

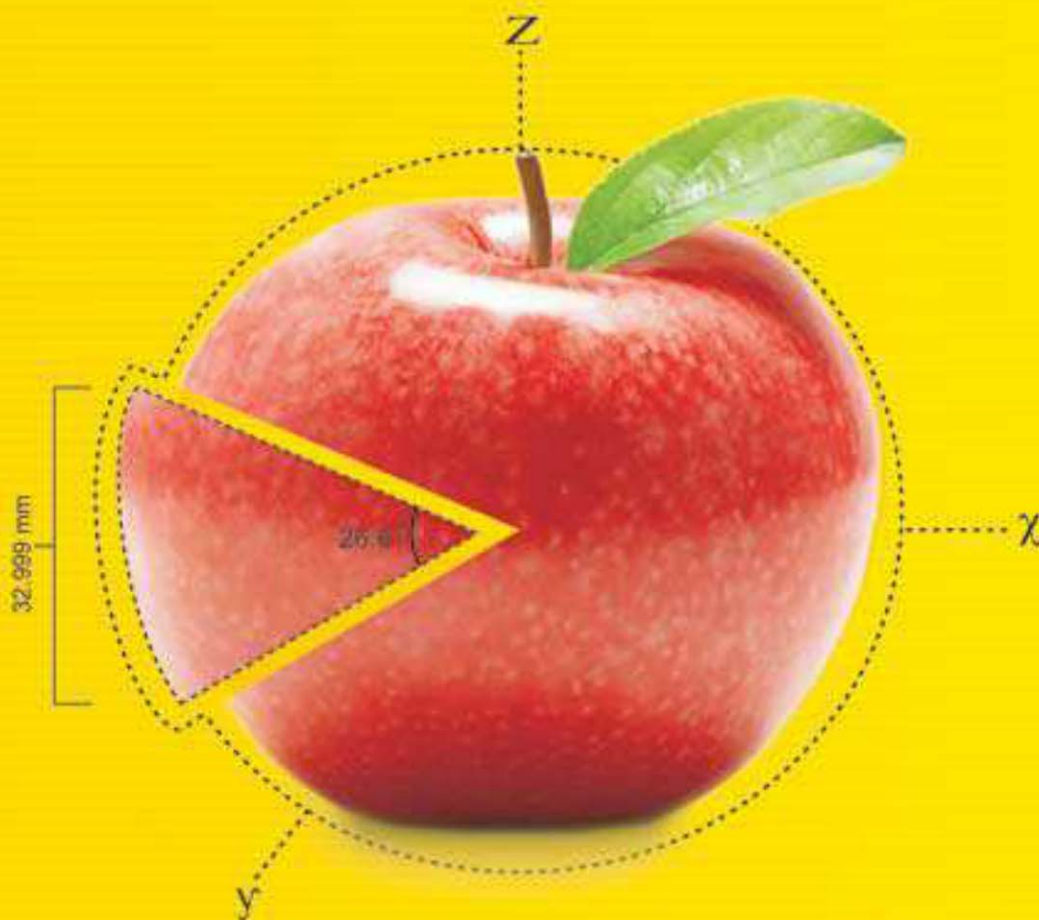
منطبق با سرفصل‌های
کنکور سراسری ۹۲
ریاضی و تجربی



کتاب آخر

هندسه یایه

مرور و جمع‌بندی هندسه کنکور در ۲۴ ساعت



پویان طهرانیان

به نام پروردگار مهربان

کتاب آخر

هندسه پایه



مرور و جمع بندی هندسه کنکور در ۲۴ ساعت

ریاضی و تجربی

پویان طهرانیان



مهر و ماه

این کتاب توسط من و همسر نازنینم تقدیم می شود به:

