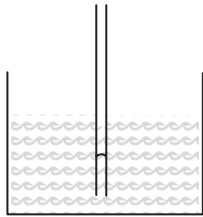
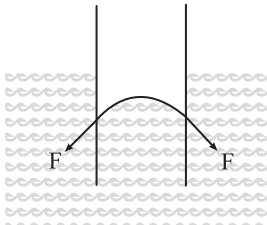


**پرسش:** آیا می‌توانید پیش‌بینی کنید که اگر یک لوله‌ی موئین را در یک ظرف محتوی جیوه فرو ببریم، چه رخ خواهد داد؟



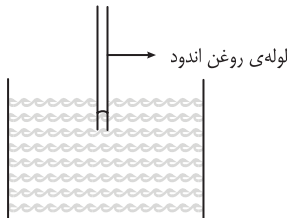
**پاسخ:** هرگاه یک لوله‌ی موئین را وارد یک ظرف محتوی جیوه کنیم مشاهده می‌شود که سطح جیوه در لوله از سطح جیوه‌ی درون ظرف پایین‌تر است. علت این امر آن است که نیروی چسبندگی سطحی بین مولکول‌های جیوه از نیروی چسبندگی بین جیوه و لوله بیش‌تر است.

مولکول‌های جیوه که به سطح درونی لوله‌ی موئین نزدیکند به طرف مرکز لوله کشیده شده و در سطح جیوه برآمدگی ایجاد می‌شود.



**پرسش:** اگر درون یک لوله‌ی موئین روغن اندود شود و سپس آن را درون ظرف محتوی آب وارد کنیم، سطح آب درون لوله در مقایسه با سطح آب درون ظرف چگونه خواهد بود؟

**پاسخ:** نیروی چسبندگی سطح بین مولکول‌های آب و روغن از نیروی چسبندگی بین مولکول‌های آب کم‌تر است و سطح آب درون لوله‌ی موئین پایین‌تر از سطح آب درون ظرف قرار می‌گیرد.



**پرسش:** در گذشته در ایران به جای قیراندود کردن چگونه از نفوذ آب باران به داخل ساختمان جلوگیری می‌کردند؟  
**پاسخ:** اگر سطح داخلی لوله‌ی موئین را چرب کنیم یا روغن اندود کنیم چسبندگی سطحی از بین می‌رود. در گذشته نیز توسط روغن اندود کردن مخلوط کاه و گل تا حدودی از نفوذ رطوبت جلوگیری می‌شد.

## فشار



اگر شخصی کفش کتانی ورزشی به پا داشته باشد و پاشنه‌ی کفشش را ناخودآگاه روی انگشت پای شما قرار دهد پای شما درد خواهد گرفت اما اگر کفش پای او دارای یک پاشنه‌ی نوک تیز باشد و پاشنه‌ی کفشش روی پای شما قرار گیرد، احساس درد شما به قدری زیاد است که معمولاً باعث فریاد زدن شما می‌شود. اگر در زمانی که برف نرم و تازه باریده شده باشد با کفش معمولی روی آن قدم بردارید، پای شما در برف فرو می‌رود، اما اگر چوب اسکی به پا کنید پا در برف فرو نمی‌رود. درواقع هر چه سطح بزرگ‌تر باشد، فرورفتگی در برف کم‌تر است. در مثال‌های ارائه شده، وزن شخص تغییری نکرده است اما کاهش یا افزایش سطح، پدیده‌های متفاوتی را به وجود می‌آورد. در واقع هم نیرو (وزن) و هم مساحت سطح تماس در پدیده‌ای که ایجاد می‌شود نقش دارند، یعنی با تغییر مساحت، فشار تغییر می‌کند. اما فشار چیست؟

$$P = \frac{F_{\perp}}{A}$$

بزرگی نیروی عمودی وارد بر واحد (یکای) سطح را فشار می‌گوییم.

**تعریف:**

فشار کمیت نرده‌ای است و واحد آن در SI، پاسکال ( $\frac{N}{m^2}$ ) است.

**پرسش:** چرا برای آن که گوشت را تکه‌تکه کنیم، نوک چاقو را تیز می‌کنیم؟

**پاسخ:** با تیز شدن نوک چاقو، سطح آن کوچک شده و با نیروی اندکی، فشار لازم برای فرو رفتن چاقو در گوشت و برش گوشت ایجاد می‌شود.

**مسئله‌ی (۱۱):** دانش‌آموزی به جرم  $50 \text{ kg}$  بر سطح افقی ایستاده است. مساحت قسمتی از کفش‌های او که با زمین در تماس است، در مجموع  $80 \text{ cm}^2$  است.

الف) او چه فشاری بر سطح تماس وارد می‌کند؟

ب) اگر او روی چوب‌های اسکی که مساحت هر یک  $800 \text{ cm}^2$  است بایستد، چه فشاری ایجاد می‌کند؟ (با این فرض که نیروی وزن به طور یکنواخت پخش شود.)

$$P_1 = \frac{mg}{A} = \frac{500}{80 \times 10^{-4}} = \frac{5}{8} \times 10^5 \text{ Pa} = 625 \times 10^4 \text{ Pa}$$

راه حل: الف) در این جا نیز نیروی عمود بر سطح هم اندازه با نیروی وزن است.

$$A = 2 \times 800 = 1600 \text{ cm}^2$$

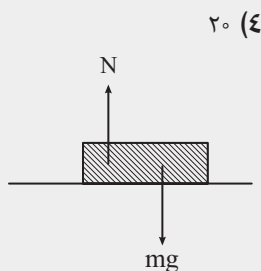
ب) وزن شخص روی دو چوب اسکی پخش می شود، یعنی:

$$P_2 = \frac{mg}{A} = \frac{500}{1600 \times 10^{-4}} = \frac{5}{16} \times 10^4 = 3125 \text{ Pa}$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{1}{20}$$

ملاحظه می شود که فشار در حالت دوم  $\frac{1}{20}$  فشار در حالت اول است.

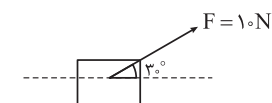
تست ۳: جسمی روی یک سطح افقی قرار دارد و فشاری برابر  $5 \times 10^3 \text{ Pa}$  به آن وارد می کند. اگر سطح قاعده ی جسم  $40 \text{ cm}^2$  باشد، وزن آن چند نیوتون است؟



$$P = \frac{F}{A} = \frac{N}{A} \Rightarrow 5 \times 10^3 = \frac{N}{40 \times 10^{-4}} \Rightarrow N = 20 \text{ N}$$

بنابراین گزینه ی (۴) درست است.

مسئله ی (۱۲): مطابق شکل، بر مکعبی به اضلاع  $10$  سانتی متر نیروی  $F = 10 \text{ N}$  وارد می شود. مکعب توپر و چگالی آن  $2 \frac{g}{\text{cm}^3}$  است.



فشار وارد بر تکیه گاه افقی، چند پاسکال است؟  $(\sin 30^\circ = 0.5, g = 10 \frac{N}{kg})$

راه حل: نیروی  $F$  را تجزیه می کنیم تا نیرویی که در امتداد قائم بر سطح افقی وارد می شود یعنی همان نیروی عمودی تکیه گاه را بیابیم. با توجه به تعریف چگالی داشت:

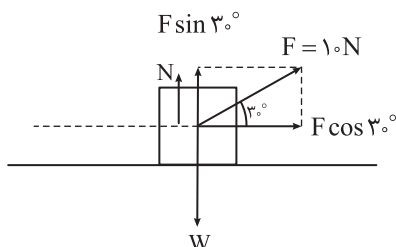
$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho V \Rightarrow m = 2 \times 10^3 = 2000 \text{ g} = 2 \text{ kg}$$

با توجه به شکل رسم شده، نیروی  $N$  را به دست می آوریم:

$$N + F \sin 30^\circ = W \Rightarrow N = mg - F \sin 30^\circ \Rightarrow N = 20 - 10 \times \frac{1}{2} = 15 \text{ N}$$

$$P = \frac{F_{\perp}}{A} \Rightarrow P = \frac{N}{A} \Rightarrow P = \frac{15}{10^{-2}} = 1500 \text{ Pa}$$

بنابراین فشار برابر است با:



مسئله ی (۱۳): در شکل زیر، جرم استوانه  $1 \text{ kg}$  و مساحت قاعده ی آن  $100 \text{ cm}^2$  است. فشار وارد بر تکیه گاه چند پاسکال است؟

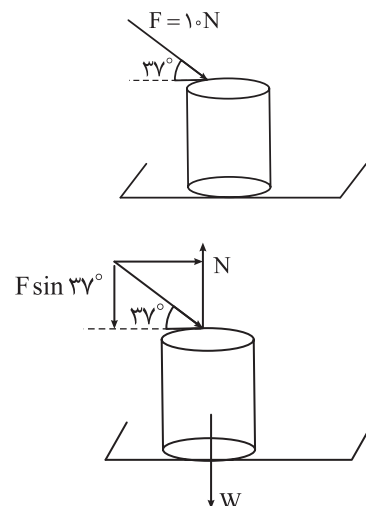
$$(\sin 37^\circ = 0.6, g = 10 \frac{N}{kg})$$

راه حل: نیروی  $F$  را تجزیه می کنیم تا نیروی عمود بر سطح قاعده ی استوانه را به دست آوریم:

$$N = W + F \sin 37^\circ \Rightarrow N = 10 + (10 \times 0.6) = 16 \text{ N}$$

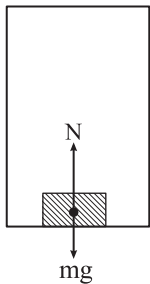
اکنون می توان فشار را به دست آورد:

$$P = \frac{F_{\perp}}{A} \Rightarrow P = \frac{N}{A} \Rightarrow P = \frac{16}{10^{-2}} = 1600 \frac{N}{\text{m}^2}$$



