



کامل ترین مرجع امتحانات نهایی



ریاضی

هانی احمدزاده، اکرم فضلی



چند سالی است که اثر چند درصدی (!) معدّل در کنکور سراسری و افزایش هر ساله‌ی آن، دانش‌آموزان را به تلاش بیش‌تر جهت کسب معدّل بالاتر واداشته است. شاید همه با این نظر موافق باشند که بهترین راه آماده شدن برای آزمون‌های نهایی، مرور و بررسی همه‌ی سؤالات مطرح‌شده در سال‌های اخیر است. اما متأسفانه در بازار رنگارنگ کتاب هنوز چنین مرجع کامل و دقیقی که بتوان با اطمینان به آن اتکا کرد نیامده است.

بر این اساس مهر و ماه با تلاشی مضاعف، مجموعه‌ی کامل چهارده جلدی **مرجع نهایی** سال سوم را با ویژگی‌های زیر فراهم کرده است:

۱ تمامی سؤالات طرح‌شده در این مجموعه همگی از آزمون‌های نهایی در دهه‌ی اخیر هستند.

بنابراین با داشتن این مجموعه مطمئن باشید تمامی سؤالات طرح‌شده در آزمون‌های نهایی را خواهید داشت.

۲ سؤالات به صورت موضوعی منطبق بر عناوین کتاب درسی یا عناوین آزمون‌ها دسته‌بندی شده‌اند. مثلاً در درس ادبیات و دین و زندگی سؤالات به صورت خط به خط کتاب درسی چیده شده‌اند و در درسی مثل زبان فارسی قالب کتاب همان قالب آزمون است. در درسی مثل عربی یک سری سؤالات درس به درس و یک‌سری (مطابق با آزمون) ترکیبی چیده شده‌اند. در پایان هر کتاب هم چند دوره از امتحانات به صورت کامل همراه با بارم‌بندی آمده است تا با ساختار کلی و چیدمان امتحان آشنا شوید و بتوانید در آموخته‌های خود را بسنجید.

بنابراین برای مرور مطالب در هر درس با روشی متفاوت و اصولی نسبت به بقیه‌ی دروس مواجه می‌شوید که تسلط شما را بر مفاهیم کتاب و آزمون در زمان کم بالا ببرد.

۳ تمامی سؤالات به صورت مختصر و مفید پاسخ داده شده‌اند.

بنابراین فرصت دارید درستی معلومات خود را به بهترین وجه محک بزنید.

۴ این مجموعه صرفاً سؤال و پاسخ نیست در جای جای آن (بسته به ضرورت و نه زیاده‌گویی!) مشاوره‌های تخصصی آن درس آمده است تا خود را در متن کار تنها نبینید. در ابتدای کتاب هم توصیه‌های کلی مشاوره‌ای، نحوه‌ی بارم‌بندی و ... آمده که توصیه می‌کنیم حتماً آن را مطالعه کنید.

پس این مشاوره‌ها را جدی بگیرید و ایده‌های طرح‌شده را عملی کنید تا با آرامش و اطمینان در جلسه اطمینان شرکت کنید.

۵ چون این مجموعه به صورت موضوعی آماده شده است، در ضمن تدریس معلّم در طی سال نیز بسیار کارآمد خواهد بود، البته همان طور که گفته شد برای آمادگی قطعی و آشنایی همه‌جانبه‌ی شما عزیزان، در انتهای کتاب چند آزمون به همراه کلید تصحیح آورده‌ایم.

بنابراین با نحوه‌ی نمره‌دهی و تصحیح اوراق نیز آشنا می‌شوید.

در پایان، امیدوارم این مجموعه‌ی ارزشمند، گامی در جهت کاهش دغدغه‌های آموزشی شما عزیزان باشد.



مقدمه‌ی مؤلف

بعد از آزمون کنکور سراسری، امتحان‌های نهایی بزرگ‌ترین و مهم‌ترین آزمون را برای دانش‌آموزان تشکیل می‌دهند. به خصوص که در سال‌های اخیر درصدی از معدل کتبی آزمون‌های نهایی در نتیجه کنکور سراسری تاثیر داده شده است. به این ترتیب سعی و تلاش دانش‌آموزان در کسب نتیجه هر چه مطلوب‌تر در این آزمون‌هاست. پس از سال‌ها تجربه، بیشتر دبیران و دانش‌آموزان به این نتیجه رسیده‌اند که بررسی و تحلیل سوالات سال‌های گذشته بهترین و مطمئن‌ترین راه برای آمادگی در امتحان‌های نهایی است.

کتابی که پیش روی شماست، به عنوان کامل‌ترین مرجع آمادگی در امتحان نهایی درس ریاضی دارای ویژگی‌های زیر است:

- ۱ شامل تمامی سوالات آزمون‌های نهایی درس ریاضی سال‌های ۸۴ تا ۹۲
- ۲ شامل تمامی تمرینات و مثال‌های متن کتاب درسی که قابلیت مطرح شدن در آزمون نهایی را دارند.
- ۳ طبقه‌بندی موضوعی سوالات در قالب ایستگاه‌های آموزشی، مطابق با طبقه‌بندی کتاب درسی.
- ۴ حل ساده، شیوا، روان و در عین حال کامل سوالات به گونه‌ای که دانش‌آموز با ارائه آن‌ها در آزمون نهایی، نمره‌ای را از دست ندهد.

- ۵ همسو بودن حل سوالات و آموزه‌های این کتاب با نحوه بیان و رویکرد کتاب درسی ریاضی.
 - ۶ در انتهای کتاب چند آزمون سال‌های اخیر را برای آشنایی بیشترتان قرار دادم و عیناً پاسخ‌های طراحان و نحوه‌ی نمرده‌دهی ایشان را آورده‌ام، حتماً آن‌ها را مرور کنید تا با روند آزمون و تصحیح آن آشنا شوید.
- در پایان از جناب آقای نصیری، مدیر پروژه‌ی مجموعه کتاب‌های مرجع نهایی برای همفکری در تهیه این کتاب، جناب آقای احمد اختیاری مدیریت محترم انتشارات مهر و ماه، سرکار خانم سمیه طاهرخانی صفحه‌آرایی و سرکار خانم سمانه ملا حروف‌چینی کتاب بسیار سپاسگزاریم.

