

انسانی



# ریاضی انسانی

کتابخانه

مرور و جمع بندی در ۲۴ ساعت



حسین ابراهیم نژاد



بسم الله الرحمن الرحيم

# ریاضی انسانی

حسین ابراهیم نژاد



## مقدمه

دانش‌پژوه عزیز! کتابی که در اختیار شماست تحت عنوان کتاب جمع‌بندی، شامل خلاصه‌ی مطالب و نکات مهم دروس ریاضی رشته‌ی انسانی است.

سعی شده است ۸۰ درصد تست‌ها از تست‌های کنکور سال‌های گذشت یا مشابه با آن‌ها مطابق با مباحث کتاب‌های ریاضی چهار سال دوره دبیرستان تنظیم شود، تا در کوتاه‌ترین زمان ممکن بهترین نتیجه را از مطالعه این کتاب به‌دست آورید.

تمامی تست‌های این کتاب پاسخ تشریحی کامل دارند و پیشنهاد می‌شود پس از مطالعه‌ی خلاصه نکات درس و تست‌های که پاسخ‌شان در زیر آن‌ها آمده است، تست‌هایی را که پاسخ آن‌ها در انتهای کتاب آورده شده است را به‌عنوان تمرین و تسلط بیشتر ابتدا پاسخ بدهید و سپس با پاسخ انتهای کتاب مطابقت دهید. مرور این کتاب را چندین بار انجام دهید تا در هر مرحله مهارتتان در محاسبات بیش‌تر شود.

در انتهای کتاب سه نمونه از آزمون‌های کنکور خارج از کشور آورده شده است تا آموخته‌های خود را محک بزنید و اشکالات خود را بهتر متوجه شوید.

پیشنهاد می‌شود درس ریاضی را در فاصله‌های زمانی ۱ تا ۲ ساعت و هرروز مطالعه کنید تا فرمول‌ها را بهتر فراگرفته و فراموش نکنید. همچنین بعضی از مباحث پایه مانند جمع و تفریق کسرها، حل معادله‌ی درجه‌ی اول و دوم، اتحادها و تجزیه، سهمی، نقش زیادی در توانایی شما در مباحث دیگر ریاضی دارد، توسعه می‌شود به این مباحث توجهی بیشتری شود.

سخت کوشی، تحمل و سماجت در فراگیری درس ریاضی، شما را به نتیجه‌ی مطلوب خواهد رساند. امیدوارم این کتاب شما را در هدفی که دارید یاری رساند.

با احترام فراوان، از مدیریت محترم انتشارات مهروماه و همکاران سخت‌کوش ایشان، نهایت تشکر را دارم که شرایط مناسب را جهت تهیه‌ی این اثر فراهم آورده‌اند. همچنین از همسر عزیزم تشکر می‌کنم که در تنظیم این کتاب مرا یاری کرده است.

حسین ابراهیم‌نژاد

بهار ۹۱

# فهرست

## ریاضی پایه



فصل هفتم  
عبارت‌های گویا ..... ۷۰



فصل اول  
اعداد و نمادها ..... ۸



درس هشتم  
معادله‌ی درجه‌ی دوم و... ..... ۸۱



فصل دوم  
مجموعه‌ها ..... ۱۷



درس نهم  
نامعادله‌ی درجه‌ی اول ..... ۱۰۹



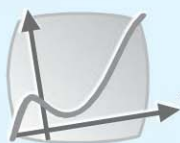
فصل سوم  
توان‌رسانی و ریشه‌گیری ..... ۲۵



فصل دهم  
آمار ..... ۱۱۵



فصل چهارم  
چندجمله‌ای‌ها و اتحادها ..... ۳۸



فصل یازدهم  
تابع ..... ۱۶۰



فصل پنجم  
معادله‌ی درجه‌ی اول و... ..... ۴۹



فصل دوازدهم  
ترکیبیات ..... ۱۶۹



فصل ششم  
مثلثات ..... ۶۲

## ← ریاضی چهارم



### فصل اول

استدلال ..... ۱۸۰



### فصل دوم

دنباله‌ها ..... ۱۸۶



### فصل سوم

لگاریتم ..... ۱۹۸



### فصل چهارم

مدلسازی ریاضی ..... ۲۰۵



### فصل پنجم

احتمال ..... ۲۱۹

۲۲۹ ..... پاسخنامه تمرین‌ها ←

۲۸۲ ..... آزمون‌های جامع ←



## ریاضی پایه فصل نهم

$$a < b$$

### نامعادله درجه اول



۱ نماد < یا >

۲ نامعادله

#### ۱- نماد < یا > :

به نمادهای < یا > نامساوی می‌گویند.