**مسئله (۱۴):** مکعب مستطیلی در ابعاد ۴، ۱۰ و ۸ سانتی‌متر به جرم ۶۰۰ گرم روی قاعده‌ی بزرگش درون آسانسوری که با شتاب  $\frac{2}{3} \frac{m}{s^2}$

رو به بالا در حال حرکت است، قرار دارد. فشاری که این مکعب همگن توپر بر قاعده‌اش وارد می‌سازد، چند پاسکال است؟



**راه‌حل:** ابتدا مساحت قاعده‌ی بزرگ مکعب مستطیل را به دست می‌آوریم:

$$A = 8 \times 10 = 80 \text{ cm}^2 = 80 \times 10^{-4} \text{ m}^2 = 8 \times 10^{-3} \text{ m}^2$$

نیروی عمودی تکیه‌گاه وارد بر جسم را به کمک قانون دوم نیوتون به دست می‌آوریم:

$$\sum F = ma \Rightarrow N - mg = ma \Rightarrow N - 0.6 \times 10 = 0.6 \times \frac{2}{3} \Rightarrow N = 0.8 \text{ N}$$

اکنون فشار را به دست می‌آوریم:

$$P = \frac{N}{A} \Rightarrow P = \frac{0.8}{8 \times 10^{-3}} = 100 \text{ Pa}$$

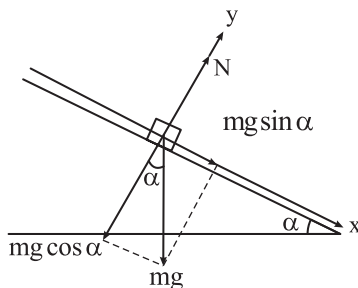
**مسئله (۱۵):** یک مکعب همگن به چگالی  $\frac{5}{3} \frac{g}{cm^3}$  و ضلع ۱۰ سانتی‌متر روی سطح شیب‌داری با زاویه‌ی شیب  $37^\circ$  قرار دارد.

فشاری که این مکعب بر تکیه‌گاهش اعمال می‌کند چند پاسکال است؟ ( $\sin 37^\circ = 0.6$ )

**راه‌حل:** جرم جسم را به دست می‌آوریم:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \frac{5}{3} = \frac{m}{10^3} \Rightarrow m = 500 \text{ g} \Rightarrow m = 0.5 \text{ kg}$$

به کمک آن چه در فصل دینامیک خوانده‌ایم، شکل ساده‌ای از مسئله رسم کرده و به کمک تجزیه‌ی نیروها، نیروی عمودی تکیه‌گاه را به دست می‌آوریم:



$$\sum F_y = 0 \Rightarrow N = mg \cos \alpha \Rightarrow N = 500 \times 0.8 = 400 \text{ N} \quad (\cos 37^\circ = \sqrt{1 - \sin^2 37^\circ})$$

$$P = \frac{N}{A} \Rightarrow P = \frac{400}{100 \times 10^{-4}} = 4000 \text{ Pa}$$

اکنون می‌توان فشار را به دست آورد:

**تست ۴:** مکعبی توپر به چگالی  $\rho$  و ضلع  $L$  روی سطح شیب‌داری قرار دارد. اگر زاویه‌ی سطح را دو

برابر کنیم، فشاری که بر سطح شیب‌دار وارد می‌شود چند برابر می‌گردد؟

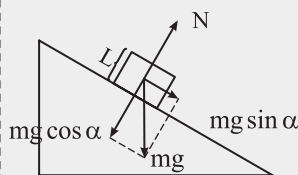
$$\sqrt{2} \quad (2)$$

$$2 \quad (1)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{3} \quad (4)$$

$$\sqrt{3} \quad (3)$$

**پاسخ:** نیروی وزن را به دو مؤلفه تجزیه می‌کنیم؛ یکی عمود بر سطح شیب‌دار و دیگری موازی سطح شیب‌دار است و می‌دانیم که مؤلفه‌ی عمودی سطح باعث ایجاد فشار می‌شود.



$$P = \frac{N}{A} \xrightarrow{N = mg \cos \alpha} P = \frac{mg \cos \alpha}{A}$$

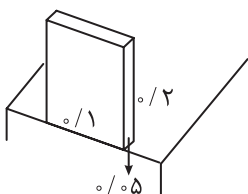
$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{mg \cos 60^\circ}{mg \cos 30^\circ} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

بنابراین گزینه‌ی (۴) درست است.

**مسئله (۱۶):** یک آجر به شکل مکعب مستطیل به ابعاد ۸m، ۲m و ۰.۵m و چگالی  $\frac{3}{cm^3}$  را در نظر بگیرید. بیش‌ترین و کم‌ترین

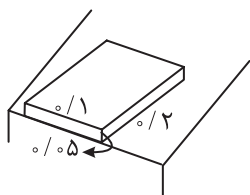
فشاری که بر سطح افقی وارد می‌کند چند پاسکال است؟

**راه‌حل:** بیش‌ترین فشار ممکن را در حالتی داریم که مکعب مستطیل روی کوچک‌ترین وجه قرار بگیرد:



$$P_{\max} = \frac{mg}{A_{\min}} = \frac{\rho V g}{A_{\min}} \Rightarrow P_{\max} = \frac{3000 \times 0.1 \times 0.5 \times 0.2 \times 10}{0.1 \times 0.5} = 6000 \text{ Pa}$$

و حداقل فشار در حالتی است که مکعب روی بزرگ‌ترین وجه خود قرار بگیرد:



$$P_{\min} = \frac{mg}{A_{\max}} = \frac{\rho V g}{A_{\max}} \Rightarrow P_{\min} = \frac{3000 \times 0.01 \times 0.05 \times 0.02 \times 10}{0.02 \times 0.01} = 1500 \text{ Pa}$$

**مسئله (۱۷):** یک ستون استوانه‌ای توپر سنگی به چگالی  $\frac{2}{5} \frac{g}{cm^3}$  و ارتفاع ۸ متر را در نظر بگیرید. این ستون چه فشاری بر سطح

افقی وارد می‌آورد؟

**راه‌حل:** در این سوال معمولاً می‌پرسیم که سطح مقطع چه خواهد بود.

حجم این ستون استوانه‌ای برابر با  $Ah$  است یعنی حاصل ضرب ارتفاع در سطح مقطع، بنابراین:

$$P = \frac{mg}{A} \Rightarrow P = \frac{\rho V g}{A} \Rightarrow P = \frac{\rho h A g}{A} \Rightarrow P = \rho g h \Rightarrow P = 2500 \times 8 \times 10 \Rightarrow P = 2 \times 10^5 \text{ Pa}$$

تذکر: می‌توان مسئله‌ی ۱۶ را با همین روش، سریع‌تر حل کرد:

$$P_{\max} = \rho g h_{\max} = 3000 \times 10 \times 0.02 = 6000 \text{ Pa}$$

$$P_{\min} = \rho g h_{\min} = 3000 \times 10 \times 0.05 = 1500 \text{ Pa}$$

**نتیجه:** در جامدهای همگن توپر با شکل‌های مکعب، مکعب‌مستطیل و استوانه‌ای قائم، فشار وارد بر قاعده به مساحت قاعده بستگی ندارد.

**تست ۵:** دو استوانه‌ای هم‌جنس و توپر از طرف قاعده روی سطح افقی قرار دارند. اگر ارتفاع و سطح قاعده یکی به ترتیب ۳ برابر ارتفاع و سطح قاعده‌ی دیگری باشد، فشار وارد از طرف استوانه‌ی سنگین‌تر چند برابر فشار از طرف استوانه‌ی سبک‌تر است؟

۱ (۴)                      ۳ (۳)                      ۹ (۲)                      ۲۷ (۱)

**پاسخ:** طبق آن چه آموختیم برای استوانه، سطح مقطع، نقشی در ایجاد فشار ندارد. دو استوانه هم‌جنس هستند، بنابراین:

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{\rho_2 g h_2}{\rho_1 g h_1} \xrightarrow{\rho_1 = \rho_2} \frac{P_2}{P_1} = \frac{h_2}{h_1} = 3$$

بنابراین گزینه‌ی (۳) درست است.

**تست ۶:** مخروط ناقصی را مطابق شکل روی سطح افقی قرار داده‌ایم. شعاع قاعده‌ی بزرگ آن ۲ برابر شعاع قاعده‌ی کوچکش است. اگر آن را روی قاعده‌ی بزرگ بگذاریم و بخواهیم فشار وارد بر سطح افقی نسبت به حالتی که روی قاعده‌ی کوچک بود، تغییر نکند، وزنه‌ای چند برابر وزن مخروط را باید روی آن بگذاریم؟

۳ (۲)                      ۴ (۱)                      ۱ (۴)                      ۲ (۳)

**پاسخ:** وزن مخروط را  $W$  و وزن مکعب را  $W'$  فرض می‌کنیم و فشار را در دو حالت با هم برابر قرار می‌دهیم:

$$P_1 = P_2 \Rightarrow \frac{W}{\pi r_1^2} = \frac{W + W'}{\pi r_2^2}$$

$$\xrightarrow{r_2 = 2r_1} \frac{W}{\pi r_1^2} = \frac{W + W'}{\pi (2r_1)^2} \Rightarrow W' = 3W$$

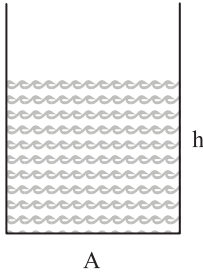
بنابراین گزینه‌ی (۲) درست است.

## فشار مایع

مایع دارای فشار است. اگر از یک شناگر سوال کنید که وقتی در عمق بیش از ۲ متری استخری قرار می‌گیرد چه حسی در گوش‌های خود دارد؟ پاسخ می‌شنوید که در آن عمق به دلیل فشار آب، در گوش خود احساس ناراحتی و درد می‌کند و هر چه پایین‌تر می‌رود این فشار بیش‌تر می‌شود، در واقع فشار مایع به عمق مایع بستگی دارد.