محفوظ و کامیاب باشید

هانی احمد زاده - اکرم فضلی

فهرست

پدیده‌های تصادفی و احتمال

فصل اول

- ۱۰ سؤالات امتحانی ?
۱۶ پاسخ‌نامه‌ی تشریحی ✓

فصل دوم

تابع

- ۳۲ سؤالات امتحانی ?
۴۰ پاسخ‌نامه‌ی تشریحی ✓

حد و پیوستگی

فصل سوم

- ۶۸ سؤالات امتحانی ?
۷۹ پاسخ‌نامه‌ی تشریحی ✓

فصل چهارم

مشتق

- ۱۰۸ سؤالات امتحانی ?
۱۱۲ پاسخ‌نامه‌ی تشریحی ✓

پیوست‌ها

- ۱۲۸ آزمون‌های نهایی
۱۳۳ پاسخ‌نامه‌ی تشریحی آزمون‌های نهایی

سوالات امتحانی

فصل اول
پدیده‌های تصادفی و احتمال

پدیده‌تصادفی، فضای نمونه‌ای، پیشامد تصادفی، اعمال برای پیشامدها و پیشامدهای ناسازگار و تعریف احتمال پیشامد

- سکه‌ای را سه بار پرتاب می‌کنیم.
(الف) فضای نمونه‌ای این پدیده‌ی تصادفی را بنویسید.
(ب) پیشامد A که در آن حداکثر یک بار پشت ظاهر شود را بنویسید.
(ج) پیشامد B که در آن همگی سکه‌ها یکسان باشند را بنویسید.
- هر یک از اعداد فرد طبیعی کوچک‌تر از 18 را روی یک کارت نوشته و پس از مخلوط کردن کارت‌ها، به طور قرعه‌کارتی را بر می‌داریم، مطلوب است تعیین: (میز و احتمال دی 86)
(الف) فضای نمونه‌ای
(ب) پیشامد A که در آن عدد روی کارت مضرب 3 باشد.
(ج) پیشامد B که در آن عدد روی کارت مجذور کامل باشد.
(د) پیشامد $A - B$
- هر یک از اعداد زوج طبیعی کوچک‌تر یا مساوی 20 را روی یک کارت نوشته و پس از مخلوط کردن کارت‌ها، یکی را به طور قرعه‌بر می‌داریم. مطلوب است تعیین: (میز و احتمال شهریور 86)
(الف) فضای نمونه‌ای این تجربه‌ی تصادفی.
(ب) پیشامد A که در آن عدد روی کارت مضرب 5 باشد.
(ج) پیشامد B که در آن عدد روی کارت کوچک‌تر از 6 باشد.
(د) پیشامد $A' \cap B$
- یک تاس سالم را دو بار می‌اندازیم، مطلوب است تعیین: (میز و احتمال دی 87)
(الف) پیشامد A آنکه عدد ظاهر شده در پرتاب اول 3 باشد.
(ب) پیشامد B آنکه عدد ظاهر شده در هر دو پرتاب عددی اول باشد.
(ج) پیشامد C آنکه عدد ظاهر شده در هر دو پرتاب یکسان باشد.
(د) پیشامد آنکه C رخ دهد ولی B رخ ندهد.
- ارقام 0، 3، 5 را در نظر بگیرید، مطلوب است تعیین: (میز و احتمال شهریور 87)
(الف) فضای نمونه‌ای S که شامل تمام اعداد دو رقمی بدون تکرار باشد.
(ب) پیشامد A آنکه اعداد دو رقمی مضرب 5 باشد.
(ج) پیشامد B آنکه اعداد دو رقمی بزرگ‌تر از 50 باشد.
(د) پیشامد $A \cap B'$
- دو مکعب سالم را پرتاب می‌کنیم، مطلوب است تعیین: (میز و احتمال فرداد 87)
(الف) تعداد اعضای فضای نمونه‌ای
(ب) پیشامد A که در آن مجموع اعداد رو شده 8 شود.
(ج) پیشامد B که در آن حاصل ضرب اعداد رو شده مضرب 15 شود.
(د) پیشامد $A - B$
- هر یک از اعداد دو رقمی متشکل از ارقام 4 و 3 و 2 و 1 (بدون تکرار ارقام) را روی یک کارت نوشته و پس از مخلوط کردن کارت‌ها یکی را به تصادف بر می‌داریم، مطلوب است تعیین: (میز و احتمال دی 88)
(الف) فضای نمونه‌ای این تجربه‌ی تصادفی
(ب) پیشامد A که در آن عدد روی کارت مضرب 6 باشد.
(ج) پیشامد B که در آن عدد روی کارت اول باشد.
(د) پیشامد $A \cap B'$
- تاس و سکه سالمی را باهم پرتاب می‌کنیم، مطلوب است: (میز و احتمال شهریور 88)
(الف) فضای نمونه‌ای این آزمایش تصادفی
(ب) پیشامد A که در آن تاس عدد بزرگ‌تر از 3 بیاید.
(ج) پیشامد B که در آن سکه پشت بیاید.
(د) پیشامد $A - B$ را مشخص کنید.
- چهار سکه را باهم پرتاب می‌کنیم، مطلوب است: (میز و احتمال فرداد 88)
(الف) تعداد اعضای فضای نمونه‌ای این تجربه‌ی تصادفی
(ب) پیشامد A که در آن حداقل 3 بار رو بیاید.
(ج) پیشامد B که در آن فقط یک بار پشت بیاید.
(د) پیشامد $A - B$ را بیابید.
- خانواده‌ای دارای چهار فرزند است. (دی 89)
(الف) فضای نمونه‌ای فرزندان این خانواده را مشخص کنید.
(ب) پیشامد آن که حداقل دو فرزند این خانواده پسر باشد را نوشته و احتمال آن را محاسبه کنید.
- اگر A و B و C ، سه پیشامد از فضای نمونه S باشند، برای قسمت‌های الف و ب، نمودار ون رسم کنید: (میز و احتمال دی 89)
(الف) فقط پیشامد B رخ دهد.
(ب) هر سه پیشامد با هم رخ دهند.
- تاس و سکه سالم را باهم پرتاب می‌کنیم، مطلوب است: (میز و احتمال دی 89)
(الف) پیشامد A آن که سکه رو یا تاس 4 باشد.
(ب) پیشامد B آن که سکه رو و تاس 4 باشد.