ذات یکتای زندگیمان

مادران عزیزمان



فهرست

هندسه ۱

ویژه‌ی داوطلبان گروه علوم تجربی
و ریاضی فیزیک

فصل ۱

استدلال، مفاهیم پایه و مثلث I

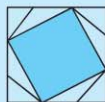
۷



فصل ۲

خم و چند ضلعی

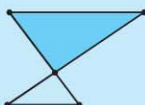
۲۵



فصل ۳

نسبت تناسب، تشابه و همنهشتی

۳۷



فصل ۴

اشکال فضایی

۴۵



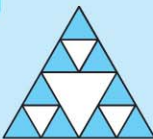
هندسه ۲

ویژه‌ی داوطلبان گروه ریاضی فیزیک

فصل ۵

استدلال و مثلث II

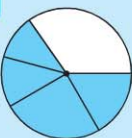
۸۱



فصل ۶

دایره

۹۵



فصل ۷

تبدیل‌ها

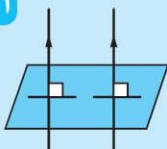
۱۱۵



فصل ۸

هندسه در فضا

۱۳۱



هندسه ۲ در یک نگاه

آزمون جامع شماره ۲

۱۴۱

۱۴۶

هندسه ۱ در یک نگاه

آزمون جامع شماره ۱

۵۹

۶۵

مقدمه

لطفاً پیش از شروع مطالعه
این مقدمه را بخوانید!

و اما هندسه پایه

حرفایی که تو ذهن شماست؛

اصلاً مگه ما تا حالا هندسه پایه خوندیم که بخوایم جمع‌بندیش کنیم؟!

هندسه پایه؟؟؟ بی خیال ... ولش کن بابا!

حُب نمی‌شه تستاشو حل کرد! سخته! هر کدوم یه جورِ حل می‌شه! از همون دوم دبیرستانم باهاش مشکل داشتم، این همه جزوه و کتاب و ال و بل، آخرشم نتونی تستاشو بزنی ... که چی بشه؟! وقتمو می‌ذارم رو درسای دیگه، خیلیم بهتره!!!

حرفایی که من بهتون می‌زنم؛

هیچی نگم بهتره ... اما یه خواهش کوچولو ...

با هم یه برنامه می‌ریزیم، یه مدت کم، اگه اذیت شدی و دیدی فایده نداره بی خیال شو ... اصلاً همون حرف خودت. چیزی رو که از دست نمی‌دی، پس یه بار امتحان کن.

بیا یه کاری کن، از همین فردا، یه روز در میون نیم‌ساعت این کتابو بخون، بیش‌تر از اینم نمی‌خواد، «یه روز در میون نیم‌ساعت».

می‌دونم از هندسه پایه هیچی بلد نیستی (شایدم بلدی!)، اصلاً فرض بر این که تا حالا هندسه ندیدی، نمی‌دونی چیه! تو بخون، یه ماه این کار رو انجام بده، اونوقت اگه دیدی فایده‌ای نداره، بذارش کنار ... قبول؟؟!

فقط موقع خوندن کارای زیرو حتماً انجام بده. (خوبه اولش گفتم هیچی نگم بهتره!!)

۱ در شروع کار فقط از روی کتاب بخون برو جلو، اگه دیدی نیم‌ساعت گذشته و فقط یکی دو صفحه بیش‌تر نخوندی، اصلاً عصبانی نشیا! آروم آروم، متمرکز برو جلو.

۲ فرض کنیم از شنبه شروع می‌کنی به خوندن، شنبه نیم‌ساعت، دوشنبه نیم‌ساعت، چهارشنبه نیم‌ساعت، ازت می‌خوام که تو نیم‌ساعت جمعه، درس جدید رو شروع نکنی، برگرد عقب، سه تا نیم‌ساعت قبلو برای خودت مرور کن، سعی کن نکته‌هاشو تو ذهنت تثبیت کنی.

۳ به هر تستی که رسیدی، یه بار از روی سؤالش بخون. اول یه کم فکر کن، ببین چی می‌گه، چی می‌خواد، چه کارایی به ذهنت می‌رسه که انجام بدی، بعدش برو حلشونگه کن، آره ... اول حلشونگه کن، بعد که تموم شد، یه کاغذ بزار جلوت یه بار دیگه، این بار خودت سؤالو حل کن، بعدش برو ادامه‌ی مطالب.

۴ همه‌ی تست‌ها به سه قسمت؛ سؤال، تجزیه و تحلیل، تقسیم شده.

سؤال که هیچ، قسمت **تجزیه** برام خیلی مهمه. تجزیه در واقع فهمیدن سؤاله، یعنی بدونی مبحث سؤال از کجاست، فرضیاتی که بهت داده چیه و این که چی ازت می‌خواد و مورد سؤال چیه. اگه اینارو مشخص کنی، یعنی ۴۰ درصد کارو انجام دادی. در ادامه کم‌کم سعی کن سؤالارو خودت تجزیه‌شون کنی.

