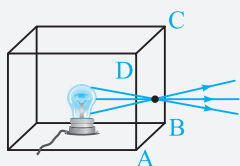


۱- (۲) برای پاسخ دادن به این تست، ابتدا به خلاصه نکات زیر توجه کنید:

### خلاصه نکات ۱

(تست‌های ۱ و ۲)

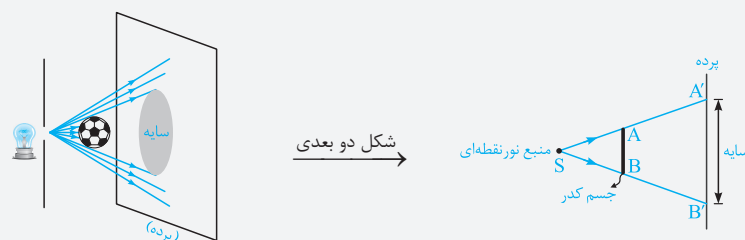
### منبع نور نقطه‌ای



اگر ابعاد یک منبع تولیدکننده نور ناچیز باشد، می‌توان آن را در حکم یک منبع نور نقطه‌ای دانست. به‌عنوان یک مثال ساده و قابل درک برای شما دانش‌آموزان عزیز، اگر یک لامپ روشن را در درون یک جعبه‌ی مقوایی قرار دهیم و روی وجه ABCD آن یک سوراخ ایجاد کنیم، یک منبع نور نقطه‌ای ساخته‌ایم.

### نکات مهم و کاربردی:

۱ در این حالت اگر جسم کدری مانند یک توپ فوتبال مقابل منبع نور نقطه‌ای قرار گیرد، بر روی پرده تنها سایه ایجاد می‌شود.



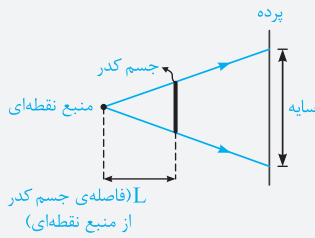
۲ در این حالت با جابه‌جا کردن پرده، منبع یا جسم کدر، با رسم شکل ساده‌ای می‌توان نحوه‌ی تغییرات سایه را بررسی کرد. برای درک بهتر به جدول زیر توجه شود:

شکل اصلی	شکل پس از ایجاد تغییر موردنظر	نحوه‌ی تغییرات سایه
	* جابه‌جایی پرده به سمت چپ 	سایه کوچک می‌شود.
	* جابه‌جایی منبع نور نقطه‌ای به سمت راست 	سایه بزرگ می‌شود.
	* جابه‌جایی جسم کدر به سمت راست 	سایه کوچک می‌شود.

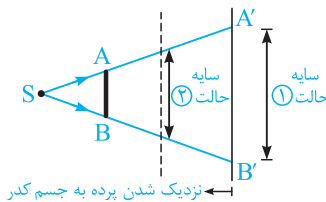
۳ همان‌گونه که مشاهده می‌شود رسم یک شکل ساده و بررسی وضعیت سایه، کار ساده‌ای است. اما در حالت‌هایی که جسم و یا منبع جابه‌جا می‌شوند با بیان یک نکته‌ی ساده، زحمت کشیدن شکل را نیز از روی دوش شما دانش‌آموزان عزیز برمی‌داریم.



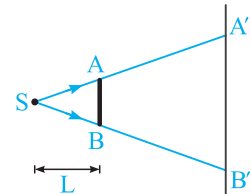
**نکته ی اساسی:** در شکل روبه رو، ابعاد سایه با پارامتر  $L$  (فاصله ی بین جسم کدر و منبع نور) رابطه ی عکس دارد. به عبارتی کم شدن  $L$  باعث افزایش ابعاد سایه شده و زیاد شدن  $L$  باعث کاهش ابعاد سایه می شود.



$L \uparrow \Rightarrow$  ابعاد سایه کاهش می یابد.  
 $L \downarrow \Rightarrow$  ابعاد سایه افزایش می یابد.



با توجه به نقطه ای بودن چشمه ی نور، بر روی پرده نیم سایه تشکیل نشده و اگر پرده را تا نزدیکی توپ (جسم کدر) جابه جا کنیم، با توجه به شکل مقابل ابعاد سایه و مساحت آن همواره کاهش می یابد.



با نزدیک کردن توپ (جسم کدر  $AB$ ) به چشمه ی نور نقطه ای، فاصله ی بین منبع و جسم کدر ( $L$ ) کاهش یافته و ابعاد سایه افزایش می یابد.

$\uparrow$  سایه  $L \downarrow \Rightarrow$  : نزدیک کردن توپ به منبع نور نقطه ای

برای پاسخ دادن به این تست، ابتدا به خلاصه نکات زیر توجه کنید:

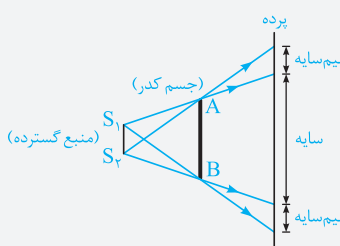
۳- (۲)

## خلاصه نکات ۲

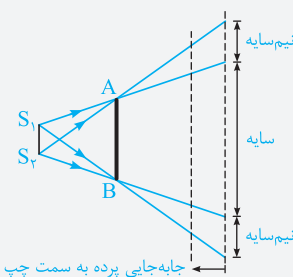
### منبع گسترده با قطر کوچک تر از جسم کدر ( $S_1 S_2 < AB$ )

(تست های ۳ و ۴)

در این قسمت می خواهیم به بررسی تغییرات سایه و نیم سایه در حالتی که یک جسم در مقابل یک منبع نور گسترده با قطر کوچک تر از جسم قرار دارد، بپردازیم. در شکل مقابل، یک جسم کدر در مقابل یک منبع نور گسترده با قطر کم تر از جسم قرار گرفته است. در این حالت بر روی پرده علاوه بر سایه، نیم سایه نیز تشکیل می شود.



