



مطالعه‌ی صفحات ۲ تا ۴ کتاب درسی و درسنامه‌های ۱ و ۲ در پاسخ‌نامه، در این شاخه توصیه می‌شود.

### بررسی معادله‌ی حالت گاز کامل



تو شروع این فصل، با سه تا سؤال ساده و نسبتاً مفهومی، می‌خوایم شما رو با مفاهیم معادله‌ی حالت گاز کامل آشنا کنیم.

۱- کدام یک از عبارت‌های زیر در رابطه با گاز کامل نادرست می‌باشد؟

(کتاب درسی)

(۱) اگر یک گاز بسیار رقیق باشد، می‌توان آن را گاز کامل (آرمانی) در نظر گرفت.

(۲) به رابطه‌ی بین متغیرهای ترمودینامیکی در یک گاز کامل معادله‌ی حالت می‌گویند که به‌وسیله‌ی این نوع متغیرها، حالت دستگاه توصیف می‌شود.

(۳) در گازهای کامل، معادله‌ی حالت به جنس گاز بستگی دارد.

(۴) برای مقدار معینی از یک گاز کامل، نسبت  $\frac{PV}{T}$  مقدار ثابتی بوده و متناسب با تعداد مول گاز می‌باشد.

۲- گاز کاملی مطابق شکل مقابل در داخل یک محفظه قرار دارد. اگر فاصله‌ی پیستون از کف محفظه را نصف کنیم، کدام یک از موارد زیر الزاماً صحیح است؟

(تألیفی)

(۱) دمای مطلق گاز نصف می‌شود.

(۳) نسبت فشار گاز به دمای مطلق گاز نصف می‌شود.

(۴) نسبت دمای مطلق گاز به فشار گاز نصف می‌شود.

۳- در محفظه‌ی شکل زیر، شیر مخزن را باز کرده و مقداری از گاز کامل داخل مخزن از آن خارج می‌شود. اگر دمای گاز داخل مخزن ثابت بماند، کدام یک از عبارت‌های زیر در رابطه با معادله‌ی حالت مربوط به این گاز کامل نادرست می‌باشد؟

(برگرفته از امتحانات نهایی)

(۱) تعداد مول گاز موجود در مخزن کاهش می‌یابد.

(۲) فشار گاز داخل مخزن کاهش می‌یابد.

(۳) حجم گاز موجود در مخزن ثابت می‌ماند.

(۴) نسبت  $\frac{PV}{T}$  برای گاز کامل موجود در مخزن ثابت است.

فالا سراغ چندتا سؤال مفاسباتی از معادله‌ی حالت میریم ...

۴- چند مول گاز کامل در فشار یک اتمسفر و دمای  $27^{\circ}\text{C}$  حجمش  $49/8$  لیتر است؟ ( $R = 8/3 \text{ J / mol.K}$ )

(آزمایشی سنجش ۹۰)

(۱)  $0/2$  (۲)  $2$  (۳)  $0/5$  (۴)  $22$

۵- مخزنی به حجم ۵ لیتر حاوی گاز اکسیژن در فشار  $10^5 \text{ Pa}$  و دمای  $27^{\circ}\text{C}$  است. جرم گاز موجود در مخزن چند گرم است؟ ( $M_{\text{O}_2} = 32 \text{ gr / mol}$  و  $R = 8 \text{ J / mol.K}$ )

(سراسری ریاضی ۹۰)

(۱)  $10/3$  (۲)  $5/3$  (۳)  $20/3$  (۴)  $5/24$

۶- در ۱۵ لیتر گاز کامل ۲ اتمی که دمای آن  $23^{\circ}\text{C}$  درجه‌ی سلسیوس و فشار آن ۸ اتمسفر است، چه تعداد مولکول گاز وجود دارد؟ ( $R = 8 \text{ J / mol.K}$ ، عدد آووگادرو،  $1 \text{ atm} = 10^5 \text{ Pa}$ )

(سراسری ریاضی ۹۰ و ۹۱ خارج از کشور)

(۱)  $3/6 \times 10^{22}$  (۲)  $3/6 \times 10^{24}$  (۳)  $3/9 \times 10^{23}$  (۴)  $3/9 \times 10^{25}$

قابل توجه شاگرد زرنگا ... دو تا سؤال بعدی سؤالای نسبتاً دشواری هستن. بیشتر دقت کنید.