در قسمت **تحلیل**، استراتژی و حل سؤال اومده، بعضی وقتا هم ممکنه به کلمه‌ای به نام **Hint**

برسی، این همون یادآوری و گوشزد خودمونه، حواست به این گوشزدا باشه!

۵ هر فصل که تموم شد، برگرد یه بار کل تستاشو حل کن، همونطور که یاد گرفتی!

۶ بعد از چهار فصل اول، به قسمتی به نام هندسه ۱ در یک نگاه و بعد از چهار فصل دوم، به قسمتی به نام هندسه ۲ در یک نگاه می‌رسی.

تو این دو تا قسمت ابتدا خلاصه‌ی چهار فصل گذشته، بعدش یه آزمون جامع با پاسخ تشریحی، بعدشم چند تا آزمون سراسری خارج از کشور با پاسخ کلیدی گذاشته شده، که تو باید برای دوره‌ی نهایی خودت از اونا استفاده کنی.

(تو خرداد ماه خیلی می‌چسبه!)

۷ بیش‌تر تست‌ها، از آزمون‌های سراسری و آزمون‌های آزمایشی سنجش انتخاب شده. نگران نباش، همین‌ا کافیه، اینارو خوب بلد باشی تست‌های دانشگاه آزاد برات می‌شه مثل آب خوردن!

۸ دیگه هیچی، فقط بهم اعتماد کن، همین!

لازمه بهت بگم اگه جایی تو فهم سؤال یا نکته‌ای به مشکل برخوردی، یا اینکه در مورد نحوه‌ی استفاده‌ی این کتاب به مشاوره نیاز داشتی، کافیه به آدرس الکترونیکی من یعنی PooyanTehranian@yahoo.com یه ایمیل بزنی، منم قول می‌دم خیلی زود جوابتو بدم.

پس از همین الان یه برنامه بریز و هرچه زودتر شروع کن، هنوز کلی وقت‌داری ...!

دیگه وقتشه! مثل اول بقیه‌ی کتابا باید برم سراغ قدردانی و تشکر.

سپاس‌گزارم از:

- جناب آقای اختیاری، مدیریت محترم انتشارات مهروماه که با فراهم نمودن امکانات و حمایت اینجانب، نقش اساسی تألیف این کتاب را ایفا کردند،

- جناب آقای دکتر رضا امانی، استاد گرانقدرم که همواره با تمامی وجود کمکم کرده،

- جناب آقای مهندس علی منصف شکری، دوست عزیزم که همیشه با ایده‌های خودش کنارم بوده،

- جناب آقای بیگی، مدیر تولید انتشارات مهروماه که مسئولیت هماهنگی‌های تألیف کتاب را بر عهده داشتند،

- جناب آقای جواد محمودی صفحه‌آرای انتشارات مهروماه که با صفحه‌آرایی بی‌نقص خود به کتاب جلوه‌ی ویژه‌ای بخشیدند.

همین‌طور از دانش‌آموزان عزیزم

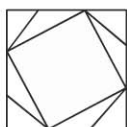
محدثه علیاری، راضیه پهلوانی و هانیه امیری که با مطالعه‌ی دست‌نویس‌های من، محبتی ماندگار به بنده کردند و تمامی دیگر همراهان، از همگی ممنونم.

«دی شیخ با چراغ همی گشت گرد شهر کز دیو و دَد ملولم و انسانم آرزوست

گفتم که یافت می‌نشود، گشته‌ایم ما گفت آن‌که یافت می‌نشود، آنم آرزوست»

یلدای ۹۱

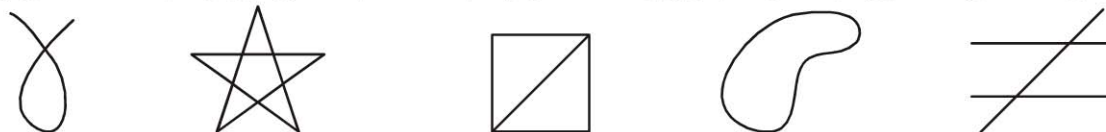
پویان طهرانیان



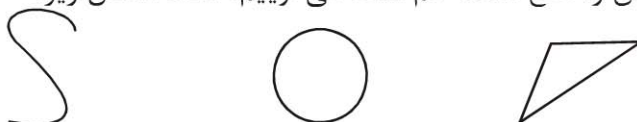
خم و چند ضلعی‌ها

۱ خم، چندضلعی (محدب و مقعر)