قطر جسم کدر ( $AB$ ) < قطر منبع ( $S_1 S_2$ )

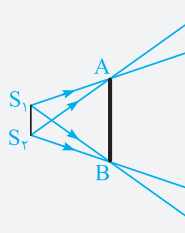


برای بررسی نحوه ی تغییرات سایه و نیم سایه در این حالت با یک روش تستی و بسیار ساده کافایت به نکات زیر توجه شود:

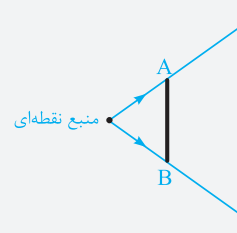
۱ به شکل مقابل دقت کنید، همان گونه که مشاهده می شود با جابه جایی پرده به سمت چپ، سایه و نیم سایه هر دو کوچک تر می شود. از طرفی اگر پرده به سمت راست جابه جا شود، سایه و نیم سایه هر دو بزرگ تر می شود. با توجه به این موضوع می خواهیم یک نتیجه گیری کلی برای شما بکنیم که به راحتی می توان در مسائل این قسمت از آن استفاده کرد:

**نتیجه:** اگر قطر جسم کدر از قطر منبع بزرگ تر باشد، با جابه جایی جسم کدر، منبع و یا پرده، تغییرات سایه و نیم سایه همواره با یکدیگر هماهنگ است. به عبارتی سایه و نیم سایه هر دو یا کوچک شده و یا هر دو بزرگ می شوند. با توجه به این موضوع در این گونه تست ها دو گزینه را می توان حذف کرد.

۲ در این حالت اگر  $S_1 S_2$  (قطر منبع نور) به سمت صفر میل کند، منبع نور نقطه ای ایجاد می شود. به عبارت بهتر منبع نور نقطه ای حالت خاص یک منبع است که قطر آن از قطر جسم کدر کوچک تر است.

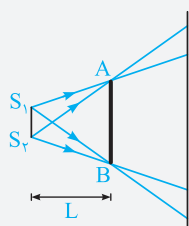


(قطر منبع کوچک تر از قطر جسم کدر است.)



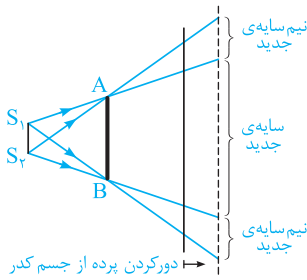
(منبع نقطه ای)

**نکته ی اساسی:** با توجه به این که منبع نور نقطه ای، حالت خاص منبع نور گسترده ی کوچک تر از جسم است، در حالت کلی می توان نشان داد که در این حالت نیز مانند حالت منبع نور نقطه ای، ابعاد سایه با پارامتر  $L$  (فاصله ی بین جسم کدر و منبع نور) رابطه ی عکس دارد. از طرفی در این حالت نحوه ی تغییرات ابعاد سایه با نیم سایه یکسان بوده و در نتیجه ابعاد نیم سایه نیز با پارامتر  $L$  رابطه ی عکس دارد.



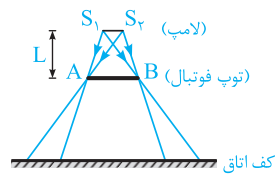
	ابعاد نیم سایه	ابعاد سایه
افزایش $L$	کاهش	کاهش
کاهش $L$	افزایش	افزایش

**تذکر:** در حالتی که طراح پرده را جابه جا می کند، رسم شکل کار بسیار ساده ای بوده و (پس از حذف دو گزینه) به سادگی به جواب تست می رسیم.



با توجه به این که قطر منبع نور کوچک تر از قطر جسم کدر است، با تغییر انجام شده ابعاد سایه و نیم سایه هر دو یا کوچک شده و یا هر دو بزرگ می شوند و در نتیجه گزینه های (۱) و (۳) نادرست است. با توجه به این که در این سؤال پرده جابه جا شده است، برای بررسی نحوه ی تغییرات سایه و نیم سایه، شکل ساده ای را رسم می کنیم:

سایه و نیم سایه هر دو بزرگ تر می شود.  $\Rightarrow$  با توجه به شکل



با توجه به این که قطر منبع نور (لامپ کوچک) از قطر جسم کدر (توپ فوتبال) کوچک تر است، سایه و نیم سایه هر دو یا بزرگ شده و یا هر دو کوچک می شوند و در نتیجه گزینه های (۳) و (۴) نادرست است. با توجه به این که توپ را به کف اتاق نزدیک کرده ایم، فاصله ی  $L$  افزایش یافته و ابعاد سایه و نیم سایه هر دو کاهش می یابد.

۴- (۱)

یعنی افزایش  $L \uparrow \Rightarrow$  نزدیکی توپ به کف اتاق

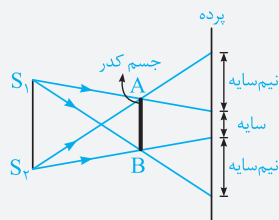
(قطر سایه کوچک و قطر نیم سایه نیز کوچک می شود)  $\Rightarrow$  نیم سایه و سایه  $\downarrow$

۵- (۱) برای پاسخ دادن به این تست، ابتدا به خلاصه نکات زیر توجه کنید:

### خلاصه نکات ۳

#### منبع گسترده با قطر بزرگ تر از جسم کدر ( $S_1 S_2 > AB$ )

(تست های ۵ تا ۷)



در این قسمت می خواهیم به بررسی تغییرات سایه و نیم سایه در حالتی که یک جسم در مقابل یک منبع نور گسترده با قطر بزرگ تر از جسم قرار دارد، بپردازیم. در شکل مقابل، یک جسم کدر در مقابل یک منبع نور گسترده با قطر بزرگ تر از جسم قرار گرفته است. در این حالت بر روی پرده سایه و نیم سایه تشکیل می شود.