- به طرفین یک نامساوی می‌توان عددی را اضافه یا کم کرد.

$$۱) a < b \xrightarrow{+c} a + c < b + c$$

$$\text{مثال } ۲ < ۵ \xrightarrow{+۳} ۲ + ۳ < ۵ + ۳ \Rightarrow ۵ < ۸$$

$$۲) a < b \xrightarrow{-c} a - c < b - c$$

$$\text{مثال } ۷ < ۹ \xrightarrow{-۲} ۷ - ۲ < ۹ - ۲ \Rightarrow ۵ < ۷$$

- اگر طرفین یک نامساوی را در یک عدد منفی ضرب کنیم، جهت نامساوی عوض می‌شود.

$$a < b \xrightarrow{c < 0} ac > bc$$

$$\text{مثال } ۲ < ۶ \xrightarrow{-۲} ۲ \times -۲ > ۶ \times -۲ \Rightarrow -۴ > -۱۲$$

- اگر طرفین یک نامساوی را در یک عدد مثبت ضرب کنیم، جهت نامساوی تغییر نمی‌کند.

$$a < b \xrightarrow{c > 0} ac < bc$$

$$\text{مثال } ۵ < ۷ \xrightarrow{\times ۲} ۵ \times ۲ < ۷ \times ۲ \Rightarrow ۱۰ < ۱۴$$

- اگر طرفین نامساوی را به توان عدد فرد برسانیم، جهت نامساوی عوض نمی‌شود.

$$a < b \Rightarrow a^3 < b^3$$

$$\text{مثال } ۲ < ۳ \Rightarrow ۲^3 < ۳^3 \Rightarrow ۸ < ۲۷$$

- اگر طرفین نامساوی اعدادی مثبت باشند و دو طرف به توان زوج برسند، جهت عوض نمی‌شود.

$$0 < a < b \Rightarrow a^{2k} < b^{2k}$$

$$\text{مثال } ۲ < ۵ \Rightarrow ۲^2 < ۵^2 \Rightarrow ۴ < ۲۵$$

- اگر طرفین نامساوی اعداد منفی باشند و به توان زوج برسند، جهت نامساوی عوض شده و هر دو

عدد مثبت می‌شوند.



$$a < b < 0 \Rightarrow a^2 > b^2 > 0$$

**مثال**  $-3 < -2 < 0 \Rightarrow (-3)^2 > (-2)^2 > 0 \Rightarrow 9 > 4 > 0$

- اگر طرفین نامساوی معکوس شوند، جهت نامساوی عوض می‌شود.

**مثال**  $0 < \frac{3}{4} < \frac{5}{6} < 1 \Rightarrow \frac{4}{3} > \frac{6}{5}$

- برای بیان کوچک‌تر یا مساوی بودن یک عدد از یک عدد دیگر از نماد « $\leq$ » استفاده می‌کنیم.

به عبارتی جمله‌ی  $a \leq b$  به معنای آن است که یکی از دو حالت  $a < b$  یا  $a = b$  برقرار است.

**۲- نامعادله:** جواب‌های یک نامعادله، مقادیری از متغیر هستند که به‌ازای آن‌ها نامساوی برقرار شود. همه‌ی جواب‌های یک نامعادله یک مجموعه تشکیل می‌دهند که آن را مجموعه‌جواب آن نامعادله می‌نامند.

**مثال:**

۱- مجموعه جواب نامعادله‌ی  $2x + 6 \leq -2$  را تعیین کنید.

**پاسخ:**  $2x + 6 \leq -2 \Rightarrow 2x \leq -2 - 6 \Rightarrow 2x \leq -8 \Rightarrow x \leq \frac{-8}{2} \Rightarrow x \leq -4$

یعنی تمامی اعداد کوچک‌تر یا مساوی  $-4$  در نامعادله صدق می‌کند.

