

فصل اول :

بردار



در فصل بردار، ضرب بردارها مخصوصاً ضرب داخلی، خارجی، مختلط و مضاعف و کاربردهای آنها جزو مباحث مهم و پرتکرار کنکور می‌باشند.
با تکرار و تمرین کافی می‌توانید روی این مباحث مسلط شوید.

۹۴	۹۳	۹۲	۹۱	۹۰	
۱	۲	۱	۱	۲	داخل
۱	۲	۱	۱	۲	خارج

فضای \mathbb{R}^3

۱- کدام یک از نقاط زیر بر روی صفحه‌ی xOz قرار دارد؟

- (۱) $(۲, ۳, ۰)$ (۲) $(۰, ۲, ۰)$ (۳) $(۴, ۰, ۳)$ (۴) $(۰, ۱, ۲)$

۲- اگر نقطه‌ی $A(m + ۲, m - ۲, n, m - ۱)$ روی محور oz باشد، مقدار n کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) -۱

۳- اگر نقطه‌ی A به طول ۲ روی محور x ها و نقطه‌ی B با عرض و ارتفاع ۴ روی صفحه‌ی yOz باشد. فاصله‌ی وسط پاره‌خط AB از مبدأ مختصات کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) $۳\sqrt{۲}$ (۳) $۲\sqrt{۳}$ (۴) $۲\sqrt{۲}$

۴- نقاط $A(۱, ۲, ۲)$ ، $B(-۱, ۲, ۳)$ و $C(۳, ۰, ۱)$ سه رأس مثلث ABC هستند. اندازه‌ی میانه‌ی وارد بر کدام ضلع بزرگ‌تر است؟

- (۱) AB (۲) AC

- (۳) BC (۴) هر سه یکسان

۵- اگر $A(۱, ۱, ۳)$ و $B(۳, ۲, ۱)$ و نقطه‌ی $M(۳, ۰, -۱)$ پای میانه‌ی AM از مثلث ABC باشد، اندازه‌ی ضلع AC کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴) ۵

۶- نقاط $A(۱, ۲, ۳)$ و $B(۳, ۲, ۱)$ دو رأس از متوازی‌الاضلاع $ABCD$ و نقطه‌ی $M(۱, ۳, ۲)$ محل تلاقی قطرهای متوازی‌الاضلاع است. فاصله‌ی وسط ضلع CD از مبدأ مختصات کدام است؟

- (۱) $\sqrt{۵}$ (۲) $۲\sqrt{۵}$ (۳) $\sqrt{۶}$ (۴) $۲\sqrt{۶}$

۷- کم‌ترین فاصله‌ی دو نقطه‌ی $A(m, ۲, ۳)$ و $B(۱, -۱, -۱)$ کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۸- نقاط $A(۱, ۲, ۳)$ و $B(-۱, ۱, ۱)$ مفروض‌اند. اگر C نقطه‌ای دلخواه در فضا باشد، حداقل $|AC| + |BC|$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ۱

۹- اگر نقطه‌ی A به عرض -۱ روی محور oy و $B(۱, ۱, ۲)$ و C نقطه‌ای دلخواه در فضا باشد، حداکثر $|AC| - |BC|$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۰- قرینه‌ی نقطه‌ی $A(۱, ۱, ۲)$ نسبت به وسط پاره‌خط BC که $B(۱, ۳, ۲)$ و $C(-۱, ۱, ۰)$ می‌باشد، کدام است؟

- (۱) $(-۱, ۰, -۱)$ (۲) $(۱, ۱, ۰)$ (۳) $(۱, ۳, ۰)$ (۴) $(-۱, ۳, ۰)$

۱۱- نقاط $A(۱, ۲, ۱)$ و $B(۳, ۰, ۱)$ دو رأس غیرمجاور یک مربع هستند. مساحت این مربع کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۴ (۳) ۸ (۴) ۱۶

۱۲- نقاط $A(۱, ۱, ۳)$ و $B(۴, ۱, ۱)$ و $C(۳, ۲, ۰)$ رئوس متوازی‌الاضلاع $ABCD$ هستند. طول قطر بزرگ این متوازی‌الاضلاع کدام است؟