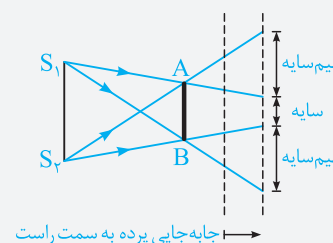
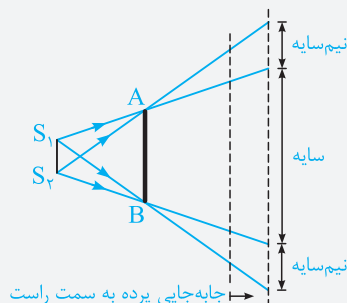
قطر جسم کدر  $(AB) <$  قطر منبع  $(S_1 S_2)$

برای بررسی نحوه ی تغییرات سایه و نیم سایه در این حالت با یک روش تستی و بسیار ساده، کافیتست به نکات زیر توجه شود:

۱ به شکل مقابل دقت کنید، همان گونه که مشاهده می شود، با جابه جایی پرده به سمت چپ، ابعاد سایه بزرگ شده و ابعاد نیم سایه کوچک می شود. از طرفی اگر پرده به سمت راست جابه جا شود، ابعاد سایه کوچک شده و ابعاد نیم سایه بزرگ می شود. با توجه به این موضوع می خواهیم مشابه با خلاصه نکات قبل یک نتیجه گیری کلی برای شما بکنیم که به راحتی بتوان در مسائل این قسمت از آن استفاده کرد.

نتیجه ۱: اگر قطر جسم کدر از قطر منبع نور کوچک تر باشد ( $S_1 S_2 > AB$ )، با جابه جایی جسم کدر، منبع یا پرده، نحوه ی تغییرات ابعاد سایه و نیم سایه همواره برعکس یکدیگر است. به عبارتی یا ابعاد سایه بزرگ و ابعاد نیم سایه کوچک شده و یا ابعاد سایه کوچک و ابعاد نیم سایه بزرگ می شود. با توجه به این موضوع در این گونه تست ها، دو گزینه را می توان حذف کرد (گزینه هایی که تغییرات سایه و نیم سایه در آن ها هماهنگ است، صحیح نیست).

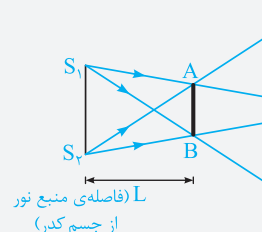
۲ به شکل های زیر توجه کنید:



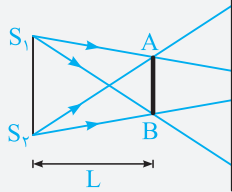
همان گونه که مشاهده می کنید، با دور کردن پرده از جسم کدر، در هر دو حالت نیم سایه بزرگ شده است. این موضوع اتفاقی نبوده و در مورد آن می توان به نتیجه ی مهم زیر در حالت کلی اشاره کرد:

نتیجه ۲: به خاطر داریم در حالتی که قطر منبع نور از قطر جسم کدر کوچک تر بود، نحوه ی تغییرات ابعاد نیم سایه با  $L$  رابطه ی عکس داشت. در حالتی که قطر منبع نور از قطر جسم کدر بزرگ تر باشد نیز نحوه ی تغییرات ابعاد نیم سایه با  $L$  رابطه ی عکس دارد. (همواره تغییرات قطر نیم سایه برعکس  $L$  است).

کاهش قطر نیم سایه  $\Rightarrow$  افزایش  $L$   
افزایش قطر نیم سایه  $\Rightarrow$  کاهش  $L$



۳ با توجه به نتیجه‌ی (۱) در حالتی که قطر منبع نور از قطر جسم کدر بزرگ‌تر است، تغییرات ابعاد سایه و نیم‌سایه برعکس یک‌دیگر است. با توجه به این موضوع نحوه‌ی تغییرات سایه در این حالت با  $L$  رابطه‌ی مستقیم دارد. به عبارتی با افزایش  $L$  در این حالت، ابعاد سایه افزایش یافته و بالعکس.

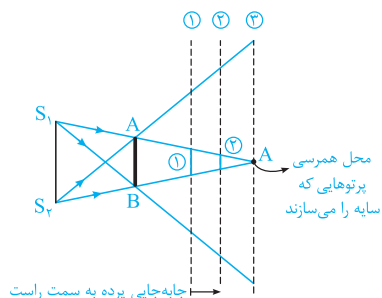


	قطر سایه	قطر نیم‌سایه
افزایش $L$	افزایش	کاهش
کاهش $L$	کاهش	افزایش

جمع‌بندی:

حالت کلی ۱ (افزایش فاصله‌ی بین منبع نور و جسم کدر) $L \Rightarrow$ افزایش می‌یابد.		
حالت ۱	منبع نور نقطه‌ای	$L \uparrow \Rightarrow$ سایه $\downarrow$
حالت ۲	قطر جسم کدر $<$ قطر منبع	$L \uparrow \Rightarrow$ سایه $\downarrow$ و نیم‌سایه $\downarrow$
حالت ۳	قطر جسم کدر $>$ قطر منبع	$L \uparrow \Rightarrow$ سایه $\uparrow$ و نیم‌سایه $\downarrow$
حالت کلی ۲ (کاهش فاصله‌ی بین منبع نور و جسم کدر) $L \Leftarrow$ کاهش می‌یابد.		
حالت ۱	منبع نور نقطه‌ای	$L \downarrow \Rightarrow$ سایه $\uparrow$
حالت ۲	قطر جسم کدر $<$ قطر منبع	$L \downarrow \Rightarrow$ سایه $\uparrow$ و نیم‌سایه $\uparrow$
حالت ۳	قطر جسم کدر $>$ قطر منبع	$L \downarrow \Rightarrow$ سایه $\downarrow$ و نیم‌سایه $\uparrow$

جمع‌بندی نهایی: همان‌گونه که مشاهده می‌شود در مقایسه‌ی سه حالت، تغییرات سایه و نیم‌سایه همواره با  $L$  رابطه‌ی عکس دارد، به جز سایه در حالت سوم.