۷- درون یک مخزن ۲۰ مول گاز هلیوم با فشار  $40 \text{ atm}$  و دمای  $300 \text{ K}$  وجود دارد. اگر گاز درون مخزن را به مایع تبدیل کنیم، حجم چند برابر خواهد شد؟ ( $M_{\text{He}} = 4 \text{ gr / mol}$ ،  $\rho_{\text{He}} = 125 \text{ kg / m}^3$ ،  $R = 8 \text{ J / mol.K}$ )

(تألیفی)

(۱)  $2/35$  (۲)  $1/75$  (۳)  $2/75$  (۴)  $4/75$

۸- درون مخزنی ۸ گرم گاز هیدروژن و ۸ گرم گاز اکسیژن در فشار  $3/4$  اتمسفر با دمای  $127^{\circ}\text{C}$  محبوس است. حجم این مخزن چند لیتر است؟ ( $R = 8 \text{ J / mol.K}$ ، جرم مولکولی هیدروژن و اکسیژن به ترتیب  $2 \text{ gr / mol}$  و  $32 \text{ gr / mol}$  است.)

(آزمون‌های سراسری گاج)

(۱)  $20$  (۲)  $30$  (۳)  $40$  (۴)  $50$



تو دو تا سؤال بعدی، به مقایسه‌ی معادله‌ی حالت گاز کامل تو دو تا گاز متفاوت می‌پردازیم. این سؤال رو فوب یاد بگیر.

۹- در یک مخزن، ۴ گرم گاز هیدروژن در دمای  $27^{\circ}\text{C}$  و در مخزن دیگر ۸ گرم گاز اکسیژن در دمای  $47^{\circ}\text{C}$  قرار دارد. اگر فشار این دو گاز با هم برابر باشند، نسبت حجم گاز هیدروژن به حجم گاز اکسیژن کدام است؟ (آزمایشی سنجش ۸۱)

- (۱)  $\frac{15}{2}$  (۲)  $\frac{2}{15}$  (۳) ۱۵ (۴)  $\frac{1}{15}$

۱۰- گاز هیدروژن در ظرفی به حجم ۲ لیتر، با فشار ۱ اتمسفر و گاز اکسیژن در ظرف دیگری به حجم ۳ لیتر، با فشار ۲ اتمسفر قرار دارد. اگر دمای دو گاز با یکدیگر برابر باشد، نسبت تعداد مولکول‌های اکسیژن به تعداد مولکول‌های هیدروژن تقریباً چه قدر است؟ (آزمایشی سنجش ۹۲)

- (۱)  $\frac{3}{16}$  (۲) ۳ (۳) ۵۶ (۴)  $\frac{16}{3}$

تو سه تا سؤال بعدی، مفهومی به نام شرایط متعارفی رو بررسی می‌کنیم که در واقع به پورایی به مقایسه‌ی معادله‌ی حالت گاز کامل تو دو تا حالت متفاوت برمی‌گرده.

۱۱- در علم فیزیک، به شرایطی که در آن دمای گاز ..... و فشار آن ..... باشد، در اصطلاح شرایط متعارفی می‌گویند. در شرایط متعارفی حجم یک مول گاز کامل تقریباً برابر ..... می‌باشد. (تألیفی)

- (۱)  $22.4\text{lit}$ ،  $1\text{atm}$ ،  $273^{\circ}\text{C}$  (۲)  $1\text{lit}$ ،  $10^5\text{Pa}$ ،  $0^{\circ}\text{K}$   
(۳)  $22.4\text{lit}$ ،  $1\text{atm}$ ،  $0^{\circ}\text{C}$  (۴)  $1\text{lit}$ ،  $10^5\text{Pa}$ ،  $273\text{K}$

۱۲- اگر حجم یک مول گاز در فشار یک جو و دمای صفر درجه‌ی سلسیوس  $22.4$  لیتر باشد، حجم ۶ گرم هیدروژن در فشار ۲ جو و دمای  $182$  درجه‌ی سلسیوس چند لیتر است؟ (با فرض گاز کامل) (سراسری تجربی ۸۶)

- (۱) ۲۸ (۲) ۳۶ (۳) ۵۶ (۴) ۸۴

۱۳- در کپسولی به حجم  $22.4$  لیتر، ۱۰ گرم گاز هیدروژن در دمای  $2^{\circ}\text{C}$  موجود است. فشار این گاز برحسب اتمسفر به کدام عدد نزدیک‌تر است؟ (سراسری سال‌های دور، با تغییر)

- (۱)  $11/52$  (۲) ۱۰ (۳) ۵ (۴) ۲

هالا آله مقداری گاز به مخزن اضافه شده یا از آن کم شود، بطور باید اونو بررسی کنیم؟ این موضوعیه که تو ۴ تا سؤال بعدی یاد می‌گیریم. به این سؤال دقت کنید ...