مجموعه جواب  $\{x \mid x \leq -4\}$

- اگر دو نامعادله به‌صورت دستگاه داده باشند، مجموعه جواب هریک را تعیین می‌کنیم و سپس اشتراک می‌گیریم تا مجموعه جواب دستگاه مشخص شود.

۲- مجموعه جواب  $\begin{cases} x + 1 < 0 \\ \frac{x}{2} + 2 \geq 0 \end{cases}$  را تعیین کنید.

**پاسخ:**

$$\begin{cases} x + 1 < 0 \Rightarrow x < -1 & (1) \\ \frac{x}{2} + 2 \geq 0 \Rightarrow \frac{x}{2} \geq -2 \xrightarrow[\text{را در ۲ ضرب می‌کنیم}]{\text{طرفین نامساوی}} 2 \times \frac{x}{2} \geq 2 \times -2 \Rightarrow x \geq -4 & (2) \end{cases}$$

$\Rightarrow \{x \mid -4 \leq x < -1\}$  اشتراک (۱) و (۲)

**تست نمونه**

• جواب نامعادله‌ی  $\frac{2x+3}{2} - \frac{3}{4} > \frac{4x+1}{3}$  کدام است؟ (سراسری ۸۳)

(۱)  $x < \frac{2}{3}$  (۲)  $x > \frac{3}{4}$  (۳)  $x > \frac{7}{6}$  (۴)  $x < \frac{5}{4}$

**پاسخ:** طرفین نامعادله را در ۱۲ ضرب می‌کنیم تا مخرج کسرها حذف شود.



$$12\left(\frac{2x+3}{2} - \frac{3}{4} > \frac{4x+1}{3}\right) \Rightarrow \frac{12(2x+3)}{2} - \frac{12 \times 3}{4} > \frac{12(4x+1)}{3}$$

$$\Rightarrow 6(2x+3) - 9 > 4(4x+1) \Rightarrow 12x + 18 - 9 > 16x + 4 \Rightarrow 5 > 4x \Rightarrow \frac{5}{4} > x$$

بنابراین گزینه‌ی (۴) پاسخ صحیح است.

● جواب نامعادله‌ی  $(x-1)(x+4) > (x+2)(x+3)$  کدام است؟

(۱)  $x < -5$       (۲)  $x > 5$       (۳)  $x > -5$       (۴)  $x < 5$

$$x^2 + 3x + 2x + 6 > x^2 + 4x - x - 4 \Rightarrow x^2 + 5x + 6 > x^2 + 3x - 4$$

$$\Rightarrow 5x + 6 > 3x - 4 \Rightarrow 5x - 3x > -4 - 6 \Rightarrow 2x > -10 \Rightarrow x > -\frac{10}{2} \Rightarrow x > -5$$

بنابراین گزینه‌ی (۳) پاسخ صحیح است.

● کدام‌یک از موارد زیر درست است؟

(۱) اگر  $0 < a < 1$  باشد، آن‌گاه  $a^2 < a^3$ .

(۲) اگر  $1 < a$  باشد، آن‌گاه  $a^2 < a^3$ .

(۳) اگر  $-1 < a < 0$  باشد، آن‌گاه  $a^3 < a^2$ .

(۴) اگر  $a < b$  و  $c \in \mathbb{R}$  باشد، آن‌گاه  $ac < bc$ .

پاسخ:

گزینه‌ی یک غلط است زیرا:  $0 < \frac{1}{2} < 1$  ولی  $\frac{1}{4} \not< \frac{1}{8}$   $\Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^2 \not< \left(\frac{1}{2}\right)^3$

گزینه‌ی سه غلط است زیرا:  $-1 < -\frac{1}{2} < 0$  ولی  $-\frac{1}{8} \not> -\frac{1}{4}$   $\Rightarrow \left(-\frac{1}{2}\right)^3 > \left(-\frac{1}{2}\right)^2$

گزینه‌ی چهار غلط است زیرا:  $2 < 5$  و  $-2 \in \mathbb{R}$  ولی  $-4 \not< -10$   $\Rightarrow -2 \times 2 \not< -2 \times 5$

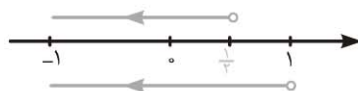
بنابراین گزینه‌ی (۲) پاسخ صحیح است.