با توجه به شکل مقابل، با دور کردن پرده از توپ (جابه‌جایی پرده به سمت راست)، قطر سایه کاهش یافته و هنگامی که پرده در محل (۳) قرار می‌گیرد، قطر سایه صفر می‌شود. پس از آن با جابه‌جایی پرده به سمت راست و دور کردن آن از جسم کدر، دیگر سایه‌ای بر روی پرده تشکیل نمی‌شود.

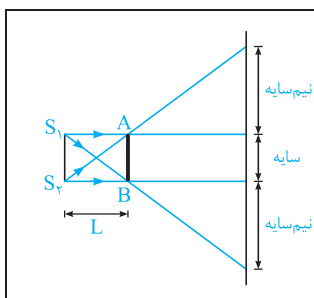
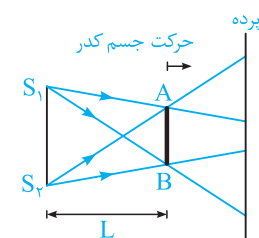
۶- (۲)

با توجه به این که قطر منبع از قطر جسم کدر (مانع کدر) بزرگ‌تر است، تغییرات سایه و نیم‌سایه برعکس یک‌دیگر بوده و گزینه‌های (۱) و (۴) صحیح نمی‌باشد. از طرفی با دور کردن منبع نوری از مانع کدر، فاصله‌ی  $L$  افزایش یافته و در این حالت ابعاد سایه افزایش و ابعاد نیم‌سایه کاهش می‌یابد.  $L \uparrow \Rightarrow$  سایه  $\uparrow$  و نیم‌سایه  $\downarrow$

۷- (۲)

با توجه به بزرگ‌تر بودن منبع نور (لامپ) از جسم کدر (شیء)، تغییرات سایه و نیم‌سایه برعکس یک‌دیگر بوده و گزینه‌های (۱) و (۴) نادرست است. با نزدیک کردن شیء به پرده، فاصله‌ی بین منبع و جسم کدر ( $L$ ) افزایش یافته و در نتیجه ابعاد سایه افزایش و ابعاد نیم‌سایه کاهش می‌یابد.  $L \uparrow \Rightarrow$  سایه  $\uparrow$  و نیم‌سایه  $\downarrow$

۸- (۱)



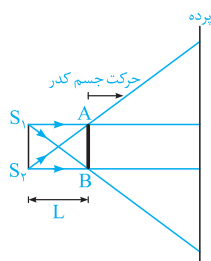
**نکته:** در مسائل سایه و نیم‌سایه، هنگامی که قطر جسم کدر و قطر منبع نورانی با یک‌دیگر برابر است، قطر سایه نیز با قطر آن‌ها برابر بوده و در این حالت با جابه‌جایی جسم، پرده و یا منبع، قطر سایه همواره ثابت باقی می‌ماند. در این حالت ابعاد نیم‌سایه در حالتی که فاصله‌ی بین منبع نور و جسم کدر تغییر می‌کند، با  $L$  رابطه‌ی عکس دارد.

$L \uparrow \Rightarrow$  سایه و نیم‌سایه (ثابت)  $\downarrow$

$L \downarrow \Rightarrow$  سایه و نیم‌سایه (ثابت)  $\uparrow$

در این سؤال، با توجه به این که قطر سایه و جسم کدر با یک‌دیگر برابر است، می‌توان فهمید قطر منبع نورانی نیز با آن‌ها برابر است و با دور کردن جسم از لامپ (افزایش  $L$ )، ابعاد سایه ثابت مانده و ابعاد نیم‌سایه کوچک می‌شود.

$L \uparrow \Rightarrow$  سایه و نیم‌سایه (ثابت)  $\downarrow$



۹- (۴)

با توجه به یکسان بودن قطر جسم کدر با قطر چشمه‌ی نورانی، با ایجاد هرگونه جابه‌جایی، ابعاد سایه ثابت می‌ماند. از طرفی با نزدیک کردن جسم کدر به چشمه‌ی نور، فاصله‌ی  $L$  کاهش یافته و ابعاد نیم‌سایه افزایش می‌یابد. نیم‌سایه  $\uparrow$  و سایه (ثابت)  $\Rightarrow L \downarrow \Rightarrow$  نزدیک کردن جسم کدر به چشمه‌ی نور

۱۰- (۴)

همان‌گونه که مشاهده می‌شود، در این سؤال هیچ‌گونه اطلاعاتی در مورد ابعاد منبع نور و توپ داده نشده و نمی‌توان در مورد نحوه‌ی تغییرات سایه اظهارنظر کرد. از طرفی با نزدیک کردن توپ به پرده، توپ از چشمه‌ی گسترده دور می‌شود و با دور کردن توپ از چشمه‌ی گسترده (یعنی افزایش  $L$ ) پهنای نیم‌سایه همیشه کاهش می‌یابد (با  $L$  رابطه‌ی عکس دارد) و این موضوع ربطی به ابعاد چشمه‌ی گسترده ندارد. **دقت:** برای بررسی تغییر ابعاد سایه، باید بدانیم ابعاد چشمه‌ی گسترده و جسم چه ارتباطی با یکدیگر دارند.