۱۴- ۲۰ گرم گاز کامل در فشار ۴ اتمسفر در محفظه‌ای به حجم ۳۰ لیتر قرار دارد. در دمای ثابت ۱۰ گرم از گاز را خارج کرده و حجم محفظه را نیز نصف می‌کنیم. فشار آن چند اتمسفر می‌شود؟ (سراسری ریاضی ۸۵)

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۸



۱۵- در مخزن مقابل، ۸ مول از یک گاز کامل در فشار  $3\text{atm}$  و دمای  $27^{\circ}\text{C}$  وجود دارد. اگر فشار گاز درون مخزن از  $3\text{atm}$  بیشتر شود، گاز از یک شیر اطمینان خارج می‌شود. با رساندن دمای گاز به  $127^{\circ}\text{C}$  چند مول گاز از شیر اطمینان مخزن خارج می‌شود؟ (سراسری ریاضی ۸۳ فارغ از کشور)

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

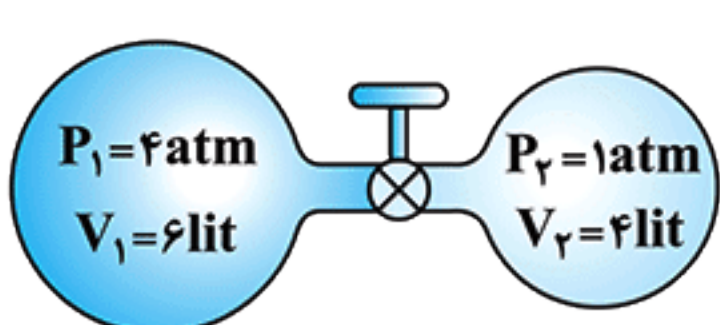
۱۶- درون محفظه‌ای ۸ گرم گاز کامل A با فشار  $2/4$  اتمسفر قرار دارد. اگر در دمای ثابت ۱۶ گرم گاز کامل B وارد ظرف کنیم، فشار مخلوط گازها درون محفظه به چند اتمسفر می‌رسد؟ (جرم مولکولی گازهای کامل A و B به ترتیب برابر  $2\frac{\text{gr}}{\text{mol}}$  و  $32\frac{\text{gr}}{\text{mol}}$  است، همچنین این دو گاز با یکدیگر مخلوط نمی‌شوند.) (آزمون‌های سراسری گاج)

- (۱)  $2/1$  (۲)  $2/7$  (۳)  $2/8$  (۴) ۳

۱۷- مخلوطی از ۲ مول گاز کامل A و یک مول گاز کامل B در محفظه‌ای تحت فشار P و دمای T موجود است. اگر در دمای ثابت T، تمام گاز B را به وسیله‌ای از محفظه خارج کنیم، فشار گاز در محفظه برابر خواهد بود با: (سراسری سال‌های دور)

- (۱)  $\frac{P}{2}$  (۲)  $\frac{2P}{3}$  (۳)  $\frac{3P}{4}$  (۴) P

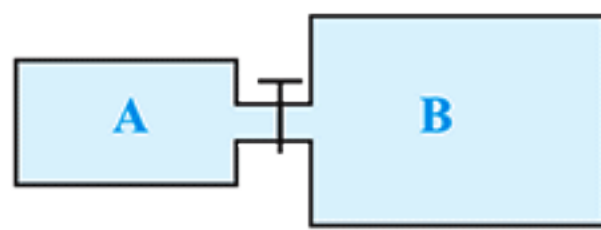
هالا سراغ چندتا سؤال فیزی قشنگ از این زیرشافه میریم ...



۱۸- در شکل مقابل، اگر شیر رابط بین دو مخزن را باز کنیم و گازها در دمای ثابت اولیه به تعادل برسند، فشار در هر مخزن چند اتمسفر می‌شود؟ (آزمایشی سنجش ۸۹)

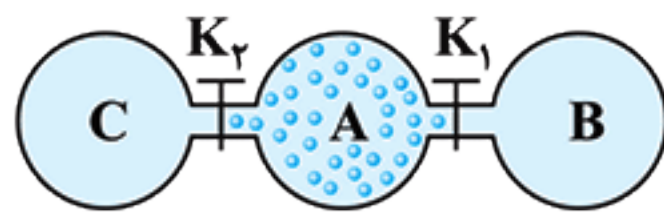
- (۱)  $2/5$  (۲)  $2/8$  (۳)  $3/2$  (۴)  $3/4$





۱۹- در شکل مقابل، ظرف A به حجم ۲ لیتر حاوی گاز اکسیژن با دمای  $47^{\circ}\text{C}$  و فشار ۴ اتمسفر است و ظرف B به حجم ۵ لیتر، کاملاً خالی است. اگر شیر رابط را باز کنیم و دمای گاز در ظرف‌ها به ۷ درجه‌ی سلسیوس برسد، فشار گاز چند اتمسفر می‌شود؟  
(سراسری ریاضی ۹۴)