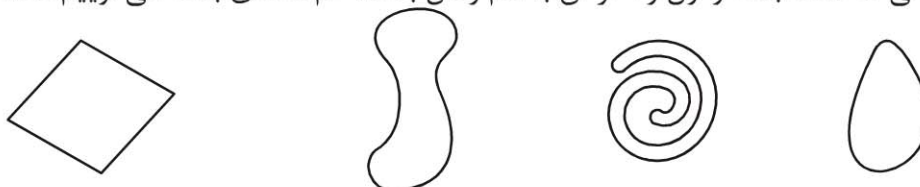
- به شکل مسطحی که بدون برداشتن قلم از روی کاغذ قابل رسم باشد، خم مسطح می‌گوییم. مانند اشکال زیر:



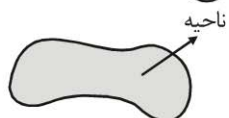
- به خم مسطحی که خودش را قطع نکند، خم ساده می‌گوییم، مانند اشکال زیر:



- به خم مسطحی که ساده باشد و اول و آخر آن به هم وصل باشد، خم ساده‌ی بسته می‌گوییم. مانند اشکال زیر:



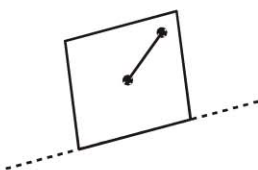
● **قضیه خم جردن:** هر خم ساده‌ی بسته، صفحه‌را به سه قسمت درون، بیرون و روی خم تقسیم می‌کند.



- به مجموعه نقاط داخل و روی یک خم ساده‌ی بسته، ناحیه می‌گوییم.

● **n ضلعی محدب [کوژ]:** یک n ضلعی محدب است در صورتی که هر یک از شرایط زیر برقرار باشد.

- (۱) پاره‌خطی که هر دو نقطه‌ی درون n ضلعی را به هم وصل می‌کند، درون n ضلعی قرار گیرد.



- (۲) هر زاویه داخلی آن کوچک‌تر از 180° باشد.

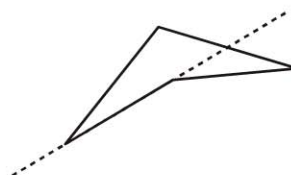
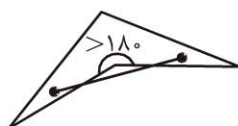
- (۳) امتداد هر ضلع آن، شکل را قطع نکند.

● **n ضلعی مقعر [کاوا]:** یک n ضلعی مقعر است در صورتی که داشته باشیم:

- (۱) حداقل دو نقطه درون شکل باشد به‌طوری که قسمتی از پاره‌خطی که دو نقطه را به هم وصل می‌کند، بیرون شکل قرار گیرد.

- (۲) حداقل یک زاویه بزرگ‌تر از 180° داشته باشد.

- (۳) حداقل امتداد یک ضلع آن شکل را قطع کند.





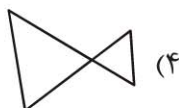
● **چند ضلعی:** خم ساده‌ی بسته‌ای که از اجتماع حداقل ۳ پاره خط به وجود آمده است و هیچ سه نقطه‌ی متوالی این پاره خط‌ها روی خط راست نیستند.

🔔 **تذکر:** در کتاب‌های دبیرستان همواره منظور از چند ضلعی، چند ضلعی محدب می‌باشد.

🔍 **تست نمونه**

(سنجش ریاضی ۸۶)

● کدام شکل زیر یک خم ساده است؟



(۴)



(۳)



(۲)



(۱)

✓ پاسخ:

تجزیه مبحث: خم و چند ضلعی فرضیات: - مورد سؤال شده: خم ساده

تحلیل خم ساده: بدون برداشتن قلم از روی کاغذ قابل رسم باشد و خودش را قطع نکند.

گزینه‌ی ۲ خم نیست/ گزینه‌ی ۳ و ۴ خودشان را قطع می‌کنند پس ساده نیستند.