**پرسش:** در این سؤال اگر پرده به سمت راست جابه‌جا می‌شد، سایه و نیم‌سایه چه تغییری می‌کرد؟

حالت (۱)	حالت (۲)	حالت (۳)
قطر منبع > قطر جسم کدر نیم‌سایه $\uparrow$ و سایه $\uparrow$	قطر منبع = قطر جسم کدر نیم‌سایه $\uparrow$ و سایه (ثابت)	قطر منبع < قطر جسم کدر نیم‌سایه $\uparrow$ و سایه $\downarrow$

همان‌گونه که در جدول فوق مشاهده کردید، با دور کردن پرده از صفحه‌ی کدر، نیم‌سایه همواره بزرگ شده ولی ابعاد سایه می‌تواند کوچک، بزرگ و یا ثابت بماند.

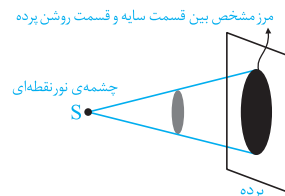
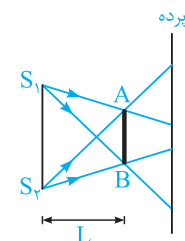
۱۱- (۴)

با توجه به این‌که با نزدیک کردن چشمه‌ی نور به جسم کدر (توپ) و کاهش  $L$ ، سایه کوچک شده است، یعنی در این حالت ابعاد سایه با  $L$  متناسب است. این حالت تنها زمانی رخ می‌دهد که ابعاد منبع نور از ابعاد جسم کدر بزرگ‌تر باشد.

چشمه گسترده و ابعاد توپ کوچک‌تر از چشمه است.  $\Rightarrow$  نیم‌سایه  $\uparrow$  و سایه  $\downarrow \Rightarrow L \downarrow \Rightarrow$  نزدیک کردن چشمه به توپ  
علت وجود مرز مشخص بین سایه و قسمت روشن پرده، انتشار نور در یک خط راست است. در این حالت عملاً بین قسمت روشن و تاریک (سایه) یک مرز مشخص دیده می‌شود.

۱۳- (۲)

برای پاسخ دادن به این تست، ابتدا به خلاصه نکات زیر توجه کنید:



#### خلاصه نکات ۴

#### محاسبه‌ی ابعاد و مساحت سایه

در شکل روبه‌رو مربعی با طول ضلع  $AB$  را در فاصله‌ی  $L$  از چشمه‌ی نور نقطه‌ای  $S$  قرار داده و سایه‌ی مربع بر روی پرده‌ای که در فاصله‌ی  $L'$  از چشمه‌ی نور نقطه‌ای قرار دارد، ایجاد شده است. به کمک تشابه بین دو مثلث  $SAB$  و  $SA'B'$  می‌توان رابطه‌ی بین ابعاد سایه و جسم کدر را محاسبه کرد:

فاصله‌ی بین منبع نور نقطه‌ای از جسم کدر:  $L$       فاصله‌ی بین منبع نور نقطه‌ای از پرده:  $L'$   
بعد سایه‌ی مربع:  $A'B'$   
 $\Rightarrow \frac{AB}{A'B'} = \frac{L}{L'} \Rightarrow$  تشابه مثلث  $SAB$  و  $SA'B'$

**تذکر:** برای مقایسه‌ی مساحت سایه و جسم کدر نیز در این حالت خاص داریم:

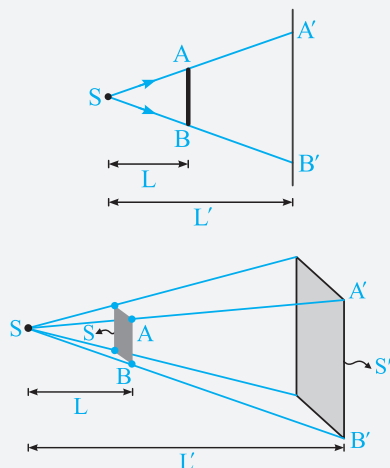
$$\frac{S}{S'} = \left( \frac{AB}{A'B'} \right)^2 = \left( \frac{L}{L'} \right)^2$$

$S'$ : مساحت سایه

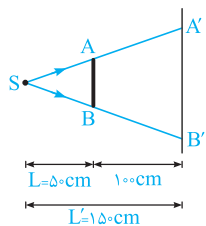
$S$ : مساحت جسم کدر

**نکته:** برای حالت کلی موضوع اثبات شده، برای هر شکل غیرمربعی نیز صادق است. توصیه می‌شود که به جای حفظ فرمول، رسم شکل ساده‌ی فوق و استفاده از تشابه را خوب یاد بگیرید.

(تست‌های ۱۳ تا ۱۷)



برای حل ابتدا با توجه به داده های سؤال، شکل ساده ای را رسم می کنیم:



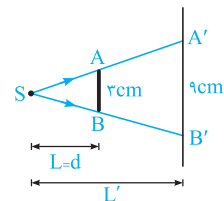
$$L = 50 \text{ cm} \text{ (فاصله ی جسم از منبع) و } AB = 5 \text{ cm} \text{ (اندازه ی جسم)}$$

$$L' = 150 \text{ cm} \text{ (فاصله ی منبع از پرده) و } 100 \text{ cm} = \text{فاصله ی پرده از جسم}$$

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{L}{L'} \Rightarrow \frac{5}{A'B'} = \frac{50}{150} \Rightarrow A'B' = 15 \text{ cm} \text{ (طول سایه)}$$

با توجه به شکل مقابل و اطلاعات سؤال، فاصله ی بین پرده و سکه عبارت است از:

(۱۴) - (۲)