13. در کیسه‌ای 4 مهره یکسان است که 2 تا سفید و 2 تا قرمز هستند، از این کیسه 2 مهره به تصادف خارج می‌کنیم، مطلوب است: (میر و احتمال شهریور 89)
- (الف) فضای نمونه مناسب برای ترکیب رنگ‌های مهره‌های خارج شده را بنویسید.
 (ب) پیشامد A آنکه فقط یکی از مهره‌ها سفید باشد.
 (ج) پیشامد B آنکه حداقل یکی از مهره‌ها قرمز باشد.
 (د) پیشامد $A \cup B'$ را بیابید.
14. تاس سالمی را دوبار می‌اندازیم، مطلوب است: (میر و احتمال فرداد 89)
- (الف) تعداد اعضای فضای نمونه‌ای آن
 (ب) پیشامد A که عدد ظاهر شده در هر دو پرتاب مساوی باشد.
 (ج) پیشامد B که عدد ظاهر شده در هر دو پرتاب عددی اول باشد.
 (د) پیشامد C ، که در آن A رخ دهد ولی B رخ ندهد.
15. در قسمت‌های «الف» و «ب» داده شده‌ی زیر، جای خالی را با عبارت مناسب تکمیل کنید. (میر و احتمال فرداد 90)
- (الف) هر یک زیر مجموعه از فضای نمونه‌ای است.
 (ب) در فضای نمونه‌ای پرتاب یک سکه و یک تاس سالم با یکدیگر، تعداد زیر مجموعه‌های فضای نمونه‌ای آن برابر است.
16. روی 15 کارت یکسان، اعداد از یک تا 15 را نوشته‌ایم، کارتی را به تصادف خارج می‌کنیم: (میر و احتمال فرداد 90)
- (الف) پیشامد A را طوری بنویسید که عدد روی کارت مضرب 3 یا اول باشد.
 (ب) پیشامد B آن که عدد روی کارت فرد و اول باشد.
17. خانواده‌ای دارای 3 فرزند است. (فرداد فارغ از کشور 90)
- (الف) فضای نمونه‌ای مناسب را بنویسید.
 (ب) پیشامد A که حداقل 2 فرزند این خانواده «دختر» باشد را بیابید.
18. با اعداد طبیعی کوچک‌تر از 6، اعداد دو رقمی می‌سازیم: (میر و احتمال شهریور 90)
- (الف) تعداد اعضای فضای نمونه این پیشامد تصادفی را بنویسید.
 (ب) پیشامد A را طوری که تمام اعضای آن، اعداد زوج و کمتر از 40 باشند.
 (ج) پیشامد B را طوری بنویسید که تمام اعضای آن، اعداد فرد و بیش‌تر از 40 باشند.
19. یک تاس و یک سکه را باهم پرتاب می‌کنیم. (شهریور 90)
- (الف) پیشامد آن را طوری بنویسید که عدد روی تاس بزرگ‌تر از 5 باشد.
 (ب) احتمال آن را بیابید که سکه پشت یا تاس 4 بیاید.
20. در جاهای خالی عبارت مناسب قرار دهید. (شهریور 90)
- (الف) اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه‌ی S باشند و $A \cap B = \emptyset$ در این صورت A و B را دو پیشامد می‌نامیم.
 (ب) اگر $A \subseteq S$ و A' متمم A باشد، آن‌گاه $A \cap A' = \dots\dots\dots$ و $A \cup A' = \dots\dots\dots$
21. هر یک از اعداد زوج طبیعی کوچک‌تر از 20 را روی یک کارت نوشته و یکی از کارت‌ها را به تصادف بر می‌داریم: مطلوب است: (دی 90)
- (الف) فضای نمونه‌ای این آزمایش
 (ب) پیشامد A که در آن عدد روی کارت، اول یا مضرب 3 باشد.
22. پیشامد $A = \emptyset$ را پیشامد و پیشامد $A = S$ را پیشامد می‌نامیم. (دی 90)
23. جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید: (فرداد 91)
- (الف) هر زیر مجموعه‌ی فضای نمونه‌ای را، یک در فضای نمونه‌ای می‌نامیم.
 (ب) به پدیده‌هایی که از به وقوع پیوستن آن اطمینان نداشته باشیم، می‌گوییم.
 (ج) اگر اعضای فضای نمونه‌ای قابل شمارش باشد، آن را یک فضای نمونه‌ای می‌نامیم.
 (د) اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه‌ای S باشند و $A \cap B \neq \emptyset$ ، در این صورت A و B را دو پیشامد می‌نامیم.
24. جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید: (شهریور 91)
- (الف) هر زیر مجموعه‌ی فضای نمونه‌ای را، یک می‌نامیم.
 (ب) اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه‌ای S باشند که $A \cap B = \emptyset$ ، در این صورت A و B را پیشامد می‌نامیم.
25. خانواده‌ای 3 فرزند دارند: (شهریور 91)
- (الف) فضای نمونه‌ای را بنویسید.
 (ب) احتمال آنکه خانواده فقط یک دختر داشته باشد را محاسبه کنید.
 (ج) احتمال آنکه خانواده حداقل 2 پسر داشته باشد را محاسبه کنید.
26. کدام یک از پدیده‌های زیر تصادفی است: (تمرین کتاب درسی صفحه‌ی 11)
- (الف) انداختن یک تاس که روی هر 6 وجه آن عدد 1 حک شده باشد.
 (ج) به دنیا آمدن یک نوزاد در ماه خرداد

فصل اول



پدیده‌های تصادفی و احتمال

پاسخ نامه تشریحی

آموزه 7 دو پیشامد A و B را نسبت به هم ناسازگار گوئیم هرگاه $A \cap B = \emptyset$. یعنی دو پیشامد A و B باهم نمی‌توانند رخ دهند. مثلاً مجموعه اعداد زوج طبیعی نسبت به مجموعه اعداد فرد طبیعی ناسازگار.

1. به سکه رو که پرتاب می‌کنیم یا پشت میاد یا رو. از این به بعد برای نمایش پشت از «پ» و برای نمایش رو از «ر» استفاده می‌کنیم.
- الف) برای درک بهتر فضای نمونه‌ای از نمودار درختی استفاده می‌کنیم:
- به این ترتیب فضای نمونه‌ای این پدیده تصادفی (S)، به شکل زیر خواهد بود:

$S = \{(ر, ر, پ), (ر, پ, پ), (پ, ر, پ), (پ, پ, پ), (ر, ر, ر), (ر, پ, ر), (پ, ر, ر), (پ, پ, ر)\}$

ب) پیشامد حداکثر یک بار پشت یعنی در سه بار پرتاب سکه، یا فقط یک بار پشت ظاهر شود یا اصلاً پشت ظاهر نشود:

$A = \{(ر, ر, ر), (پ, ر, ر), (ر, پ, ر), (پ, پ, ر)\}$

ج) پیشامد آن که همگی سکه‌ها یکسان باشند، یعنی همه‌ی سکه‌ها پشت یا همه‌ی سکه‌ها رو باشند:

$$B = \{(ر, ر, ر), (پ, پ, پ)\}$$

2. الف) $S = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17\}$

ب) $A = \{3, 9, 15\}$

ج) $B = \{1, 9\}$

د) $A - B = \{3, 9, 15\} - \{1, 9\} = \{3, 15\}$

3. الف) فضای نمونه‌ای این پدیده تصادفی را با S نمایش می‌دهیم:

$$S = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20\}$$

ب) $A = \{10, 20\}$

ج) $B = \{2, 4\}$

مثل روز روشن که 6 با 6 برابر نه بیش‌تر نه کم‌تر.

د) ابتدا A' را به دست می‌آوریم. یعنی همه‌ی اعضای فضای

نمونه‌ای به جز A : $A' = \{2, 4, 6, 8, 12, 14, 16, 18\}$

در نتیجه: $A' \cap B = \{2, 4, 6, 8, 12, 14, 16, 18\} \cap \{2, 4\} \Rightarrow$

$$A' \cap B = \{2, 4\}$$



ایستگاه 1

پدیده تصادفی، فضای نمونه‌ای و ...

آموزه 1 پدیده تصادفی: به اتفاقی می‌گوئیم که ممکن است در هر بار رخ دادن، نتیجه آن فرق کند. ولی تمامی نتایج ممکن برای این اتفاق را قبل از وقوعش می‌شناسیم.

مثلاً انداختن تاس، پرتاب سکه، نتیجه‌ی بازی فوتبال پدیده‌های تصادفی هستن، ولی مثلاً اگر به هندونه رو از طبقه چهارم به ساختمون بندازی پایین، قطعاً می‌ترکه، پس به پدیده تصادفی نیست یعنی به پدیده قطعی.

آموزه 2 به مجموعه‌ی تمام نتایج ممکن یک پدیده تصادفی، فضای نمونه‌ای می‌گوئیم. معمولاً فضای نمونه‌ای را با S نمایش می‌دهیم.

