال در هندسه «۲»
۶۲ ←	۶ دایره
۷۲ ←	۷ تبدیل‌ها
۸۱ ←	۸ هندسه در فضا
۸۸ ←	۹ بردارها
۱۰۰ ←	۱۰ معادله‌ی خط
۱۰۴ ←	۱۱ معادله‌ی صفحه
۱۱۳ ←	۱۲ مقاطع مخروطی
۱۴۶ ←	۱۳ ماتریس
۱۷۱ ←	۱۴ مجموعه‌ها، ضرب دکارتی و رابطه
۱۸۴ ←	۱۵ احتمال
۱۹۳ ←	۱۶ گراف
۲۰۱ ←	۱۷ نظریه اعداد
۲۰۹ ←	۱۸ همنهشتی
۲۱۶ ←	۱۹ ترکیبیات
۲۲۰ ←	۲۰ آمار و مدل‌سازی
۲۳۷ ←	ضمیمه (خلاصه‌ی فرمول‌های مهم)



قضیه خم جردن

هر خم ساده‌ی بسته، صفحه را به سه زیر مجموعه‌ی جدا از هم درون، بیرون و روی خم تقسیم می‌کند. مانند دایره که یک خم ساده‌ی بسته است و صفحه را به سه قسمت درون دایره، روی دایره و بیرون دایره تقسیم می‌کند.



چند ضلعی‌ها: چند ضلعی یک خم ساده‌ی بسته است که از اجتماع حداقل سه پاره‌خط تشکیل شده است، به طوری که:

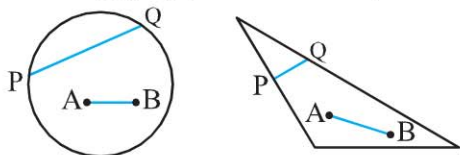
(الف) نقطه‌های انتهایی پاره‌خط‌ها روی یک صفحه باشند.
(ب) هیچ سه نقطه‌ی متوالی از آن پاره‌خط‌ها روی یک خط قرار نگیرند.

تذکر: پاره‌خط‌های مذکور **ضلع** چندضلعی و انتهای آن‌ها **رئوس** چندضلعی نامیده می‌شوند.

هر چندضلعی براساس تعداد اضلاع آن نام‌گذاری می‌شود.

ناحیه: اجتماع یک خم ساده‌ی بسته با درون آن، یک ناحیه نامیده می‌شود.

ناحیه‌ی محدب: یک ناحیه محدب است، هرگاه پاره‌خطی که هر دو نقطه‌ی دلخواه آن را به هم وصل می‌کند، کاملاً درون آن ناحیه قرار گیرد. دایره ناحیه‌ی محدب است. هم‌چنین مثلث هم همواره یک ناحیه‌ی محدب است.



نکته

ناحیه‌ی چندضلعی‌ها (به غیر از ناحیه‌ی مثلث که همواره محدب است) بر دو نوع‌اند. **محدب** (کوژ) و **غیرمحدب** (کاو).
الف) در صورتی که امتداد اضلاع چندضلعی از داخل آن نگذرد، ناحیه‌ی چندضلعی **محدب** (کوژ) است.
ب) چنانچه امتداد لااقل یک ضلع از چندضلعی از داخل آن بگذرد، چندضلعی **غیرمحدب** (کاو) است.
 پاره‌خطی که دو رأس غیرمجاور یک چندضلعی را به هم وصل می‌کند، **قطر چندضلعی** نامیده می‌شود.

تعداد قطرهای n ضلعی: اگر d_n تعداد قطرهای n ضلعی باشد، آن‌گاه داریم:

$$d_n = \frac{n(n-3)}{2} ; (n \geq 3)$$

محاسبه‌ی مجموع اندازه‌های زوایای داخلی یک چند ضلعی محدب

مجموع اندازه‌های زوایای داخلی یک n ضلعی محدب برابر $(n-2) \times 180^\circ$ است.

چند ضلعی‌های منتظم: چند ضلعی محدبی که همه اضلاعش با هم و همه‌ی زوایایش نیز باهم برابر باشند، منتظم نامیده می‌شود.

نکته

برابری اضلاع و هم اندازه بودن زوایای چند ضلعی محدب برای منتظم بودن آن الزامی است.



اندازه‌ی هر زاویه‌ی داخلی و خارجی چند ضلعی منتظم

$$\text{اندازه‌ی هر زاویه‌ی داخلی } n \text{ ضلعی منتظم} = \frac{(n-2) \times 180^\circ}{n} = 180^\circ - \frac{360^\circ}{n}$$

$$\text{اندازه‌ی هر زاویه‌ی خارجی } n \text{ ضلعی منتظم} = \frac{360^\circ}{n}$$

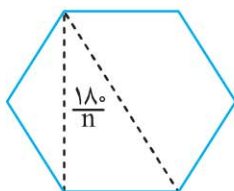
نکته

اندازه‌ی زاویه‌ی بین هر دو قطر متوالی مرسوم از یک رأس در n ضلعی منتظم، برابر $\frac{180^\circ}{n}$ است.

نکات

- ۱ مجموع زوایای خارجی هر n ضلعی محدب برابر است با: 360°
- ۲ از هر رأس یک n ضلعی محدب تعداد $(n-3)$ قطر می‌گذرد که چندضلعی را به $(n-2)$ مثلث تقسیم می‌کند.

$$\text{۳ تعداد قطرهای هر } n \text{ ضلعی محدب برابر است با: } \frac{n(n-3)}{2}$$

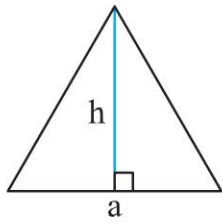


$$\text{۴ در هر } n \text{ ضلعی منتظم زاویه‌ی بین دو قطر متوالی برابر است با: } \frac{180^\circ}{n}$$

- ۵ در n ضلعی منتظم، همواره n محور تقارن وجود دارد و اگر n زوج باشد، مرکز چندضلعی، مرکز تقارن است.