- (۱) $\sqrt{۱۴}$ (۲) $\sqrt{۱۷}$ (۳) $۳\sqrt{۲}$ (۴) $\sqrt{۱۳}$

۱۳- اگر نقاط $A(-1, 0, 0)$ ، $B(2, 0, a)$ و $C(3, \sqrt{2}, a)$ سه رأس مثلث ABC باشند و محیط مثلث ABC برابر $9 + \sqrt{3}$ باشد، اندازه‌ی

میانه‌ی وارد بر ضلع AB کدام است؟

- (۱) $2\sqrt{3}$ (۲) $\sqrt{10}$ (۳) $\sqrt{14}$ (۴) $2\sqrt{2}$

۱۴- تصاویر نقاط $A(1, 1, 2)$ و $B(2, 1, 3)$ بر صفحه‌ی xOz را C و D می‌نامیم. اندازه‌ی پاره‌خط CD کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) $\sqrt{3}$ (۴) $\sqrt{2}$

۱۵- اگر قرینه‌ی $A(1, 1, 2)$ نسبت به oz را C و قرینه‌ی $B(2, 3, -1)$ نسبت به صفحه‌ی xOz را D بنامیم، اندازه‌ی پاره‌خط CD کدام است؟

- (۱) $2\sqrt{5}$ (۲) $\sqrt{22}$ (۳) $2\sqrt{6}$ (۴) $3\sqrt{2}$

۱۶- اگر تصویر نقطه‌ی $A(1, 2, 3)$ روی صفحه‌ی xOz را نقطه‌ی B و قرینه‌ی نقطه‌ی A نسبت به محور ox را نقطه‌ی C بنامیم، اندازه‌ی

میانه‌ی AM از مثلث ABC کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) $3\sqrt{2}$ (۳) $5\sqrt{2}$ (۴) $\sqrt{6}$

۱۷- نقاط $A(4, 0, 0)$ ، $B(0, 4, 0)$ ، $C(0, 0, 4)$ و مبدأ مختصات رئوس یک مکعب هستند. اگر قرینه‌ی مرکز مکعب نسبت به محور oz را D و

تصویر آن بر صفحه‌ی xOy را E فرض کنیم، اندازه‌ی میانه‌ی AM از مثلث ADE کدام است؟

- (۱) $\sqrt{19}$ (۲) $\sqrt{13}$ (۳) $\sqrt{15}$ (۴) $\sqrt{17}$

۱۸- فاصله‌ی نقطه‌ی $A(1, 2, 3)$ از کدام یک از موارد زیر بیش تر است؟

- (۱) محور oz (۲) صفحه‌ی xOy (۳) محور oy (۴) صفحه‌ی xOz

۱۹- نقاط $A(1, 1, 2)$ و $B(2, 1, 2)$ مفروض‌اند. فاصله‌ی وسط پاره‌خط AB از محور oy کدام است؟

- (۱) $2\sqrt{2}$ (۲) ۳ (۳) $\sqrt{5}$ (۴) ۲

۲۰- نقاط $A(1, 1, 2)$ و $B(3, 1, 0)$ دو رأس مقابل یک مستطیل هستند. فاصله‌ی مرکز مستطیل از محور oz کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) $\sqrt{5}$ (۳) $\sqrt{6}$ (۴) $\sqrt{3}$

۲۱- نقاط $A(1, 1, 2)$ و $B(1, 0, 3)$ و $C(1, 2, 1)$ سه رأس مثلث ABC هستند. فاصله‌ی محل تلاقی میانه‌های مثلث از مبدأ مختصات کدام

است؟

- (۱) ۲ (۲) $\sqrt{5}$ (۳) $\sqrt{6}$ (۴) $2\sqrt{2}$

۲۲- فاصله‌ی نقطه‌ی A از محورهای ox ، oy و oz به ترتیب ۲ و ۶ و ۳ است. فاصله‌ی نقطه‌ی A از مبدأ مختصات کدام است؟

- (۱) ۷ (۲) $\frac{7}{\sqrt{2}}$ (۳) $\frac{7}{2}$ (۴) $7\sqrt{2}$

۲۳- نقاط $A(2, 0, 4)$ و $B(0, 2, 4)$ و $C(2, 2, 0)$ و مبدأ مختصات رئوس یک مکعب مستطیل هستند. فاصله‌ی مرکز این مکعب مستطیل از