### محاسبه‌ی فشار مایع

در یک ظرف محتوای مایعی به چگالی  $\rho$  فشاری که ستونی از مایع به ارتفاع  $h$  بر سطح زیرین خود وارد می‌کند ناشی از وزن مایع است بنابراین:



$$P = \frac{F}{A} \Rightarrow P = \frac{W}{A} \Rightarrow P = \frac{mg}{A} \Rightarrow P = \frac{\rho Vg}{A}$$

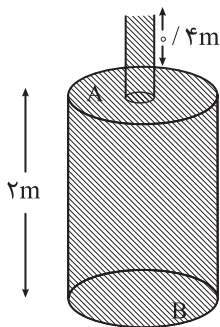
که حجم مایع برابر است با:  $V = Ah$

$$P = \frac{\rho Ahg}{A} \Rightarrow \boxed{P = \rho gh}$$

**نتیجه:** فشار مایع درون یک ظرف به مساحت قاعده‌ی ظرف و شکل ظرف بستگی ندارد، اما با چگالی مایع و عمق مایع نسبت مستقیم دارد.



**مسئله‌ی (۱۸):** لوله‌ی باریکی مطابق شکل، بالای بشکه‌ای وصل شده است. این ظرف تا سر لوله پر از آب است. فشار حاصل از مایع را در  $A$  (سر بشکه) و  $B$  (ته بشکه) به‌دست آورید. (فشار جو را در نظر نگیرید و  $\rho_{\text{آب}} = 1 \frac{g}{cm^3}$ )



**راه‌حل:** با توجه به رابطه‌ی فشار برای مایع، فشار در نقطه‌ی  $A$  و  $B$  را به‌دست می‌آوریم:

$$P_A = \rho gh_A = 1000 \times 10 \times \frac{4}{10} = 4 \times 10^3 \text{ Pa}$$

$$P_B = \rho gh_B = 1000 \times 10 \times \frac{2}{4} = 24 \times 10^3 \text{ Pa}$$

در هر دو حالت فقط به عمق مایع توجه داشتیم، نه به سطح مقطع و شکل ظرف.

**مسئله‌ی (۱۹):** در عمق ۲ متری آب دریاچه‌ای در بدنه‌ی یک قایق تفریحی، یک سوراخ به مساحت  $3 \text{ cm}^2$  ایجاد شده است. برای جلوگیری از نفوذ آب به درون قایق چه نیرویی بر سطح سوراخ باید اعمال گردد؟ ( $g = 10 \frac{m}{s^2}$ ،  $\rho_{\text{آب}} = 1 \frac{g}{cm^3}$ )

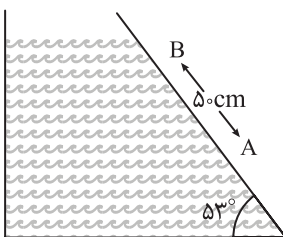
$$P = \rho gh \Rightarrow P = 1000 \times 10 \times 2 \Rightarrow P = 20000 \text{ Pa}$$

**راه‌حل:** ابتدا فشار آب در عمق ۲ متری را به‌دست می‌آوریم:

$$F = PA \Rightarrow F = 20000 \times 3 \times 10^{-4} \Rightarrow F = 6 \text{ N}$$

اکنون نیروی لازم را به‌دست می‌آوریم:

**مسئله‌ی (۲۰):** در ظرف شکل روبه‌رو، آب به چگالی  $1 \frac{g}{cm^3}$  قرار دارد. اختلاف فشار بین  $A$  و  $B$  را به‌دست آورید.



**راه‌حل:** فشار در تمام نقاط که در یک سطح افقی قرار دارند، یکسان است:

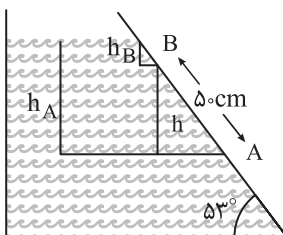
$$P_B = \rho gh_B \Rightarrow P_A - P_B = \rho g(h_A - h_B) \quad (1)$$

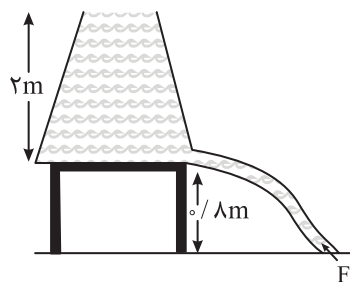
در شکل،  $h_A - h_B$  را با  $h$  نشان می‌دهیم و آن را با استفاده از تعریف سینوس زاویه به‌دست می‌آوریم:

$$\sin 53^\circ = \frac{h}{50} \Rightarrow h = 40 \text{ cm}$$

$$P_A - P_B = \rho gh \Rightarrow P_A - P_B = 1000 \times 10 \times \frac{4}{10} = 4 \text{ kPa}$$

آن را در رابطه‌ی (۱) قرار می‌دهیم:

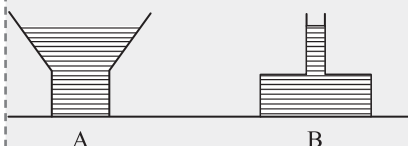




**مسئله (۲۱):** به انتهای یک منبع پر از آب شیلنگی را متصل می‌کنیم. اگر سطح مقطع شیلنگ  $20\text{cm}^2$  باشد، چه نیرویی بر انتهای شیلنگ وارد کنیم تا مانع از جریان آب شویم؟

**راه‌حل:** برای محاسبه‌ی فشار در ته لوله، عمق مایع تا سطح آزاد آن در نظر گرفته می‌شود:

$$P = \rho gh = 1000 \times 10 \times 2/8 = 28000\text{Pa}$$

$$F = PA = 28000 \times 20 \times 10^{-4} = 56\text{N}$$


**تست ۷:** در دو ظرف A و B که مساحت کف آن‌ها به ترتیب ۸ و ۱۲ سانتی‌متر مربع است تا ارتفاع مساوی از یک مایع می‌ریزیم. اگر وزن مایع ظرف A، سه برابر وزن مایع ظرف B باشد، نسبت نیرویی که مایع بر کف دو ظرف وارد می‌کند  $(\frac{F_A}{F_B})$ ، کدام است؟ (تست کنکور)

۲/۳ (۴)

۱ (۳)

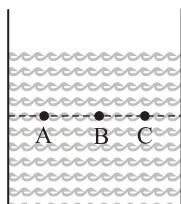
۲ (۲)

۹/۴ (۱)

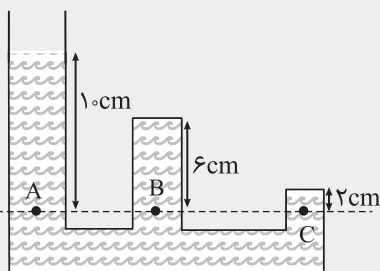
**پاسخ:** چون عمق مایع در دو ظرف یکسان است فشار ناشی از آن‌ها در ته دو ظرف با هم برابر است:

$$\frac{F_A}{F_B} = \frac{P_A A_A}{P_B A_B} = \frac{\rho gh A_A}{\rho gh A_B} = \frac{A_A}{A_B} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$$

بنابراین گزینه‌ی (۴) درست است.



دقت کنید که عمق مایع را همواره از سطح آزاد مایع می‌سنجند و با توجه به رابطه‌ی  $P = \rho gh$  برای مایع فشار در تمام نقاط هم‌عمق یک مایع ساکن، یکسان است. در شکل روبه‌رو، در نقاط A، B و C فشار یکسان است.



**تست ۸:** در شکل زیر، فشار در نقاط A، B و C را با هم مقایسه کنید.

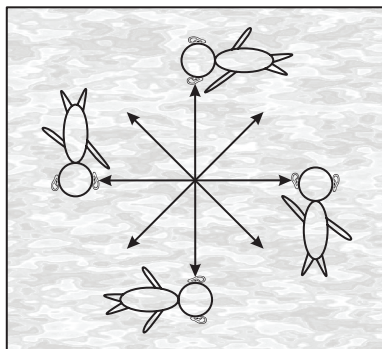
$$P_A = 5P_C, P_B = 3P_C \quad (۱)$$

$$P_A = P_B = P_C \quad (۲)$$

$$P_A = 0.6P_B, P_B = 3P_C \quad (۳)$$

$$P_A > P_B = P_C \quad (۴)$$

**پاسخ:** عمق نقاط A، B و C از سطح آزاد مایع یکسان است، بنابراین فشار در نقاط A، B و C با هم برابر است. بنابراین گزینه‌ی (۲) درست است.

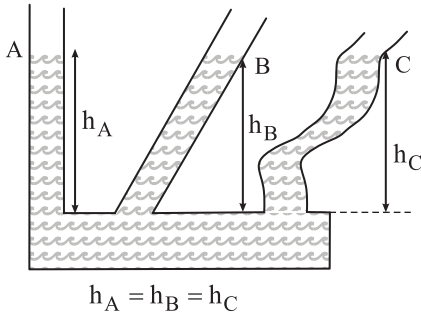
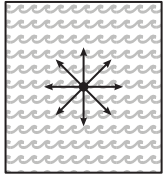


از شناگری که به درون عمق استخری رفته است بخواهید که در آن جایی که فشار آب را روی گوش خود احساس می‌کند، سر خود را در جهت‌های مختلف بچرخاند و بررسی کند که آیا فشار آب وارد بر گوش او در یک نقطه به طرز قرار گرفتن سر او بستگی دارد؟ مطمئناً پس از بیرون آمدن شناگر از آب، او به شما خواهد گفت که تنها عمق مایع مؤثر بوده و حتی وقتی یکی از گوش‌های خود را به سمت کف استخر قرار می‌داده، همچنان در آن گوش، فشار آب را بدون تغییر محسوس می‌کرده است. یعنی فشار در آن نقطه به هر طرف حتی رو به بالا بوده است. هرچند این آزمایش دقیق نیست اما یک نتیجه‌ی کلی به‌دست می‌آید که:



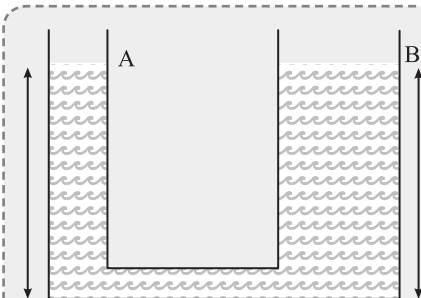
نتیجه:

در یک مایع ساکن در هر نقطه از مایع، فشار در تمام جهات یکسان وارد می‌شود.