بنابراین گزینه‌ی (۱) پاسخ صحیح است.

۲ نکات n ضلعی محدب و n ضلعی منتظم

- هر n ضلعی محدب را می‌توان به $n - 2$ مثلث تقسیم کرد. بنابراین مجموع زوایای داخلی هر n ضلعی محدب برابر با $(n - 2) \times 180^\circ$ می‌باشد.

- مجموع زوایای خارجی هر n ضلعی محدب برابر 360° می‌باشد.

- از هر رأس یک n ضلعی محدب $n - 3$ قطر می‌گذرد بنابراین تعداد کل قطرهای n ضلعی محدب برابر

$$\frac{n(n-3)}{2} \text{ است با:}$$

- هر n ضلعی محدب حداکثر ۳ زاویه داخلی حاده دارد.

● **n ضلعی منتظم:** اگر تمام اضلاع یک n ضلعی با هم و تمام زوایایش با هم برابر باشند، آن n ضلعی را منتظم می‌نامیم.

بنابراین داریم:

- اندازه‌ی هر زاویه داخلی n ضلعی منتظم برابر است با: $\frac{(n-2) \times 180^\circ}{n}$

- اندازه‌ی هر زاویه خارجی n ضلعی منتظم برابر است با: $\frac{360^\circ}{n}$

- اندازه‌ی زاویه‌ی بین دو قطر متوالی مرسوم از یک رأس n ضلعی منتظم برابر است با: $\frac{180^\circ}{n}$

- هر n ضلعی منتظم n محور تقارن دارد.



تست نمونه

• اگر زاویه خارجی در هر رأس یک n ضلعی منتظم 15° درجه باشد، n کدام است؟ (سنجش ریاضی ۸۸)

۳۲ (۴)

۲۴ (۳)

۲۵ (۲)

۱۸ (۱)

پاسخ: ✓

تجزیه: مبحث: n ضلعی فرضیات: زاویه‌ی خارجی مورد سؤال شده: n تحلیل: می‌دانیم اندازه‌ی هر زاویه خارجی یک n ضلعی منتظم برابر $\frac{360^\circ}{n}$ می‌باشد.

$$\frac{360^\circ}{n} = 15^\circ \rightarrow n = \frac{360^\circ}{15^\circ} = 24$$

بنابراین گزینه‌ی (۳) پاسخ صحیح است.

• تعداد قطرهای یک n ضلعی دو برابر تعداد اضلاع آن است، n کدام است؟ (سنجش ریاضی ۹)

۹ (۴)

۸ (۳)

۷ (۲)

۶ (۱)

پاسخ: ✓

تجزیه: مبحث: n ضلعی فرضیات: - مورد سؤال شده: n

تحلیل: نوشتن معادله‌ی ذکر شده در صورت سؤال و...

$$\frac{n(n-3)}{2} = 2n \rightarrow n(n-3) = 4n \rightarrow n^2 - 7n = 0 \rightarrow n(n-7) = 0 \Rightarrow \begin{cases} n=0 & \text{غ ق} \\ n=7 & \text{ق ق} \end{cases}$$

دو برابر تعداد اضلاع
تعداد قطرهای n ضلعی

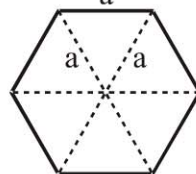
بنابراین گزینه‌ی (۲) پاسخ صحیح است.

۳ شش ضلعی منتظم

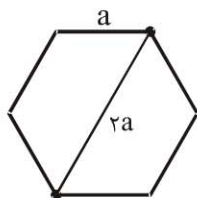
شش ضلعی است که ۶ ضلع برابر و ۶ زاویه برابر (120°) دارد.
- اگر از مرکز ۶ ضلعی منتظم به رئوس آن وصل کنیم، ۶ مثلث متساوی‌الاضلاع مساوی به‌دست می‌آیند.

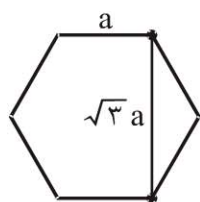
$$6 \left(\frac{\sqrt{3}}{4} a^2 \right) \quad \text{بنابراین مساحت یک ۶ ضلعی منتظم (به ضلع } a \text{) برابر است با:}$$

مساحت مثلث متساوی‌الاضلاع



- به قطرهایی که از مرکز ۶ ضلعی عبور می‌کنند، قطر بزرگ گوییم. هر ۶ ضلعی دارای ۳ قطر بزرگ به طول $2a$ می‌باشد.





