



کتابهای کنکور
مهر و ماه

جلد اول

ریاضیات پایه و دیفرانسیل

ریاضی ۱ • ریاضی ۲ • حسابان • دیفرانسیل ۱ و ۲



رحیم قهرمان



ریاضیات پاپیہ و دیفرانسیل انتگرال

رحیم قهرمان

فهرست

۷ ←	۱ اعداد و نمادها
۹ ←	۲ توان و رادیکال
۱۶ ←	۳ عبارت‌های جبری
۲۰ ←	۴ اتحاد و تجزیه
۲۳ ←	۵ هندسه‌ی مختصات
۳۰ ←	۶ دنباله‌ی حسابی و هندسی
۴۰ ←	۷ تابع نمایی و تابع لگاریتمی
۴۷ ←	۸ تقسیم چندجمله‌ای‌ها و بخش‌پذیری
۵۰ ←	۹ بسط دو جمله‌ای
۵۳ ←	۱۰ معادلات و نامعادلات
۶۸ ←	۱۱ تابع
۱۰۱ ←	۱۲ مثلثات
۱۲۶ ←	۱۳ دستگاه اعداد
۱۳۹ ←	۱۴ دنباله‌ی اعداد
۱۵۸ ←	۱۵ حد
۱۷۹ ←	۱۶ پیوستگی
۱۸۷ ←	۱۷ مجانب
۱۹۷ ←	۱۸ مشتق
۲۱۹ ←	۱۹ کاربرد مشتق
۲۴۵ ←	۲۰ انتگرال
۲۶۱ ←	ضمیمه (خلاصه‌ی فرمول‌های مهم)



توان و رادیکال



تعریف توان

اگر a یک عدد حقیقی و n یک عدد طبیعی باشد، آن گاه a^n را با $\underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_n$ نمایش می‌دهیم و می‌خوانیم « a به توان n » یا «توان n اُم a ».

قوانین محاسبه با اعداد توان‌دار

این قوانین در زیر بطور اختصار توضیح داده شده است.

$$1 \quad a^n \times a^m = a^{n+m}$$

در ضرب اعداد توان‌دار اگر پایه‌ها مساوی باشند، پایه‌ی مشترک را به توان مجموع توان‌ها می‌رسانیم.

مثال: $2^3 \times 2^4 = 2^{3+4}$

$$2 \quad a^n \times b^n = (a \times b)^n$$

در ضرب اعداد توان‌دار اگر توان‌ها مساوی باشند، پایه‌ها را در هم ضرب کرده و به توان نمای مشترک می‌رسانیم.

مثال: $3^4 \times 5^4 = (3 \times 5)^4$

$$3 \quad a^m \div a^n = a^{m-n}$$

در تقسیم اعداد توان‌دار اگر پایه‌ها مشترک باشند، پایه‌ی مشترک را به توان تفاضل نماها می‌رسانیم.

مثال: $2^5 \div 2^3 = 2^{5-3}$

پیوستگی

حسابان + حساب دیفرانسیل و انتگرال



مبحث حد و پیوستگی پایه و اساس مطالب مشتق و انتگرال است و برای یادگیری این فصل باید مباحث ریاضی پایه را به خوبی فرا گیریم. در کنکور سراسری بین ۲ تا ۳ تست به صورت مستقیم از مباحث حد و پیوستگی طراحی شده است.

پیوستگی

پیوستگی در يك نقطه: فرض کنیم تابع f در a و در یکی از همسایگی‌های راست یا چپ a یا هر دو تعریف شده باشد. تابع f را در نقطه‌ی a از دامنه‌اش پیوسته گوییم هرگاه،

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$$
یعنی حد تابع با مقدار تابع در a برابر باشد.

نقطه‌ی درونی دامنه‌ی تابع: نقطه‌ی a متعلق به دامنه‌ی تابع را یک نقطه‌ی درونی تابع f می‌نامیم، هرگاه این نقطه به بازه‌ی بازی واقع در دامنه‌ی آن تعلق داشته باشد.

پیوستگی راست و پیوستگی چپ تابع

تابع f در نقطه‌ی درونی a از دامنه، از راست پیوسته است، هرگاه

$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$$
و در نقطه‌ی درونی a از چپ پیوسته است، هرگاه

$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = f(a)$$



پیوستگی در نقاط انتهایی:

اگر a یک نقطه‌ی انتهایی چپ دامنه‌ی f باشد، f در a پیوسته است هرگاه در a از راست پیوسته باشد و اگر a یک نقطه‌ی انتهایی راست دامنه‌ی f باشد، f در a پیوسته است، هرگاه در a از چپ پیوسته باشد.

پیوستگی در بازه:

گوییم، هرگاه در هر نقطه از بازه‌ی $[a, b]$ پیوسته باشد.

نکته

تابعی را که در هر نقطه از دامنه‌اش پیوسته باشد، تابعی پیوسته می‌نامیم.

تعریف پیوستگی دنباله‌ها:

$a \in D_f$ پیوسته است، هرگاه به ازای هر دنباله از نقاط D_f مانند $\{a_n\}$ که به a همگراست، دنباله‌ی $\{f(a_n)\}$ به $f(a)$ همگرا باشد.