مبدأ مختصات کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) $\sqrt{5}$ (۳) $\sqrt{6}$ (۴) $2\sqrt{2}$

۲۴- اگر فاصله‌ی نقطه‌ی $A(m, 2, 3)$ از محور oy برابر ۵ باشد، فاصله‌ی آن از محور oz کدام است؟

- (۱) $\sqrt{5}$ (۲) $2\sqrt{5}$ (۳) $\sqrt{22}$ (۴) $2\sqrt{6}$

بردار و پیکان

۲۵- نقاط $A(1, 2, 4)$ و $B(-2, 0, -1)$ و $C(2, 1, 5)$ مفروض‌اند. اگر $\vec{AC} = \vec{BD}$ باشد، اندازه‌ی بردار \vec{AD} کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) $\sqrt{29}$ (۴) ۸

۲۶- نقاط $A(5, -4, 1)$ و $B(-1, 2, 4)$ و $O(0, 0, 0)$ مفروض هستند و $\vec{AM} = \frac{2}{3}\vec{AB}$ ، مقدار $|\vec{OM}|$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt{10}$ (۲) $\sqrt{11}$ (۳) $\sqrt{13}$ (۴) $\sqrt{14}$

۲۷- اگر $A(1, 2, 4)$ و $B(3, 1, 0)$ و $C(2, 1, 1)$ سه نقطه در فضا باشند به طوری که $\vec{AD} = 2\vec{BC}$ ، آنگاه اندازه‌ی تصویر بردار \vec{CD}

بر صفحه‌ی xOz کدام است؟

- (۱) $\sqrt{10}$ (۲) $\sqrt{26}$ (۳) $\sqrt{30}$ (۴) $\sqrt{34}$

۲۸- اگر بردارهای $a = (-2, m, -1)$ و $b = (4, 0, n+1)$ موازی باشند، $m+n$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) -۳ (۳) -۲ (۴) ۱

۲۹- نقاط $A(1, n, 1)$ و $B(m - 2, 1, 3)$ مفروض اند. اگر بردار \overrightarrow{AB} موازی نیمساز ناحیه اول صفحه xOz باشد، $m + n$ کدام است؟

- (۱) -2 (۲) 2 (۳) 5 (۴) 6

۳۰- اگر بردار $\frac{1}{3}\mathbf{i} - m\mathbf{j} + \frac{2}{3}\mathbf{k}$ بردار جهت a باشد، مقدار مثبت m کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{9}$ (۲) $\frac{1}{9}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{2}{3}$

۳۱- اگر نقاط $A(3, 4, 0)$ و $B(-1, 3, 0)$ سه رأس مثلث ABC باشند، بردار جهت میانه \overrightarrow{AM} کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{3}(-2, -1, 2)$ (۲) $\frac{1}{3}(2, 1, -2)$ (۳) $\frac{1}{3}(2, -1, 2)$ (۴) $\frac{1}{3}(2, 1, 2)$

۳۲- نقاط $A(-2, 1, 0)$ و $B(1, 4, 6)$ مفروض اند. اگر $\overrightarrow{AC} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ باشد، بردار جهت \overrightarrow{BC} کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{\sqrt{6}}(\mathbf{i} + \mathbf{j} + 2\mathbf{k})$ (۲) $\frac{1}{\sqrt{6}}(\mathbf{i} - \mathbf{j} - 2\mathbf{k})$ (۳) $\frac{1}{\sqrt{6}}(\mathbf{i} + \mathbf{j} - 2\mathbf{k})$ (۴) $-\frac{1}{\sqrt{6}}(\mathbf{i} + \mathbf{j} + 2\mathbf{k})$

۳۳- اگر $A(1, 2, -1)$ و $B(3, 0, 3)$ باشند، بردار جهت \overrightarrow{AB} با کدام بردار زیر موازی و هم جهت است؟

- (۱) $(-2, 1, 1)$ (۲) $(-1, 2, -2)$ (۳) $(1, -1, 2)$ (۴) $(1, 1, 2)$

۳۴- اگر نقاط $A(-2, 3, 1)$ و B طوری در فضا قرار گرفته باشند که اندازه بردار هم‌ارز با پیکان \overrightarrow{AB} برابر ۳ و بردار جهت \overrightarrow{AB} به صورت $\frac{1}{3}\mathbf{i} - \frac{2}{3}\mathbf{j} - \frac{2}{3}\mathbf{k}$ باشد، فاصله B از مبدأ مختصات کدام است؟