در ظروف مرتبط که محتوی یک مایع معینی هستند، مایع در ظرف‌ها هم‌سطح است. علت آن نیز بستگی فشار مایع به عمق مایع است و این که شکل ظرف در فشار مایع تأثیری ندارد.

اگر سطح آزاد مایع در این ظرف‌ها در یک ارتفاع بنا شد، در ظرفی که ارتفاع مایع بیش‌تر است، فشار نیز بیش‌تر بوده و این امر باعث می‌شود که مایع از ظرف با فشار بیش‌تر به سوی ظرف با فشار کم‌تر جریان یابد اما تا کی؟ تا زمانی که ارتفاع مایع در ظرف‌های مرتبط برابر شود. بنابراین ارتفاع مایع در سه ظرف یکسان است ( $h_A = h_B = h_C$ ).



تست ۹: در ظرف مرتبط روبه‌رو مقداری آب وجود دارد. در قسمت A، یک قطعه چوب را روی سطح آب قرار می‌دهیم و در قسمت B مقداری سنگریزه می‌ریزیم. ارتفاع ستون آب در قسمت A و B چه تغییری می‌کند؟

- (۱) در قسمت A تغییر نمی‌کند و در قسمت B بالا می‌رود.
- (۲) در هر دو قسمت بالا می‌رود اما در A بیش‌تر از B بالا می‌رود.
- (۳) در هر دو قسمت تغییری رخ نمی‌دهد.
- (۴) در هر دو به یک اندازه بالا می‌رود.

پاسخ: چون ظروف مرتبط هستند، سطح آب در هر دو به یک اندازه بالا می‌رود و  $h_A = h_B$  بنابراین گزینه‌ی (۴) درست است.

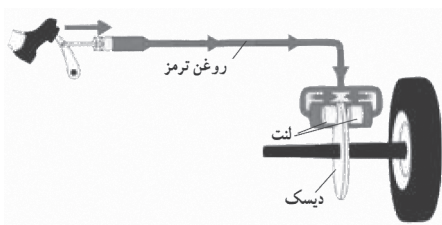
### اصل پاسکال

می‌دانیم مایعات تراکم‌پذیر نیستند و مولکول‌های آن به راحتی بر هم می‌لغزند. بنابراین اگر مایع محصور در یک ظرف تحت فشار قرار گیرد، این فشار را به طور یکسان در تمام جهات منتقل می‌کند، به این واقعیت اصل پاسکال می‌گوییم.

تجربه اصل پاسکال

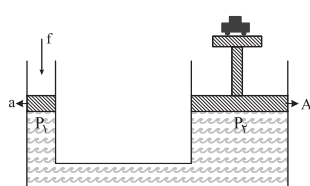
فشار وارد بر مایع محصور، بدون کاهش به تمام قسمت‌های مایع و دیواره‌های ظرف منتقل می‌شود.

پرسش: حتماً در آگهی‌های بازرگانی، نام روغن ترمز را برای ماشین شنیده‌اید. آیا می‌توانید کاربرد آن را در ماشین توضیح دهید.



پاسخ: بنا بر اصل پاسکال وقتی پدال ترمز توسط پا فشرده می‌شود توسط پیستون کوچک بر روغن ترمز نیرو وارد کرده روغن ترمز فشار را به سیستم ترمز چرخ‌ها منتقل می‌کند و این فشار سبب می‌گردد که نیروی بزرگی توسط پیستون‌های درون سیستم ترمز به لنت ترمز وارد شده و لنت ترمز به دیسک نیرو وارد کرده و در اثر اصطکاک لنت و دیسک، چرخ از حرکت می‌ایستد.

یکی دیگر از کاربردهای اصل پاسکال بالابر هیدرولیکی یا منگنه‌ی آبی است. قطعاً مشاهده کرده‌اید که با یک جک روغنی که زیر ماشین قرار می‌دهند، یک مکانیک به راحتی می‌تواند ماشین را از سطح زمین بلند کند اما چگونه چنین چیزی ممکن است اتفاق بیفتد؟



در شکل روبه‌رو، وزن ماشین بر پیستون بزرگ، نیروی  $F$  را وارد می‌کند و این نیرو سبب ایجاد فشار در مایع شده و مایع این فشار را به پیستون کوچک وارد کرده و برای خنثی شدن نیروی حاصل از این فشار باید بر پیستون کوچک، نیروی  $f$  وارد شود. فشار حاصل از این دو نیرو باید با هم برابر باشند. در نتیجه خواهیم داشت:

$$P_1 = P_2 \Rightarrow \frac{f}{a} = \frac{F}{A} \Rightarrow F = f \left( \frac{A}{a} \right)$$

کاملاً مشخص است که چون سطح  $A$  از سطح  $a$  بزرگتر است، با نیروی کوچکی می‌توانید ماشین را از زمین بلند کنید.

$$A = \pi \left(\frac{D}{2}\right)^2 \Rightarrow \frac{A}{a} = \left(\frac{D}{d}\right)^2 \Rightarrow \frac{F}{f} = \frac{A}{a} = \left(\frac{D}{d}\right)^2$$

البته برای بالابر هیدرولیکی می‌توان رابطه را برحسب قطر پیستون‌ها نیز نوشت:

$$a = \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2$$

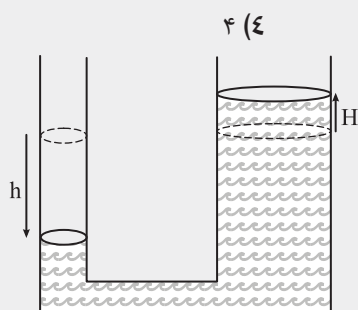
که در آن  $D$  قطر پیستون بزرگ و  $d$  قطر پیستون کوچک است.

**مسئله (۲۲):** در یک بالابر هیدرولیکی سطح مقطع پیستون کوچک  $50 \text{ cm}^2$  و سطح مقطع پیستون بزرگ  $4 \text{ m}^2$  است. برای بلند کردن یک خودروی کوچک به جرم  $800 \text{ kg}$  حداقل چه نیرویی بر پیستون کوچک وارد کنیم؟ (از وزن پیستون‌ها صرف‌نظر می‌شود). راه‌حل: اگر  $a$  سطح مقطع پیستون کوچک و  $A$  سطح مقطع پیستون بزرگ باشد:

$$\Delta P_1 = \Delta P_2 \Rightarrow \frac{f}{a} = \frac{F}{A} \Rightarrow \frac{f}{50 \times 10^{-4}} = \frac{800 \times 10}{4} \Rightarrow f = 10 \text{ N}$$

یعنی با نیروی معادل  $10 \text{ N}$  می‌توان خودرویی به جرم  $800 \text{ kg}$  را جابه‌جا کرد.

تست ۱: در یک بالابر روغنی قطر مقطع پیستون بزرگ  $10$  برابر قطر مقطع پیستون کوچک است. اگر پیستون کوچک به مایع فشار وارد کند و آن را  $40 \text{ cm}$  درون استوانه جابه‌جا کند، پیستون بزرگ چند سانتی‌متر جابه‌جا خواهد شد؟



پاسخ: مایع تراکم‌ناپذیر است و هنگامی که حجم مایع از یک سمت به اندازه  $\Delta V$  کم می‌شود به طرف دیگر به همان اندازه اضافه می‌گردد.

$$\Delta V_1 = \Delta V_2 \Rightarrow ah = AH \Rightarrow \pi r^2 h = \pi R^2 H$$

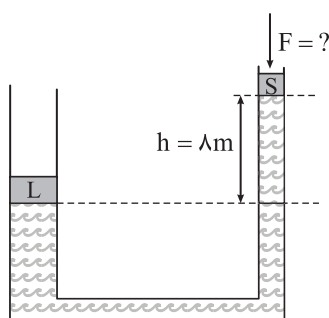
$$\Rightarrow r^2 \times 40 = 100 \times R^2 H \Rightarrow H = 0.4 \text{ cm}$$

بنابراین گزینه‌ی (۲) درست است.

**نتیجه:** نیروی وارد بر پیستون بزرگ از نیروی وارد بر پیستون کوچک بیش‌تر است اما در عوض جابه‌جایی آن کم‌تر است.

$$\frac{F}{f} = \frac{h}{H} \quad F > f \Rightarrow H < h$$

**مسئله (۲۳):** در دستگاه نشان داده شده در شکل، پیستون  $L$  در سمت چپ دارای جرم  $600 \text{ kg}$  و سطح مقطع  $800 \text{ cm}^2$  است. سطح مقطع پیستون  $S$ ،  $25 \text{ cm}^2$  و وزن آن ناچیز است. محفظه‌ی  $U$  شکل با روغنی به چگالی  $\rho = 0.78 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$  پر شده است. اگر دستگاه در



حال تعادل باشد، نیروی  $F$  وارد بر پیستون  $S$  چند نیوتون است؟ ( $g = 9.8 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$ )

راه‌حل: فشار در نقاط هم‌تراز یک مایع ساکن، یکسان است:

$$P_A = P_B \quad , \quad P_B = \frac{W_L}{A_L} \quad , \quad P_A = \frac{F}{A_S} + \rho gh$$

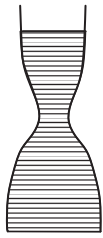
$$\Rightarrow \frac{F}{A_S} + \rho gh = \frac{W_L}{A_L} \Rightarrow \frac{F}{25 \times 10^{-4}} + 780 \times 9.8 / 8 \times 8 = \frac{600 \times 9.8}{800 \times 10^{-4}}$$

$$\Rightarrow \frac{F}{25 \times 10^{-4}} + 61152 = 73500$$

$$\Rightarrow \frac{F}{25 \times 10^{-4}} = 12348 \Rightarrow F = 30.87 \text{ N}$$

دقت کنید با توجه به اصل پاسکال می‌توان با نیرویی برابر  $30.87 \text{ N}$ ، وزنه‌ی به وزن  $600 \times 9.8 = 5880 \text{ N}$  را در حال تعادل نگه داشت.