مثلاً تو پرتاب تاس فضای نمونه‌ای می‌شه $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ یا تو پرتاب سکه می‌شه $\{رو, پشت\}$ و یا تو بازی فوتبال می‌شه $\{تساوی, باخت, برد\}$.

آموزه 3 به هر زیرمجموعه از فضای نمونه‌ای، یک پیشامد تصادفی می‌گوئیم. معمولاً آن‌را با حروف بزرگ انگلیسی نمایش می‌دهیم.

مثلاً تو پرتاب به تاس مجموعه‌های $A = \{1, 2\}$ ، $B = \{2, 4, 6\}$ و $C = \emptyset$ پیشامدهای تصادفی هستن.

تو این کتاب با پدیده‌هایی کار داریم که تعداد اعضای فضای نمونه‌ای شون به عدد طبیعی که با $n(S)$ نشونش می‌دیم، پس تعداد اعضای پیشامد A رو هم با $n(A)$ نشون می‌دهیم.

آموزه 4 احتمال رخ دادن پیشامد A ، از فضای نمونه‌ای S را با $p(A)$ نمایش می‌دهیم و به صورت $p(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$ محاسبه می‌کنیم. این احتمال چند تا ویژگی مهم داره.

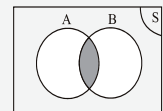
آموزه 5 ویژگی‌های احتمال وقوع پیشامد A از فضای نمونه‌ای S عبارتند از: 1) $0 \leq p(A) \leq 1$ ، 2) $p(S) = 1$ ، 3) $p(\emptyset) = 0$

آموزه 6 اعمال روی پیشامدها: اگر A و B دو پیشامد از فضای

نمونه‌ای S باشند، داریم:

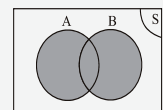
1) $A \cap B$ (A اشتراک با B):

مجموعه‌ی تمام اعضای مشترک بین A و B



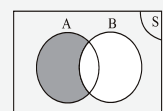
2) $A \cup B$ (A اجتماع با B):

مجموعه‌ی تمام اعضای A و اعضای B



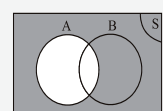
3) $A - B$ (A منهای B):

مجموعه‌ی تمام اعضای A که در B نیستند.



4) A' (A متمم):

مجموعه‌ی تمام اعضای S که در A نیستند.





6. الف) برای نتیجه ی پرتاب تاس اول، 6 حالت 1 و 2 و ... و 6 وجود دارد و در صورت رخ دادن هر یک از 6 حالت فوق برای تاس دوم نیز شش حالت 1 و 2 و ... و 6 وجود دارد.

$$(6 \text{ حالت}) \times (6 \text{ حالت}) = 36$$

↑ ↑
تاس اول تاس دوم

پس در کل 36 حالت برای پرتاب هر دو تاس وجود دارد، یعنی:

$$n(s) = 36 = \text{تعداد اعضای فضای نمونه ای}$$

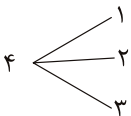
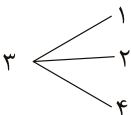
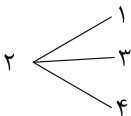
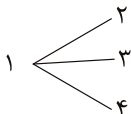
$$A = \{(2,6), (3,5), (4,4), (5,3), (6,2)\} \quad (\text{ب})$$

$$B = \{(3,5), (5,3), (5,6), (6,5)\} \quad (\text{ج})$$

$$A - B = \{(2,6), (3,5), (4,4), (5,3), (6,2)\} - \{(3,5), (5,3), (5,6), (6,5)\} \Rightarrow A - B = \{(2,6), (4,4), (6,2)\}$$

7. الف) برای راحتی کار از نمودار درختی استفاده می کنیم:

یکان دهگان



در نتیجه:

$$S = \{12, 13, 14, 21, 23, 24, 31, 32, 34, 41, 42, 43\}$$

$$A = \{12, 24, 42\} \quad (\text{ب})$$

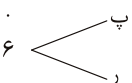
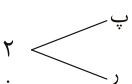
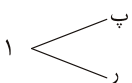
$$B = \{13, 23, 31, 41, 43\} \quad (\text{ج})$$

د) ابتدا B' را می یابیم:

$$B' = \{12, 14, 21, 24, 32, 34, 42\}$$

$$A \cap B' = \{12, 24, 42\} \quad \text{پس:}$$

8. تاس که 6 حالت 1 و 2 و 3 و 4 و 5 و 6 رو دارد، سکه هم دو حالت پشت و رو، با پرتاب تاس و سکه، درخت زیر شکل می گیرد:



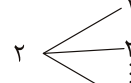
در نتیجه:

الف)

$$S = \{(1, \text{پ}), (1, \text{ر}), (2, \text{پ}), (2, \text{ر}), (3, \text{پ}), (3, \text{ر}), (4, \text{پ}), (4, \text{ر})\}$$

4. تو سؤالی پرتاب چند تاس و چند

تاس دوم تاس اول



سکه، همیشه اول از همه، فضای نمونه ای پدیده ی تصادفی رو بشناس (منظورم از شناختن اینه که، اگه تعداد اعضای فضای نمونه ای کم بود، S رو تشکیل بده. ولی اگه تعداد اعضای S زیاد بود، کافیه که به کمک نمودار درختی، یه تصویری ازش به دست بیاری.)

حتی اگه سؤال ازت نخواست باشی! به کمک نمودار درختی روبرو، تصویری از فضای نمونه ای به دست می آوریم:

الف) باید اعضای از فضای نمونه ای رو انتخاب کنیم که نتیجه پرتاب تاس اول 3 باشد و پرتاب تاس دوم هر نتیجه ای می تواند داشته باشد:

$$A = \{(3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (3,6)\}$$

ب) اعداد اولی که در تاس ظاهر می شوند عبارتند از: 2 و 3 و 5. به این ترتیب

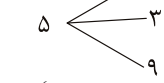
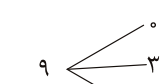
$$B = \{(2,2), (2,3), (2,5), (3,2), (3,3), (3,5), (5,2), (5,3), (5,5)\} \quad (\text{ج})$$

$$C = \{(1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (5,5), (6,6)\}$$

د) پیشامد آن که C رخ دهد ولی B رخ ندهد، همان پیشامد $C - B$ است:

$$C - B = \{(1,1), (4,4), (6,6)\}$$

5. الف) در جایگاه دهگان ارقام 9 و 3 و 5 می توانند قرار بگیرند. و در جایگاه یکان ارقام 9 و 0 و 3 و 5. البته تکرار مجاز نیست.