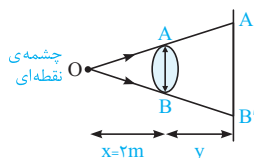


$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{L}{L'} \Rightarrow \frac{3}{9} = \frac{d}{L'} \Rightarrow L' = 3d$$

$$\text{فاصله ی } L' - L = 3d - d = 2d$$

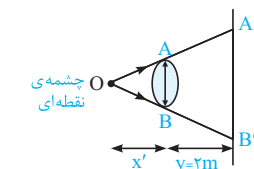
**گام اول:** با توجه به شکل زیر و اطلاعات صورت سؤال، در حالت اول که قطر سایه دو برابر قطر توپ است (است  $A'B' = 2AB$ )، داریم:

(۱۵) - (۳)



$$\frac{x}{x+y} = \frac{AB}{A'B'} = \frac{1}{2} \Rightarrow 2x = x+y \Rightarrow y = x = 2 \text{ m}$$

**گام دوم:** با جابه جایی چشمه ی نور نقطه ای، در حالتی که قطر سایه ۳ برابر قطر توپ است ( $A''B'' = 3AB$ )، داریم:



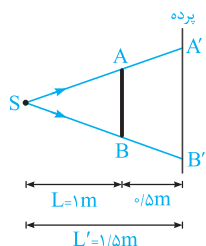
$$\frac{x'}{y+x'} = \frac{AB}{A''B''} = \frac{1}{3} \Rightarrow 3x' = y+x' \Rightarrow 2x' = y = 2 \text{ m} \Rightarrow x' = 1 \text{ m}$$

**گام سوم:** همان طور که ملاحظه می شود، در حالت دوم فاصله ی بین چشمه و توپ از  $x = 2 \text{ m}$  به  $x' = 1 \text{ m}$  کاهش یافته است، این موضوع یعنی باید چشمه ی نور نقطه ای را یک متر به توپ نزدیک کنیم.

**تذکر:** با توجه به زیاد شدن قطر سایه ی توپ، چشمه ی نقطه ای نور را به توپ نزدیک کرده ایم (یعنی کاهش  $L \downarrow$ )  $\Leftarrow$  نادرستی گزینه های ۱ و ۴

در مقایسه ی مساحت سایه و مساحت صفحه ی کدر می توان نوشت:

(۱۶) - (۲)



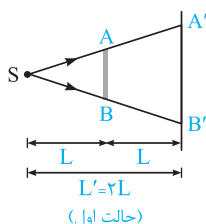
$50 \text{ cm} = 0.5 \text{ m}$  = فاصله ی صفحه ی کدر از دیوار (پرده)

$1 \text{ m}$  = فاصله ی صفحه ی کدر از چشمه

$$\frac{S'}{S} = \left(\frac{L'}{L}\right)^2 = \left(\frac{1/5}{1}\right)^2 = \left(\frac{1}{5}\right)^2 \Rightarrow \frac{S'}{S} = \frac{1}{25}$$

با توجه به این که در حالت اول صفحه ی مثلثی در وسط فاصله ی بین دیوار و چشمه ی نقطه ای نور قرار دارد، مساحت سایه ی آن ۴ برابر مساحت صفحه خواهد بود:

(۱۷) - (۲)



$$\frac{S'_1}{S_0} = \left(\frac{L'}{L}\right)^2 = (2)^2 = 4 \Rightarrow S'_1 = 4S_0$$

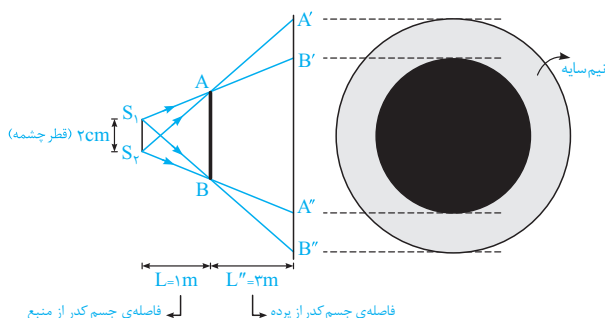
مساحت صفحه ی مثلثی

در ادامه ی کار اگر فاصله ی صفحه ی مثلثی از چشمه ی نقطه ای نصف شود، فاصله ی جسم از منبع به  $\frac{L}{2}$  تبدیل می شود و فاصله ی منبع از پرده کماکان ثابت و برابر  $L' = 2L$  است. با توجه به این موضوع در حالت دوم مساحت

سایه برابر است با:

$$\frac{S'_2}{S_0} = \left(\frac{2L}{L}\right)^2 = (2)^2 = 4 \Rightarrow S'_2 = 4S_0$$

(۱۸) - (۳)

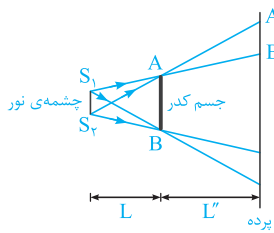


**تذکر:** در مسائلی که چشمه ی نور گسترده است، نیاز به حفظ کردن هیچ رابطه ی خاصی برای حل مسائل سایه و نیم سایه نبوده و باید با صبر و حوصله و با کمک تشابه مثلث ها، خواسته ی سؤال را به دست آورد.

در این تست با رسم یک شکل ساده و با توجه به داده های تست، به سادگی پهنای نیم سایه با کمک تشابه مثلث های  $AS_1S_2$  و  $AA'B'$  به دست می آید:

$$\frac{S_1S_2}{A'B'} = \frac{L}{L'} \Rightarrow \frac{2}{A'B'} = \frac{1}{3} \Rightarrow A'B' = 6 \text{ cm}$$

**تذکر:** همان گونه که مشاهده می شود، منظور از پهنای نیم سایه، ضخامت نیم سایه است که با توجه به شکل فوق برابر  $A'B' = 6 \text{ cm}$  است.