● مجموعه جواب‌های مشترک نامعادلات  $1-x > 0$  و  $2x-1 < 0$  کدام است؟ (آزاد ۷۸)

(۱)  $\{x | x < \frac{1}{2}\}$       (۲)  $\{x | x < 1\}$       (۳)  $\{x | x > \frac{1}{2}\}$       (۴)  $\{x | \frac{1}{2} < x < 1\}$

$$1-x > 0 \Rightarrow -x > -1 \Rightarrow x < 1 \quad (1)$$

$$2x-1 < 0 \Rightarrow 2x < 1 \Rightarrow x < \frac{1}{2} \quad (2)$$



بنابراین گزینه‌ی (۱) پاسخ صحیح است.  $x < \frac{1}{2}$ : اشتراک (۲) و (۱)



• به جای  $x$  چه عدد صحیحی در نامساوی  $|3 - x| < 1$  می توان قرار داد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

✓ پاسخ: تک تک گزینه ها را در نامساوی داده شده قرار می دهیم تا مشخص شود کدام درست است.

$$1 \text{ گزینه } x = 1 \Rightarrow |3 - 1| < 1 \Rightarrow |2| < 1 \Rightarrow 2 < 1$$

$$2 \text{ گزینه } x = 2 \Rightarrow |3 - 2| < 1 \Rightarrow |1| < 1 \Rightarrow 1 < 1$$

$$3 \text{ گزینه } x = 3 \Rightarrow |3 - 3| < 1 \Rightarrow |0| < 1 \Rightarrow 0 < 1 \text{ درست}$$

$$4 \text{ گزینه } x = 4 \Rightarrow |3 - 4| < 1 \Rightarrow |-1| < 1 \Rightarrow 1 < 1 \text{ بنابرین گزینه ی (۳) پاسخ صحیح است.}$$

• مجموعه جواب دستگاه نامعادلات 
$$\begin{cases} x - 2 > \frac{x}{2} \\ 2x - 4 < 2 - x \end{cases}$$
 کدام است؟ (آزاد ۸۰)

- (۱)  $\phi$  (۲)  $R$  (۳)  $\{x : x > 2\}$  (۴)  $\{x : x < 2\}$

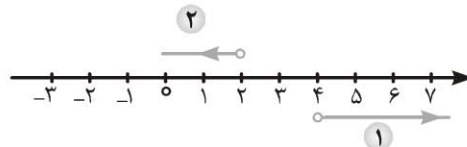
✓ پاسخ: هر نامعادله را جدا حل می کنیم بعد اشتراک می گیریم.

$$\Rightarrow x - 2 > \frac{x}{2} \xrightarrow[\text{طرفین نامساوی را در دو ضرب می کنیم}]{\text{طرفین نامساوی}} \Rightarrow 2(x - 2) > 2 \times \frac{x}{2} \Rightarrow 2x - 4 > x$$

$$\Rightarrow 2x - x > 4 \Rightarrow x > 4 \quad (1)$$

$$2x - 4 < 2 - x \Rightarrow 2x + x < 2 + 4 \Rightarrow 3x < 6 \Rightarrow x < 2 \quad (2)$$

اشتراک ندارند  $\Rightarrow \phi$  اشتراک (۲) و (۱)



بنابرین گزینه ی (۱) پاسخ صحیح است.

• نامساوی  $99 < 7p + 1 \leq 120$  بیانگر نوسان قیمت فروش نوعی کالا بوده که  $p$  قیمت واحد آن

براساس میانگین اعداد صحیح مجموعه جواب محاسبه می شود، مبلغ فروش ۵۰ واحد از این کالا چه قدر است؟ (آزاد ۷۹)

- (۱) ۸۵۰ (۲) ۸۰۰ (۳) ۷۵۰ (۴) ۷۰۰

✓ پاسخ: ابتدا نامعادله ی  $99 < 7p + 1 \leq 120$  را به دو نامعادله تبدیل می کنیم و مجموعه جواب را تعیین می کنیم.