برای این که چیزی رو از قلم نندازیم از نمودار درختی کمک می گیریم:

در نتیجه:

$$S = \{90, 93, 95, 50, 53, 59, 30, 35, 39\}$$

ب) برای آنکه یک عدد مضرب 5 باشد، باید یکان آن صفر یا 5 باشد:

$$A = \{90, 95, 50, 30, 35\}$$

ج) 50 با 50 برابر، نه بیش تر، نه کم تر.

$$B = \{90, 93, 95, 53, 59\}$$

د) ابتدا B' را به دست می آوریم:

$$B' = \{50, 30, 35, 39\}$$

در نتیجه:

$$A \cap B' = \{90, 95, 50, 30, 35\} \cap \{50, 30, 35, 39\}$$

$$= \{50, 30, 35\}$$

گام 4: در نتیجه جواب نامعادله به شکل $(-\infty, -1] \cup (0, +\infty)$ می‌باشد.

$$\frac{x^2+x+2}{x^2-3x+2} < 1 \Rightarrow \frac{x^2+x+2}{x^2-3x+2} - 1 < 0 \quad \text{گام 1: 26}$$

$$\frac{x^2+x+2-(x^2-3x+2)}{x^2-3x+2} < 0 \quad \text{گام 2:}$$

$$\Rightarrow \frac{x^2+x+2-x^2+3x-2}{x^2-3x+2} < 0 \Rightarrow \frac{4x}{x^2-3x+2} < 0$$

$$4x = 0 \Rightarrow x = 0 \quad \text{گام 3:}$$

$$x^2-3x+2=0$$

$$\Rightarrow (x-1)(x-2)=0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=2 \end{cases}$$

	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$
$4x$	-	-	+	+	+
$x-1$	-	-	+	+	+
$x-2$	-	-	-	+	+
$4x$	-	-	+	-	+
$(x-1)(x-2)$	-	-	+	-	+

جواب تعریف نشده جواب تعریف نشده

گام 4: جواب نامعادله، به صورت $(-\infty, 0] \cup (1, 2)$ می‌باشد.

گام 1: 27

$$\frac{3}{x-4} + \frac{5}{x+4} > \frac{8}{x^2-16} \Rightarrow \frac{3}{x-4} + \frac{5}{x+4} - \frac{8}{x^2-16} > 0$$

$$\frac{3(x+4)+5(x-4)-8}{x^2-16} > 0 \Rightarrow \frac{8x-16}{x^2-16} > 0 \quad \text{گام 2:}$$

$$\begin{cases} 8x-16=0 \Rightarrow x=2 \\ x^2-16=0 \Rightarrow x=\pm 4 \end{cases} \quad \text{گام 3:}$$

	$-\infty$	-4	2	4	$+\infty$
$8x-16$	-	-	+	+	+
x^2-16	+	-	-	+	+
$8x-16$	-	+	-	+	+
x^2-16	-	+	-	+	+

جواب تعریف نشده جواب تعریف نشده

گام 4: جواب معادله به صورت $(-4, 2) \cup (4, +\infty)$ می‌باشد.

28. گام‌هایی را که در آموزه 3، برای حل معادله‌های گویا اشاره شد، را

طی می‌کنیم.

گام 1:

$$\frac{x}{x-1} + \frac{3}{x^2-1} = \frac{x-2}{x+1} \Rightarrow \frac{x}{x-1} + \frac{3}{(x-1)(x+1)} - \frac{x-2}{x+1} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{x(x+1)+3-(x-2)(x-1)}{(x-1)(x+1)} = 0 \quad \text{گام 2:}$$

$$\Rightarrow \frac{x^2+x+3-(x^2-3x+2)}{(x-1)(x+1)} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{x^2+x+3-x^2+3x-2}{(x-1)(x+1)} = 0 \Rightarrow \frac{4x+1}{(x-1)(x+1)} = 0$$

به طور مثال: $\frac{2x^2-3x+1}{3x^3+2x^2+1}$ و $\frac{\sqrt{3}x-2}{2x^2+5x+1}$ عباراتی گویا هستند.

آموزه 3 به معادله‌ای که در طرفین تساوی آن، عبارات گویا وجود دارد، یک معادله‌ی گویا می‌گوئیم.

روش حل معادلات گویا: برای حل معادلات گویا، مراحل زیر را طی می‌کنیم:

گام 1: تمامی معلومات و مجهولات مسأله را به یک طرف تساوی منتقل می‌کنیم.

گام 2: به کمک مخرج مشترک‌گیری، معادله را به شکل $\frac{P(x)}{Q(x)} = 0$ تبدیل می‌کنیم.

گام 3: تمامی جواب‌های $P(x) = 0$ را می‌یابیم.

گام 4: تمامی جواب‌های $P(x) = 0$ که به ازای آن $Q(x) \neq 0$ است، را به عنوان جواب معادله معرفی می‌کنیم.

آموزه 4 به نامعادله‌ای که در طرفین آن، عبارات گویا وجود دارد، نامعادله‌ی گویا می‌گوئیم.

روش حل نامعادلات گویا: برای حل نامعادلات گویا مراحل زیر را طی می‌کنیم:

گام 1: تمامی معلومات و مجهولات مسأله را به یک طرف نامساوی منتقل می‌کنیم.

گام 2: به کمک مخرج مشترک‌گیری، نامعادله را به یکی از حالات

$\frac{P(x)}{Q(x)} \geq 0$ یا $\frac{P(x)}{Q(x)} > 0$ یا $\frac{P(x)}{Q(x)} \leq 0$ یا $\frac{P(x)}{Q(x)} < 0$ تبدیل می‌کنیم.

گام 3: تمامی ریشه‌های $P(x)$ و $Q(x)$ را می‌یابیم و عبارت $\frac{P(x)}{Q(x)}$ را

تعیین علامت می‌کنیم.

گام 4: با توجه به نوع نامعادله ($<$ یا $>$ یا \leq یا \geq) و تعیین علامت

$\frac{P(x)}{Q(x)}$ ، جواب نامعادله را مشخص می‌کنیم.

25. مرحله‌ای که در آموزه 4، برای حل نامعادلات گویا ارائه شد، را به کار می‌گیریم:

$$\frac{x}{x+1} - \frac{x-1}{x} \geq -1 \Rightarrow \frac{x}{x+1} - \frac{x-1}{x} + 1 \geq 0 \quad \text{گام 1:}$$

$$\frac{x \times x - (x+1)(x-1) + x(x+1)}{x(x+1)} \geq 0 \quad \text{گام 2:}$$

$$\Rightarrow \frac{x^2 - (x^2-1) + x^2 + x}{x(x+1)} \geq 0 \Rightarrow \frac{x^2 - x^2 + 1 + x^2 + x}{x(x+1)} \geq 0$$

$$\Rightarrow \frac{x^2+x+1}{x(x+1)} \geq 0$$

گام 3: توجه داریم که $x^2+x+1=0$ فاقد جواب است ($\Delta = 1-4 = -3 < 0$) ولی

$$x(x+1)=0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x+1=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=-1 \end{cases}$$

	$-\infty$	-1	0	$+\infty$
x^2+x+1	+	+	+	+
x	-	-	+	+
$x+1$	-	+	+	+
x^2+x+1	+	+	+	+
$x(x+1)$	+	-	+	+

جواب تعریف نشده جواب تعریف نشده



توجه داریم که ریشه‌های معادله‌ی فوق، گویا نیستند. از طرفی هیچ‌کدام از ریشه‌های معادله‌ی $-2x^2 + 7x - 2 = 0$ ، ریشه مخرج کسر نمی‌باشند. پس هر دو جواب معادله‌ی $-2x^2 + 7x - 2 = 0$ ، جواب‌های معادله مطلوب سؤال می‌باشند. پس حاصل ضرب ریشه‌های معادله‌ی $\frac{x}{x-2} + \frac{1}{x} = 3$ ، همان حاصل ضرب ریشه‌های معادله درجه دوم $-2x^2 + 7x - 2 = 0$ می‌باشد.