**مسئله‌ی (۲۴):** در شکل روبه‌رو ظرف تا ارتفاع  $h$  از مایع پر شده است و سطح مقطع ظرف در سه قسمت از بالا به پایین به ترتیب  $۰/۰۴m^2$ ،  $۰/۰۲m^2$  و  $۰/۰۸m^2$  است. اگر ۲ لیتر آب بر آب ظرف اضافه کنیم، فشار در کف ظرف چند پاسکال افزایش می‌یابد؟  $(\rho_{\text{آب}} = ۱۰۰۰ \frac{kg}{m^3})$

$$W = mg = 2 \times 10 = 20 N$$

**راه‌حل اول:** وزن ۲ لیتر آب برابر است با:

$$P = \frac{W}{A} = \frac{20}{0.04} = 500 Pa$$

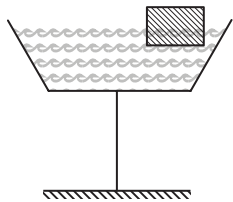
حال فشار ناشی از این مایع اضافی را محاسبه می‌کنیم:

بنابر اصل پاسکال این فشار به کف ظرف نیز افزوده می‌شود.

**راه‌حل دوم:** ابتدا ببینیم که ۲ لیتر آب اضافه شده به قسمت بالایی ظرف چقدر بر ارتفاع مایع می‌افزاید. افزایش ارتفاع باعث افزایش فشار می‌شود که بر ته ظرف نیز به همان اندازه بالای ظرف منتقل می‌شود.

$$V = Ah \Rightarrow 2 \times 10^{-3} = 0.04 \times h \Rightarrow h = 0.05 m$$

$$\Delta P = \rho gh = 1000 \times 10 \times 0.05 = 500 Pa$$



**مسئله‌ی (۲۵):** ظرف پر از آبی روی میله‌ی نازکی مطابق شکل در حالت تعادل قرار دارد. اگر یک تکه چوب را به آرامی روی سطح آب قرار دهیم، آیا تعادل ظرف به هم می‌خورد؟

**راه‌حل:** وقتی چوب را روی آب می‌گذاریم سطح آب قدری بالاتر می‌آید و اضافه فشاری به اندازه‌ی  $\Delta P = \rho g \Delta h$  ایجاد می‌شود. این اضافه فشار به تمام قسمت‌های مایع به یک اندازه وارد می‌شود و تعادل به هم نمی‌خورد.

### فشار هوا

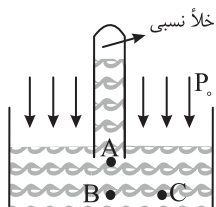
شما برای نوشیدن نوشابه از نی استفاده می‌کنید. عاملی که سبب می‌گردد نوشابه هنگام مکیدن از نی بالا رود چیست؟ تزریقاتی برای زدن آمپول، توسط سرنگ ابتدا سوزن را درون آمپول محتوی دارو قرار می‌دهد و سپس پیستون سرنگ را به بیرون می‌کشد، علت حرکت دارو به درون سرنگ چیست؟ پدیده‌هایی که از آن‌ها نام بردیم، پدیده‌هایی هستند که نشان می‌دهند هوا دارای فشار است و این فشار هواست که سبب می‌گردد هنگام مکیدن نی، که هوای درون نی به درون شش‌های ما می‌رود و فشار نی کاهش می‌یابد، مایع از نی بالا رود. اما علت فشار هوا چیست؟ پاسخ این پرسش آن است که جو اطراف زمین تا ارتفاع حدود  $1000 km$  از سطح زمین وجود دارد که وزن این هوا سبب ایجاد فشار هوا می‌شود.

### محاسبه‌ی فشار هوا (جوسنج جیوه‌ای)

یک لوله‌ی آزمایش به طول حدود یک متر را پر از جیوه کرده و آن را به طور وارونه و قائم در تشت پر از جیوه فرو می‌بریم، البته باید دقت کنیم که هوا وارد لوله نشود. تجربه نشان می‌دهد که اگر آزمایش در سطح دریاهای آزاد انجام گیرد سطح جیوه، درون لوله به اندازه‌ی  $76 cm$  بالاتر از سطح آزاد جیوه در تشت خواهد بود. یعنی فشار هوا که بر سطح آزاد جیوه وارد می‌شود، اجازه نمی‌دهد که جیوه از داخل لوله پایین‌تر بیاید، به عبارتی فشار هوا برابر با فشار ستونی از جیوه به ارتفاع  $76$  سانتی‌متر است.<sup>۱</sup>

**پرسش:** چرا فشار هوا برابر فشار ستون جیوه است؟

**پاسخ:** باید فشار هوا در سطح جیوه با فشار ستون جیوه در نقطه‌ی  $A$  (مطابق شکل روبه‌رو) برابر باشد. زیرا اگر دو نقطه‌ی هم‌عمق  $B$  و  $C$  را در نظر بگیریم چنان‌چه فشار در نقطه‌ی  $A$  و سطح آزاد جیوه‌ی ظرف یکی نباشد باید فشار در نقاط هم‌عمق  $B$  و  $C$  نیز یکسان نباشد، که این اختلاف فشار سبب جاری شدن جیوه به  $B$  و  $C$  می‌شود که چنین چیزی مشاهده نمی‌شود. بنابراین فشار ستون جیوه در نقطه‌ی  $A$  باید با فشار هوا در سطح جیوه برابر باشد.



**پرسش:** فشار هوا ( $76 cmHg$ )، معادل چند پاسکال است؟  $(\rho_{Hg} = 13.6 \frac{g}{cm^3}, g = 10 \frac{N}{kg})$

**پاسخ:** فشار هوا برابر خواهد شد با:

$$P_0 = \rho_{Hg} g h_{Hg} \Rightarrow P_0 = 13600 \times 10 \times \frac{76}{100} \Rightarrow P_0 = 1.03 \times 10^5 Pa$$

بنابراین فشار هوا تقریباً برابر  $10^5$  پاسکال است.

۱- این آزمایش را آزمایش توربیلی می‌نامند.

نتیجه: فشار هوا ( $P_0$ ) برابر است با:

$$P_0 = 1 \text{ atm} = 10^5 = 76 \text{ cmHg} = 760 \text{ mmHg} \approx 10^5 \text{ Pa}$$

**مسئله (۲۶):** چرا آزمایش جوسنج را به جای جیوه با آب انجام نمی‌دهیم؟

**راه‌حل:** دیدیم که فشار هوا معادل  $76 \text{ cmHg}$  است. حال اگر به جای جیوه از آب استفاده کنیم، فشار وارد بر سطح آب همان فشار هوا  $P_0 \approx 10^5 \text{ Pa}$  است، بنابراین ارتفاع ستون آب درون لوله را به‌دست می‌آوریم:

$$P_0 = \rho_{\text{آب}} gh \Rightarrow 10^5 = 10^3 \times 9.8 h \Rightarrow h \approx 10.2 \text{ m}$$

یعنی باید لوله‌ای به ارتفاع بیش از ۱۰ متر داشته باشیم که مشکلات عملی زیادی دارد.

نتیجه: هر ۱۰ متر از عمق آب تقریباً فشاری برابر ۱ جو ایجاد می‌کند.

**مسئله (۲۷):** چگالی آب دریاچه‌ای  $\frac{kg}{m^3}$  است.  $(g = 10 \frac{N}{kg})$

(الف) در چه عمقی از سطح آب، فشار آب به تنهایی  $1 \text{ atm}$  می‌شود؟

(ب) در چه عمقی از سطح آب فشار کل برابر ۵ جو می‌گردد؟

**راه‌حل: (الف)** با استفاده از رابطه‌ی فشار می‌توان نوشت:

$$P = \rho gh \Rightarrow 10^5 = 10^3 \times 10 h \Rightarrow h = 10 \text{ m}$$

(ب)

$$P = P_0 + \rho gh \Rightarrow 5 \times 10^5 = 10^5 + 10^4 h \Rightarrow h = \frac{4 \times 10^5}{10^4} = 40 \text{ m}$$

چند مثال ساده برای تبدیل یکاهای فشار

**مسئله (۲۸):** ۷۵ سانتی‌متر جیوه چند کیلوپاسکال است؟  $(\rho_{Hg} = 13600 \frac{kg}{m^3}, g = 10 \frac{N}{kg})$

**راه‌حل:** این مسئله مانند این است که از شما پرسیده شود فشار ستون ۷۵ سانتی‌متری جیوه را بیابید. بنابراین کافی است از رابطه‌ی فشار مایع مسئله را حل کنیم:

$$P = \rho gh \Rightarrow P = 13600 \times 10 \times \frac{75}{100} \Rightarrow P = 10200 \text{ Pa} = 102 \text{ kPa}$$

**مسئله (۲۹):** ۲۷/۲ کیلوپاسکال معادل چند سانتی‌متر جیوه است؟  $(\rho_{Hg} = 13600 \frac{kg}{m^3}, g = 10 \frac{N}{kg})$

**راه‌حل:** مانند این است که از شما پرسیده شود ستون چند سانتی‌متری از جیوه فشارش  $27200 \text{ Pa}$  است؟ بنابراین با توجه به رابطه‌ی فشار مایع مسئله به راحتی قابل حل است.