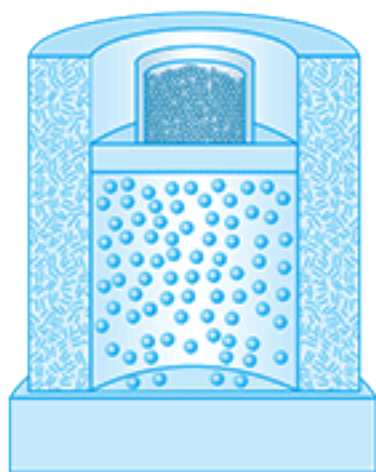
- (۱) ۰/۷۵ (۲) ۱/۲۵ (۳) ۱ (۴) ۲



۲۰- مطابق شکل مقابل، ۶ مول گاز اکسیژن با فشار ۱۲ atm در مخزن A وجود دارد. ابتدا شیر  $K_1$  را باز می‌کنیم. بعد از رسیدن به حالت تعادل، فشار گاز برابر  $P_1$  می‌شود. سپس شیر  $K_2$  را باز می‌کنیم و بعد از رسیدن گاز به حالت تعادل، فشار گاز برابر  $P_2$  می‌شود. نسبت  $\frac{P_2}{P_1}$  کدام است؟ (حجم هر سه مخزن با یک‌دیگر برابر است و دمای گاز در کل فرایند ثابت است). (آزمون‌های سراسری گاه)

- (۱)  $\frac{1}{2}$  (۲)  $\frac{1}{3}$  (۳)  $\frac{2}{3}$  (۴)  $\frac{1}{4}$

### محاسبه‌ی چگالی یک گاز کامل



تو این قسمت می‌خوایم چگالی یک گاز کامل رو با تغییر برفی پارامترها از جمله فشار، دما یا حجم گاز بررسی کنیم.  
۲۱- در مخزن شکل مقابل، مقداری گاز کامل در حالت تعادل قرار دارد. چگالی (جرم حجمی) این گاز با فشار آن رابطه‌ی ..... و با دمای مطلق آن رابطه‌ی ..... دارد. (آزمایشی سنجش ۹۰)

- (۱) مستقیم، مستقیم (۲) مستقیم، معکوس  
(۳) معکوس، مستقیم (۴) معکوس، معکوس

۲۲- چگالی یک گاز کامل در دمای  $7^{\circ}\text{C}$  و فشار  $10^5 \text{ Pa}$  چند گرم بر لیتر است؟ ( $R = 8 \text{ J/mol.K}$ ،  $32 \text{ gr/mol}$  = جرم مولکولی)

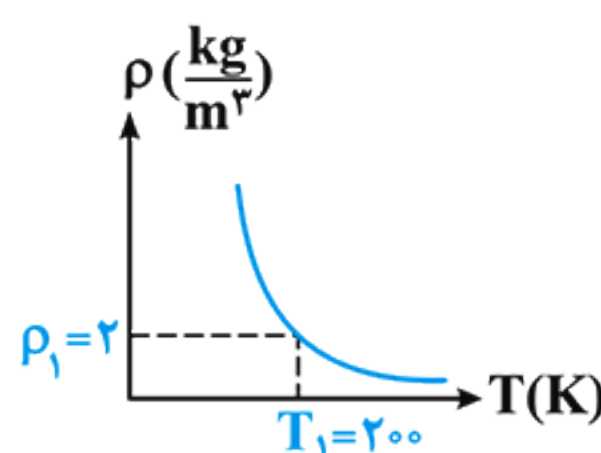
- (۱)  $\frac{7}{10}$  (۲)  $\frac{7}{40}$  (۳)  $\frac{10}{7}$  (۴)  $\frac{40}{7}$  (سراسری ریاضی ۸۷ فارغ از کشور)

۲۳- در دمای ثابت، حجم گاز کامل موجود در یک مخزن را ۴۰ درصد کاهش داده و نیمی از گاز موجود در مخزن از آن خارج می‌شود. در این عمل فشار گاز تقریباً ..... یافته و چگالی آن ..... می‌یابد. (آزمایشی سنجش ۹۰، با تغییر)

- (۱) ۱۶ درصد کاهش - ۱۶ درصد کاهش (۲) ۴۰ درصد کاهش - ۴۰ درصد افزایش  
(۳) ۱۶ درصد کاهش - ۴۰ درصد کاهش (۴) ۴۰ درصد افزایش - ۴۰ درصد کاهش

۲۴- چگالی گاز کاملی در دمای صفر درجه‌ی سلسیوس و فشار یک جو برابر  $1/4$  کیلوگرم بر مترمکعب است. چگالی این گاز در فشار ۲ جو و دمای ۲۷۳ درجه‌ی سلسیوس چند کیلوگرم بر مترمکعب است؟ (سراسری تجربی ۸۳)

- (۱) ۰/۳۵ (۲) ۰/۷ (۳)  $1/4$  (۴)  $2/8$



۲۵- نمودار چگالی ۲ مول از یک گاز کامل تک‌اتمی برحسب دمای مطلق آن، در فشار ثابت ۱ atm به صورت مقابل است. اگر دمای گاز  $300 \text{ K}$  باشد، چگالی این گاز و حجم آن به ترتیب چند واحد SI می‌باشد؟ ( $R = 8 \text{ J/mol.K}$ ) (تألیفی)