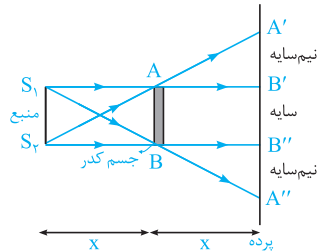
با توجه به شکل مقابل و تشابه مثلث‌های  $AS_1S_2$  و  $AA'B'$ ، پهنای نیم‌سایه از ابعاد جسم کدر مستقل بوده و ثابت می‌ماند.

$$\frac{A'B'}{S_1S_2} = \frac{L''}{L} \Rightarrow A'B' = \frac{L''}{L} \times S_1S_2$$

$L$ : فاصله‌ی جسم کدر از چشمه‌ی نور

$L''$ : فاصله‌ی پرده از جسم کدر

**تذکر:** ابعاد نیم‌سایه تنها به قطر چشمه‌ی نور، فاصله‌ی جسم کدر از چشمه‌ی نور و فاصله‌ی پرده از جسم کدر بستگی دارد.



همان‌طور که می‌دانید در این حالت، قطر سایه با قطر منبع نور برابر است (به شکل رسم شده توجه کنید)، در ادامه با توجه به شکل، پهنای نیم‌سایه برابر است با:

$$\Delta AB'A' \sim \Delta AS_1S_2 : \frac{A'B'}{S_1S_2} = \frac{x}{x} \Rightarrow A'B' = S_1S_2 \quad (\text{پهنای نیم‌سایه})$$

$\frac{A'B'}{AB} = 1$  ← برابر AB است.

ابتدا باید توجه شود که چون در گزینه‌ها، گزینه‌ی قطر سایه برابر صفر وجود دارد، ابتدا این موضوع را کنترل کنیم بهتر است. با توجه به شکل روبه‌رو که در آن فرض کرده‌ایم قطر سایه صفر می‌شود، می‌توان نوشت:

$$\Delta B'AB \sim \Delta B'S_1S_2 \Rightarrow \frac{AB}{S_1S_2} = \frac{L}{L+L} \\ \Rightarrow \frac{D}{2D} = \frac{L}{L+L} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \quad \checkmark$$

بنابراین فرض ما درست بوده و سایه تشکیل نمی‌شود و این یعنی قطر سایه صفر است.

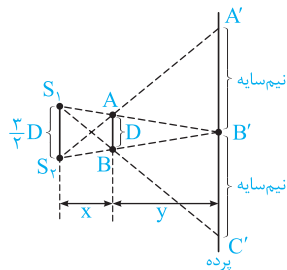
**تذکر:** با توجه به این سؤال، هرگاه جسمی در وسط یک چشمه‌ی گسترده و پرده‌ی موازی با چشمه قرار گیرد و قطر جسم نصف قطر چشمه باشد، سایه‌ای از جسم بر روی پرده تشکیل نخواهد شد.

حال برای محاسبه‌ی قطر نیم‌سایه که در این سؤال عملاً یک دایره است، به کمک تشابه دو مثلث می‌توان نوشت:

$$\Delta AS_1S_2 \sim \Delta A'B' \Rightarrow \frac{A'B'}{S_1S_2} = \frac{L}{L} \Rightarrow \frac{A'B'}{2D} = 1 \Rightarrow A'B' = 2D$$

بنابراین بر روی پرده سایه‌ای تشکیل نشده و دایره‌ای به شعاع  $2D$  (قطر  $4D$ )، به‌عنوان نیم‌سایه تشکیل می‌شود.

برای حل، فرض کنید در وضعیت نشان داده شده، قطر سایه صفر شده است. در این حالت داریم:



$$\Delta B'S_1S_2 \sim \Delta B'AB \Rightarrow \frac{AB}{S_1S_2} = \frac{y}{x+y} \Rightarrow \frac{y}{x+y} = \frac{D}{\frac{2}{3}D} = \frac{3}{2} \Rightarrow 3y = 2x + 2y \Rightarrow y = 2x$$

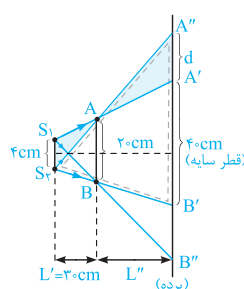
در ادامه با کمک گرفتن از یک تشابه دیگر، داریم:

$$\Delta AS_1S_2 \sim \Delta A'B' \Rightarrow \frac{A'B'}{S_1S_2} = \frac{y}{x} \xrightarrow{y=2x} \frac{A'B'}{\frac{2}{3}D} = \frac{2x}{x} \Rightarrow A'B' = 3D$$

$$\Rightarrow \text{قطر نیم‌سایه} = A'C' = 2A'B' = 2(3D) = 6D$$

در نهایت می‌توان گفت با توجه به این‌که قطر قرص کدر برابر  $D$  می‌باشد، قطر نیم‌سایه‌ی تشکیل شده بر روی پرده،  $6$  برابر قطر آن می‌باشد.