قضیه‌های پیوستگی

۱ هر تابع ثابت $f(x) = k$ با دامنه‌ی $\mathbb{R}$ پیوسته است. همچنین هر تابع ثابت که در بازه‌ی I تعریف شده باشد، روی I پیوسته است.

۲ هر تابع همانی $f(x) = x$ روی هر بازه‌ی I که تعریف شده باشد، پیوسته است.

۳ هر تابع چندجمله‌ای $f(x) = ax^n + bx^{n-1} + \dots + cx + L$

روی $\mathbb{R}$ پیوسته است. ($n \in \mathbb{N}$)

۲۴. روش‌های تعیین دامنه

تابع	دامنه‌ی تابع
$f(x) = ax^n + bx^{n-1} + \dots + d$	$D_f = \mathbb{R}$
$f(x) = \frac{h(x)}{g(x)}$ (f و g چند جمله‌ای اند.)	$D_f = \mathbb{R} - \{g(x) = 0\}$
$f(x) = \sqrt[n]{g(x)}$	$D_f = D_g$
$f(x) = \sqrt[n]{g(x)}$	$D_f = \{x \mid g(x) \geq 0\}$
$f(x) = \sin(g(x))$ $f(x) = \cos(g(x))$	$D_f = D_g$
$f(x) = g(x) $	$D_f = D_g$
$f(x) = [g(x)]$ ([] نماد جزء صحیح است.)	$D_f = D_g$
$f(x) = \log_{h(x)}^{g(x)}$	$D_f = \{x \mid g(x) > 0, h(x) > 0, h(x) \neq 1\}$
$f(x) = \tan(g(x))$	$D_f = \mathbb{R} - \{x \mid g(x) = K\pi + \frac{\pi}{2}\}$
$f(x) = \cot(g(x))$	$D_f = \mathbb{R} - \{x \mid g(x) = K\pi\}$
$f(x) = \sin^{-1}(g(x))$ $f(x) = \cos^{-1}(g(x))$	$D_f = \{x \mid -1 \leq g(x) \leq 1\}$
$f(x) = \tan^{-1}(g(x))$ $f(x) = \cot^{-1}(g(x))$	$D_f = D_g$
$f(x) = a^{g(x)}$ ($a > 0, a \neq 1$)	$D_f = D_g$

۲۵. خواص قدر مطلق

۱ $ x = \sqrt[k]{x^k} = \max\{x, -x\}$	۱۰ $ x+y \leq x + y $ (نامساوی مثلث)
۲ $ x = -x $	۱۱ $ x - y \leq x - y $
۳ $ x, y = x \cdot y $	۱۲ $ x - y \leq x - y $
۴ $ \frac{x}{y} = \frac{ x }{ y } (y \neq 0)$	۱۳ $\max\{x+y\} = \frac{x+y}{2} + \frac{ x-y }{2}$
۵ $ x = a \xrightarrow{a \geq 0} x = \pm a$	۱۴ $\min\{x, y\} = \frac{x+y}{2} - \frac{(x-y)}{2}$
۶ $ x = y \Rightarrow x = \pm y$	۱۵ $ x+y = x + y \Leftrightarrow xy \geq 0$
۷ $ x < a \xrightarrow{a > 0} -a < x < a$	۱۶ $ x+y < x + y \Leftrightarrow xy < 0$
۸ $ x > a \Rightarrow x > a \text{ یا } x < -a$	۱۷ $ x < y \Leftrightarrow x^2 < y^2 \Leftrightarrow (x-y)(x+y) < 0$
۹ $a < x < b \Rightarrow x - \frac{a+b}{2} < \frac{b-a}{2}$	۱۸ $a < x < b \Rightarrow x < k = \max\{ a , b \}$

۲۶. دامنه‌ی ترکیب توابع

$$D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\}$$

۲۷. تابع زوج

$$\begin{cases} x \in D_f \Rightarrow -x \in D_f \\ f(-x) = f(x) \end{cases} \quad (\text{مقارن بودن دامنه‌ی } f)$$

لقمه های چاپ شده برای رشته ریاضی



کتابی که هم اکنون در اختیار شماست، در برگیرنده‌ی مروری کامل بر مفاهیم، فرمول‌ها، و نکات تستی مربوط به کتاب‌های ریاضی ۱، ریاضی ۲، حسابان و دیفرانسیل و انتگرال ۱ و ۲ به زبان ساده و روان است که در ۲۰ فصل طبقه‌بندی شده. بنابراین حدود ۵۰٪ از کنکور رشته ریاضی به مطالب این کتاب مربوط می‌شود. جلد دوم و مکمل این کتاب «هندسه و گسسته» است که به نیمی دوم ریاضیات کنکور اختصاص دارد.



تلفن ۰۲۱-۸۴۰۰۸۴۴۰
پيامک ۰۲۱ ۷۳۰۰۰۰
www.mehromah.ir



انتشارات مهرماه