چهار ضلعی‌های خاص (متوازی‌الاضلاع‌دورنق‌مکایت)

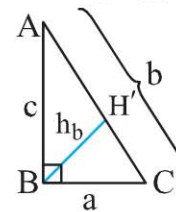
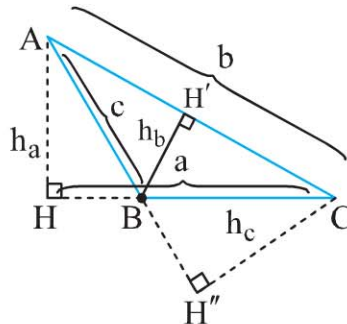
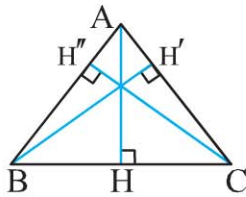
متوازی‌الاضلاع: چهارضلعی که اضلاع روبه‌روی آن دو به دو با هم موازی باشند، متوازی‌الاضلاع نامیده می‌شود.



قضیه ۳: مساحت هر مثلث برابر است با،
نصف حاصل ضرب اندازه‌ی یک ضلع در
اندازه‌ی ارتفاع نظیر آن ضلع. $S = \frac{1}{2} \times a \times h$

نکته

مساحت هر مثلث دلخواه را می‌توان به سه طریق متمایز نوشت، البته برای مثلث قائم‌الزاویه به دو طریق نوشته می‌شود.



$$S_{\Delta(ABC)} = \frac{1}{2} AH \times BC = \frac{1}{2} BH' \times AC = \frac{1}{2} CH'' \times AB$$

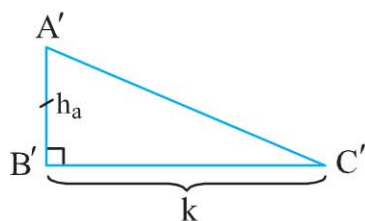
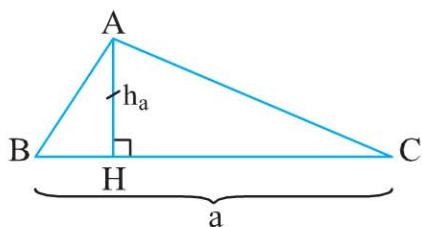
$$S_{\Delta(ABC)} = \frac{ah_a}{2} = \frac{bh_b}{2} = \frac{ch_c}{2}$$

$$\text{در مثلث قائم الزاویه: } S_{\Delta(ABC)} = \frac{a.c}{2} = \frac{b.h_b}{2}$$

قضیه ۴: اگر در دو مثلث، اندازه‌ی ارتفاعی از یکی با
اندازه‌ی ارتفاعی از مثلث دیگر باهم برابر باشند، آن‌گاه نسبت



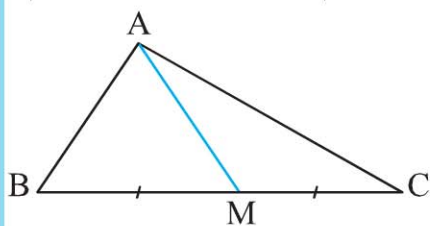
مساحت‌های این دو مثلث برابر نسبت اندازه‌های قاعده‌ی نظیر آن دو ارتفاع است.



$$\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle A'B'C'}} = \frac{a}{k} \rightarrow \begin{matrix} \triangle ABC \\ \text{قاعده‌ی} \end{matrix}$$

نکته

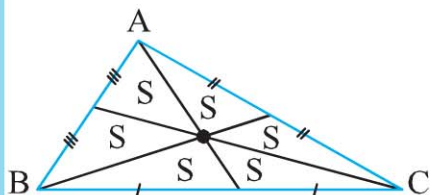
هر میانه‌ی مثلث آن را به دو مثلث هم مساحت تقسیم می‌کند.



$$AM \Rightarrow S_{\triangle AMB} = S_{\triangle AMC}$$

نکته

هر سه میانه‌ی مثلث از یک نقطه می‌گذرند. (مرکز ثقل مثلث) و مثلث را به شش مثلث هم مساحت تقسیم می‌کنند.



لقمه های چاپ شده برای رشته ریاضی



حدود نصف کنکور رشته ریاضی به مباحث هندسه (پایه و تحلیلی) و گسسته مربوط می شود، حالا اگر در یک کتاب جیبی جمع و جور همی تعاریف، قضایا، روابط و نکات این نیمه مهم ریاضیات کنکور همیشه همراهتان باشد چقدر خوب است! خصوصاً اگر کتاب های هندسه ۱، هندسه ۲، هندسه تحلیلی و جبر خطی، جبر و احتمال، ریاضیات گسسته و آمار و مدل سازی به صورت فصل به فصل در آن آمده باشد. خوشحالی شما وقتی کامل می شود که بدانید در یک جلد دیگر نصفی دیگر ریاضیات کنکور یعنی «ریاضیات پایه و دیفرانسیل» را برایتان آورده ایم!



لقمه ۴-۸۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰
پولک ۹۹ ۹۹ ۹۹ ۹۹
www.mehromah.ir



انتشارات مهروماه