- (۱) 3 (۲) $\sqrt{2}$ (۳) $\sqrt{3}$ (۴) 2

۳۵- اگر نقاط $A(3, 6, -3)$ و $B(1, m + 1, n)$ و $C(2, 4, -1)$ روی یک خط راست باشند، بردار جهت \overrightarrow{BC} کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{3}\mathbf{i} - \frac{2}{3}\mathbf{j} + \frac{2}{3}\mathbf{k}$ (۲) $-\frac{1}{3}\mathbf{i} - \frac{2}{3}\mathbf{j} + \frac{2}{3}\mathbf{k}$ (۳) $\frac{1}{3}\mathbf{i} + \frac{2}{3}\mathbf{j} - \frac{2}{3}\mathbf{k}$ (۴) $\frac{1}{3}\mathbf{i} - \frac{2}{3}\mathbf{j} - \frac{2}{3}\mathbf{k}$

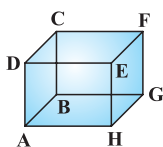
جمع و تفریق بردارها

۳۶- اگر $A(1, 2, -9)$ و $B(-2, 5, -3)$ و $C(-1, 5, -5)$ باشند، اندازه بردار $\overrightarrow{BC} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$ کدام است؟

- (۱) 3 (۲) 4 (۳) $2\sqrt{2}$ (۴) $\sqrt{11}$

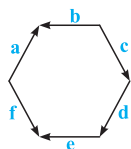
۳۷- اگر $A(0, 2, 3)$ و $B(1, 2, 0)$ دو نقطه در فضا باشد و نقطه C در فضا طوری قرار گرفته باشد که بردار $\overrightarrow{AC} + 2\overrightarrow{BC}$ برابر با بردار جهت راستای مثبت محور Ox باشد، فاصله نقطه C از محور Oz کدام است؟

- (۱) 1 (۲) 2 (۳) $\sqrt{5}$ (۴) $\sqrt{3}$



۳۸- در مکعب مستطیل شکل مقابل، حاصل $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DE} - \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{FG}$ برابر با کدام بردار است؟

- (۱) \overrightarrow{AH} (۲) \overrightarrow{DC} (۳) \overrightarrow{DF} (۴) \overrightarrow{CH}



۳۹- در شش ضلعی منتظم شکل مقابل، حاصل جمع تمامی بردارهای مشخص شده کدام است؟

- (۱) $2a$ (۲) $2d$ (۳) $2c$ (۴) $-2b$

۴۰- اندازه‌ی تفاضل دو بردار با اندازه‌های $\sqrt{2}$ و $3\sqrt{2}$ با مؤلفه‌های غیرمنفی به ترتیب واقع بر نیمساز صفحه xOz و نیمساز صفحه yOz کدام است؟

- (۱) $\sqrt{14}$ (۲) $\sqrt{13}$ (۳) $\sqrt{10}$ (۴) $\sqrt{15}$

۴۱- اگر $a = (1, 2, 2)$ و $b = (2, -1, -1)$ دو بردار باشند، اندازه‌ی قطر بزرگ متوازی‌الاضلاع ساخته شده بر روی دو بردار a و b کدام است؟

- (۱) $2\sqrt{5}$ (۲) $3\sqrt{2}$ (۳) $\sqrt{22}$ (۴) $2\sqrt{6}$

۴۲- اگر بردارهای $3\mathbf{i} + 5\mathbf{j} + 8\mathbf{k}$ و $\mathbf{i} + \mathbf{j} + 4\mathbf{k}$ قطرهای متوازی‌الاضلاع بنا شده بر روی دو بردار باشند، محیط این متوازی‌الاضلاع کدام است؟

- (۱) 10 (۲) 22 (۳) 20 (۴) 18

۴۳- اگر بر روی بردارهای $a = (1, m, -2)$ و $b = (2, 1, 1)$ یک لوزی بنا شود، اندازه‌ی قطر بزرگ این لوزی کدام است؟

- (۱) $\sqrt{10}$ (۲) $\sqrt{14}$ (۳) $2\sqrt{3}$ (۴) $\sqrt{11}$