- (۱)  $4/8 \times 10^2$ ، ۳ (۲)  $4/8 \times 10^2$ ،  $\frac{4}{3}$   
(۳)  $48 \times 10^{-2}$ ، ۳ (۴)  $4/8 \times 10^{-2}$ ،  $\frac{4}{3}$

### انرژی درون و قانون اول ترمودینامیک

مطالعه‌ی صفحه‌ی ۲ و صفحات ۴ تا ۶ کتاب درسی و درسنامه‌های ۳، ۴ و ۵ در پاسخ‌نامه، در این شاخه توصیه می‌شود.

### بررسی مفاهیم اولیه‌ی فرایند آرمانی و کار انجام‌شده توسط گاز و محیط

۲۶- کدام گزینه تعریف صحیح علم ترمودینامیک می‌باشد؟ (آزمون‌های سراسری گاه)

- (۱) ترمودینامیک تنها در مورد چگونگی تبادل کار، توسط یک سیستم با محیط اطراف خود بحث می‌نماید.  
(۲) ترمودینامیک تنها در مورد چگونگی تبادل گرما، توسط یک سیستم با محیط اطراف خود بحث می‌کند.  
(۳) ترمودینامیک چگونگی تبادل گرما و کار در یک سیستم از دیدگاه میکروسکوپی با محیط اطراف را بررسی می‌کند.  
(۴) ترمودینامیک چگونگی تبادل گرما و کار در یک سیستم از دیدگاه میکروسکوپی با محیط اطراف را بررسی می‌کند.



## ۲۷- کدام یک از عبارتهای زیر نادرست می‌باشد؟

- (۱) گرما انرژی‌ای است که به علت اختلاف دما بین دو جسم مبادله می‌شود.
- (۲) برای یک استکان چای داغ، هوای اتاق را نمی‌توان منبع گرما در نظر گرفت.
- (۳) کمیت‌های فشار، حجم، دما و گرمای ویژه از کمیت‌های ماکروسکوپی محسوب می‌شوند.
- (۴) در یک فرایند آرمانی، متغیرهای ترمودینامیکی همواره در یک حالت تعادل قرار دارند.

🔗 تو چهار تا سؤال بعدی، می‌فوایم شما رو با کار انجام‌شده بین گاز (دستگاه) و محیط، علامت آن و پگونی مناسبی مقدار آن آشنا کنیم. دقت کنید که این قسمت از مفاهیم خیلی مهم این فصل هستش و باید اون رو خیلی خوب یاد بگیرید.

## ۲۸- در شکل مقابل، پیستون در طی یک فرایند آرمانی به سمت راست حرکت می‌کند. اگر کار محیط روی



دستگاه را با  $W$  و کار دستگاه روی محیط را با  $W'$  نشان دهیم، کدام گزینه صحیح است؟ (تألیفی)

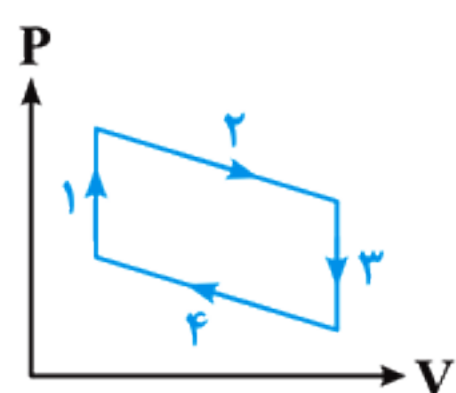
$$W > 0 \quad (1)$$

$$W' < 0 \quad (2)$$

$$W' = -W \quad (3)$$

$$W' = W \quad (4)$$

## ۲۹- مطابق نمودار روبه‌رو، گاز کاملی در طی چند فرایند آرمانی در مسیرهای ۱، ۲، ۳ و ۴ تغییر حالت می‌دهد.



کدام یک از عبارتهای زیر در رابطه با کار انجام‌شده در هر یک از این چهار فرایند نادرست است؟ (تألیفی)

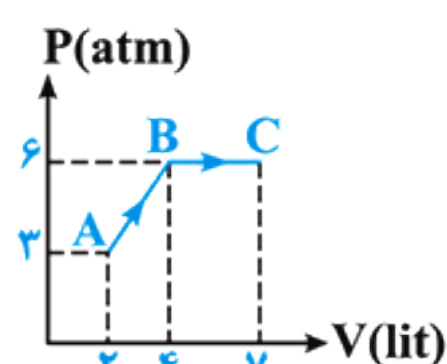
(۱) علامت کار انجام‌شده توسط گاز بر روی محیط در فرایند (۲) مثبت است.