در نتیجه: $\frac{c}{a} = \frac{-2}{-2} = 1$ حاصل ضرب ریشه‌ها

با توجه به چیزی که سؤال آزمون خواسته بود، دیگه نیازی به طی گام (4) نیست.

$$\frac{6x}{x-1} + \frac{x-1}{3x} = 3 \Rightarrow \frac{6x}{x-1} + \frac{x-1}{3x} - 3 = 0 \quad \text{گام 1: 32}$$

$$\frac{6x \times 3x + (x-1)^2 - 3(x-1) \times 3x}{3x(x-1)} = 0 \quad \text{گام 2:}$$

$$\Rightarrow \frac{18x^2 + x^2 - 2x + 1 - 9x^2 + 9x}{3x(x-1)} = 0 \Rightarrow \frac{10x^2 + 7x + 1}{3x(x-1)} = 0$$

$$10x^2 + 7x + 1 = 0 \quad \text{گام 3:}$$

ریشه‌های معادله‌ی فوق را به کمک روش دلتا، به دست می‌آوریم:

$$\Delta = 49 - 40 = 9$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{-7 + \sqrt{9}}{20} \\ x_2 = \frac{-7 - \sqrt{9}}{20} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{-1}{5} \\ x_2 = \frac{-1}{2} \end{cases}$$

گام 4: چون $x_1 = \frac{-1}{5}$ و $x_2 = \frac{-1}{2}$ ، ریشه‌های مخرج کسر

نمی‌باشند، پس هر دو جواب معادله هستند.

$$\frac{x}{\alpha - x} + \frac{\alpha - x}{x} - \frac{\alpha}{x} = 0 \quad \text{گام 1: 33}$$

$$\frac{x^2 + (\alpha - x)^2 - \alpha(\alpha - x)}{x(\alpha - x)} = 0 \quad \text{گام 2:}$$

$$\Rightarrow \frac{x^2 + \alpha^2 + x^2 - 2\alpha x - \alpha^2 + \alpha x}{x(\alpha - x)} = 0 \Rightarrow \frac{2x^2 - \alpha x}{x(\alpha - x)} = 0$$

$$2x^2 - \alpha x = 0 \Rightarrow x(2x - \alpha) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{\alpha}{2} \end{cases} \quad \text{گام 3:}$$

گام 4: چون گفته معادله دارای جواب $x = 2$ می‌باشد و با توجه به

$$\frac{\alpha}{2} = 2 \Rightarrow \alpha = 4 \quad \text{گام 3 داریم:}$$

$$\frac{2x+4}{x+2} = 1 \Rightarrow \frac{2x+4}{x+2} - 1 = 0 \quad \text{گام 1: 34 (الف)}$$

$$\frac{2x+4-(x+2)}{x+2} = 0 \Rightarrow \frac{2x+4-x-2}{x+2} = 0 \quad \text{گام 2:}$$

$$4x+1=0 \Rightarrow 4x=-1 \Rightarrow x=-\frac{1}{4} \quad \text{گام 3:}$$

$$\frac{4x+1}{(x-1)(x+1)} \quad \text{گام 4: توجه داریم که } x = -\frac{1}{4} \text{ ریشه‌ی مخرج کسر}$$

$$\boxed{x = -\frac{1}{4}} \quad \text{نمی‌باشد، پس جواب معادله می‌باشد:}$$

$$x-2 \geq \frac{2x-1}{x+2} \Rightarrow x-2 - \frac{2x-1}{x+2} \geq 0 \quad \text{گام 1: 29}$$

$$\Rightarrow \frac{(x-2)(x+2) - 2x + 1}{x+2} \geq 0 \Rightarrow \frac{x^2 - 2x - 3}{x+2} \geq 0 \quad \text{گام 2:}$$

$$\begin{cases} x^2 - 2x - 3 = 0 \Rightarrow (x-3)(x+1) = 0 \Rightarrow x = 3 \vee x = -1 \\ x+2 = 0 \Rightarrow x = -2 \end{cases} \quad \text{گام 3:}$$

	$-\infty$	-2	-1	3	$+\infty$
$x+2$	-	0	+	+	+
x^2-2x-3	+	+	0	-	+
$\frac{x+2}{x^2-2x-3}$	-	+	0	-	+

جواب تعریف نشده

گام 4: جواب معادله به صورت $(-2, -1] \cup [3, +\infty)$ می‌باشد.

$$\frac{x-1}{x+1} > 2x \Rightarrow \frac{x-1}{x+1} - 2x > 0 \quad \text{گام 1: 30}$$

$$\frac{x-1-2x(x+1)}{(x+1)} > 0 \Rightarrow \frac{x-1-2x^2-2x}{x+1} > 0 \quad \text{گام 2:}$$

$$\Rightarrow \frac{-2x^2 - x - 1}{x+1} > 0$$

$$-2x^2 - x - 1 = 0 \Rightarrow \Delta = 1 - 4 \times (-2) \times (-1) = -7 < 0 \quad \text{گام 3:}$$

	$-\infty$	-1	$+\infty$
$-2x^2-x-1$	-	0	-
$x+1$	-	0	+
$\frac{-2x^2-x-1}{x+1}$	-	+	-

جواب تعریف نشده

پس چند جمله‌ای $-2x^2 - x - 1$

فاقد ریشه است، در نتیجه برای هر عدد

حقیقی x ، مقدار چند جمله‌ای عددی

است هم علامت با ضریب x^2 (یعنی

-2)، در نتیجه مقادیر

$-2x^2 - x - 1$ همواره عددی است

منفی.

$$x+1=0 \Rightarrow x=-1$$

گام 4: به این ترتیب، بازه‌ی $(-\infty, -1)$ جواب نامعادله می‌باشد.

$$\frac{x}{x-2} + \frac{1}{x} = 3 \Rightarrow \frac{x}{x-2} + \frac{1}{x} - 3 = 0 \quad \text{گام 1: 31}$$

$$\Rightarrow \frac{x^2 + x - 2 - 3x(x-2)}{x(x-2)} = 0 \quad \text{گام 2:}$$

$$\Rightarrow \frac{x^2 + x - 2 - 3x^2 + 6x}{x(x-2)} = 0 \Rightarrow \frac{-2x^2 + 7x - 2}{x(x-2)} = 0$$