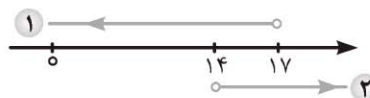
$$\Rightarrow 7p + 1 \leq 120 \Rightarrow 7p \leq 120 - 1 \Rightarrow 7p \leq 119 \Rightarrow p \leq \frac{119}{7} \Rightarrow p \leq 17 \quad (1)$$

$$\Rightarrow 99 < 7p + 1 \Rightarrow 99 - 1 < 7p \Rightarrow 98 < 7p \Rightarrow \frac{98}{7} < p \Rightarrow 14 < p \quad (2)$$

اشتراک (۱) و (۲)  $\Rightarrow 14 < p \leq 17 \Rightarrow p = 15, 16, 17$

$$\bar{p} = \frac{15+16+17}{3} = \frac{48}{3} = 16$$

میانگین  $\bar{p} = 16$  مبلغ  $50 \times 16 = 800$  واحد کالا



بنابراین گزینه‌ی (۲) پاسخ صحیح است.

• اگر  $A \begin{cases} 2m-1 \\ 1-m \end{cases}$  همواره در ناحیه‌ی اول باشد،  $m$  در کدام رابطه صدق می‌کند؟

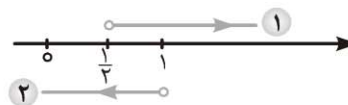
$$(1) -\frac{1}{2} < m < 1 \quad (2) \frac{1}{2} < m < 1 \quad (3) 1 < m < 2 \quad (4) \frac{1}{2} < m < 2$$

✓ پاسخ: چون نقطه‌ی  $A \begin{cases} 2m-1 \\ 1-m \end{cases}$  در ناحیه‌ی اول است پس طول و عرض آن مثبت است.

$$2m-1 > 0 \Rightarrow 2m > 1 \Rightarrow m > \frac{1}{2} \quad (1)$$

$$1-m > 0 \Rightarrow -m > -1 \Rightarrow m < 1 \quad (2)$$

$$(1) \text{ و } (2) \text{ اشتراک } \Rightarrow \frac{1}{2} < m < 1$$



بنابراین گزینه‌ی (۲) پاسخ صحیح است.

• حدود  $m$  کدام باشد تا معادله‌ی درجه‌ی دوم  $x^2 - 3x + m - 1 = 0$  ریشه‌ی حقیقی نداشته باشد؟

$$(1) m > -4 \quad (2) m < -2 \quad (3) m < \frac{1}{3} \quad (4) m > \frac{13}{4}$$

✓ پاسخ: شرط این که معادله‌ی درجه‌ی دوم ریشه‌ی حقیقی نداشته باشد این است که  $\Delta < 0$

$$\Delta = b^2 - 4ac < 0 \Rightarrow (-3)^2 - 4(1)(m-1) < 0 \Rightarrow 9 - 4(m-1) < 0$$

باشد، پس:

$$9 - 4m + 4 < 0 \Rightarrow 13 - 4m < 0 \Rightarrow -4m < -13 \Rightarrow m > \frac{13}{4}$$

بنابراین گزینه‌ی (۴) پاسخ صحیح است.

## تمرین

۱۳۱- جواب نامعادله‌ی  $\frac{x}{2} + \frac{x}{3} < \frac{x}{4} + \frac{1}{5}$  کدام است؟

$$(1) x > 2 \quad (2) x < \frac{1}{7} \quad (3) x < \frac{12}{35} \quad (4) x > \frac{12}{17}$$

۱۳۲- جواب نامعادله‌ی  $5x \leq (1-x)^2 - (x+3)^2$  کدام است؟

$$(1) x \geq \frac{3}{2} \quad (2) x \leq -\frac{8}{13} \quad (3) x \geq -\frac{5}{11} \quad (4) x \leq \frac{5}{2}$$

## مجموعه کتاب‌های رشته انسانی



### ویژگی‌های این کتاب

- ▶ مرور کامل ریاضی انسانی
- ▶ دسته‌بندی مسائل مطرح در آزمون کنکور
- ▶ ارائه ۵ آزمون جامع جمع بندی
- ▶ مرجع کامل برای دوره ریاضی انسانی در مدت ۲۴ ساعت مفید