(۲) علامت کار انجام‌شده توسط محیط بر روی گاز در فرایند (۴) مثبت و در فرایند (۲) منفی است.

(۳) مقدار کار انجام‌شده توسط گاز بر روی محیط در فرایند (۱) برابر فرایند (۳) است.

(۴) علامت کار انجام‌شده توسط گاز بر روی محیط در فرایند (۱) مثبت و علامت کار انجام‌شده توسط محیط بر روی گاز در فرایند (۳) منفی است.

## ۳۰- مطابق نمودار مقابل، ۴ مول گاز کامل دو اتمی، فرایندهایی را طی می‌کند. کار انجام‌شده توسط محیط



بر روی گاز در فرایندهای AB، BC و در مجموع دو فرایند به ترتیب چند ژول است؟ (تألیفی)

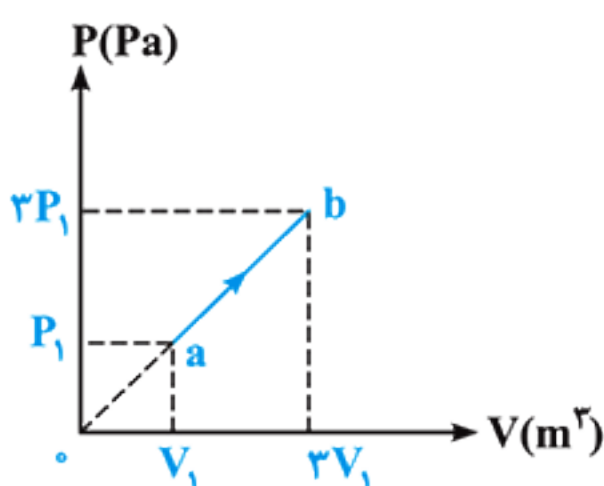
$$2700, 1800, 900 \quad (1)$$

$$-2700, -1800, -1200 \quad (2)$$

$$-2100, -900, -1200 \quad (3)$$

$$-2700, -1800, -900 \quad (4)$$

## ۳۱- نمودار $P-V$ برای $n$ مول گاز کامل تک‌اتمی، مطابق شکل است. گاز از حالت $a$ به حالت $b$ می‌رود.



اگر کار انجام‌شده توسط گاز بر روی محیط  $W'$  باشد و دمای گاز در حالت  $a$  برابر  $T_1$  کلوین باشد،

مقدار  $\frac{W'}{nRT_1}$  در SI کدام است؟ (آزمایشی سنجش ۹۱)

$$\frac{31}{2} \quad (1)$$

$$-\frac{31}{2} \quad (2)$$

$$-4 \quad (3)$$

$$4 \quad (4)$$

## مفاهیم اولیه‌ی انرژی درونی گاز کامل و تغییرات آن

🔗 تو این زیرشافه مفهوم انرژی درونی و عواملی که روی اون تأثیر می‌ذارن رو به شما یاد میدیم. این قسمت رو با دقت بفونید. پشیمون نمیشید ...

(برگرفته از امتحانات نهایی)

## ۳۲- در رابطه با انرژی درونی، کدام یک از عبارتهای زیر نادرست است؟

(۱) انرژی درونی یک ماده با مجموع انرژی‌های اجزای تشکیل‌دهنده‌ی آن ماده برابر است.

(۲) انرژی درونی یک ماده برابر مجموع انرژی پتانسیل ذره‌های آن ماده است.

(۳) انرژی درونی مقدار معینی گاز کامل، فقط تابع دمای مطلق گاز می‌باشد.

(۴) با افزایش انرژی درونی مقدار معینی از یک گاز کامل، دمای آن الزاماً افزایش می‌یابد.

(آزمایشی سنجش ۷۹)

## ۳۳- اگر دمای مقدار معینی گاز کامل از $91^\circ\text{C}$ به $182^\circ\text{C}$ برسد، انرژی درونی آن چند برابر می‌شود؟

$$\frac{25}{16} \quad (1)$$

$$4 \quad (4)$$

$$2 \quad (3)$$

$$\frac{5}{4} \quad (2)$$

## ۳۴- در شکل مقابل با باز کردن شیر مخزن، فشار و دمای مطلق اکسیژن موجود در زیر پیستون هر کدام نصف



شده است. انرژی درونی گاز داخل مخزن چند برابر شده است؟ (سراسری ریاضی ۸۱، با اندکی تغییر)

$$\frac{1}{2} \quad (1)$$

$$2 \quad (4)$$

$$\frac{1}{4} \quad (3)$$

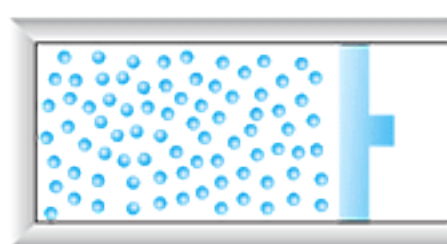
$$\frac{\sqrt{2}}{2} \quad (2)$$



۱ ۳ برای پاسخ دادن به این سؤال، ابتدا به درسنامه‌ی زیر توجه کنید:

درسنامه‌ی ۱ معادله‌ی حالت گاز کامل

مطابق شکل زیر، مقدار معینی گاز کامل در داخل یک استوانه در نظر بگیرید. برای توصیف حالت این گاز از سه پارامتر  $P$  (فشار)،  $V$  (حجم) و  $T$  (دما) استفاده می‌کنیم. حال اگر تغییراتی در این استوانه رخ دهد (مثلاً پیستون جابه‌جا شود یا به گاز گرما دهیم) هر سه پارامتر  $P$ ،  $V$  و  $T$  می‌توانند تغییر کنند.



$$\left\{ \begin{matrix} P_1 \\ V_1 \\ T_1 \end{matrix} \right\} \rightarrow \text{حالت دوم} \left\{ \begin{matrix} P_2 \\ V_2 \\ T_2 \end{matrix} \right\}$$

در این مواقع می‌گوییم که دستگاه از یک حالت به حالت دیگر می‌رود.

نکته‌ی جالب توجه این است که در هر دو حالت نسبت  $\frac{PV}{T}$  ثابت و مستقل از نوع گاز است. این نسبت متناسب با مقدار گاز (تعداد مول گاز) می‌باشد.

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} = \text{مقدار ثابت} = n \cdot R \Rightarrow \frac{PV}{T} = nR$$

**معادله‌ی حالت گاز کامل:** در رابطه‌ی فوق با طرفین و وسطین کردن، به رابطه‌ی زیر می‌رسیم که آن را معادله‌ی حالت گاز کامل می‌نامند. معادله‌ی حالت، معادله‌ای است که چگونگی ارتباط بین متغیرهای ترمودینامیکی  $P$ ،  $V$  و  $T$  را برای یک گاز کامل بیان می‌کند.

$$PV = nRT$$

$P$ : فشار گاز برحسب پاسکال (Pa)،  $V$ : حجم گاز برحسب مترمکعب ( $m^3$ )،  $T$ : دمای مطلق گاز برحسب کلونین (K)،  $n$ : تعداد مول گاز،  $R$ : ثابت عمومی گازها ( $J/mol \cdot K$ )

حال فرض کنید که علاوه بر حرکت پیستون و یا مبادله‌ی گرما، مقداری از گاز داخل مخزن نیز از آن خارج شود. در این حالت دیگر نسبت  $\frac{PV}{T}$  ثابت نبوده و کاهش می‌یابد. بنابراین برای مقایسه‌ی دو حالت دستگاه، چهار پارامتر زیر را باید لحاظ کنیم:



$$\left\{ \begin{matrix} P_1 \\ V_1 \\ T_1 \\ n_1 \end{matrix} \right\} \rightarrow \text{حالت دوم} \left\{ \begin{matrix} P_2 \\ V_2 \\ T_2 \\ n_2 \end{matrix} \right\}$$

حال می‌خواهیم به نکاتی که در معادله‌ی حالت گاز کامل ( $PV = nRT$ ) باید به آن‌ها توجه داشته باشید، بپردازیم:

۱ در این معادله مقادیر را باید برحسب واحدهای SI قرار دهیم. به همین منظور به تبدیل یکاهای زیر توجه کنید:

$$\text{پاسکال (SI)} \rightarrow 10^5 \text{ اتمسفر}$$

$$\text{متر مکعب (SI)} \rightarrow 10^{-6} \text{ cm}^3 \text{ و مترمکعب (SI)} \rightarrow 10^{-3} \text{ لیتر}$$

$$T(K) = \theta(^{\circ}C) + 273$$

«کلونین»

\*  $T$  دمای مطلق گاز است که برحسب کلونین بیان می‌شود. یعنی اگر دما برحسب درجه‌ی سلسیوس (سانتی‌گراد) داده شده باشد، کافی است عدد ۲۷۳ را به آن اضافه کنیم تا به کلونین تبدیل شود.

۲ عدد  $n$ ، برابر تعداد مول‌های گاز می‌باشد و با داشتن جرم گاز و یا تعداد ذرات گاز، برای محاسبه‌ی آن از رابطه‌های زیر استفاده می‌شود:

$$n = \frac{m \rightarrow \text{جرم گاز}}{M \rightarrow \text{جرم مولکولی گاز}} : \text{تعداد مول}$$

و

$$n = \frac{N \rightarrow \text{تعداد ذرات گاز}}{N_A \rightarrow \text{عدد آووگادرو} (\approx 6.02 \times 10^{23})}$$

۳  $R$  عدد ثابتی است که ثابت عمومی گازها نام دارد و مقدار آن در SI برابر  $8.314 J/mol \cdot K$  است. معمولاً در مسائل کنکور مقدار  $R$  را

به صورت تقریبی ۸ فرض می‌کنند.