گام 3: برای به دست آوردن ریشه‌های معادله، صورت کسر فوق را برابر

$$-2x^2 + 7x - 2 = 0 \quad \text{صفر قرار می‌دهیم:}$$

سوالات امتحانی

فصل چهارم
مشتق

آهنگ تغییر

1. تابع $f(x) = x^2 - x + 1$ را در نظر بگیرید:
(الف) آهنگ متوسط تغییر تابع f را وقتی متغیر از $x_1 = 1$ به $x_2 = 5$ تغییر کند، به دست آورید.
(ب) آهنگ لحظه‌ای تغییر این تابع را در نقطه‌ی $x = 3$ تعیین کنید.
2. متحرکی که بر محور x ها در حرکت است، دارای معادله‌ی $x = 3t^2 - 4t + 1$ می‌باشد. (ت را بر حسب ثانیه و x را بر حسب سانتی‌متر بگیرید.) (دی 82)
(الف) سرعت متوسط این متحرک را در فاصله‌ی زمانی $t = 1$ و $t = 3$ به دست آورید.
(ب) سرعت لحظه‌ای آن را در زمان $t = 2$ به دست آورید.
3. توپی را با سرعت اولیه‌ی 20 متر به‌طور قائم از زمین به بالا پرتاب می‌کنیم. اگر جهت مثبت فاصله از نقطه‌ی پرتاب به طرف بالا باشد، معادله‌ی حرکت به شکل $x = f(t) = -4.9t^2 + 20t$ است مطلوب است محاسبه‌ی:
(الف) سرعت لحظه‌ای توپ در پایان یک ثانیه پس از پرتاب.
(ب) سرعت متوسط توپ از لحظه پرتاب تا پایان نقطه‌ی دوم. ($t = 0$ تا $t = 2$)
4. تابع $f(x) = 2x + 5$ داده شده است، آهنگ متوسط تغییر این تابع را وقتی متغیر از $x_1 = 2$ به $x_2 = 6$ تغییر می‌کند، تعیین کنید. (دی 83)
5. آهنگ متوسط تغییر تابع $f(x) = x^2 - 1$ را به ازای $x = 3$ و $\Delta x = 0.5$ به دست آورید. (شهریور 84)
6. آهنگ متوسط تغییر تابع $f(x) = x - 1$ را به ازای $x = 2$ و $\Delta x = 0.2$ به دست آورید. (دی 85)
7. آهنگ متوسط تغییر تابع $f(x) = 2x - 1$ را به ازای $x = 2$ و $\Delta x = 0.1$ به دست آورید. (فرداد 86)
8. معادله حرکت متحرکی به صورت $x = t^2 - 5t + 6$ می‌باشد. اولاً: سرعت متوسط این متحرک را در فاصله زمانی از لحظه $t = 3$ تا $t = 5$ به دست آورید. ثانیاً: آهنگ آنی تغییرات را در $t = 2$ به دست آورید. (شهریور 86)
9. آهنگ تغییر حجم مکعبی به ضلع x سانتی‌متر را نسبت به تغییرات x وقتی x از 2 به 5 تغییر کند، به دست آورید. (دی 86)
10. آهنگ تغییرات تابع $f(x) = \frac{1}{2}x^2$ وقتی x از 2 به $2/2$ تغییر کند را به دست آورید. (فرداد 87)
11. آهنگ متوسط تغییر تابع $f(x) = \frac{2}{x+1}$ وقتی متغیر x از 1 به $1/2$ تغییر می‌کند را به دست آورید. (شهریور 87)
12. اگر $f(t) = 30 + 10t^2$ نمایش جمعیت یک نوع باکتری باشد (ت زمان بر حسب ساعت)، آهنگ متوسط افزایش جمعیت را در 5 ساعت اول پس از زمان $t_0 = 2$ به دست آورید. (شهریور 88)
13. متحرکی که بر محور x ها در حرکت است دارای معادله‌ی $x = t^2 - 2t - 1$ است، سرعت متوسط این متحرک را در فاصله‌ی زمانی $t = 1$ تا $t = 4$ به دست آورید. (دی 88)
14. تابع f با ضابطه‌ی $y = x^2 + 3$ داده شده است. آهنگ متوسط تغییر این تابع را به ازای $x_1 = 2$ و $\Delta x = 0.3$ به دست آورید. (شهریور 89)
15. توپ تنیسی را به هوا پرتاب کرده، اگر مسافت پیموده شده به‌وسیله‌ی توپ، بر حسب متر تابعی از زمان به صورت $S = 12t - 3t^2$ باشد، سرعت متوسط توپ را در 2 ثانیه‌ی اول به دست آورید. (ت بر حسب ثانیه) (فرداد 90)
16. معادله‌ی حرکت یک متحرک روی خط مستقیم به صورت $x(t) = 3t^2 - 4t + 2$ است. سرعت متوسط این متحرک را در فاصله‌ی زمانی $t = 1$ و $t = 3$ محاسبه کنید. (فرداد 90)
17. تابع $f(x) = x^2 + 5x - 6$ داده شده است. آهنگ متوسط تغییر این تابع را وقتی که متغیر از $x = 1$ به $x = 4$ تغییر می‌کند، تعیین کنید. (شهریور 90)

تعریف مشتق

18. با استفاده از تعریف مشتق، مشتق تابع $f(x) = x^2$ را در نقطه‌ی $x = 2$ به دست آورید. (شهریور 81)
19. با استفاده از تعریف مشتق، مشتق تابع $f(x) = x^3$ را در نقطه‌ی $x = 2$ به دست آورید. (دی 81)
20. با استفاده از تعریف مشتق، مشتق تابع $f(x) = x^2 - 2x$ را در نقطه‌ی $x = 1$ به دست آورید. (شهریور 82)
21. با استفاده از تعریف مشتق، مشتق تابع $f(x) = x^2 - 1$ را در نقطه‌ی $x = 2$ به دست آورید. (شهریور 83)
22. با استفاده از تعریف مشتق، مشتق تابع $f(x) = \sqrt{x}$ را در نقطه‌ی $x = 9$ به دست آورید. (فرداد 84)



23. با استفاده از تعریف مشتق، مشتق تابع $f(x) = 2$ را در نقطه‌ی $x = 2$ به دست آورید. (دی 84)
24. با استفاده از تعریف مشتق، مشتق تابع $f(x) = x^2 + 3x$ را در نقطه‌ی $x = 1$ به دست آورید. (فرداد 85)
25. با استفاده از تعریف مشتق، مشتق تابع $f(x) = \frac{1}{x+1}$ را در نقطه‌ی $x = 0$ به دست آورید. (شهریور 85)
26. با استفاده از تعریف مشتق، مشتق تابع $f(x) = 2 - x^2$ را به دست آورید. (دی 87)
27. با استفاده از تعریف مشتق، مشتق تابع $f(x) = \sqrt{4-x}$ را به دست آورید. (فرداد 88)
28. با استفاده از تعریف مشتق، مشتق تابع $f(x) = \frac{x}{x-1}$ را در نقطه‌ی $x = 2$ به دست آورید. (فرداد 89)
29. مشتق تابع $f(x) = 3x^2 - 4x$ را به کمک تعریف مشتق محاسبه کنید. (فرداد 90)
30. مشتق تابع $f(x) = \frac{1}{1+\sqrt{x}}$ را به دست آورید و دامنه‌ی مشتق‌پذیری آن را مشخص کنید. (فرداد 90)
31. مشتق تابع $f(x) = x^2 + 4x$ را در نقطه‌ی $x = 2$ با استفاده از تعریف مشتق به دست آورید. (شهریور 90)