$$P = \rho gh \Rightarrow 27200 = 13600 \times 10 \times h \Rightarrow h = 0.2 \text{ m} \Rightarrow P = 20 \text{ cmHg}$$

البته اگر این مسئله را در حالت کلی حل کنیم به رابطه‌ی زیر می‌رسیم که تأکیدی بر به خاطر سپردن آن نداریم.

$$P_{\text{cmHg}} = \frac{P_{\text{Pa}}}{\rho_{Hg} g} \times 100$$

**مسئله (۳۰):** فشار ستون ۲ متری از یک مایع به چگالی  $\frac{3}{4} \frac{g}{cm^3}$  چند سانتی‌متر جیوه است؟  $(\rho_{Hg} = 13600 \frac{kg}{m^3}, g = 10 \frac{N}{kg})$

**راه‌حل:** مانند این است که پرسیده شود فشار ستون ۲ متری مایع با فشار ستون چند سانتی‌متری از جیوه برابر است؟ بنابراین:

$$P_{\text{مایع}} = P_{\text{جیوه}} \Rightarrow \rho_{\text{مایع}} gh_{\text{مایع}} = \rho_{Hg} gh_{Hg} \Rightarrow h_{Hg} = \frac{\rho_{\text{مایع}}}{\rho_{Hg}} h_{\text{مایع}} \Rightarrow h_{Hg} = \frac{3/4}{13600} \times 2000 = 50 \text{ cm} \Rightarrow P = 50 \text{ cmHg}$$

البته در حالت کلی می‌توان نوشت:

$$P_{\text{cmHg}} = \frac{\rho_{\text{مایع}} h_{\text{مایع}}}{\rho_{Hg}}$$

تست ۱۱: فشار هوا در محیطی، برابر با ۷۰ سانتی‌متر جیوه است. اگر فشار کل در عمق یک استخر برابر با ۹۰ سانتی‌متر جیوه باشد، عمق

استخر چند متر است؟  $(\rho_{\text{آب}} = 1 \frac{g}{cm^3}, \rho_{Hg} = 13/6 \frac{g}{cm^3})$

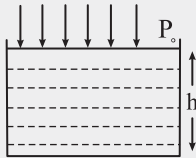
۳/۴ (۴)

۶/۸ (۳)

۲ (۲)

۲/۷۲ (۱)

پاسخ: فشار کل را بر حسب سانتی‌متر جیوه می‌نویسیم:



$$P_{\text{کل}} = P_0 + P_{\text{مایع}}$$

$$\Rightarrow 90 \text{ cmHg} = 70 \text{ cmHg} + P_{\text{مایع}} \Rightarrow P_{\text{مایع}} = 20 \text{ cmHg}$$

یعنی این که فشار آب معادل ۲۰ سانتی‌متر جیوه است. حال باید ببینیم که این فشار معادل چند سانتی‌متر آب است:

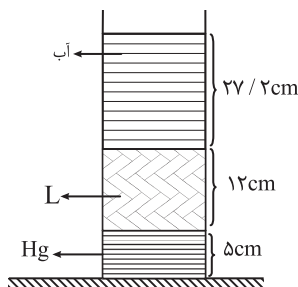
$$\rho_{\text{آب}} h_{\text{آب}} = \rho_{Hg} h_{Hg} \Rightarrow 1 \times h = 13/6 \times 20 \Rightarrow h = 272 \text{ cm} = 2/72 \text{ m}$$

بنابراین گزینه‌ی (۱) درست است.

مسئله‌ی (۳۱): چند مایع مخلوط‌نشدنی روی هم قرار گرفته‌اند. اگر فشار جو برابر ۷۵ cmHg باشد:

الف) فشار کل وارد بر ته ظرف چند سانتی‌متر جیوه است؟

ب) این فشار چند پاسکال است؟



$$\rho_{\text{آب}} = 1 \frac{g}{cm^3}, \rho_L = 6/8 \frac{g}{cm^3}$$

$$\rho_{Hg} = 13/6 \frac{g}{cm^3}$$

راه‌حل: فشار کل وارد بر ته ظرف حاصل فشار سه مایع و فشار هوا است:

$$P = 5 \text{ cmHg} + 12 \text{ cm مایع} + 27/2 \text{ cm آب} + 75 \text{ cmHg}$$

ملاحظه می‌شود که فقط جمله‌ی اول و آخر قابل جمع‌اند. برای به حساب آوردن دو جمله‌ی دیگر باید آن‌ها را به cmHg تبدیل کنیم. یعنی ببینیم که هر یک را با چند سانتی‌متر ارتفاع جیوه می‌توانیم جایگزین کنیم:

$$\rho_L h_L = \rho_{Hg} h_{Hg} \Rightarrow 6/8 \times 12 = 13/6 \times h_{Hg} \Rightarrow h_{Hg} = 6 \text{ cm} \Rightarrow P_L = 6 \text{ cmHg}$$

یعنی می‌توان به جای ۱۲ cm از مایع ۶ cm جیوه در نظر گرفت زیرا همان فشار را ایجاد می‌نماید.

$$\rho_{\text{آب}} h_{\text{آب}} = \rho_{Hg} h_{Hg} \Rightarrow 1 \times 27/2 = 13/6 \times h_{Hg} \Rightarrow h_{Hg} = 2 \text{ cm} \Rightarrow P_{\text{آب}} = 2 \text{ cmHg}$$

بنابراین فشار کل برابر می‌شود با:

$$P = 5 \text{ cmHg} + 6 \text{ cmHg} + 2 \text{ cmHg} + 75 \text{ cmHg} = 88 \text{ cmHg}$$

ب) حال می‌توان تصور کرد که به جای چند مایع مختلف فقط به ارتفاع ۸۸ cm جیوه داریم:

$$P = \rho g h = 13600 \times 10 \times 0/88 = 119680 \text{ Pa}$$

مسئله‌ی (۳۲): در یک ظرف استوانه‌ای مقداری آب به جرم m و مقداری جیوه به جرم ۴m ریخته‌ایم. جمع ارتفاع دو مایع ۴۴ cm

است. فشار ناشی از دو مایع در کف ظرف چند سانتی‌متر جیوه است؟  $(\rho_W = 1 \frac{g}{cm^3}, \rho_{Hg} = 13/6 \frac{g}{cm^3}, g = 10 \frac{m}{s^2})$

راه‌حل: با توجه به جرم آب و جیوه می‌توان نوشت:

$$\rho_{Hg} = \frac{m_{Hg}}{V_{Hg}} \Rightarrow 13/6 = \frac{4m}{V_{Hg}} \Rightarrow 13/6 = \frac{4V_W}{V_{Hg}} \Rightarrow V_W = 3/4 V_{Hg}$$

$$\rho_W = \frac{m_W}{V_W} \Rightarrow 1 = \frac{m}{V_W}$$

$$V_W = 3/4 V_{Hg} \Rightarrow A h_W = 3/4 A h_{Hg} \Rightarrow h_W = 3/4 h_{Hg}$$

سطح ظرف برای هر دو یکسان است. در نتیجه داریم:

از طرفی مجموع  $h_W$  و  $h_{Hg}$  با توجه به فرض مسئله ۴۴ سانتی‌متر است.

$$\begin{cases} h_W = 3/4 h_{Hg} \\ h_W + h_{Hg} = 44 \text{ cm} \end{cases} \Rightarrow 4/4 h_{Hg} = 44 \Rightarrow h_{Hg} = 10 \text{ cm}, h_W = 34 \text{ cm}$$

فشار ستون ۱۰ سانتی متری جیوه برابر  $10 \text{ cmHg}$  است اما فشار آب را باید حساب کرد:

$$\rho_W g h_W = \rho_{Hg} g h_{Hg} \Rightarrow h_{Hg} = \frac{1 \times 34}{13/6} \Rightarrow h_{Hg} = 2/5 \Rightarrow P_{\text{آب}} = 2/5 \text{ cmHg}$$

$$P_{\text{کل}} = 10 + 2/5 = 12/5 \text{ cmHg}$$

بنابراین فشار ناشی از دو مایع برابر خواهد شد با:

البته با توجه به فرض مسأله که جرم آب،  $\frac{1}{4}$  جرم جیوهی درون ظرف است می توان نتیجه گرفت که فشار آب درون ظرف  $\frac{1}{4}$  فشار جیوهی درون

$$P_{\text{کل}} = P_{\text{جیوه}} + P_{\text{آب}} = 10 + \frac{1}{4} \times 10 = 12/5 \text{ cmHg}$$

ظرف است:

### بررسی تغییرات فشار هوا در نزدیکی زمین

به گازها و مایع ها شاره (سیال) گفته می شود. شاره ها برخلاف جامدها موادی هستند که می توانند جاری شوند. در شاره ها مولکول ها آرایه ی منظم سه بعدی ندارند و می توانند آزادانه حرکت کنند.

آزمایش ها نشان می دهد که تغییرات فشار ناشی از هوا یا گازها در یک اختلاف ارتفاع  $h$  از همان رابطه ی  $P = \rho g h$  پیروی می کنند. البته برای تغییر محسوس فشار، به علت چگالی کم گازها (در مقایسه با مایع ها) باید اختلاف ارتفاع  $h$  نسبتاً زیاد باشد.

**مسأله ی (۳۳):** اگر چگالی هوا ثابت و برابر  $\frac{1}{3} \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$  باشد، اختلاف فشار هوا بین طبقه ی همکف و طبقه ی چهارم یک ساختمان؛

(الف) برابر چند پاسکال است؟ (ارتفاع هر طبقه را  $2/5$  متر بگیرید.)