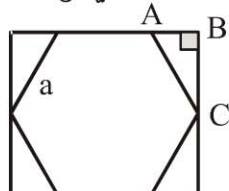
- به قطرهایی که از مرکز ۶ ضلعی عبور نمی کنند، قطر کوچک گوئیم. هر ۶ ضلعی دارای ۶ قطر کوچک به طول $\sqrt{3}a$ می باشد.

تست نمونه

• اگر طول ضلع ۶ ضلعی منتظم شکل زیر برابر a باشد، مساحت مثلث ABC چه کسری از مساحت ۶ ضلعی

است؟

(آزاد ریاضی ۸۵)



$$\frac{1}{24} \quad (2)$$

$$\frac{1}{8} \quad (1)$$

$$\frac{1}{12} \quad (4)$$

$$\frac{1}{6} \quad (3)$$

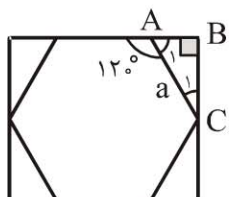
پاسخ: ☒

تجزیه

مبحث: ۶ ضلعی منتظم فرضیات: طول ضلع ۶ ضلعی مورد سؤال شده: نسبت دو مساحت

تحلیل

مساحت ۶ ضلعی به ضلع a که قابل محاسبه است، به سراغ مساحت مثلث می رویم. به یاد داشته باشید که ۳ حالت برای مساحت مثلث داشته ایم. در این جا واضح است که مثلث ABC قائم الزاویه است. همچنین با در دست داشتن زاویه ۶ ضلعی می توان زوایای مثلث و سپس طول اضلاع قائمه آن را حساب نمود.



$$\hat{A} = 120^\circ \rightarrow \hat{A}_1 = 60^\circ$$

$$\hat{B} = 90^\circ \rightarrow \hat{C}_1 = 30^\circ$$

$$\text{ضلع مقابل به } \xrightarrow{\text{زاویه } 30^\circ \text{ نصف وتر}} AB = \frac{1}{2} AC \rightarrow AB = \frac{1}{2} a$$

$$\text{هم چنین } \xrightarrow{\text{ضلع مقابل به } \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ زاویه } 60^\circ \text{ وتر}} BC = \frac{\sqrt{3}}{2} AC \rightarrow BC = \frac{\sqrt{3}}{2} a$$

$$\rightarrow S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \times BC = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} a \times \frac{\sqrt{3}}{2} a \rightarrow S_{\triangle ABC} = \frac{\sqrt{3}}{8} a^2$$

$$S_{\text{ضلعی } 6} = 6 \left(\frac{\sqrt{3}}{8} a^2 \right) = \frac{3\sqrt{3}}{4} a^2 \rightarrow \frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\text{ضلعی } 6}} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{8} a^2}{\frac{3\sqrt{3}}{4} a^2} = \frac{1}{12}$$

بنابراین گزینه ی (۴) پاسخ صحیح است.

مجموعه کتاب‌های جمع‌بندی

مرور و جمع‌بندی کنکور در ۲۴ ساعت



ویژگی‌های این کتاب

- ⑤ ارائه کامل مطالب مربوط به هندسه پایه (هندسه ۱ و ۲) در کنکور
- ⑤ در بردارنده تمام نیازهای داوطلبان برای پاسخ‌گویی به ۴ سوال کنکور در گروه علوم تجربی و ۸ سوال در گروه ریاضی
- ⑤ ارائه تست‌های متنوع به همراه پاسخ تشریحی تشریحی
- ⑤ ارائه کنکورهای خارج از کشور و آزمایشی سنجش
- ⑤ طراحی ۴ قسمت به نام نگاهی به هندسه ۱ و نگاهی به هندسه ۲ ویژه جمع‌بندی در خردادماه
- ⑤ نمودارهای نمای کلی فصول برای سازماندهی ذهنی مخاطب

انتشارات مهروماه
۶۶۴۰۸۴۰۰-۳
www.mehromah.ir
sms: 300072120