قواعد مشتق‌گیری

32. مشتق تابع‌های زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق لازم نیست.) (فرداد 82)
- الف) $y = \frac{1}{x^2 + 3x + 2}$ ب) $y = \sqrt{x^2 - 4x}$
- پ) $y = \sin 3x \cos 2x$ ت) $y = \tan^2 5x$
33. مشتق تابع‌های زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق لازم نیست.) (شهریور 82)
- الف) $y = \sin^2 5x$ ب) $y = 3x^2(x^3 - 4x)$
- پ) $y = \frac{1}{x^2 + 4x - 5}$ ت) $y = \sqrt{x^3 - 3x + 5}$
34. مشتق تابع‌های زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق لازم نیست.) (دی 82)
- الف) $y = \sqrt{3x^2 - 4x + 5}$ ب) $y = \tan 2x + \cos x$
- پ) $y = \frac{-3}{\sqrt{x}}$ ت) $y = (2x-1)^3(x^2 - x)$
35. مشتق تابع‌های زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق لازم نیست.) (فرداد 83)
- الف) $f(x) = \sqrt{x^2 + 5x}$ ب) $g(x) = 2(x^4 - 3x + 1)^5$
- پ) $h(x) = \sin^2 x + \cos 5x$
36. مشتق تابع‌های زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق لازم نیست.) (شهریور 83)
- الف) $y = \sqrt{x(x-2)}$ ب) $y = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$
- پ) $y = (x^2 - 4x)^{12} + \frac{1}{x}$
37. مشتق تابع‌های زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق لازم نیست.) (دی 83)
- الف) $y = \sin x \cdot \cos x$ ب) $f(x) = x^3 - \sqrt{1-x-x^2}$
- پ) $y = \frac{3-2x^2}{x^3 + x - 1}$
38. مشتق تابع‌های زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق لازم نیست.) (فرداد 84)
- الف) $f(x) = \frac{x-1}{x(x+1)}$ ب) $g(x) = \sin 3x + \cos^2 x^2$
- پ) $h(x) = (2x^2 - 3x + 7)^4$
39. مشتق تابع‌های زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق لازم نیست.) (شهریور 84)
- الف) $f(x) = \sqrt{6x^2 - x - 4}$ ب) $g(x) = 2\sin^3 x + \cos x^2$
- پ) $h(x) = \left(\frac{2}{x} + \sqrt{x}\right)^3$

آزمون‌های نهایی اخیر

بسمه تعالی			
سوالات امتحان نهایی درس: ریاضی (3)		کلیه رشته‌های نظری	ساعت شروع: 8 صبح
سال سوم آموزش متوسطه		مدت امتحان: 120 دقیقه	
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در خردادماه سال 1390		تاریخ امتحان: 1390/3/3	
ردیف	سوالات	نمره	
1	برای تشکیل تیمی 5 دانش‌آموز سال سوم و 4 دانش‌آموز سال اول داوطلب شده‌اند، به تصادف سه دانش‌آموز انتخاب می‌کنیم. احتمال آن را پیدا کنید که: الف) حداکثر 1 نفر سال اولی باشد. ب) هیچ‌کدام از سه نفر دانش‌آموز انتخاب شده، سال سومی نباشند. (محاسبه‌ی جواب‌های پایانی الزامی نیست)	1/25	
2	سکه سالمی را سه بار پرتاب می‌کنیم اگر A پیشامد برآمدهایی باشد که در آن دومین پرتاب رو است و B پیشامد برآمدهایی باشد که در آن فقط دو رو به صورت متوالی ظاهر شده است. آیا دو پیشامد A و B مستقل هستند؟ چرا؟ (فضای نمونه و هر یک از پیشامدها را مشخص کنید).	1/5	
3	در یک کلاس 25 نفری چقدر احتمال دارد که روز تولد هیچ دو نفری یکسان نباشد.	0/5	
4	احتمال آنکه دانش‌آموزی در درس ریاضی قبول شود 0/7 و احتمال اینکه در درس شیمی قبول شود 0/85 و احتمال آنکه در هر دو درس قبول شود 0/6 است. احتمال آنکه حداقل در یکی از دروس ریاضی و شیمی قبول شود چقدر است؟	0/75	
5	نامعادله‌ی $-1 \leq \frac{x}{x+1} - \frac{x-1}{x}$ را حل کرده و جواب را به صورت بازه نشان دهید.	1/75	
6	مقادیر a و b را چنان بیابید که مجموعه‌ی $g = \{(-1, b+3), (7, 1), (-1, 4-a), (7, a)\}$ یک تابع باشد.	0/75	
7	دامنه‌ی تابع $f(x) = \tan\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$ را به دست آورید.	0/75	
8	دو تابع $g(x) = \frac{x}{x^2-4}$ و $f(x) = 3x^2-1$ داده شده‌اند. الف) ضابطه‌ی تابع $g \circ f$ و دامنه‌ی $g \circ f$ را با استفاده از تعریف تعیین کنید. ب) مقدار $(f-3g)(1)$ را محاسبه کنید.	2/25	
9	نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{2}x & x \geq 1 \\ 4-x^2 & x < 1 \end{cases}$ را رسم کنید و به کمک آن وجود حد تابع را در $x=1$ بررسی کنید.	1/75	
10	مقدار k را طوری بیابید که $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos(kx)}{x \sin x} = 8$ باشد.	1	
11	هر یک از حدهای زیر را به دست آورید. الف) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2-16}{\sqrt{x+12}-x}$ ب) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{1-\cos x}$ پ) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{(x-1)(x-2)(4-x)}{2x^3+1}$	2/25	
12	حدود a را طوری تعیین کنید که تابع $f(x) = \begin{cases} 2a+x^2 & x \geq 2 \\ x^3-x & x < 2 \end{cases}$ در $x=2$ پیوسته نباشد.	1	
«ادامه‌ی سوالات در صفحه‌ی دوم»			



بسمه تعالی			
سوالات امتحان نهایی درس: ریاضی (3)		کلیه رشته‌های نظری	ساعت شروع: 8 صبح
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان: 1390/3/3	
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در خردادماه سال 1390			
ردیف	سوالات		
نمره			
13	<p>مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن الزامی نیست).</p> <p>الف $g(x) = (x^5 - 3x)(x+1)^4$ ب $h(x) = \sin^3\left(\frac{x}{2}\right) - \cot x$</p>		
14	<p>مشتق تابع $f(x) = \frac{1}{1+\sqrt{x}}$ را به دست آورید و دامنه‌ی مشتق‌پذیری آن را مشخص کنید.</p>		
15	<p>معادله‌ی حرکت یک متحرک روی خط مستقیم به صورت $x(t) = 3t^2 - 4t + 2$ است. سرعت متوسط این متحرک را در فاصله‌ی زمانی $t = 1$ و $t = 3$ محاسبه کنید.</p>		
20	«موفق باشید»		

یادداشت:

مجموعه کتاب‌های مرجع نهایی



ویژگی‌های کتاب

- ✓ کامل‌ترین مرجع سؤالات امتحان نهایی
- ✓ همه‌ی سؤالات امتحان نهایی از سال ۸۴ تا سال ۹۲
- ✓ طبقه‌بندی سؤالات براساس عناوین کتاب درسی
- ✓ چیدمان سؤالات براساس ترتیب موضوع و سال
- ✓ پاسخ‌های تشریحی و مختصر و مفید
- ✓ نمونه امتحانات کامل سال‌های اخیر در انتهای کتاب

انتشارات مهرماه
۳-۸۴۰۰۸۴۴۰
www.mehromah.ir
sms: ۳۰۰۰۷۲۱۲۰



9 786005 799736