(ب) این فشار معادل چند سانتی متر جیوه است؟ ( $\rho_{Hg} = 13/6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ )

**راه حل: (الف)** با توجه به رابطه ی فشار می توان نوشت:

$$\Delta P = \rho g \Delta h \Rightarrow \Delta P = 1/3 \times 10 \times (4 \times 2/5) = 1300 \text{ Pa}$$

بنابراین فشار در طبقه ی چهارم،  $1300$  پاسکال از فشار در طبقه ی همکف کم تر است.

$$\Delta P = \rho g h \Rightarrow 1300 = 13600 \times 10 \times h \Rightarrow h = 0/96 \text{ cm} \Rightarrow \Delta P = 0/96 \text{ cmHg}$$

(ب)

**نتیجه:** با دور شدن از سطح زمین فشار هوا کاهش می یابد.

**مسأله ی (۳۴):** می دانیم که تا ارتفاع حدود  $2000$  متری از سطح زمین چگالی هوا تقریباً ثابت و برابر  $\frac{1}{3} \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$  بوده و کاهش فشار

یکنواخت است. نشان دهید به ازای هر  $10$  متر که از سطح زمین دور می شویم، فشار هوا چه مقدار تغییر می کند؟ ( $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$ )

$$\Delta P = \rho g \Delta h \Rightarrow \Delta P = 1/3 \times 10 \times 10 = 130 \text{ Pa}$$

**راه حل:** با توجه به ثابت ماندن چگالی می توان نوشت:

اما مقدار این فشار بر حسب میلی متر جیوه برابر خواهد شد با:

$$\Delta P = \rho_{Hg} g h_{Hg} \Rightarrow 130 = 13600 \times 10 \times h_{Hg} \Rightarrow h_{Hg} = 9/6 \times 10^{-4} \text{ m} \Rightarrow \Delta P = 0/96 \text{ mmHg} \approx 1 \text{ mmHg}$$

**نتیجه:** تا ارتفاع حدود  $2000$  متری به ازای هر  $10$  متر که از سطح زمین دور می شویم، فشار هوا  $1 \text{ mmHg}$  کاهش می یابد.

**مسأله ی (۳۵):** شهر تهران به طور متوسط در ارتفاع  $1400$  متری از سطح دریاهای آزاد (مثلاً سواحل خلیج فارس) قرار دارد. اگر آزمایش جوسنج جیوه ای را در تهران انجام دهیم:

(الف) ارتفاع ستون جیوه چند سانتی متر خواهد بود؟

(ب) فشار هوا در تهران تقریباً چند پاسکال است؟ ( $g = 9/8 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$ )

**راه حل: (الف)** با یک تناسب ساده خواهیم داشت:

$$10 \text{ m} \quad 1 \text{ mmHg}$$

$$1400 \quad h = 140 \text{ mmHg} = 14 \text{ cmHg}$$

$$P = 76 - 14 = 62 \text{ cmHg}$$

(ب) یعنی فشار هوا در تهران به اندازه ی  $14 \text{ cmHg}$  از سطح دریاهای آزاد کم تر است. بنابراین:

$$P = \rho g h = 13600 \times 9/8 \times 0/62 \Rightarrow P_{\text{تهران}} = 82634 \text{ Pa}$$

تست ۱۲: فشار هوا در پای کوه  $10^5 Pa$  و در بالای آن  $7/5 \times 10^4 Pa$  است. اگر چگالی متوسط هوا  $\frac{1}{25} \frac{kg}{m^3}$  باشد، ارتفاع کوه چند متر است؟

(۴) ۴۰۰۰

(۳) ۲۰۰۰

(۲) ۱۲۵۰

(۱) ۵۰۰۰

پاسخ: با توجه به رابطه‌ی فشار برای شاره‌ها می‌توان نوشت:

$$P_2 = P_1 - \rho gh \Rightarrow \rho gh = P_1 - P_2 \Rightarrow \frac{1}{25} \times 10 \cdot h = 10^4 (10 - 7/5) \Rightarrow h = 2000 m$$

بنابراین گزینه‌ی (۳) درست است.

### لوله‌های U شکل

مسئله‌ی (۳۶): در شکل روبه‌رو دو مایع مخلوط نشدنی با چگالی‌های

$$\rho_1 = 2 \frac{g}{cm^3} \text{ و } \rho_2 = 1 \frac{g}{cm^3} \text{ در یک ظرف U شکل قرار دارند. اگر ارتفاع مایع } \rho_2$$

برابر  $8 \text{ cm}$  باشد، ارتفاع مایع  $\rho_1$  از سطح جدایی دو مایع چند سانتی‌متر است؟

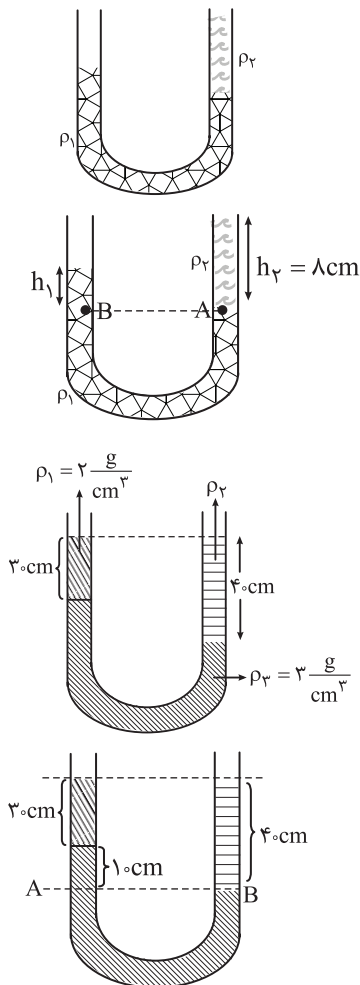
راه‌حل: باید فشار در کف ظرف از دو طرف یکسان باشد تا مایع در دو طرف در تعادل باشد. در تمام نقاط هم‌تراز یک مایع یکسان و ساکن، فشار برابر است. پس فشار در نقاط A و B در شکل یکی است.

برای حل مسئله، یک خط فرضی افقی از ته ظرف می‌گذرانیم، سپس این خط را بالا می‌بریم تا به اولین مرز مشترک با مایع بعدی برسیم. فشار در این سطح در دو طرف لوله یکی است:

$$P_A = P_B \Rightarrow \rho_1 gh_1 + P_0 = \rho_2 gh_2 + P_0 \Rightarrow \rho_1 h_1 = \rho_2 h_2 \Rightarrow 2 \times h_1 = 1 \times 8 \Rightarrow h_1 = 4 \text{ cm}$$

پرسش: در شکل روبه‌رو سه مایع مخلوط‌نشدنی در یک لوله‌ی U شکل در تعادل

قرار دارند. چگالی  $\rho_2$  چند گرم بر سانتی‌متر مکعب است؟



پاسخ: همان‌گونه که بیان شد ابتدا یک خط فرضی افقی از ته ظرف می‌گذرانیم، سپس این خط را به سمت بالا می‌بریم تا به اولین مرز مشترک با مایع بعدی برسیم. حال در این سطح فشار مایع‌ها را در دو طرف لوله با هم برابر قرار می‌دهیم:

$$P_A = P_B \Rightarrow \rho_3 h_3 + \rho_1 h_1 = \rho_2 h_2$$

$$3 \times 10 + 2 \times 3 = \rho_2 \times 4 \Rightarrow \rho_2 = 2/25 \frac{g}{cm^3}$$

تست ۱۳: در شکل روبه‌رو مایع‌ها مخلوط‌نشدنی و در حال تعادل‌اند. اگر

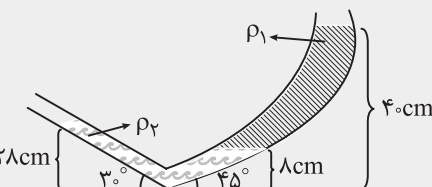
$$\rho_1 = 4 \frac{g}{cm^3}, \text{ آن‌گاه } \rho_2 \text{ چند گرم بر سانتی‌متر مکعب است؟}$$

(۲) ۲

(۱) ۶/۴

(۴)  $2\sqrt{3}$

(۳) ۸

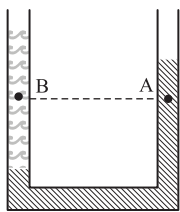


پاسخ: شکل ظرف و زوایای مطرح شده اهمیت ندارند، آنچه مهم است ارتفاع مایع‌ها است که مستقیماً داده شده است. سطح هم‌تراز در ارتفاع ۸ سانتی‌متر است. (طبق توضیح قبلی)

$$P_1 = P_2 \Rightarrow \rho_1 h_1 = \rho_2 h_2 \Rightarrow 4 \times (4 - 8) = \rho_2 (28 - 8) \Rightarrow \rho_2 = 6/4 \frac{g}{cm^3}$$

بنابراین گزینه‌ی (۱) درست است.

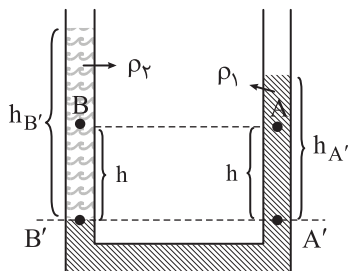
**مسئله (۳۷):** نقاط  $A$  و  $B$  مطابق شکل در یک سطح افقی قرار دارند.  
 الف) چگالی دو مایع را با هم مقایسه کنید.  
 ب) فشار نقاط  $A$  و  $B$  را با هم مقایسه کنید.



**راه حل:** پایین سطح مشترک دو مایع را در نظر می گیریم:

$$P_{A'} = P_{B'} \Rightarrow \rho_{A'} h_{A'} = \rho_{B'} h_{B'} \xrightarrow{h_{B'} > h_{A'}} \rho_2 < \rho_1$$

به طور کلی می توان گفت مایعی که در زیر قرار می گیرد، چگالی بزرگ تری دارد. دقت کنید که نقاط  $A$  و  $B$  هم فشار نیستند. (با وجود آن که هم سطح هستند زیرا دو مایع مختلف داریم) اما فشار در نقاط  $A'$  و  $B'$  برابر است.



$$P_{A'} = P_{B'} \Rightarrow P_A + \rho_A g h = P_B + \rho_B g h$$

$$\Rightarrow g h (\rho_A - \rho_B) = P_B - P_A$$

$$\rho_1 > \rho_2 \Rightarrow \rho_1 - \rho_2 > 0 \Rightarrow P_B - P_A > 0 \Rightarrow P_B > P_A$$

طرف چپ معادله از صفر بزرگ تر است، پس طرف راست معادله هم از صفر بزرگ تر است.

**مسئله (۳۸):** ارتفاع آب در شاخه  $A$  برابر  $\frac{40}{5}$  سانتی متر است. در شاخه  $B$  الکل

می ریزیم تا سطح جیوه در دو شاخه یکسان گردد. ( $\rho_{Hg} = \frac{13}{5} \frac{g}{cm^3}$ ,  $\rho_{H_2O} = \frac{1}{5} \frac{g}{cm^3}$ )

الف) اگر سطح مقطع  $A$ ، برابر سطح مقطع  $B$  باشد، سطح جیوه نسبت به حالت اول چند سانتی متر جابه جا می شود؟

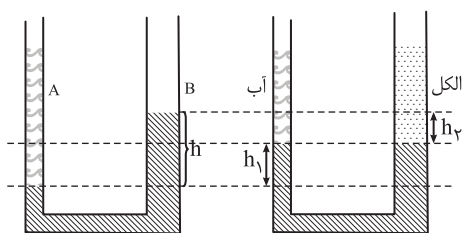
ب) اگر سطح مقطع  $B$  دو برابر  $A$  باشد، سطح جیوه چند سانتی متر جابه جا می شود؟

**راه حل: الف)** در نقاط هم تراز  $A$  و  $B$  فشار یکسان است.

$$P_A = P_B \Rightarrow \rho_{H_2O} h_{H_2O} = \rho_{Hg} h_{Hg}$$

$$\Rightarrow 1 \times \frac{40}{5} = \frac{13}{5} \times h_{Hg} \Rightarrow h_{Hg} = 3 cm$$

با افزودن الکل به سمت راست، سطح جیوه در این طرف  $\frac{1}{5} cm$  پایین می آید و در طرف دیگر به همان اندازه بالا می رود.



ب) وقتی به شاخه  $B$  الکل اضافه می کنیم سطح جیوه در سمت  $B$  قدری پایین آمده و در سمت  $A$  قدری بالاتر می رود اما این تغییرات در طرفین یکسان نیست. کاهش حجم جیوه در طرف راست، برابر افزایش حجم جیوه در طرف چپ ظرف است (مایع ها تراکم ناپذیرند). شکل را در دو حالت در کنار هم رسم می کنیم. در لوله ی پهن مایع به اندازه  $h_1$  پایین می آید اما در لوله ی نازک به اندازه  $h_2$  بالا می رود.

با توجه به برابر بودن فشار در دو نقطه ی هم تراز داریم:

$$P_1 = P_2 \Rightarrow \rho_{H_2O} h_{H_2O} = \rho_{Hg} h_{Hg} \Rightarrow 1 \times \frac{40}{5} = \frac{13}{5} h_{Hg} \Rightarrow h_{Hg} = 3 cm$$

اما تغییرات حجم جیوه در طرفین یکسان است:

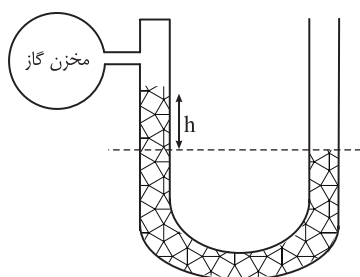
$$\Delta V_A = \Delta V_B \Rightarrow A_1 \times h_1 = 2 A_1 \times h_2 \Rightarrow \begin{cases} h_1 = 2 h_2 \\ h_1 + h_2 = 3 cm \end{cases} \Rightarrow h_1 = 2 cm, h_2 = 1 cm$$

### فشارسنج - فشار پیمانه ای

برای اندازه گیری فشار گاز درون یک مخزن آن را مطابق شکل به یک لوله ی  $U$  شکل محتوای مقداری مایع (معمولاً جیوه) با چگالی  $\rho$  متصل می کنند. اختلاف فشار هوا و فشار گاز درون مخزن سبب می گردد که سطح مایع در دو طرف لوله یکسان نباشد به کمک این اختلاف سطح فشار مخزن گاز را به دست می آوریم.

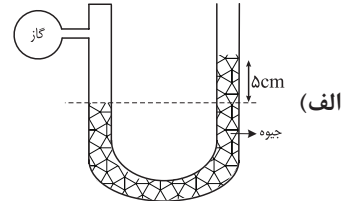
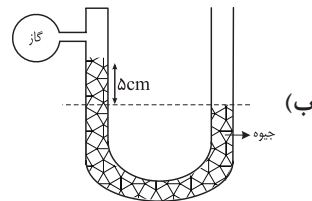
در واقع اختلاف ارتفاع مایع در دو طرف لوله ی  $U$  شکل یعنی  $h$  را اندازه گیری کرده سپس مقدار  $\rho g h$  را محاسبه می کنیم. این کمیت که برابر اختلاف فشار گاز درون مخزن و فشار هوای بیرون است، فشار پیمانه ای نامیده می شود.

$$P_g = P - P_0$$



اکنون با حل چند مسأله به بررسی بیش‌تر موضوع می‌پردازیم.

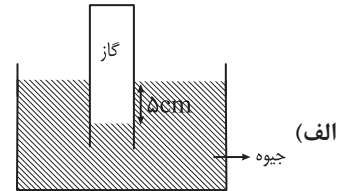
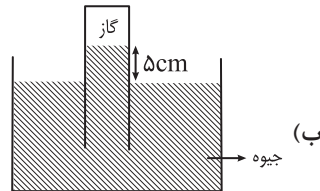
**مسأله‌ی (۳۹):** در هر یک از شکل‌های داده شده فشار کل گاز درون مخزن و فشار پیمانه‌ای گاز چند سانتی‌متر جیوه است؟ (فشار هوای محیط  $76 \text{ cmHg}$  است.)



**راه‌حل: (الف)** به شکل الف دقت کنید. قطعاً فشار گاز درون مخزن از فشار هوای بیرون بیش‌تر است که توانسته، جیوه را در طرف راست لوله‌ی  $U$  شکل بالا ببرد، بنابراین فشار کل گاز برابر است با: فشار پیمانه‌ای برابر  $5 \text{ cmHg}$  است.

**(ب)** به شکل ب دقت کنید. قطعاً فشار هوا از فشار گاز درون مخزن بیش‌تر است. زیرا جیوه در سمت چپ لوله‌ی  $U$  شکل بالا رفته است، بنابراین: فشار پیمانه‌ای برابر  $-5 \text{ cmHg}$  است.

**مسأله‌ی (۴۰):** در هر یک از شکل‌های داده شده فشار کل گاز درون مخزن و فشار پیمانه‌ای گاز چند سانتی‌متر جیوه است؟ (فشار هوای محیط  $76 \text{ cmHg}$  است.)



**راه‌حل: (الف)** به شکل قسمت الف دقت کنید. فشار گاز از فشار هوای بیرون بیش‌تر است. زیرا گاز توانسته سطح جیوه‌ی درون لوله را از سطح جیوه‌ی درون ظرف پایین‌تر ببرد یعنی:

فشار پیمانه‌ای در این حالت  $P_g = +5 \text{ cmHg}$  است.

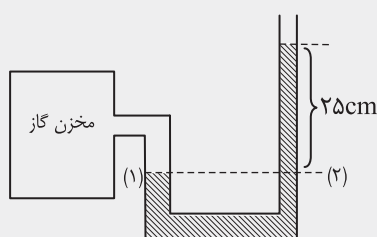
**(ب)** به شکل قسمت ب دقت کنید. فشار هوای بیرون از فشار گاز بیش‌تر بوده زیرا توانسته سطح جیوه‌ی درون لوله را از سطح جیوه‌ی درون ظرف بالاتر ببرد یعنی:

فشار پیمانه‌ای در این حالت  $P_g = -5 \text{ cmHg}$  است.

**نتیجه:** اگر فشار پیمانه‌ای ( $P_g$ ) مثبت باشد، فشار دستگاه (گاز) بیش‌تر از فشار جو است و اگر فشار پیمانه‌ای ( $P_g$ ) منفی باشد، فشار دستگاه (گاز) کم‌تر از فشار جو است.

**پرسش:** آیا در زندگی روزمره فشارسنج‌هایی را می‌شناسید که فشار پیمانه‌ای را اندازه‌گیری کنند؟

**پاسخ:** در دستگاه‌های اندازه‌گیری فشار خون یا فشار هوای درون لاستیک خودروها، فشار پیمانه‌ای اندازه‌گیری می‌شود. وقتی فشار هوای لاستیک توسط فشارسنج  $2/2$  اتمسفر نشان داده می‌شود، در واقع فشار هوای درون لاستیک  $3/2 = 2/2 + 1$  اتمسفر است.



**تست ۱۴:** برای اندازه‌گیری فشار گاز درون یک مخزن، لوله‌ی  $U$  شکلی که درون آن مایعی ریخته شده است را به آن وصل می‌کنیم (به این لوله فشارسنج گفته می‌شود). اگر

چگالی مایع  $\frac{1}{2} \frac{g}{cm^3}$  باشد، اختلاف فشار گاز با هوای بیرون چند پاسکال است؟

- (۱)  $300$  (۲)  $3000$  (۳)  $3 \times 10^3$  (۴)  $3 \times 10^4$

**پاسخ:** فشار در نقاط هم‌تراز برابر است، بنابراین:

$$P_1 = P_2 \Rightarrow P_{\text{مخزن}} = \rho gh + P_0 \Rightarrow \underbrace{P_{\text{مخزن}} - P_0}_{P_g = ?} = \rho gh = 1200 \times 10 \times 0.25 \Rightarrow P_g = 3000 \text{ Pa}$$

بنابراین گزینه‌ی (۳) درست است.