ابتدا باید شکل مناسبی که متناسب با شرایط مسئله باشد را رسم کنید و سپس از تشابه مثلث‌های  $S_1S_2A$  و  $AA'A''$  می‌توان نوشت:



$$\frac{S_1S_2}{A'A''} = \frac{L'}{L''} \Rightarrow \frac{4}{d} = \frac{30}{L''} \Rightarrow L'' = 7.5d$$

در ادامه با نوشتن روابط مربوط به تشابه مثلث‌های  $AS_2B$  و  $S_2A''B'$  و با توجه به دانستن مقدار  $L''$  می‌توان نوشت:

$$\frac{AB}{A''B'} = \frac{L'}{L' + L''} \Rightarrow \frac{6}{30 + d} = \frac{30}{30 + 7.5d}$$

$$\Rightarrow 60 + 15d = 120 + 3d \Rightarrow d = 5 \text{ cm (پهنای نیم‌سایه)}$$

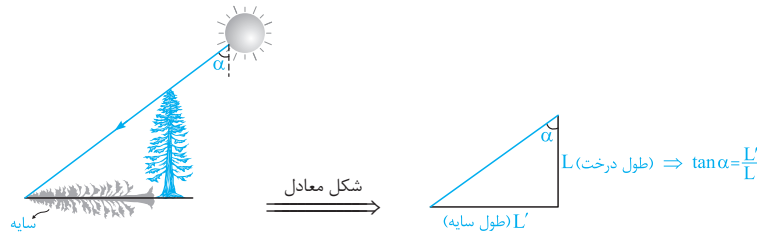
**دقت:** این تست از سؤالات قسمت یک قدم تا ۱۰۰ کتاب در سال‌های گذشته بوده است که تنها با تغییر عدد در کنکور مطرح شده است.



(۴) - ۲۴

**روش اول:** هنگامی که خورشید به صورت مایل بر درخت می تابد، از درخت بر روی زمین سایه ایجاد می شود و در هنگام ظهر که پرتوهای خورشید عمود بر سطح زمین می تابند، سایه بسیار کوچک می شود. بنابراین از طلوع خورشید تا ظهر سایه ی درخت کوچک شده و از ظهر تا غروب خورشید سایه ی درخت بزرگ می شود (بهتر است کمی به سایه ی درخت های خیابان توجه کنید تا این موضوع را بهتر درک کنید).

**روش دوم (تخلیل ریاضی):** در شکل زیر، سایه ی درخت بر روی زمین تشکیل شده است. طول سایه ی تشکیل شده بر روی زمین عبارت است از:



در طول روز، خورشید از هنگام طلوع تا ظهر تمایل به قائم شدن داشته و  $\alpha$  کاهش می یابد و سپس از ظهر تا بعدازظهر، به سمت غرب رفته و  $\alpha$  افزایش می یابد. با تغییر  $\alpha$ ، طول سایه ی درخت ابتدا کاهش یافته و سپس افزایش می یابد.

$$\alpha \downarrow \Rightarrow \tan \alpha \downarrow \Rightarrow L' \downarrow$$

$$\alpha \uparrow \Rightarrow \tan \alpha \uparrow \Rightarrow L' \uparrow$$



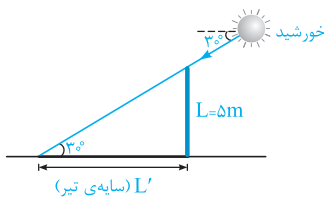
**تمرین:** سایه ی مردی که در شب تاریک از چراغ خیابان دور می شود، چگونه تغییر

می کند؟

**پاسخ:** مشابه با مفاهیم همین تست، با دور شدن فرد از چراغ، سایه ی او بلندتر می شود.

(۱) - ۲۵

با رسم یک شکل ساده، طول سایه ی تیر بر روی زمین عبارت است از:



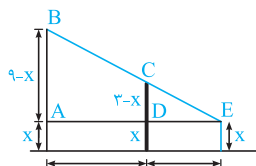
$$\tan 37^\circ = \frac{L}{L'} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{5}{L'}$$

$$\Rightarrow L' = \sqrt{3} \times 5 = 5\sqrt{3} \text{ m}$$

برای حل سؤال، ابتدا شکل ساده ای را رسم کرده و متناسب با

آن و با کمک تشابه مثلث های EDC و EAB، فاصله ی x را

به دست می آوریم:



$$\frac{AB}{AE} = \frac{DC}{DE} \Rightarrow \frac{9-x}{6+x} = \frac{3-x}{2} \Rightarrow x = 1 \text{ m}$$

(۲) - ۲۷

برای پاسخ دادن به این سؤال نسبتاً جالب و جدید، از انتهای میله یک خط افقی مطابق شکل

رسم می کنیم. با رسم این خط، طول های افقی و قائم  $B'B$  و  $AB'$ ، به ترتیب

برابر  $1 \times \cos 37^\circ$  و  $1 \times \sin 37^\circ$  به دست می آید. در ادامه به کمک تشابه مثلث های  $OB'B$

و  $OAA'$ ، طول سایه بر روی زمین که معادل با طول  $AA'$  است، به دست می آید:

$$\frac{OB'}{OA} = \frac{B'B}{AA'} \Rightarrow \frac{1/5}{2} = \frac{1 \times \cos 37^\circ}{AA'} \Rightarrow AA' = \frac{2\sqrt{3}}{3} \text{ m}$$

به شکل زیر توجه کنید، فرض کنید که میله چرخیده و در زاویه ی  $\theta$ ، بلندترین سایه بر روی

(۱) - ۲۸

زمین تشکیل شده است. در این حالت طول سایه برابر است با:

$$\frac{L}{\sin 37^\circ} = \frac{AB'}{\sin(18^\circ - (37^\circ + \theta))}$$

$$AB' = \frac{\sin(18^\circ - (37^\circ + \theta))}{\sin 37^\circ} L$$

بیشترین مقدار طول سایه هنگامی است که صورت کسر برابر یک شود و مقدار آن برابر است با:

$$(AB')_{\max} = \frac{1}{\sin 37^\circ} L = \frac{1}{\frac{3}{4}} \times 60 = 80 \text{ cm}$$

$$18^\circ - (37^\circ + \theta) = 90^\circ \Rightarrow \theta = 53^\circ$$

**دقت:** بیشترین مقدار طول سایه، در  $\theta = 53^\circ$  رخ می دهد: