



مهر و ماه



# ریاضیات تجربے جامع کنکور

آموزش کامل + بیش از ۴۶۰۰ پرسش چهار گزینه‌ای

ریاضی ۱ | ریاضی ۲ | ریاضی ۳ | هندسه ۱

آمار و مدل سازی | ریاضی عمومی ۱ و ۲

مهندس منصور سعیدی | مهندس محمدرضا میرجلیلی





پاسخنامه تشریحی پرسش‌های چهارگزینه‌ای در سنامه	۳۴۲	۳۳۳	۳۰۷	انواع تابع	۱۱	پاسخنامه تشریحی پرسش‌های چهارگزینه‌ای در سنامه	۲۱	۱۷	۹	مقدمه‌ای بر ریاضی پایه	۱
	۳۷۰	۳۶۲	۳۵۵	تابع نمایی و لگاریتمی	۱۲		۴۰	۳۶	۲۵	هندسه‌ی مختصاتی	۲
	۴۲۱	۴۰۶	۳۷۹	حد و پیوستگی	۱۳		۶۱	۵۴	۴۵	ماتریس و دستگاه معادلات	۳
	۴۶۷	۴۵۵	۴۳۵	الگو و دنباله	۱۴		۹۶	۸۵	۶۷	آمار و مدل‌سازی	۴
	۴۹۸	۴۹۲	۴۸۳	مجانِب	۱۵		۱۲۳	۱۱۸	۱۰۷	ترکیبیات	۵
	۵۴۷	۵۲۸	۵۰۷	مشتق	۱۶		۱۵۵	۱۴۵	۱۳۱	احتمال	۶
	۶۰۵	۵۹۲	۵۷۱	کاربردهای مشتق	۱۷		۱۸۷	۱۷۹	۱۶۷	نظریه‌ی معادلات	۷
	۶۴۵	۶۳۳	۶۲۱	انتگرال	۱۸		۲۱۵	۲۰۷	۱۹۷	تابع و معادله‌ی درجه‌ی دو	۸
	۶۹۳	۶۸۱	۶۵۷	منحنی‌های درجه‌ی دو (مقاطع مخروطی)	۱۹		۲۵۸	۲۴۵	۲۲۷	مثلثات	۹
	۷۴۶	۷۳۱	۷۰۹	هندسه ۱	۲۰		۲۹۶	۲۸۸	۲۷۵	تابع	۱۰

پاسخنامه‌ی کلیدی آزمون‌های جامع	۷۷۲	۷۶۱	آزمون‌های جامع	۲۱
پاسخنامه‌ی تشریحی	۷۷۴	۷۷۲	کنکور سراسری ۹۲	

زندگی صحنه‌ی یکتای هنرمندی ماست  
هرکسی نغمه‌ی خود خواند و از صحنه رود  
صحنه پیوسته به جاست  
خرم آن نغمه که مردم بسپارند به یاد

«قسم به قلم و آنچه می‌نویسد»

سپاس خداوند بی‌همتا را که بار دیگر لطف خود را بدرقه راهبان نمود  
تا بتوانیم مجموعه‌ی دیگری را با همت ناچیز خود به شرم برسانیم.

### درس اثرگذار! ...

معمولاً اگر از هر دانش‌پژوه رشته تجربی، سؤال شود مهمترین درس برای کنکور کدام است، احتمالاً درس‌های زیست‌شناسی و شیمی را نام می‌برد. شاید به این نکته توجه ندارد که دیگران هم مانند او فکر می‌کنند و بیشتر به همین درس می‌پردازند. اما در نهایت درسی در کنکور تعیین‌کننده خواهد بود که عده‌ی کمتری آن را می‌خوانند و عده‌ی بیشتری از آن صرف‌نظر می‌کنند. ریاضیات تجربی یکی از درس‌های اثرگذار در آزمون کنکور رشته‌ی تجربی می‌باشد و دلیل واضح آن، این است که بیش از ۹۰ درصد دانش‌آموزان رشته‌ی تجربی از این درس صرف‌نظر می‌کنند و یا در آن موفق نیستند. چنان‌که اگر به آمار سالهای اخیر کنکور سراسری توجه کنیم مشاهده خواهیم کرد که بیش از ۹۴ درصد دانش‌آموزان رشته‌ی تجربی توانسته‌اند حداکثر به ۷ سؤال از ۳۰ سؤال ریاضی پاسخ صحیح بدهند و این در حالی است که دانش‌آموزانی که در این درس به ۴۰ درصد سؤالات پاسخ صحیح داده‌اند دارای تراز و رتبه‌های بسیار خوبی بوده‌اند.

### رعب و وحشت!

دوست گرامی! دانش‌آموز عزیز! شاید وقتی که کتاب ریاضیات تجربی مهرماه رو که این قدر تعریفشو شنیده بودی تهیه کردی و حجم اونو دیدی به خودت گفتی که من چه جوری باید این کتاب رو بخونم، ولی اصلاً نگران نباش، آخه این کتاب از ۷ کتاب درسی ریاضیات دبیرستان تشکیل شده که شامل درسنامه‌های جامع، کلی تست و آزمون‌های استاندارد، دقت کن که اگه بخوای معادل این کتاب رو از دیگر ناشران تهیه کنی اولاً حداقل باید ۳ برابر قیمت این کتاب رو هزینه کنی، ثانیاً اون وقت می‌بینی که تعداد صفحات کتاب‌هایی که تهیه کرده‌ای ۲ برابر تعداد صفحات کتاب مهرماهه، ثالثاً بازهم این همه تنوع در تعداد تست‌ها رو نخواهی دید.  
پس نگران نباش و مطمئن باش که یک مرجع کامل از درس ریاضیات تجربی رو تهیه کردی که با مطالعه‌ی اون هیچ مشکلی در کنکور در درس ریاضی نخواهی داشت.

### یک کتاب عالی! ...

عدم وجود یک مرجع کامل (شامل تشریح کامل درس به همراه نکات مهم و پرسش‌های چهار گزینه‌ای تألیفی و کنکوری) در درس ریاضی رشته تجربی و پراکندگی و نقایص کتاب‌های موجود ما را بر آن داشت تا به خواسته دانش‌آموزان این رشته پاسخ دهیم و به نگارش کتابی که در دست دارید بپردازیم. با مطالعه این کتاب که ویژه‌ی رشته تجربی تهیه شده است دانش‌آموزان این رشته به کتاب‌های کمک‌درسی متعدد و پراکنده نیازی نخواهند داشت. کتاب حاضر براساس سرفصل‌های ریاضیات کنکور تجربی در ۲۱ فصل تألیف شده است و کلیه مطالب دروس ریاضی ۱، ریاضی ۲، ریاضی ۳، ریاضی عمومی ۱ و ۲، آمار و مدل‌سازی و هندسه ۱ را تحت پوشش خود قرار می‌دهد. به لحاظ جامعیت مباحث و دربرداشتن آموزش کامل به‌همراه بیش از ۴۵۰۰ تست در این حجم به جرأت می‌توان گفت که این مجموعه کاملترین و غنی‌ترین کتاب ریاضیات تجربی موجود است. استقبال کم‌نظیر دانش‌آموزان و دبیران و رسیدن این کتاب در این مدت کوتاه به این تعداد چاپ این ادعا را تصدیق می‌کند. در این مدت ما با استقبال سایر ناشران کمک‌آموزشی نیز مواجه بودیم! به‌نحوی که پس از انتشار این کتاب بسیاری از همکاران به الگوبرداری، هرچند ناقص، از این مجموعه پرداختند، هرچند باید این تکاپو و رقابت را به فال نیک گرفت!

### راهنمای بخش‌ها و نهادهای کتاب

هر فصل کتاب شامل چهار بخش کلی به این شرح است. بخش اول: درس‌نامه جامع، بخش دوم: پرسش‌های چهارگزینه‌ای تفکیکی، بخش سوم: آزمون جامع فصل و بخش چهارم: پاسخنامه تشریحی.

۱. درس‌نامه: درس‌نامه در هر فصل موارد زیر را در بر می‌گیرد:

نمای کلی فصل: در ابتدای هر فصل مقدمه‌ای شامل جایگاه و اهمیت فصل و میزان سئوالات مطرح از آن در کنکور سراسری به همراه نمودار نمای کلی فصل درج شده است. این نمودار که بر مبنای ترتیب و تقسیمات درس‌نامه تنظیم شده به شما کمک می‌کند تا ساختار فصل و «نقشه‌هویی» درس را مرور کنید.



**آموزش:** در این بخش مطالب درسی، نکات آموزشی و نکات مورد نیاز برای حل تست‌ها در ایستگاه‌های مختلف آورده شده است. بهتر است پس از خواندن کامل مطالب آموزشی هر ایستگاه، به سراغ پاسخ تست‌های آن ایستگاه بروید. از آنجا که در این بخش روال آموزشی دنبال شده است، بنابراین برای فهم بهتر و حفظ پیوستگی موضوعات بهتر است که مطالب درس‌نامه به ترتیبی که آمده است مطالعه شود.

در این قسمت روابط و فرمول‌های کاربردی و مهم داخل باکس مشخص شده‌اند. همچنین نکته، تذکر، توجه، یادآوری، توضیح، نتیجه و بیشتر بدانید مواردی هستند که در بخش آموزش با علامت‌های زیر آمده‌اند.

 **نکته**  **تذکر**  **یادآوری**  **توضیح**  **نتیجه**  **بیشتر بدانید**

دقت کنید که احتمال طرح تست از مباحث «بیشتر بدانید» در کنکور چندان بالا نیست (شاید حدود ۵٪) بنابراین اگر فرصت کافی یا برنامه‌ای برای درصد خیلی بالا در کنکور ندارید احتیاجی به مطالعه این قسمت‌ها نیست.

**مثال آموزشی:** بسیاری از مباحث ریاضیات با حل مثال، بهتر فهمیده می‌شود. در بخش درس‌نامه هر جا که نیاز بوده مثال‌های آموزشی با حل مرحله‌ای و کامل آمده است.

**تست نمونه:** در این قسمت تست‌های مختلف برای تکرار و تمرین مطالب آموزشی به منظور تسلط بیشتر، آورده شده است. حل و فهم تمام تست‌های نمونه ضروری است، زیرا با حل این تست‌ها، نکات آموزشی مطرح شده را بهتر فرا خواهید گرفت و تسلط بیشتر بر مفاهیم ارائه شده پیدا خواهید کرد. توصیه می‌شود ابتدا سعی کنید که تست نمونه را خودتان حل کنید و سپس پاسخ کتاب را با آن مقایسه کنید.

**۲. پرسش‌های چهارگزینه‌ای:** در انتهای هر فصل براساس طبقه‌بندی موضوعی فصل، تست‌ها به صورت ایستگاه‌های مختلف ارائه شده است.

این ایستگاه‌بندی با سرفصل‌های درس‌نامه کتاب هماهنگ است. تعداد تست‌های هر مبحث بستگی به حجم فصل و اهمیت آن مبحث دارد. سعی شده است که این تست‌ها استاندارد و از نظر کیفیت و سطح مشابه آزمون کنکور باشند. سعی کنید تست‌های کنکوری را در زمانی کمتر از زمان کنکور حل کنید (برای هر تست به طور متوسط ۱ دقیقه و ۴۰ ثانیه در کنکور زمان دارید). اگر در برخی از مبحث‌های موضوعی نتیجه خوبی نگرفتید توصیه می‌کنیم یک بار دیگر درس‌نامه مربوط به آن مبحث را مطالعه کنید.

**۳. آزمون‌های جامع:** پس از تست‌های تفکیکی در انتهای هر فصل، چند آزمون جامع از مجموعه مباحث آن فصل فراهم شده است که پاسخ به آن می‌تواند تسلط شما را بر مجموعه‌ی مطالب سنجش نماید. پاسخنامه کلیدی این آزمون‌ها در انتهای پاسخنامه تشریحی فصل آمده است. به منظور امکان ارزیابی بهتر مخاطب، یک فصل مستقل در انتهای کتاب به آزمون‌های جامع اختصاص یافته است که شامل ۵ آزمون استاندارد مشابه کنکور می‌باشد. سعی کنید آزمون‌های جامع را در زمان تعیین شده پاسخ دهید. برای دسترسی به پاسخنامه‌ی تشریحی آزمون‌های جامع می‌توانید به صفحه‌ی مربوط به این کتاب در سایت مهروماه مراجعه کنید.

**۴. پاسخنامه تشریحی:** تست‌های تفکیکی کتاب به صورت کاملاً تشریحی پاسخ داده شده است. در کنار هر پاسخ سطح تست به لحاظ میزان دشواری مشخص شده است. تست‌ها در ۳ سطح آسان، متوسط و سخت سطح‌بندی شده‌اند، که با نمادهای زیر نمایش داده شده است:

### یک نکته در مطالعه و آموختن ریاضیات

یکی از مشکلات اساسی دانش‌آموزان عزیز نحوه‌ی مطالعه‌ی درس ریاضی است که به دلیل شیوه‌ی غلط در مطالعه‌ی این درس، پس از گذشت زمان دچار سرخوردگی می‌شوند و از درس ریاضی بدشان می‌آید. دلیل دیگر برای ضعف در درس ریاضی آن است که دانش‌آموزان نسل امروز خیلی کم حوصله هستند و پشتکار بچه‌های قدیم را ندارند (!) آموختن و فهم موضوعات نیاز به زمان، تمرین و پشتکار دارد. بگذارید با یک مثال منظورم را روشن‌تر بیان کنم:

یک روز داشتم دفتر مشق سال اول دبستانم را ورق می‌زدم وقتی دقت کردم دیدم عجب، طی یک سال تحصیلی (حدوداً ۹ ماه) من فقط ۳۲ حرف یادگرفته‌م و نوشتن حدوداً ۱۰۰۰ حرف، یک چیز چالاکانه‌تر این که هر هفته فقط یک حرف از حروف الفبای فارسی را آموخته‌ام. «یک هفته برای آموزش یک حرف».

حالا که به سر مشق‌های معلم نگاه می‌کنم، می‌بینم دفعه‌ی اول یک خط پوده و دفعه‌ی دوم سه خط تا (اینکه روز آخر شده ۳ صفحه). راستی اول چقدر حروف رو رد خط می‌نوشتیم! عجب حوصله‌ای داشتیم ما. قطعاً برای شما هم همین‌طور بوده. پس یادمون نره که با صبر و حوصله و تمرین زیاد می‌شه پر هر موضوعی مسلط شد. دوست عزیز! نمی‌توان یک شبه یا یک ماهه ریاضی‌دان شد، بلکه باید حداقل یکسال مستمر وقت و انرژی گذاشت.

حالا که اهمیت حوصله و پشتکار در آموختن ریاضی را دوستی! می‌تونم بگم چطوری باید ریاضی رو بخونی؟ راستی! اول یک سؤال بی‌ربط! به نظر شما بزرگترین چالاک کار تاریخ در درس ریاضی کیه؟! ... جوابش پمونه برای بعد ...

## روش مطالعه‌ی درس ریاضی

۱. **آموختن:** خواندن تمام مطالب مربوط به هر موضوع و تسلط کامل بر مفاهیم. (اگر چند مرتبه هم خواندید اشکالی ندارد!) اگر در این مرحله مشکلی داشتید آن را با پرسیدن از دوستان یا دبیر محترمتان برطرف کنید.

۲. **حل تمرین و تهرین:** در ابتدا با حل مثال‌های ساده یا سؤالاتی که پاسخ تشریحی آنها را داریم. (در این کتاب اول مثال‌های آموزشی و سپس تست‌های نمونه). همچنین اگر دانش‌آموز هستید و به مدرسه می‌روید حل مثال‌هایی که دبیرتان قبلاً آن‌ها را حل کرده‌اند. در این مرحله اصلاً اشکالی ندارد که جزوه و فرمول‌ها کنار شما باشند ولی سعی کنید به حل سؤال نگاه نکنید، اگر همین‌که نتوانستید تستی را حل کنید بخواهید بلافاصله به سراغ پاسخ کتاب بروید، و برای حل آن سؤال تلاش نکنید به‌طور قطع و یقین (!) شما یکی از بزرگترین جنایت‌کاران در درس ریاضی هستید!!! (ایں هم چوپا آن سؤال اول)، زیرا با این کار، می‌خواهید ریاضی را مانند دروس عمومی حفظ کنید! گاهی اوقات لازم است روی یک مسئله حتی نیم‌ساعت هم فکر کنید ولی به پاسخ آن نگاه نکنید! سعی کنید هر چه در ذهن شما است روی کاغذ بیاورید و خودتان مسئله را حل کنید و مطمئن باشید که اگر مسئله‌ای را خودتان حل کرده باشید، هر مدل و تیبی از آن مبحث را قادر خواهید بود حل نمایید. شاید داری به خودت می‌گی نیم‌ساعت برای یک سؤال...، خیلی پی‌مهرقنی... من می‌گویم یادت باشه که برای نوشتن یک حرف در کلاس اول یک هفته وقت می‌گذاشتی. بنابراین برای یادگرفتن ریاضی هم حوصلتو پلا پیر!

## نحوه‌ی استفاده از این کتاب

۱ ابتدا نگاهی به نمای کلی فصل (نموداری که ابتدای فصل آمده) ببیند تا مسیر کلی مباحث و موضوعات مهم در ذهن شما مرور شود.

۲ درس‌نامه را با حوصله مطالعه کنید اگر احساس می‌کنید فهم مطالب برای شما دشوار است لازم است به کتاب‌های درسی مراجعه کنید تا درک پایه خود از آن مبحث را تقویت کنید.

۳ روابط و فرمول‌ها را تجزیه و تحلیل کنید. دقت کنید که لازم نیست همه فرمول‌ها را حفظ کنید بلکه بهتر است اولاً در صورت امکان، مفهوم رابطه و فرمول و یا اثبات قضایا را متوجه شوید و سپس با تمرین کافی به کاربرد آن مسلط شوید. روابط و فرمول‌های مهم در این کتاب داخل کادر خاکستری آمده است. خوب است چندین بار فرمول‌ها، روابط و نکات مهم هر قسمت را برای خود بنویسید و مرور کنید.

۴ برای تسلط کامل بر نکات و فرمول‌ها مثال‌های آموزشی را بررسی نموده و تست‌های نمونه را بدون نگاه کردن به پاسخ تشریحی آن‌ها، حل کنید.

۵ در صورتی که از حل مسئله بازماندید، جواب تشریحی آن را مطالعه کرده و دوباره مسئله را خودتان حل کنید.

۶ در صورتی که پاسخ برخی مسائل، برای شما مبهم بود حتماً به کمک دوستان و دبیران خود سعی کنید راه حل مسئله را بیاموزید.

۷ برای تمرین مفاهیم و نکات به سر فصل‌های موضوعی تست‌ها مراجعه کنید. در این مرحله دانش‌آموزان را به ۴ گروه دسته‌بندی می‌کنیم.

**الف) برای دستیابی به درصد ۲۰ تا ۳۰:** این گروه، از آن دسته دانش‌آموزانی هستند که در سال‌های گذشته اهمیت چندانی به درس ریاضی نداشته‌اند و یا علاقه‌ی زیادی برای یادگیری این درس از خود نشان نداده‌اند. این گروه می‌بایست بعد از انجام مراحل ۱ تا ۶ تست‌های کنکور سراسری تجربی را مورد بررسی قرار دهند. این دسته از دانش‌آموزان نیازی به حل تست‌های کنکور سراسری و تست‌های تألیفی و «برای ۱۰۰ درصد» ندارند. در ضمن این گروه نباید قسمت‌های «بیشتر بدانید» در درسنامه را مطالعه کنند.

**ب) برای دستیابی به درصد ۳۰ تا ۴۰:** این گروه باید بعد از انجام مراحل ۱ تا ۶ به ترتیب به حل تست‌های کنکور سراسری تجربی و سپس تست‌های سراسر رشته‌ی ریاضی پرداخته و برای جمع‌بندی مطالب هر فصل همه‌ی آزمون‌های جامع انتهایی هر فصل را حل نمایند. مطمئن باشند با انجام کارهای گفته شده درصد قابل قبولی در کنکور بدست خواهند آورد. این دسته از دانش‌آموزان اصلاً نیازی به خواندن بخش‌های «بیشتر بدانید» در درسنامه و حل تست‌های تألیفی و «برای ۱۰۰ درصد» ندارند.

**ج) برای دستیابی به درصد ۴۰ تا ۷۰:** این گروه از دانش‌پژوهان باید بعد از مطالعه‌ی درسنامه (و ترجیحاً مطالعه بخش‌های «بیشتر بدانید») و حل تست‌های نمونه‌ی داخل درسنامه به حل تست‌های ایستگاه‌های مختلف به ترتیبی که طبقه‌بندی شده‌اند بپردازند و بعد از اتمام این مراحل باید به حل تمامی آزمون‌های جامع هر فصل اقدام نماید تا مطالب خوانده شده برای شما جمع‌بندی شوند. این دسته از دانش‌آموزان نیازی به حل تست‌های قسمت «برای ۱۰۰ درصد» ندارند و مطمئن باشند که با انجام مراحل گفته شده حتماً در کنکور سراسری و آزاد می‌توانند تا ۷۰ درصد سوالات را جوابگو باشید.

**(د) برای دستیابی به درصد بالای ۷۰:** این گروه دانش آموزانی محسوب می‌شوند که می‌خواهند بالاتر از ۷۰ درصد سؤالات کنکور را پاسخ‌گو باشند. این گروه باید تمامی مراحل گفته شده در قسمت‌های قبل (شامل مطالعه‌ی بخش‌های «بیشتر بدانید») را انجام داده و همچنین حتماً تست‌های «برای ۱۰۰ درصد» را نیز حل نمایند تا مطمئن باشند که با هر سوالی در درس ریاضی مواجه شوند، بدون هیچ‌گونه مشکلی قادر به پاسخ‌گویی آن سوال خواهند بود.

**۸** در پایان مطالعه کتاب، برای جمع‌بندی و سنجش خود می‌توانید آزمون‌های جامع انتهای کتاب را پاسخ دهید.

**۹** در فصل مرور و جمع‌بندی (۱ تا ۲ ماه مانده به کنکور) می‌توانید برای جمع‌بندی سریع مطالب از کتاب آخر ریاضیات تجربی که توسط همین انتشارات در قطع کوچک بصورت فشرده و مختصر تمام فرمول‌ها و روابط را دوره نموده و تیپ‌های تست‌های مطرح در کنکور را دسته‌بندی کرده است استفاده کنید.

### سپاس‌نامه

در پایان از مدیریت محترم انتشارات مهروماه، جناب آقای احمد اختیاری که همواره در راه ارتقای این اثر با صبر و حوصله‌ای مثال زدنی ما را یاری نمودند کمال تشکر و قدردانی را داریم و از خداوند متعال بهترین‌ها را برای ایشان آرزومندیم و ممنونیم از:

■ آقای سامان شاهین‌پور و خانم‌ها لاله پارسی و سمیه جباری که زحمت اصلی حروف‌چینی و صفحه‌آرایی کتاب را بر عهده داشته‌اند.

■ آقای علیرضا پورخمسه به‌خاطر رسم شکل‌های زیبا و طراحی جلد.

■ آقایان شارخ پاشایی و محسن فرهادی، به‌خاطر همه‌چیز، تمامی کارهای لازم برای بهتر بودن کتاب.

■ دبیران و همکاران محترم جناب آقای خسرو کاکسوندی، جناب آقای رضا سارنگ و جناب آقای محسن خلیلی که در ویرایش اخیر کتاب توصیه‌ها و نکات ارزشمندی را ارائه نمودند.

■ گروه نمونه‌خوانی و ویراستاری آقایان روزبه اسحاقیان، سید حمیدرضا عارف‌پور و نوید انسانی، خانم‌ها منصوره شاعری، زهرا امینیان، الهه اسماعیلی، فرزانه قنبری، مینا نظری و الهام اسماعیلی‌یار به‌خاطر بازخوانی کتاب و مطابقت دست نوشته‌ها با متن تایپی و ویرایش همه جوهری متن که به بهترین شکل ممکن انجام شده است. (واقعاً خسته نباشند!)

■ دانش‌آموزان خوب دبیرستان‌های خرد، ابوریحان، فاطمه الزهرا (س) و فدک منطقه ۱۸، سیمای نور، سروش، علامه طباطبایی و حضرت زینب (س) که مایه‌ی دلگرمی ما برای ارتقای سطح این کتاب چه از لحاظ کیفی و چه از لحاظ کمی بودند.

■ خانم فریده محمدی و زهرا حیدریان به‌خاطر هماهنگی و پی‌گیری‌های فوق‌العاده‌ی کارها.

■ آقای عباس گودرزی، مدیر فروش انتشارات به‌خاطر حمایت‌های همه‌جانبه‌ی ایشان.

■ سایر پرسنل محترم و زحمت‌کش انتشارات مهروماه به‌خاطر همه‌ی لطفی که داشته و دارند.

■ تشکر ویژه از خانم سوگند روشنی برای همکاری در پاسخ‌های تشریحی آزمون‌های جامع هر فصل.

■ در پایان بر خود لازم می‌دانیم تشکر ویژه‌ای از آقایان شاهین‌پور و فرهادی و خانم شاعری داشته باشیم که در چاپ سی‌وچهارم کتاب، سنگ تمام گذاشتند.

مطالب این کتاب با هدف بسط و تشریح مباحث موجود در کتاب درسی تهیه و تدوین گردیده است. کوشش ما بر این بوده است که خواننده با مطالعه مثال‌های متنوع و شرح مطالب درسی و مورد نیاز، بتواند پرسش‌های علمی خود را تا حد ممکن مرتفع نماید.

از کلیه صاحب‌نظران، استادان و خوانندگان عزیز صمیمانه درخواست می‌نماییم این مجموعه را از نقد و نظر خود محروم ننمایند. خواهشمند است نظرات ارزشمند خود را به نشانی الکترونیکی [mansaeidi@yahoo.com](mailto:mansaeidi@yahoo.com) و [mr\\_mirjalili@yahoo.com](mailto:mr_mirjalili@yahoo.com) ارسال یا از طریق SMS به سامانه‌ی ۳۰۰۷۲۱۲۰ اعلام فرمایید.

### تغییرات کتاب در چاپ جدید

■ تطبیق دقیق و مجدد مطالب کتاب با کتاب‌های درسی

■ ویرایش کامل درس‌نامه و تست‌های مربوط به آن، همراه با پاسخ‌های تشریحی

■ طبقه‌بندی درس‌نامه در ایستگاه‌های مختلف و حفظ نظم آموزشی

■ طبقه‌بندی تست‌های کتاب بر اساس طبقه‌بندی ایستگاه‌های درس‌نامه

■ طراحی تست‌های جدید از متن و تمرین‌های کتاب‌های درسی برای هر فصل کتاب

■ حذف تست‌های تکراری و قدیمی و جایگزین نمودن تست‌های کنکورهای اخیر سراسری داخل و خارج از کشور

■ تکمیل و توسعه پاسخ‌های تشریحی تمامی سؤالات و افزودن نکات و یادآوری‌های جدید و حل سؤالات با چندین روش مختلف

■ افزایش تست‌های کتاب به بیش از ۴۵۰۰ تست


■ اضافه شدن تست‌های کنکور سراسری سال ۹۲

■ چیدمان جدید آزمون‌های جامع هر فصل در چند آزمون استاندارد و قرار دادن پاسخ تشریحی آزمون‌ها بر روی سایت مهروماه

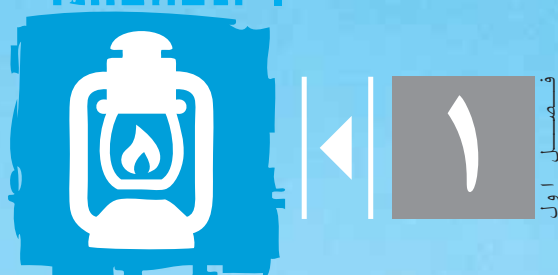
■ توجه بیشتر به رویکرد ویژه‌ی رشته‌ی تجربی در همه‌ی بخش‌های کتاب

■ اضافه شدن آزمون‌های تست‌های دشوارتر برای دانش‌آموزان ممتاز تحت عنوان «برای ۱۰۰ درصد» و...



A decorative arrangement of blue flowers and a central text box. The flowers are in various shades of blue and are arranged in a circular pattern around the text box. The text box is a light blue, irregular shape with a scalloped border. The background is a light blue gradient with a subtle pattern of small, light blue dots.

تقدیم به مادرانمان که  
همیشه دعای خیرشان  
بدرقه‌ی راهمان بوده است.



# مقدمه‌ای بر ریاضیات پایه

یکی از مشکلات اساسی دانش‌آموزان رشته‌ی تجربی و شاید سایر رشته‌ها، ضعف در محاسبات پایه است. در این فصل سعی شده است نگاهی اجمالی بر موضوعات مهم ریاضیات پایه داشته باشیم. گرچه از این فصل به‌طور مستقیم سؤالی در کنکور سراسری مطرح نمی‌شود، ولی به جرأت می‌توان گفت که اگر نکات و مهارت‌های موجود در این فصل به خوبی فرا گرفته نشود، شاید در حل اکثر تست‌ها و تمرین‌های ریاضی دچار مشکل شوید و این موضوع باعث بی‌علاقگی شما به درس ریاضی خواهد شد.

## راهنمای ایستگاه‌ها

۱ مقدمه

۲ توان و قوانین مربوط به آن

۳ اتحادهای جبری و تجزیه

۴ ب.م.م و ک.م.م

۵ رادیکال و قوانین مربوط به آن

۶ بخش‌پذیری



## ایستگاه 1 مقدمه

### مجموعه‌ی اعداد

مجموعه‌ی اعداد حقیقی ( $\mathbb{R}$ )، شامل زیرمجموعه‌های زیر است:

- 1 مجموعه‌ی اعداد طبیعی:
- 2 مجموعه‌ی اعداد حسابی: مجموعه‌ای است از اجتماع مجموعه‌ی اعداد طبیعی و عدد صفر
- 3 مجموعه‌ی اعداد صحیح: مجموعه‌ای است از اجتماع اعداد حسابی و قرینه‌ی اعداد طبیعی
- 4 مجموعه‌ی اعداد گویا:
- 5 اعداد گنگ:

$$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$$

$$\mathbb{W} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$$

$$\mathbb{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$$

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{p}{q} \mid p, q \in \mathbb{Z}, q \neq 0, (p, q) = 1 \right\} \xrightarrow{\text{مانند}} \left\{ \dots, -3, -\frac{4}{3}, \dots, -\frac{1}{2}, \dots, 0, \dots, \frac{1}{2}, \dots, 2, \dots \right\}$$

یعنی مجموعه‌ی اعداد گویا شامل اعداد طبیعی و صحیح نیز هست. (منظور از نماد  $(p, q) = 1$ ، یعنی بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک دو عدد صحیح برابر 1 باشد.)

$$\mathbb{Q}' = \{x \mid x \in \mathbb{R}, x \notin \mathbb{Q}\} = \{\dots, -2 - \sqrt{3}, \dots, -\sqrt{5}, \dots, \sqrt{2}, \pi, \dots\}$$

اعداد گنگ اعدادی هستند که نتوان آن را به فرم  $\frac{p}{q}$  درآورد به طوری که  $p$  و  $q$  اعداد صحیح باشند، مانند  $\sqrt{2} \neq \frac{p}{q}$ .

بنابراین می‌توان گفت:  $\mathbb{Q} \cup \mathbb{Q}' = \mathbb{R}$  و  $\mathbb{N} \subset \mathbb{W} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$

### تست نمونه

• اگر  $a$  و  $b$  اعداد گویا و  $a(\sqrt{2}-1) + b(\sqrt{2}+2) = 6$  باشد،  $a - b$  کدام است؟

-4 (4

4 (3

-2 (2

2 (1

$$a\sqrt{2} - a + b\sqrt{2} + 2b = 6 \Rightarrow (a+b)\sqrt{2} + (2b-a) = 6$$

حل:

$$\begin{cases} a+b=0 \\ 2b-a=6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=-2 \\ b=2 \end{cases} \Rightarrow a-b=-4$$

چون سمت چپ باید مساوی عدد گویای 6 شود لازم است که به صورت یک عدد گویا نوشته شود:

دقت نمایید مجموع دو عدد گویا عددی گویا است.

### چندجمله‌ای یا کثیرالجمله‌ای

$$P(x) = ax + b \quad (a \neq 0)$$

فرم کلی چندجمله‌ای درجه‌ی 1:

$$P(x) = ax^2 + bx + c \quad (a \neq 0)$$

فرم کلی چندجمله‌ای درجه‌ی 2:

$$P(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d \quad (a \neq 0)$$

فرم کلی چندجمله‌ای درجه‌ی 3:

$$P(x) = ax^n + bx^{n-1} + cx^{n-2} + \dots + k \quad (a \neq 0)$$

صورت کلی یک چندجمله‌ای درجه‌ی  $n$  برحسب  $x$  عبارتست از:

### چندجمله‌ای متحد با صفر

اگر یک چندجمله‌ای متحد با صفر باشد، لازم و کافی است که تمام ضرایب آن صفر باشد (در غیر این صورت تبدیل به معادله‌ای می‌شود که تنها به ازای بعضی مقادیر عددی از متغیر برابر صفر خواهد بود). بنابراین:

$$ax^n + bx^{n-1} + \dots + k = 0 \Leftrightarrow a = 0, b = 0, \dots, k = 0$$

### تست نمونه

• اگر به ازای جميع مقادیر  $x$  داشته باشیم  $(2a-b)x + b - 6 = 0$ ،  $a$  کدام است؟

2 (4

6 (3

3 (2

1 (1

حل: چون تساوی فوق به ازای جميع مقادیر  $x$  برقرار است، می‌توان طرف دوم تساوی را به صورت  $0 \times x + 0$  نوشت. با مقایسه‌ی دو طرف تساوی

$$\begin{cases} b-6=0 \Rightarrow b=6 \\ 2a-b=0 \Rightarrow 2a=b=6 \Rightarrow a=3 \end{cases}$$

داریم:

### دو چندجمله‌ای متحد با هم

دو چندجمله‌ای وقتی با هم متحدند که ضرایب نظیرشان با هم مساوی باشند. بنابراین:

$$ax^n + bx^{n-1} + \dots + k = a'x^n + b'x^{n-1} + \dots + k' \Leftrightarrow a = a', b = b', \dots, k = k'$$

### تست نمونه

• اگر به ازای جميع مقادیر  $x$  رابطه‌ی  $\frac{1}{x(x+1)(x+2)} = \frac{a}{x} + \frac{b}{x+1} + \frac{c}{x+2}$  برقرار باشد،  $a+b+c$  کدام است؟

1 (4

$-\frac{1}{2}$  (3

$\frac{1}{2}$  (2

صفر (1

حل: با مخرج مشترک‌گیری بین عبارت‌های سمت راست تساوی و مرتب‌نمودن آن داریم:

$$\frac{1}{x(x+1)(x+2)} = \frac{a(x+1)(x+2) + bx(x+2) + cx(x+1)}{x(x+1)(x+2)} = \frac{(a+b+c)x^2 + (3a+2b+c)x + 2a}{x(x+1)(x+2)}$$

$$\Rightarrow 1 = (a+b+c)x^2 + \dots \Rightarrow a+b+c=0$$



## ایستگاه 2 توان و قوانین مربوط به آن

### توان

- ۱  $a^0 = 1$       ۲  $a^{-n} = \frac{1}{a^n} \Rightarrow \left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$       ۳  $a^m \times a^n = a^{m+n}$   
 ۴  $a^m \times b^m = (ab)^m$       ۵  $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$       ۶  $\frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m$   
 ۷  $(a^m)^n = a^{m \times n} \rightarrow (a^m)^n \neq a^{m^n}$       ۸  $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$       ۹  $(a^m)^n = (a^n)^m$

### تست نمونه

• حاصل عبارت  $81^3 \times \left[50 \times \left(\frac{3^{-2}}{5}\right)^2\right]^3$  کدام است؟

- 1 (6)      2 (8)      3 (9)      4 (10)  
 حل:  $(3^4)^3 \times \left[2 \times 5^2 \times \frac{3^{-4}}{5^2}\right]^3 = 3^{12} \times 2^3 \times 3^{-12} = 3^{12+(-12)} \times 2^3 = 2^3 = 8$

• اگر  $a = 3^{k+1}$  و  $b = 9^k$  باشد، آن گاه کدام رابطه بین  $a$  و  $b$  همواره برقرار است؟

- 1 (1)  $a^2 = 9b$       2 (2)  $3a = b$       3 (3)  $2a = b + 1$       4 (4)  $a^2 = 3b + 1$   
 حل:  $a = 3^{k+1} \Rightarrow a^2 = (3^{k+1})^2 = 3^{2k+2} = (3^2)^k \times 3^2 = 9^k \times 9 = b \times 9 = 9b \Rightarrow a^2 = 9b$

• از رابطه  $4^{2x-1} \times 3^{y+2} = 96$  حاصل  $\frac{9}{4}(x+y)^{-1}$  کدام است؟

- 1 (1)      2 (2)      3 (3)      4 (4)  
 حل: ابتدا  $x$  و  $y$  را از رابطه‌ی اول می‌یابیم:  
 $4^{2x-1} \times 3^{y+2} = 96 \Rightarrow (2^2)^{2x-1} \times 3^{y+2} = 2^5 \times 3^1$   
 $\Rightarrow 2^{4x-2} \times 3^{y+2} = 2^5 \times 3^1 \Rightarrow \begin{cases} 4x-2=5 \Rightarrow x=\frac{7}{4} \\ y+2=1 \Rightarrow y=-1 \end{cases} \Rightarrow \frac{9}{4}(x+y)^{-1} = \frac{9}{4}\left(\frac{7}{4}-1\right)^{-1} = \frac{9}{4} \times \left(\frac{3}{4}\right)^{-1} = \frac{9}{4} \times \frac{4}{3} = 3$

## ایستگاه 3 اتحادهای جبری و تجزیه

### اتحادهای مقدماتی

- ۱  $(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$  (اتحاد مربع دوجمله‌ای)  
 ۲  $(x-y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$  (اتحاد مربع دوجمله‌ای)  
 ۳  $(x+y+z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2xz + 2yz$  (اتحاد مربع سه‌جمله‌ای)  
 ۴  $(x+y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$  (اتحاد مکعب دوجمله‌ای)  
 ۵  $(x-y)^3 = x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3$  (اتحاد مکعب دوجمله‌ای)  
 ۶  $(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$  اتحاد مزدوج  
 ۷  $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$  اتحاد یک جمله‌ی مشترک  
 ۸  $(x+y)(x^2 - xy + y^2) = x^3 + y^3$   
 ۹  $(x-y)(x^2 + xy + y^2) = x^3 - y^3$  اتحادهای چاق و لاغر

### اتحادهای کمکی

- ۱  $x^2 + y^2 = (x+y)^2 - 2xy = (x-y)^2 + 2xy$       ۲  $x^3 + y^3 = (x+y)^3 - 3xy(x+y)$   
 ۳  $x^3 - y^3 = (x-y)^3 + 3xy(x-y)$       ۴  $(x+y)^2 + (x-y)^2 = 2(x^2 + y^2)$   
 ۵  $(x+y)^2 - (x-y)^2 = 4xy$       ۶  $(x+y+z)^3 = x^3 + y^3 + z^3 + 3(x+y)(y+z)(z+x)$   
 ۷  $(x^3 + y^3 + z^3) - 3xyz = (x+y+z)(x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx)$  (اتحاد لاگرانژ - اوپلر)

← نتیجه‌ی اتحاد لاگرانژ - اوپلر: اگر  $x + y + z = 0$  باشد، سمت راست اتحاد مساوی صفر می‌شود و در نتیجه داریم:

$$x + y + z = 0 \Rightarrow x^3 + y^3 + z^3 = 3xyz$$

یعنی اگر مجموع سه عدد حقیقی صفر باشد مجموع مکعب‌های آن‌ها برابر است با سه برابر حاصل ضرب آن سه عدد.

## پرسش‌های چهارگزینه‌ای

### ایستگاه 1 انتقال محورهای مختصات

1- معادله‌ی منحنی C به صورت  $y = 2x^2 - 8x + 3$  است. اگر فقط محور xها را بر خط به معادله‌ی  $y = -5$  انتقال دهیم، معادله‌ی این منحنی در دستگاه جدید کدام است؟

(1)  $y = 2x^2$  (2)  $y = 2(x-2)^2$  (3)  $y = 2x^2 + 5$  (4)  $y = 2(x-4)^2$

2- معادله‌ی خطی در دستگاه xOy به صورت  $2y = 3x + 11$  است. اگر محورهای مختصات را به موازات خود به نقطه‌ی  $(-1, 4)$  انتقال دهیم، معادله‌ی این خط در دستگاه جدید کدام است؟

(1)  $2y - 3x = 0$  (2)  $3y - 2x = 0$  (3)  $2y - 3x = 3$  (4)  $2y - 3x = 5$

3- معادله‌ی خطی در دستگاه xOy به صورت  $\frac{x+2y}{3} = \frac{2x-y}{4}$  است. اگر مبدأ مختصات را به نقطه‌ی  $O'(2, -3)$  منتقل کنیم، شیب خط در وضع جدید چقدر است؟

(1)  $\frac{11}{2}$  (2)  $\frac{2}{11}$  (3)  $\frac{2}{5}$  (4)  $\frac{5}{2}$

4- معادله‌ی منحنی به صورت  $y = \frac{x-1}{x-2}$  است. اگر مبدأ مختصات به نقطه‌ی  $O'(2, 1)$  منتقل شود، معادله‌ی منحنی به چه صورتی خواهد بود؟

(1)  $(X-2)(Y-1) = 1$  (2)  $XY = -1$  (3)  $XY = 1$  (4)  $4XY = 1$

### ایستگاه 2 نقطه و دستگاه مختصات

5- نمودارهای دو تابع  $y = 2x + b$  و  $y = x^3 + ax^2 - b$  در نقطه‌ای به طول 2 واقع بر محور xها متقاطع‌اند، a کدام است؟

(1) 1 (2) صفر (3) -2 (4) -3

6- فاصله‌ی مبدأ مختصات از نقطه‌ی برخورد خطوط  $d: 4x + 5y = -6$  و  $d': 3x - 2y = 7$  کدام است؟

(1)  $\sqrt{5}$  (2) 5 (3)  $2\sqrt{2}$  (4) 4

7- محل برخورد دو تابع با ضابطه‌های  $y = x^3 + ax + b$  و  $y = x^2 + bx + a$  روی محور yها در نقطه‌ای به عرض یک است. a + b کدام است؟

(1) 1 (2) 2 (3) 3 (4) 4

8- اگر AC قطر موازی متوازی‌الاضلاع ABCD و  $A(-1, 7)$ ،  $B(2, -3)$  و  $C(6, 0)$  باشد، مختصات D کدام است؟

(1)  $(20, 1)$  (2)  $(3, 10)$  (3)  $(2, 9)$  (4)  $(3, 9)$

9- نقاط  $A(1, 2)$ ،  $B(-5, 2)$  و  $C(-2, 5)$  سه رأس یک مربع هستند. مجموع طول و عرض رأس چهارم کدام است؟

(1) -3 (2) -5 (3) -1 (4) 1

10- نقطه‌ی  $A(7, 6)$  رأس متوازی‌الاضلاع است که دو ضلع آن منطبق بر دو خط به معادلات  $2y - 3x = 11$  و  $3y + 4x = 8$  می‌باشند. مختصات وسط قطر آن کدام است؟

(1)  $(1, 5)$  (2)  $(3, 4)$  (3)  $(3, 5)$  (4)  $(4, 3)$

11- نقاط  $A(3, 3)$ ،  $B(-1, 1)$  و  $O(0, 0)$  سه رأس یک مستطیل هستند. مساحت مستطیل چقدر است؟

(1) 3 (2) 6 (3) 12 (4) 9

12- دو نقطه‌ی A و B به طول‌های  $x_A = 1$  و  $x_B = 2$  روی خط  $y = 4x - 3$  واقع‌اند. اگر تصاویر A و B روی محور xها C و D باشد مساحت دوزنقه‌ی ABCD چقدر است؟

(1) 3 (2) 2 (3) 5 (4) 4

13- اگر  $A(4, 5)$  و  $B(2, 1)$  طول میانه‌ی OM در مثلث OAB کدام است؟ (O مبدأ مختصات است.)

(1)  $2\sqrt{2}$  (2)  $2\sqrt{3}$  (3)  $3\sqrt{2}$  (4)  $3\sqrt{3}$

14- نقاط  $A(1, 0)$ ،  $B(4, 2)$  و  $C(a, -a)$  مفروض‌اند. به ازای کدام مقدار a، مثلث ABC در رأس A قائمه و متساوی‌الساقین است؟

(1) -3 (2) -2 (3) 2 (4) 3

15- مساحت مثلثی که سه رأس آن نقاط  $A(1, 4)$ ،  $B(1, -1)$  و  $C(2, 2)$  باشد، کدام است؟

(1)  $\frac{5}{2}$  (2) 5 (3) 10 (4)  $\frac{5}{4}$

16- سه خط به معادلات  $x + y = 2$ ،  $x - y = 0$  و  $y = -1$  مثلثی ساخته‌اند، مساحت آن کدام است؟

(1) 3 (2)  $\frac{3}{5}$  (3) 4 (4)  $\frac{4}{5}$

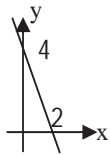
(سراسری تجربی 80)

(سراسری تجربی 90)

(آزمایشی سنجش تجربی 84)

(آزمایشی سنجش تجربی 84)





17- شیب خط داده شده در شکل مقابل چقدر است؟

- (1) 2  
(2) 1  
(3) -2  
(4) صفر

18- خط  $3y + \sqrt{3}x = 1$  با محور  $ox$  چه زاویه‌ای می‌سازد؟

- (1)  $\frac{2\pi}{3}$   
(2)  $\frac{\pi}{6}$   
(3)  $\frac{\pi}{3}$   
(4)  $\frac{5\pi}{6}$

19- اگر سه نقطه‌ی  $(k, 2)$ ،  $(0, k)$  و  $(-1, 0)$  روی یک خط راست باشند،  $k$  چقدر است؟

- (1) -1  
(2) -1، 2  
(3) -2، 1  
(4) 2

20- چند خط از نقطه‌ی  $(-3, 0)$  می‌گذرند و با محورهای مختصاتی مثلثی به مساحت 15 واحد می‌سازند؟

- (1) صفر  
(2) 1  
(3) 2  
(4) بی‌شمار

21- خطی با ضریب زاویه‌ی  $m$  از نقطه‌ی  $(1, 2)$  گذشته و محورهای مختصات را در  $A$  و  $B$  قطع می‌کند. به ازای کدام مقدار  $m$  مساحت مثلث  $OAB$  برابر

4 واحد مربع است؟ (O مبدأ مختصات است.)

- (1) 3  
(2) 2  
(3) -2  
(4) -3

22- نقطه‌ی تلاقی خط  $y = 3x - 4$  را با محور  $x$ ها و محور  $y$ ها به ترتیب  $A$  و  $B$  می‌نامیم. نقطه‌ی  $P$  بر روی پاره‌خط  $AB$  چنان است که  $BA = 4PA$ .

فاصله‌ی نقطه‌ی  $P$  تا مبدأ مختصات کدام است؟

- (1)  $\sqrt{2}$   
(2)  $\sqrt{3}$   
(3) 2  
(4) 3

23- طول نقطه‌ی  $M$  واقع بر محور طول‌ها که از دو نقطه‌ی  $B(-2, 3)$  و  $C(4, -1)$  به یک فاصله باشد، کدام است؟

- (1)  $-\frac{1}{2}$   
(2)  $\frac{2}{3}$   
(3)  $\frac{1}{3}$   
(4)  $-\frac{2}{3}$

24- مساحت متوازی‌الاضلاع محدود به خطوط به معادلات  $y = x + 3$  و  $x = 4$  و محور  $y$ ها و نیمساز ناحیه‌ی اول برابر کدام است؟

- (1) 8  
(2) 12  
(3) 14  
(4) 15

### ایستگاه 3 معادله‌ی خط

25- معادله‌ی خطی که از مبدأ مختصات و محل تلاقی دو خط به معادله‌های  $2x - 7y + 2 = 0$  و  $2y + 8 = 0$  می‌گذرد، کدام است؟

- (1)  $2x + 3y = 0$   
(2)  $3x + 19y = 0$   
(3)  $4x - 15y = 0$   
(4)  $5x + y = 0$

(تمرین کتاب درسی)

26- مثلث  $ABC$  با سه رأس  $A(1, 4)$ ،  $B(-2, -2)$  و  $C(4, 2)$  مفروض است. معادله‌ی میانه‌ی وارد بر ضلع  $BC$  کدام است؟

- (1)  $y + 2x = 2$   
(2)  $2x - y - 2 = 0$   
(3)  $x = 1$   
(4)  $y = 1$

27- اگر نقاط  $A(1, 4)$ ،  $B(-2, -2)$  و  $C(4, 2)$  سه رأس یک مثلث باشند، معادله‌ی ارتفاع وارد بر ضلع  $AB$  کدام است؟

- (1)  $x - 2y = 8$   
(2)  $2y - x = 8$   
(3)  $x + 2y = 8$   
(4)  $y + 2x = 8$

28- خط گذرنده بر نقطه‌ی  $(\sqrt{3}, -1)$  با خط  $3y = \sqrt{3}$  زاویه‌ی  $30^\circ$  می‌سازد. عرض از مبدأ آن کدام است؟

- (1) -1  
(2) -2  
(3) -3  
(4) -4

29- خط گذرنده از نقطه‌ی  $(-1, 2)$  و عمود بر خط به معادله‌ی  $2y + x = 0$ ، محور  $x$ ها را با کدام طول قطع می‌کند؟

- (1) -4  
(2) -2  
(3) 2  
(4) 4

30- اگر خطوط  $(k+1)y = x + 2$  و  $y = (2k+1)x + 1$  قطرهای یک لوزی باشند،  $k$  کدام است؟

- (1)  $-\frac{3}{2}$   
(2)  $\frac{3}{2}$   
(3)  $\frac{2}{3}$   
(4)  $-\frac{2}{3}$

31- محل برخورد دو خط به معادله‌های  $y = x + 2$ ،  $my = x + n$  روی محور  $ox$  قرار دارد.  $n$  کدام است؟

- (1) -2  
(2) -1  
(3) 1  
(4) 2

32- معادله‌ی خطی که از مبدأ مختصات و محل برخورد دو خط به معادله‌های  $2x + 3y + 8 = 0$  و  $2x - 7y + 12 = 0$  می‌گذرد، کدام است؟

- (1)  $2x + 23y = 0$   
(2)  $3x + 19y = 0$   
(3)  $4x + 15y = 0$   
(4)  $5x + 11y = 0$

33- خطی که از نقاط  $(-1, 0)$  و  $(0, 2)$  می‌گذرد خط  $y = x$  را در کدام نقطه قطع می‌کند؟

- (1)  $(2, 2)$   
(2)  $(-2, -2)$   
(3)  $(1, 1)$   
(4)  $(-3, -3)$

34- خطی که از نقاط  $(-1, 1)$  و  $(2, 2)$  می‌گذرد با محورهای مختصات چه مساحتی می‌سازد؟

- (1)  $\frac{2}{3}$   
(2)  $\frac{16}{3}$   
(3)  $\frac{4}{3}$   
(4)  $\frac{8}{3}$

35- خطی که از نقاط  $A(1, -2)$  و  $B(2, -2)$  می‌گذرد، خط  $x + y = 1$  را در نقطه‌ی  $C$  قطع می‌کند.  $x_C + 2y_C$  چقدر است؟

- (1) 1  
(2) -1  
(3) -2  
(4) -3

36- دو خط  $2ax + (2a-1)y + 12 = 0$  و  $(\frac{1}{2}-a)y - ax + 6 = 0$  نسبت به هم چه وضعیتی دارند؟

- (1) متوازی‌اند.  
(2) منطبق‌اند.  
(3) متقاطع‌اند.  
(4) متعامدند.

- 63- از تساوی  $\log_2^{(6x+3)} + \log_5^{(2x-1)} + \log_5^{(3x-5)} = 1$  مقدار  $\log_2^{(x+3)}$  کدام است؟  
 (1) 2 (2) 3 (3) 4 (4) 5 (سراسری ریاضی 86)
- 64- اگر  $2\log(x-2) = \log(x+10)$  باشد، آن گاه  $\log_4^{(x+2)}$  کدام است؟  
 (1)  $\frac{2}{3}$  (2)  $\frac{3}{4}$  (3)  $\frac{4}{3}$  (4)  $\frac{3}{2}$  (سراسری ریاضی 85)
- 65- از معادله‌ی  $\log(2x-1) + \log(x+3) = \log 30 - \log 2$  مقدار  $\log_8^x$  کدام است؟  
 (1)  $-\frac{1}{2}$  (2)  $\frac{1}{3}$  (3)  $\frac{2}{3}$  (4)  $\frac{3}{2}$  (سراسری ریاضی 84)
- 66- از معادلات  $\log x = \log 2 + \log y$  و  $2^x \times 8^y = 4$  مقدار  $x$  کدام است؟  
 (1)  $\frac{2}{5}$  (2)  $\frac{3}{4}$  (3)  $\frac{3}{5}$  (4)  $\frac{4}{5}$  (سراسری تجربی 84)
- 67- اگر  $\log \frac{2}{x} + \log(x+1) = 1$  باشد، لگاریتم عدد  $x$  در پایه‌ی 8 کدام است؟  
 (1)  $-\frac{2}{3}$  (2)  $-\frac{1}{3}$  (3)  $\frac{1}{3}$  (4)  $\frac{2}{3}$  (سراسری تجربی 83)
- 68- اگر  $\log(3x-2) = \frac{\log 5}{\log 2} \cdot \frac{\log 2}{\log 5}$  باشد، آن گاه مقدار  $x$  کدام است؟  
 (1) 1 (2)  $\frac{5}{4}$  (3)  $\frac{4}{3}$  (4)  $\frac{3}{2}$  (سراسری تجربی 82)
- 69- اگر  $\log x - \log y = 2$  و  $\log x^2 - \log y = 4$  باشد، حاصل  $\log x^3 y$  کدام است؟  
 (1) 4 (2) 6 (3) 2 (4) 8
- 70- معادله‌ی  $\log_9^x + \log_3^3 = 1$  چند ریشه‌ی حقیقی دارد؟  
 (1) صفر (2) 1 (3) 2 (4) 3
- 71- معادله‌ی  $\log x + \log(x+1) + \log(x+2) = \log 6$  چند ریشه دارد؟  
 (1) 2 (2) 3 (3) صفر (4) 1
- 72- جواب معادله‌ی  $\log_3^{\sqrt{3}} + \log_3^3 = \log_9^x$  کدام است؟  
 (1)  $x = 3^2$  (2)  $x = 3^3$  (3)  $x = 3^5$  (4)  $x = 3^4$
- 73- معادله‌ی  $\log(x^3 + 3x^2 + 3x + 1) = \log x + \log(x+1) + \log(x+2)$  چند ریشه‌ی حقیقی دارد؟  
 (1) 1 (2) 2 (3) 3 (4) صفر
- 74- ریشه‌ی معادله‌ی  $\ln(x+1) - \ln(2x-1) = 2$  کدام است؟  
 (1)  $\frac{e^2-1}{2e^2+1}$  (2)  $\frac{e^2+1}{2e^2-1}$  (3)  $\frac{e^2+1}{2e^2+1}$  (4)  $\frac{e^2-1}{2e^2-1}$

#### ایستگاه 4 تابع رشد و زوال

- 75- فرض کنیم تعداد باکتری‌ها در یک نوع کشت در دقیقه‌ی  $t$  از رابطه‌ی  $f(t) = 1000e^{0.04t}$  به دست می‌آید. بعد از چند دقیقه 10000 باکتری خواهیم داشت؟  
 (1)  $50 \ln 10$  (2)  $25 \ln 10$  (3)  $25 \ln 2$  (4)  $50 \ln 5$
- 76- استخری حداکثر ظرفیت 20000 دلفین را دارد، اگر تعداد دلفین‌ها در حال حاضر 2000 باشد و آهنگ رشد تعداد آنها 0/02 در سال باشد، بعد از چند سال تعداد دلفین‌ها به 20000 می‌رسد؟  
 (1)  $50 \ln 10$  (2)  $25 \ln 10$  (3)  $50 \ln 20$  (4)  $25 \ln 20$
- 77- جمعیت کشوری پس از 8 سال  $1/2$  برابر می‌شود. اگر آهنگ رشد جمعیت ثابت بماند، این جمعیت پس از 16 سال چند برابر می‌شود؟  
 (1)  $2/4$  (2)  $1/44$  (3)  $1/8$  (4)  $1/56$
- 78- بعد از 12/5 سال سرمایه‌ی یک سرمایه‌گذار  $e$  برابر شده است. نرخ سود مشارکت در این سرمایه‌گذاری چند درصد مرکب پیوسته است؟  
 (1) 7 (2)  $7/5$  (3) 8 (4)  $8/5$  (سراسری تجربی 84)
- 79- در یک نوع کشت تعداد باکتری‌ها بعد از  $t$  دقیقه برابر  $f(t) = Ae^{0.03t}$  است. اگر در این نوع کشت 200 باکتری موجود باشد، بعد از چند دقیقه 1000 باکتری وجود خواهد داشت؟ ( $\ln 5 = 1/62$ )  
 (1) 45 (2) 48 (3) 54 (4) 56 (سراسری تجربی 82)
- 80- تعداد باکتری‌ها در یک نوع کشت، بعد از  $t$  دقیقه به صورت  $f(t) = Ae^{kt}$  است. اگر تعداد این باکتری‌ها در شروع کشت 800 و در دقیقه‌ی بیستم برابر 3200 باشد در دقیقه‌ی سیام تعداد آن‌ها کدام است؟  
 (1) 4800 (2) 5600 (3) 6400 (4) 7200 (سراسری تجربی 91)

- 81- اگر  $p$  ریال سرمایه را به صورت مشارکت در سرمایه گذاری پیوسته قرار دهیم با فرض آنکه نرخ سرمایه گذاری 10% باشد، پس از چند واحد زمانی مبلغ سرمایه گذاری 2 برابر خواهد شد؟ (با فرض  $\ln 2 = 0.7$ )  
 7 (1) 8 (2) 10 (3) 9 (4)
- 82- جمعیت شهری بعد از  $t$  سال برابر  $f(t) = 10000e^{0.06t}$  می شود. این جمعیت بعد از چند سال تقریباً 25000 نفر می شود؟ ( $\ln 2/5 = 0.902$ )  
 12 (1) 18 (2) 15 (3) 20 (4)
- 83- در کشت نمونه ای از باکتری ها، تعداد باکتری ها از الگوی  $V(t) = Be^{2t}$  پیروی می کند. اگر در شروع کار ( $t=0$ ) تعداد باکتری ها 1000 باشد، در چه زمانی، تعداد آنها 49000 خواهد شد؟  
 $t = 2$  (1)  $t = \ln 7$  (2)  $t = 7$  (3)  $t = \ln 3$  (4)
- 84- در یک محیط کشت باکتری در ابتدای کار 2000 باکتری موجود است. اگر پس از 2 ساعت تعداد باکتری ها به 8000 برسد، پس از 4 ساعت از شروع کار، تعداد باکتری ها چقدر خواهد بود؟  
 12000 (1) 16000 (2) 24000 (3) 32000 (4)
- 85- آهنگ افزایش طبیعی جمعیت روستایی متناسب با جمعیت آن روستا است، اگر در طی چهار سال جمعیت از 40000 نفر به 60000 نفر افزایش یابد، پس از گذشت چند سال جمعیت روستا به 80000 نفر خواهد رسید؟ ( $\ln 2 = 0.69$  و  $\ln 3 = 1.09$ )  
 109 (1) 69 (2) 60 (3) 80 (4)
- 86- چقدر طول می کشد تا 50000 ریال پس انداز با نرخ 9 درصد مرکب پیوسته 90000 ریال شود؟ ( $\ln(1/8) \approx 0.58$ ) (کتاب درسی ریاضی عمومی فصل دوم)  
 6 (1)  $6/5$  (2) 7 (3)  $7/5$  (4)
- 87- تقریباً چقدر طول می کشد تا یک سرمایه گذاری دو برابر شود، هرگاه نرخ سود مشارکت در سرمایه گذاری 7 درصد مرکب پیوسته باشد؟ ( $\ln 2 \approx 0.69$ ) (کتاب درسی ریاضی عمومی فصل دوم)  
 7 (1) 8 (2) 9 (3) 10 (4)
- 88- نیمه عمر ماده ای برابر 602 سال است. اگر از این ماده تنها 17 درصد مقدار اولیه باقی مانده باشد، قدمت آن برحسب سال چقدر است؟ ( $\log 2 = 0.301$  و  $\log 17 = 1.23$ )  
 1440 (1) 1540 (2) 1460 (3) 1560 (4)
- 89- نیمه عمر ایزوتوپی از بیسموت در حدود 10 دقیقه است، پس از گذشت یک ساعت چه کسری از ماده ای اولیه باقی مانده است؟  
 $\frac{1}{6}$  (1)  $\frac{1}{64}$  (2)  $\frac{1}{12}$  (3)  $\frac{1}{32}$  (4)

### برای 100 درصد

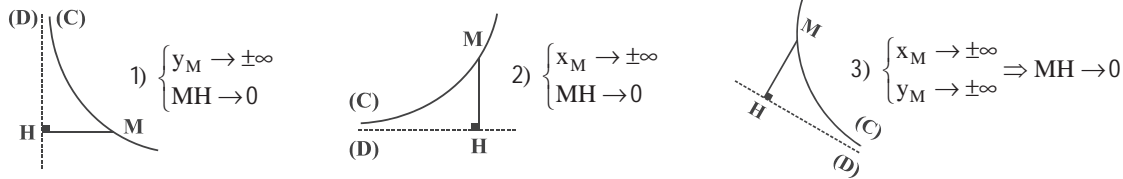
- 90- معادله  $9^x + 6^x - 2 \times 4^x = 0$  چند ریشه دارد؟  
 1 (1) 2 (2) 3 (3) 4 (4)
- 91- اگر  $\log_a^2 = \frac{1}{\log_4 a} - \frac{1}{6}$  باشد، آن گاه:  
 $a = 8$  (1)  $a = \frac{1}{8}$  (2)  $a = \frac{1}{64}$  (3)  $a = 64$  (4)
- 92- اگر  $\log ab = k_1$ ،  $\log bc = k_2$  و  $\log ac = k_3$  باشد، حاصل  $\log a^3 b^2 c$  کدام است؟  
 $2k_1 + k_2$  (1)  $k_1 + k_2 + k_3$  (2)  $2k_1 + k_3$  (3)  $2k_3 + k_1$  (4)
- 93- اگر  $\log_a^x = 2$ ،  $\log_b^x = 6$  و  $\log_c^x = 12$  باشد،  $\log_{abc}^x$  برابر است با:  
 96 (1)  $\frac{1}{96}$  (2)  $\frac{3}{4}$  (3)  $\frac{4}{3}$  (4)
- 94- حاصل  $[\log_6^2] + [\log_2^6]$  برابر است با: ( [ ] نماد جزء صحیح است. )  
 1 (1) 2 (2) 3 (3) صفر (4)
- 95- حاصل عبارت جزء صحیح  $\left[ \log_{\sqrt{3/2}} \right]$  کدام است؟  
 2 (1) 1 (2) 5 (3) 3 (4)
- 96- اگر  $\log_3^{500} = A$  باشد، آن گاه:  
 $-5 < A < -4$  (1)  $4 < A < 5$  (2)  $-6 < A < -5$  (3)  $5 < A < 6$  (4)
- 97- حاصل  $A = \log_{\left(\frac{1}{x-1}\right)}(x^3 - 3x^2 + 3x + 1)$  به ازای  $x = 1/1$  در کدام گزینه صدق می کند؟  
 $A = -3$  (1)  $-4 < A < -3$  (2)  $-3 < A < -2$  (3)  $0 < A < 1$  (4)



## ایستگاه 1 مجانب افقی

### مجانب‌ها

**تعریف:** منحنی (C) نمایش تابع  $y = f(x)$  و نقطه‌ی متغیر M روی آن و خط D را واقع در این صفحه در نظر بگیرید. از M عمود MH را بر D فرود می‌آوریم، خط D را مجانب منحنی (C) می‌نامیم، هرگاه حداقل یکی از شرایط زیر برقرار باشد:



### انواع مجانب

مجانب افقی  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = b \rightarrow y = b$

1 **مجانب افقی:** خط  $y = b$  را مجانب افقی تابع  $y = f(x)$  می‌گوییم هرگاه داشته باشیم:  
**تذکر:** توابع با دامنه‌ی محدود مجانب افقی ندارند.

### تست نمونه

• تابع  $y = \frac{\sqrt{1-x^2}}{x}$  چند مجانب افقی دارد؟

1 (1)      2 (2)      3 (3)      4 مجانب افقی ندارد

حل:  $\begin{cases} 1-x^2 \geq 0 \Rightarrow x^2 \leq 1 \Rightarrow -1 \leq x \leq 1 \\ x \neq 0 \end{cases} \xrightarrow{(1) \cap (2)} D_f = [-1, 1] - \{0\}$

بنابراین x نمی‌تواند به سمت بی‌نهایت میل کند تا تابع مجانب افقی داشته باشد، گزینه‌ی (4) پاسخ صحیح است.

• مجانب(های) افقی تابع  $y = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$  کدام‌اند؟

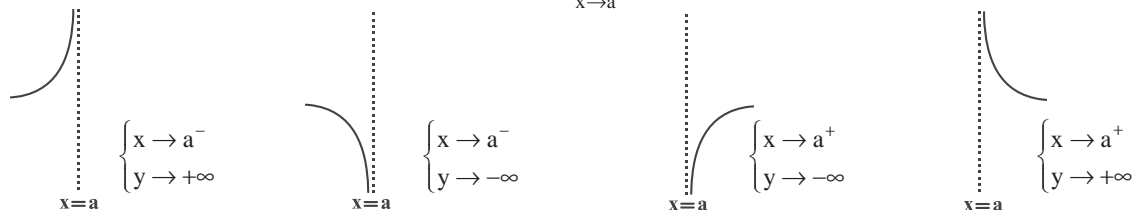
1 فقط  $y=1$       2 فقط  $y=-1$       3 فقط  $y=\pm 1$       4 فقط  $y=0$

حل:  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} \simeq \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x}{|x|} = \pm 1 \Rightarrow y = \pm 1$

## ایستگاه 2 مجانب قائم

### 2 مجانب قائم

خط  $x = a$  را مجانب قائم تابع  $y = f(x)$  می‌گوییم، هرگاه:  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \infty$  و یا به عبارت دیگر حداقل یکی از شرایط زیر برقرار باشد:



**تذکر (1):** در تعیین مجانب قائم باید توجه داشته باشیم که  $x = a$  در همسایگی دامنه‌ی تعریف تابع باشد. ( $x \rightarrow a^-$  یا  $x \rightarrow a^+$  حداقل یکی باید در دامنه‌ی تابع باشد).

### مثال آموزشی

• تابع  $y = \frac{2x}{x^2-1} + \frac{1}{\sqrt{x-2}}$  چند مجانب قائم دارد؟

حل: ابتدا دامنه‌ی تابع را بدست می‌آوریم:  
 $\begin{cases} x^2-1=0 \Rightarrow x=\pm 1 \Rightarrow D_1 = \mathbb{R} - \{1, -1\} \\ x-2>0 \Rightarrow x>2 \Rightarrow D_2 = (2, +\infty) \end{cases} \Rightarrow D_y = D_1 \cap D_2 = (2, +\infty)$

از ریشه‌های مخرج فقط  $x=2$  در همسایگی دامنه‌ی تابع قرار دارد و مجانب قائم تابع محسوب می‌شود، زیرا:

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \frac{4}{4-1} + \frac{1}{\sqrt{2^+-2}} = \frac{4}{3} + \infty = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \frac{2}{0} + \frac{1}{\sqrt{-1}} = \infty + \text{تعریف نشده} = \text{تعریف نشده}$$

ولی برای  $x=1$  و  $x=-1$  داریم:

$$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = \frac{-2}{0} + \frac{1}{\sqrt{-3}} = -\infty + \text{تعریف نشده} = -\infty$$

**نتیجه:** بنابراین می‌توان گفت در توابع کسری رادیکالی با فرجه‌ی زوج ریشه‌ای از مخرج مجانب قائم است که عبارت زیر رادیکال را منفی نکند.

**تذکر (2):** در توابع کسری گویا ریشه‌های مخرج می‌توانند مجانب‌های قائم تابع کسری باشند و به طور یقین ریشه‌ای از مخرج که صورت کسر را صفر نکند حتماً مجانب قائم است ولی در موارد دیگر باید بررسی شود. بنابراین در توابع کسری به طور کلی ابتدا کسر داده شده را ساده نموده و سپس مخرج را برابر صفر قرار می‌دهیم، در این حالت تمام ریشه‌های مخرج مجانب قائم تابع می‌باشند.

### مثال آموزشی

• تابع  $y = \frac{x^2 + x}{x^4 - x^2}$  چند مجانب قائم دارد؟

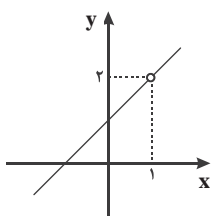
حل: در توابع کسری گویا باید ابتدا تابع را ساده نمائیم و سپس ریشه‌های مخرج را به عنوان مجانب قائم انتخاب نمائیم:

$$y = \frac{x(x+1)}{x^2(x+1)(x-1)} \Rightarrow y = \frac{1}{x(x-1)} \Rightarrow x(x-1)=0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=1 \end{cases}$$

باید توجه نمائیم که  $x = -1$  نیز ریشه‌ی مخرج کسر می‌باشد ولی مجانب قائم تابع نیست، زیرا:

$$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x(x+1)}{x^2(x+1)(x-1)} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{1}{x(x-1)} = \frac{1}{2}$$

در این حالت نقطه‌ی  $A(-1, \frac{1}{2})$  را نقطه‌ی حدی تابع می‌نامند.



**نکته:** نقطه‌ی حدی: نقطه‌ای است که مقدار تابع در آن نقطه تعریف نمی‌شود ولی تابع در این نقطه دارای حد

است. به عنوان مثال در تابع  $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$ ، تابع در  $x = 1$  نقطه‌ی حدی است، زیرا:

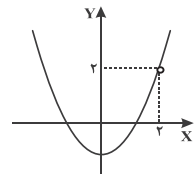
$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+1)}{(x-1)} = \lim_{x \rightarrow 1} (x+1) = 2 \text{ و } f(1) = \text{تعریف نشده}$$

$$f(x) = \frac{(x-1)(x+1)}{x-1} \Rightarrow f(x) = \begin{cases} x+1 & ; x \neq 1 \\ \text{تعریف نشده} & ; x = 1 \end{cases}$$

و با رسم نمودار این تابع داریم:

**نتیجه:** با توجه به نمودار تابع می‌توان گفت اگر نمودار تابعی در  $x = a$  تو خالی رسم شود و تابع در آن نقطه دارای حد باشد به این معنی است که  $x = a$  هم ریشه‌ی صورت کسر و هم ریشه‌ی مخرج آن کسر می‌باشد.

### مثال آموزشی



• شکل مقابل نمودار تابع  $f(x) = \frac{x^3 - 2x^2 - 2x + a}{x + b}$  می‌باشد. مقادیر  $a$  و  $b$  را به دست آورید.

حل: طبق نتیجه‌ی فوق و با توجه به نمودار تابع،  $x = 2$  طول نقطه‌ی حدی تابع است. بنابراین صورت و

$$\begin{cases} 2^3 - 2 \times 2^2 - 2 \times 2 + a = 0 \Rightarrow a = 4 \\ 2 + b = 0 \Rightarrow b = -2 \end{cases}$$

مخرج کسری بایستی به ازای  $x = 2$  برابر صفر شود:

**تذکر (3):** توابع کراندار یعنی توابعی که بُرد آن‌ها محدود است، مجانب قائم ندارند. مانند  $\sin(\frac{1}{x})$

### مثال آموزشی

• تابع  $y = \log(\frac{x-2}{x+1})$  چند مجانب دارد؟

حل: ابتدا دامنه‌ی تابع را می‌یابیم:

$$\frac{x-2}{x+1} > 0 \xrightarrow{\text{تعیین علامت}} x < -1 \text{ یا } x > 2 \Rightarrow D_f = (-\infty, -1) \cup (2, +\infty)$$

با توجه به دامنه‌ی تابع،  $x$  می‌تواند به سمت بی‌نهایت میل کند، لذا:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \log(\frac{x-2}{x+1}) \simeq \lim_{x \rightarrow \infty} \log(\frac{x}{x}) = \log 1 = 0 \Rightarrow y = 0$$

$$\begin{cases} f(x) = x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2 \\ g(x) = x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1 \end{cases} \Rightarrow \text{مجانب‌های قائم تابع}$$

طبق نکته‌ی گفته شده داریم:

در واقع  $\lim_{x \rightarrow 2^+} y = +\infty$  و  $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} y = -\infty$ . بنابراین این تابع دارای سه مجانب می‌باشد.

**نکته:** در توابع به فرم  $y = \log_a(\frac{f(x)}{g(x)})$  ریشه‌های معادله‌ی  $f(x) = 0$  و  $g(x) = 0$  به شرط آن‌که در همسایگی دامنه‌ی تابع باشند، مجانب‌های

قائم تابع می‌باشند. (علت را می‌توانید به راحتی از روی نمودار تابع  $y = \log_a^x$  پیدا کنید.)

## ایستگاه 1 انتگرال نامعین، تابع اولیه، پاد مشتق

$$\forall x \in I: F'(x) = f(x)$$

1 **تعریف:**  $F(x)$  را تابع اولیه یا پادمشتق  $f(x)$  در بازه  $I$  می‌گوییم، هرگاه داشته باشیم:  
به جدول زیر توجه کنید:

تابع اولیه	مشتق
$x^3$	$3x^2$
$x^3 + 1$	$3x^2$
$x^3 - 1$	$3x^2$
$\vdots$	$\vdots$
$x^3 + C$	$3x^2$

پس هر تابع، بیشمار تابع اولیه دارد.

هرگاه  $f_1(x)$  و  $f_2(x)$  دو تابع اولیه دلخواه  $F(x)$  باشند، آن‌گاه:

$$f_1(x) - f_2(x) = \text{مقدار ثابت}$$

2 **تعریف:** مجموعه کلیه توابعی که مشتق آن‌ها  $f(x)$  است را با نماد  $\int$  به شکل روبه‌رو می‌نویسیم:

3 **ویژگی‌های انتگرال نامعین:** با مشتق‌گیری از انتگرال نامعین، علامت انتگرال حذف می‌شود.  $(\int f(x) dx)' = f(x) \rightarrow$

2 عدد ثابت از انتگرال عبور می‌کند.  $\int k f(x) dx = k \int f(x) dx \rightarrow$

3 انتگرال روی جمع و تفریق پخش می‌شود.  $\int (f(x) \pm g(x) \pm \dots) dx = \int f(x) dx \pm \int g(x) dx \pm \dots \rightarrow$

$$4 \int f(ax + b) dx = \frac{1}{a} F(ax + b) + C$$

$$\int f(x) g(x) dx \neq \int f(x) dx \times \int g(x) dx$$

**نکته‌ی بسیار مهم:** انتگرال بر روی ضرب و تقسیم پخش نمی‌شود. یعنی:

4 **فرمول‌های انتگرال‌گیری در انتگرال نامعین:**

$$1) \int k dx = kx + C$$

$$2) \int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C, n \neq -1 \Rightarrow \int (ax + b)^n dx = \frac{(ax + b)^{n+1}}{a(n+1)} + C$$

$$n = -1 \Rightarrow \int \frac{dx}{x} = \ln |x| + C \Rightarrow \int \frac{dx}{ax + b} = \frac{1}{a} \ln |ax + b| + C$$

$$3) \int e^{ax} dx = \frac{1}{a} e^{ax} + C$$

$$4) \int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$$

$$5) \int \sin ax dx = -\frac{1}{a} \cos ax + C$$

$$6) \int \cos ax dx = \frac{1}{a} \sin ax + C$$

$$7) \int (1 + \tan^2 ax) dx = \frac{1}{a} \tan ax + C$$

$$8) \int (1 + \cot^2 ax) dx = -\frac{1}{a} \cot ax + C$$

**توجه مهم:** شاید بتوان گفت یکی از مهمترین فرمول‌های انتگرال فرمول شماره‌ی (2) است. می‌توان گفت تمام انتگرال‌های مقدماتی غیرمثلاثی با این فرمول حل می‌شوند، بنابراین برای محاسبه‌ی انتگرال توابع چند جمله‌ای، رادیکالی و کسری باید از این فرمول استفاده کنیم. فقط به دو نکته‌ی زیر برای محاسبه‌ی انتگرال‌های رادیکالی و کسری دقت کنید:

$$\sqrt[n]{x^m} = x^{\frac{m}{n}} \Rightarrow \text{یعنی تابع رادیکالی را در انتگرال به صورت توانی بنویس}$$

$$\frac{1}{x^n} = x^{-n} \Rightarrow \text{یعنی در محاسبه‌ی انتگرال اگر } x \text{ در مخرج بود، آن را بیار بالا ولی توانش را منفی کن.}$$

نکته‌ی دیگری که در این فرمول باید به آن دقت کنید این است که پایه‌ی توان حتماً باید درجه‌ی اول باشد. به مثال‌های زیر توجه کنید:

$$\int (x+1)^2 dx = \frac{(x+1)^3}{3} + C \quad \int (x^2+1)^2 dx \neq \frac{(x^2+1)^3}{3} + C$$

**تذکر:** در محاسبه‌ی انتگرال توابع مثلثاتی توان‌دار به نکته‌ی زیر توجه نمایید:

$$\frac{1}{\cos^2 x} = 1 + \tan^2 x \quad \frac{1}{\sin^2 x} = 1 + \cot^2 x$$

تابع  $\frac{1}{\cos^2 x}$  یا  $\frac{1}{\sin^2 x}$  را بر حسب  $\tan x$  و  $\cot x$  بنویسید.

### تست نمونه

• اگر  $f(x) = \int (\sin x - \cos x) dx$  باشد، حاصل  $f'(x) + f''(x)$  کدام است؟

$$2(\sin x - \cos x) \quad (4)$$

$$2(\sin x + \cos x) \quad (3)$$

$$2\sin x \quad (2)$$

$$2\cos x \quad (1)$$

حل: می‌دانیم با مشتق‌گیری از انتگرال نامعین علامت انتگرال حذف می‌شود.

$$f'(x) = \sin x - \cos x \Rightarrow f''(x) = \cos x + \sin x \Rightarrow f'(x) + f''(x) = 2\sin x$$



• اگر حاصل  $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{x^2}} = Ax^B + C$  باشد، حاصل  $A \times B$  کدام است؟

- (1) 3 (2)  $\frac{1}{3}$  (3) 1 (4) -3

حل:  $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{x^2}} = \int \frac{dx}{x^{\frac{2}{3}}} = \int x^{-\frac{2}{3}} dx = \frac{x^{-\frac{2}{3}+1}}{-\frac{2}{3}+1} + C = 3x^{\frac{1}{3}} + C \Rightarrow A=3, B=\frac{1}{3} \Rightarrow A \times B=1$

• حاصل  $\int (\cos^4 x - \sin^4 x) dx$  کدام است؟

- (1)  $\frac{1}{2} \sin 2x + C$  (2)  $\frac{1}{2} \cos 2x + C$  (3)  $\frac{1}{5} (\cos^5 x - \sin^5 x) + C$  (4)  $\frac{1}{5} (\cos^5 x + \sin^5 x) + C$

حل: ابتدا تابع داخل انتگرال را ساده می‌کنیم:

$$\cos^4 x - \sin^4 x = (\cos^2 x - \sin^2 x)(\cos^2 x + \sin^2 x) = (\cos 2x)(1) = \cos 2x \Rightarrow \int (\cos^4 x - \sin^4 x) dx = \int \cos 2x dx = \frac{1}{2} \sin 2x + C$$

• حاصل  $\int \frac{2}{\sin^2 x} dx$  کدام است؟

- (1)  $2 \cot x + C$  (2)  $-2 \cot x + C$  (3)  $x - \frac{1}{2} \sin 2x + C$  (4)  $x + \frac{1}{2} \sin 2x + C$

حل: ابتدا به کمک فرمول  $\frac{1}{\sin^2 x} = 1 + \cot^2 x$  تابع را ساده می‌کنیم:

$$\int \frac{2}{\sin^2 x} dx = \int 2(1 + \cot^2 x) dx = -2 \cot x + C$$

• اگر  $f(x) = \int e^{2x} dx$  باشد، حاصل  $f(\frac{1}{2}) - f(0)$  کدام است؟

- (1)  $\frac{1}{2}(e+1)$  (2)  $\frac{1}{2}(e-1)$  (3)  $e+1$  (4)  $e-1$

حل:  $f(x) = \int e^{2x} dx = \frac{1}{2} e^{2x} + C \Rightarrow f(\frac{1}{2}) - f(0) = (\frac{1}{2} e + C) - (\frac{1}{2} e^0 + C) = \frac{1}{2}(e-1)$

• اگر  $\int \frac{x^2-3}{x^4} dx = \frac{f(x)}{x^3} + C$  باشد،  $f(x)$  کدام است؟

- (1)  $1-x^2$  (2)  $x^2-1$  (3)  $x^2+1$  (4)  $-x^2-1$

حل: باید انتگرال مورد نظر را حل کرده و سپس حاصل آن را به فرم  $\frac{f(x)}{x^3}$  نمایش دهیم.

$$\int \frac{x^2-3}{x^4} dx = \int (\frac{1}{x^2} - \frac{3}{x^4}) dx = \int (x^{-2} - 3x^{-4}) dx = \frac{x^{-1}}{-1} - 3 \times \frac{x^{-3}}{-3} + C = \frac{-1}{x} + \frac{1}{x^3} + C = \frac{1-x^2}{x^3} + C \Rightarrow f(x) = 1-x^2$$

• اگر  $f(x) = \int e^{\ln \cos \frac{x}{2}} dx$  باشد، آنگاه حاصل  $f(\pi) - f(\frac{\pi}{3})$  کدام است؟

- (1) 1 (2) 2 (3) -2 (4) -1

حل: یادآوری: از فرمول‌های لگاریتم می‌دانیم:  $e^{\ln u} = u$

$$f(x) = \int e^{\ln \cos \frac{x}{2}} dx = \int \cos \frac{x}{2} dx = \int \cos \frac{1}{2} x dx = \frac{1}{\frac{1}{2}} \sin \frac{1}{2} x + C = 2 \sin \frac{x}{2} + C \Rightarrow f(\pi) - f(\frac{\pi}{3}) = (2 + C) - (1 + C) = 1$$

• هرگاه  $\int \frac{15(x^2-1)}{\sqrt{x}} dx = \sqrt{x} f(x) + C$  باشد، مقدار  $f'(2)$  کدام است؟

- (1) 24 (2) 14 (3) صفر (4) 2

حل: ابتدا انتگرال داده شده را به دست می‌آوریم:

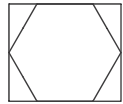
$$\begin{aligned} I &= \int \frac{15(x^2-1)}{\sqrt{x}} dx = 15 \int \frac{(x^2-1)}{x^{\frac{1}{2}}} dx = 15 \int (x^2-1) \times x^{-\frac{1}{2}} dx = 15 \int x^2 \times x^{-\frac{1}{2}} dx - 15 \int x^{-\frac{1}{2}} dx \\ &= 15 \int x^{\frac{3}{2}} dx - 15 \int x^{-\frac{1}{2}} dx \stackrel{\text{فرمول (2)}}{=} 15 \times \frac{x^{\frac{3}{2}+1}}{\frac{3}{2}+1} - 15 \times \frac{x^{-\frac{1}{2}+1}}{-\frac{1}{2}+1} + C \end{aligned}$$

$$I = 6x^{\frac{5}{2}} - 30x^{\frac{1}{2}} + C$$

چون  $\sqrt{x}$  در حقیقت همان  $x^{\frac{1}{2}}$  است، لذا باید از حاصل انتگرال  $x^{\frac{1}{2}}$  را فاکتور بگیریم.

$$\Rightarrow I = x^{\frac{1}{2}} (6x^2 - 30) + C = \sqrt{x} (6x^2 - 30) + C \Rightarrow f(x) = 6x^2 - 30 \Rightarrow f'(x) = 12x \Rightarrow f'(2) = 24$$

آزمون جامع (1) 30 دقیقه



(سراسری ریاضی فارغ از کشور 84)

$\frac{11}{12}$  (4)

1- در شکل مقابل، مساحت شش ضلعی منتظم چند برابر مساحت مستطیل محیط بر آن است؟

$\frac{5}{6}$  (3)

$\frac{3}{4}$  (2)

$\frac{2}{3}$  (1)

2- قاعده‌ی یک هرم منتظم، مربعی است به ضلع 6 واحد و ارتفاع یکی از وجه‌های جانبی آن برابر 5 واحد است. حجم این هرم چند واحد مکعب است؟

(سراسری ریاضی فارغ از کشور 84)

54 (4)

48 (3)

45 (2)

42 (1)

3- در مربعی به ضلع  $a$ ، کوچک‌ترین مربع ممکن را به طریقی محاط می‌کنیم که هر رأس مربع بر روی ضلع مربع اصلی قرارگیرد. نسبت ضلع این مربع به ضلع مربع اصلی کدام است؟

(سراسری ریاضی فارغ از کشور 85)

$\frac{\sqrt{2}}{2}$  (4)

$\frac{\sqrt{3}}{2}$  (3)

$\frac{\sqrt{2}}{3}$  (2)

$\frac{\sqrt{3}}{4}$  (1)

4- اضلاع مثلثی با اعداد 2 و 3 و 4 متناسب است. نیمساز زاویه‌ی داخلی متوسط آن را رسم می‌کنیم. مساحت کوچک‌ترین مثلث حاصل، چند برابر مساحت مثلث اصلی است؟

(سراسری ریاضی فارغ از کشور 85)

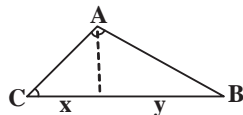
$\frac{2}{5}$  (4)

$\frac{1}{3}$  (3)

$\frac{1}{4}$  (2)

$\frac{2}{9}$  (1)

(سراسری ریاضی فارغ از کشور 86)



5- در مثلث ABC داریم:  $AB = 9$ ،  $AC = 7$  و  $\hat{A} = 2\hat{C}$ . اندازه‌ی BC کدام است؟

$12/5$  (2)

12 (1)

14 (4)

13 (3)

6- از داخل یک استوانه‌ی قائم به ارتفاع 5 و شعاع قاعده‌ی 2 واحد، بزرگ‌ترین مخروط ممکن را خارج کرده‌اند. شکل باقی‌مانده را با صفحه‌ای موازی قاعده‌ی مخروط به فاصله‌ی 1 واحد از آن قطع می‌دهیم. مساحت مقطع حاصل کدام است؟

(سراسری ریاضی فارغ از کشور 87)

$1/75\pi$  (4)

$1/56\pi$  (3)

$1/54\pi$  (2)

$1/44\pi$  (1)

(سراسری ریاضی فارغ از کشور 87)

7- در مثلثی به طول اضلاع 13 و 13 و 10 واحد، فاصله‌ی نقطه‌ی تلاقی میانه‌ها از دورترین رأس آن کدام است؟

9 (4)

8 (3)

$6\sqrt{2}$  (2)

$4\sqrt{3}$  (1)

8- حجم بزرگ‌ترین استوانه‌ای که در کره‌ای به شعاع 4 محاط است، کدام است؟

$\frac{256\pi}{9\sqrt{3}}$  (4)

$\frac{256\pi}{\sqrt{3}}$  (3)

$\frac{256\pi}{3\sqrt{3}}$  (2)

$\frac{64\pi}{3\sqrt{3}}$  (1)

9- در مثلث ABC طول  $AB = 4$ ،  $BC = 3$ ،  $AC = 6$  و طول ارتفاع AH برابر  $\frac{1}{k}$  است. مجموع طول دو ارتفاع دیگر کدام است؟

$\frac{4}{k}$  (4)

$\frac{5}{4k}$  (3)

$\frac{5}{k}$  (2)

$\frac{4}{5k}$  (1)

10- در یک مثلث قائم‌الزاویه یک زاویه 15 درجه است اگر ارتفاع وارد بر وتر 2 باشد وتر مثلث چقدر است؟

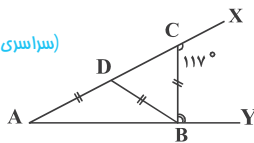
16 (2)

8 (1)

2 (4)

4 (3)

(سراسری تجربی فارغ از کشور 84)



11- در شکل مقابل  $\hat{BCX} = 117^\circ$ . زاویه‌ی  $\hat{CBY}$  چند درجه است؟

$94/5$  (2)

93 (1)

96 (4)

$95/5$  (3)

(سراسری تجربی فارغ از کشور 84)

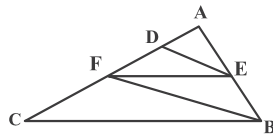
12- در شکل زیر  $DE \parallel FB$  و  $BC \parallel EF$ . اگر  $AD = 3$  و  $DF = 6$ . آن گاه BC چند برابر EF است؟

2 (1)

$2/5$  (2)

$2/75$  (3)

3 (4)



13- ابعاد مکعب مستطیلی متناسب با اعداد 1،  $\sqrt{2}$  و  $\sqrt{3}$  است. زاویه‌ی بین قطر این مکعب مستطیل با بزرگ‌ترین یال آن چند درجه است؟

(سراسری تجربی فارغ از کشور 84)

75 (4)

60 (3)

45 (2)

30 (1)

14- حجم یک هرم مربع‌القاعده به ضلع  $a$  و ارتفاع  $a$ ، برابر حجم یک مخروط به شعاع قاعده‌ی  $a$  است. طول ارتفاع مخروط کدام است؟

(سراسری تجربی فارغ از کشور 84)

$\frac{\pi}{\sqrt{a}}$  (4)

$\frac{\sqrt{a}}{\pi}$  (3)

$\frac{\pi}{a}$  (2)

$\frac{a}{\pi}$  (1)

15- حجم مکعبی به ضلع  $a$  برابر حجم استوانه‌ای به ارتفاع  $a$  و قطر قاعده‌ی  $d$  است آن گاه:

$d = \frac{a}{\sqrt{2\pi}}$  (2)

$d = \frac{a}{\sqrt{\pi}}$  (1)

$d = a$  (4)

$d = \frac{2a}{\sqrt{\pi}}$  (3)



## آزمون جامع (2) 30 دقیقه

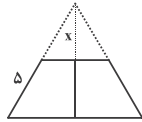
1- یک متوازی‌الاضلاع از یک مربع و دو مثلث قائم‌الزاویه‌ی مساوی هم تشکیل شده‌است. اگر مساحت مربع و یک مثلث قائم‌الزاویه به ترتیب 64 و 24 واحد مربع باشند، محیط متوازی‌الاضلاع کدام است؟  
(سراسری ریاضی فارغ از کشور 84)

- (1) 32 (2) 36 (3) 48 (4) 54

2- طول یک مستطیل دو برابر عرض آن است. نیمساز زاویه‌های مستطیل را رسم کرده‌ایم. محیط مستطیل چند برابر محیط مربع ایجاد شده در درون آن است؟

- (1)  $\frac{3\sqrt{2}}{2}$  (2)  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$  (3)  $\frac{4\sqrt{2}}{3}$  (4)  $\frac{4\sqrt{3}}{3}$  (سراسری ریاضی فارغ از کشور 84)

3- در یک دوزنقه‌ی متساوی‌الساقین، طول قاعده‌ها 15 و 9 واحد و اندازه‌ی ساق‌ها 5 واحد است. فاصله‌ی نقطه‌ی تلاقی دو ساق این دوزنقه از قاعده‌ی کوچک‌تر چند واحد است؟  
(سراسری ریاضی فارغ از کشور 85)



- (1) 5 (2) 6 (3) 8 (4) 7

4- اندازه‌ی دو ضلع قائم از مثلث قائم‌الزاویه‌ای 8 و  $2\sqrt{11}$  واحد است. فاصله‌ی نقطه‌ی تلاقی میانه‌ها از وسط وتر این مثلث کدام است؟  
(سراسری ریاضی فارغ از کشور 85)

- (1)  $\sqrt{2}$  (2)  $\sqrt{3}$  (3) 2 (4) 3

5- در یک مکعب، مرکز تقارن هر وجه جانبی آن، رأس‌های یک هشت وجهی منتظم‌اند. حجم این هشت وجهی منتظم، چند برابر حجم مکعب است؟ (دو هرم منتظم در قاعده مشترک)  
(سراسری ریاضی فارغ از کشور 86)

- (1)  $\frac{1}{6}$  (2)  $\frac{1}{4}$  (3)  $\frac{1}{3}$  (4)  $\frac{1}{2}$

6- قاعده‌ی بزرگ‌تر دوزنقه دو برابر قاعده‌ی کوچک‌تر است. مساحت کل دوزنقه چند برابر مساحت مثلث سایه‌زده است؟  
(سراسری ریاضی فارغ از کشور 87)



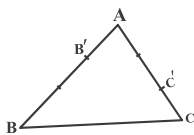
- (1) 7 (2) 8 (3) 9 (4) 10

7- در مثلثی به اضلاع 15 و 12 و 9، طول بزرگ‌ترین میانه کدام است؟

- (1)  $\frac{7}{5}$  (2)  $\sqrt{657}$  (3)  $\frac{\sqrt{657}}{2}$  (4)  $\frac{\sqrt{657}}{4}$

8- در مثلثی زاویه‌ای A و B و C به نسبت 1 و 4 و 7 تقسیم شده‌اند. زاویه‌ای که نیمساز داخلی A با نیمساز خارجی B می‌سازد، چند درجه است؟

- (1)  $35^\circ$  (2)  $52/5^\circ$  (3)  $75^\circ$  (4)  $15^\circ$



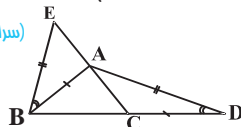
9- در شکل  $BB' = 2AB'$  و  $AC' = 2CC'$ . مساحت مثلث ABC چند برابر مساحت مثلث  $AB'C'$  است؟

- (1) 9 (2)  $\frac{9}{4}$  (3)  $\frac{9}{2}$  (4) 6

10- مساحت کل یک منشور قائم با قاعده‌ی مربع برابر 182 واحد سطح است. اگر مجموع ارتفاع و ضلع قاعده آن 10 واحد باشد ارتفاع منشور کدام است؟  
(سراسری تجربی 81)

- (1) 3 (2) 4 (3) 6 (4) 7

(سراسری تجربی فارغ از کشور 85)

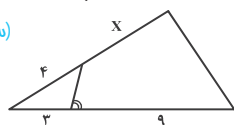


- (1)  $AB = AC$  (2)  $AB = BC$  (3)  $AE = BC$  (4)  $AE = AC$

12- در یک دوزنقه‌ی متساوی‌الساقین، دو قطر عمود بر هم‌اند. اگر قاعده‌های این دوزنقه 14 و 2 واحد باشند، اندازه‌ی ساق کدام است؟  
(سراسری تجربی فارغ از کشور 85)

- (1) 8 (2) 9 (3) 10 (4) 12

(سراسری تجربی فارغ از کشور 85)



- (1) 5 (2)  $\frac{5}{5}$  (3)  $\frac{7}{5}$  (4) 6

14- بر کره‌ای به شعاع R کوچک‌ترین استوانه‌ی ممکن را محیط می‌کنیم. نسبت سطح کل استوانه به سطح کره چقدر است؟  
(سراسری تجربی فارغ از کشور 85)

- (1) 1 (2)  $\frac{5}{4}$  (3)  $\frac{4}{3}$  (4)  $\frac{3}{2}$

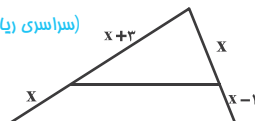
15- مساحت کل مکعبی که در داخل کره‌ای محاط شده، چند برابر سطح کره‌ی محیطی است؟

- (1)  $2\pi$  (2)  $\frac{2\sqrt{3}}{\pi}$  (3)  $\frac{\sqrt{3}}{\pi}$  (4)  $\frac{2}{\pi}$

## آزمون جامع (3) 30 دقیقه

1- در شکل مقابل، مساحت مثلث بزرگ‌تر چند برابر مساحت مثلث کوچک‌تر است؟

- (1)  $1\frac{2}{3}$  (2)  $1\frac{5}{9}$  (3)  $1\frac{7}{9}$  (4)  $1\frac{8}{9}$



(سراسری ریاضی فارغ از کشور 84)

9- با کدام مجموعه‌ی مقادیر  $a$ ، تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x+a}, & x \geq -1 \\ x^2+ax, & x < -1 \end{cases}$ ، در  $x = -1$  پیوسته است؟

(1)  $\{1, \sqrt{2}\}$  (2)  $\{1+\sqrt{2}, 1-\sqrt{2}\}$  (3)  $\phi$  (4)  $\mathbb{R}$

10- در تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = x^3$ ، آهنگ متوسط تغییر این تابع وقتی  $x = 3$  و  $\Delta x = 0/1$ ، از آهنگ لحظه‌ای تغییر تابع در نقطه‌ی  $x = 3$  چقدر بیشتر است؟

(1)  $0/31$  (2)  $0/42$  (3)  $0/62$  (4)  $0/91$

11- خط مماس بر منحنی به معادله‌ی  $y = x^3 - x^2$  در نقطه‌ی  $x = 1$  واقع بر آن، منحنی را در نقطه‌ی دیگر  $A$  قطع می‌کند. عرض نقطه‌ی  $A$  کدام است؟

(1)  $-3$  (2)  $-2$  (3)  $2$  (4)  $3$

12- کم‌ترین مقدار تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = 1 - \cos^2 x - \sin x$ ، کدام است؟

(1)  $-1$  (2)  $-\frac{1}{2}$  (3)  $-\frac{1}{4}$  (4) صفر

13- هفتاد و پنج درصد محصولات کارخانه‌ای مرغوب‌اند. با کدام احتمال از 4 کالای خریداری شده‌ی این کارخانه لااقل یک کالا مرغوب است؟

(1)  $\frac{251}{256}$  (2)  $\frac{255}{256}$  (3)  $\frac{127}{128}$  (4)  $\frac{63}{64}$

14- یک خانواده‌ی سه فرزندی با کدام احتمال، حداقل دو فرزند دختر دارد؟ در صورتی که می‌دانیم حداقل یکی از فرزندان، دختر است.

(1)  $\frac{3}{8}$  (2)  $\frac{5}{8}$  (3)  $\frac{3}{7}$  (4)  $\frac{4}{7}$

15- دستگاه معادلات  $\frac{2x-y}{3} = \frac{5x+3y}{2} = \frac{x+y+1}{1} = \frac{3x+y}{4}$ ، چند دسته جواب دارد؟

(1) یک (2) دو (3) فاقد جواب (4) بیشمار

16- در بسط عبارت  $(1 - \frac{x}{2})^8$ ، ضریب جمله‌ی شامل  $x^3$  کدام است؟ (این سؤال از کتاب درسی حذف شده است.)

(1)  $-7$  (2)  $-6$  (3)  $\frac{7}{2}$  (4)  $-3$

17- بزرگ‌ترین کران پایین دنباله با جمله‌ی عمومی  $U_n = \frac{3^n}{n^3}$ ، کدام است؟

(1) صفر (2)  $\frac{1}{3}$  (3)  $1$  (4)  $3$

18- از دو معادله‌ی  $\log(y+2) = 1$  و  $\log(y-x) + \log(4x+y) = 2$ ، مقدار  $x$  کدام است؟

(1)  $1$  (2)  $2$  (3)  $3$  (4)  $4$

19- منحنی به معادله‌ی  $y = \frac{x^2+3x}{ax^2+4x-1}$ ،  $a \neq 0$ ، فقط دو خط مجانب دارد. مختصات نقطه‌ی تلاقی مجانب‌ها کدام می‌تواند باشد؟

(1)  $(\frac{1}{2}, \frac{1}{4})$  (2)  $(\frac{1}{2}, -\frac{1}{4})$  (3)  $(-\frac{1}{2}, \frac{1}{4})$  (4)  $(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4})$

20- خط به معادله‌ی  $y+x=0$  قائم بر منحنی به معادله‌ی  $y = \frac{1}{2}x^2 - 2x + \ln(x-1)$  است. طول پای قائم کدام است؟

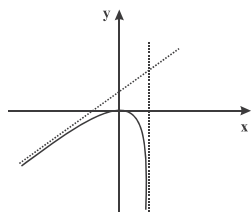
(1)  $1$  (2)  $2$  (3)  $3$  (4)  $4$

21- تقعر منحنی به معادله‌ی  $y = x^2 + \sqrt{x}$ ، در کدام بازه رو به پایین است؟

(1)  $(0, \frac{1}{4})$  (2)  $(0, \frac{1}{2})$  (3)  $(0, 1)$  (4)  $(\frac{1}{4}, \frac{1}{2})$

22- شکل مقابل، نمودار تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = \frac{x^2+a}{x+b}$  در بازه‌ی  $(-\infty, 1)$  است. دوتایی مرتب  $(a, b)$  کدام است؟

(1)  $(1, -1)$  (2)  $(1, 0)$  (3)  $(0, 1)$  (4)  $(0, -1)$

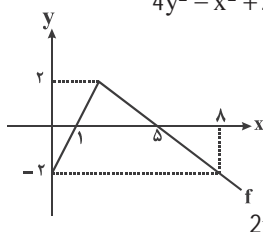


23- وترى از سهمی به معادله‌ی  $y^2 = 4(x+y)$  که از کانون بر محور آن عمود باشد، قطری از یک دایره است. معادله‌ی این دایره کدام است؟

(1)  $x^2 + y^2 - 4y = 0$  (2)  $x^2 + y^2 + 4y = 0$  (3)  $x^2 + y^2 - 2x = 2$  (4)  $x^2 + y^2 - 2x + 2y = 2$

24- دو خط به معادلات  $2y-x+1=0$  و  $2y+x-1=0$ ، مجانب‌های یک هذلولی گذرا بر نقطه‌ی  $(3, 0)$  هستند. معادله‌ی این هذلولی کدام است؟

(1)  $4x^2 - y^2 - 8x = 0$  (2)  $y^2 - 4x^2 + 8y = 8$  (3)  $x^2 - 4y^2 - 2x = 3$  (4)  $4y^2 - x^2 + 2x = 5$



25- شکل مقابل نمودار تابع  $f$  است. حاصل  $\int_0^8 f(x) dx$  کدام است؟

(1)  $-\frac{1}{2}$  (2) صفر (3)  $\frac{1}{2}$  (4)  $1$

26- اگر  $\int \frac{x^2+1}{x\sqrt{x}} dx = \frac{f(x)}{3\sqrt{x}} + C$ ، آن‌گاه  $f(x)$  کدام است؟

(1)  $2x-3$  (2)  $3x+2$  (3)  $2x^2-6$  (4)  $2x^2+3$



## مجموعه کتاب های زیست شناسی مهر و ماه کامل ترین مجموعه آموزش و سنجش زیست شناسی



مهمترین مواردی که در این کتاب می بینید عبارتند از:

- ✓ شامل ۷ کتاب: ریاضی ۱، ریاضی ۲، ریاضی ۳، هندسه ۱، آمار و مدل سازی، ریاضی عمومی ۱ و ۲
- ✓ آموزش تمام نکات ۷ کتاب همراه با تست های نمونه به طور کامل
- ✓ آزمون های تستی تفکیک شده در آخر هر فصل همراه با پاسخ تشریحی
- ✓ شامل بیش از ۴۶۰۰ تست نمونه و طبقه بندی شده
- ✓ شامل کلیه تست های کنکور از سال ۷۸ تا ۹۳
- ✓ شامل کلیه تست های کنکورهای سراسری خارج از کشور از سال ۸۴ تا ۹۲

انتشارات مهر و ماه

۰۲۱-۶۶۴۰۸۴۰۰

www.mehromah.ir

۳۰۰۰۷۲۱۲۰