بررسی یک موضوع مهم



نکته‌ی بسیار جالب توجه این است که معادله‌ی حالت یک گاز کامل، مستقل از جنس گاز می‌باشد. این موضوع یعنی در شکل‌های مقابل، هر یک از مخازن نشان داده شده دارای شرایط دما، فشار، حجم و تعداد مول متفاوت از دو گاز مختلف می‌باشند، برای برقراری ارتباط بین این پارامترها خواهیم داشت:

$$PV = nRT \Rightarrow \begin{cases} P_1 V_1 = n_1 R T_1 & \text{«مخزن ۱»} \\ P_2 V_2 = n_2 R T_2 & \text{«مخزن ۲»} \end{cases}$$

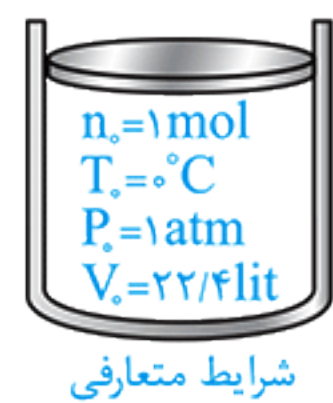
$\begin{cases} P_1: \text{فشار} \\ V_1: \text{حجم} \\ n_1: \text{تعداد مول} \\ T_1: \text{دما} \end{cases}$	$\begin{cases} P_2: \text{فشار} \\ V_2: \text{حجم} \\ n_2: \text{تعداد مول} \\ T_2: \text{دما} \end{cases}$	با تقسیم دو رابطه خواهیم داشت	$\frac{P_1}{P_2} \times \frac{V_1}{V_2} = \frac{n_1}{n_2} \times \frac{T_1}{T_2}$
---	---	----------------------------------	---

همان‌طور که اشاره کردیم برای مقایسه‌ی حالت‌های دو گاز کامل می‌توان از نسبت  $\frac{P_2}{P_1} \times \frac{V_2}{V_1} = \frac{n_2}{n_1} \times \frac{T_2}{T_1}$  استفاده کرد که برای استفاده از این رابطه، به نکات زیر توجه کنید:

۱ برای جایگذاری نسبت‌های  $\frac{P_1}{P_2}$  و  $\frac{V_1}{V_2}$ ، یکسان بودن واحدهای صورت و مخرج کسر کافی بوده و استفاده از واحدهای SI در صورت و مخرج کسر الزامی نیست.

۲ به‌خاطر بسپاریم در کسر  $\frac{T_1}{T_2}$ ، واحدهای صورت و مخرج لزوماً باید برحسب کلوین نوشته شوند (چرا؟).

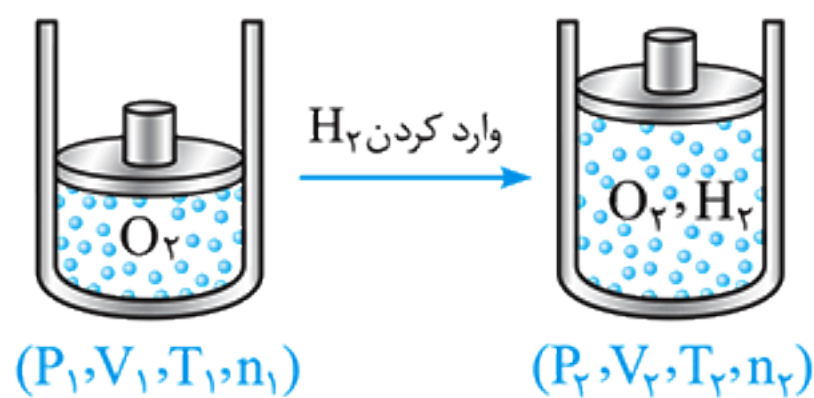
۳ آزمایش نشان می‌دهد که یک مول از هر گاز کامل و دلخواهی، در دمای صفر درجه‌ی سلسیوس و در فشار ۱ اتمسفر، حجمی برابر با ۲۲/۴ لیتر را اشغال می‌کند. که به این شرایط، **شرایط متعارفی** گویند.



بنابراین می‌توان پارامترهای یک گاز کامل دلخواه را با شرایط متعارفی مقایسه کرده و نوشت:

$$\begin{cases} \text{شرایط مسأله: } P_{\text{گاز}} V_{\text{گاز}} = n_{\text{گاز}} R T_{\text{گاز}} \\ \text{شرایط متعارفی: } P_0 V_0 = n_0 R T_0 \end{cases} \xrightarrow[\text{دو رابطه}]{\text{تقسیم}} \frac{P_{\text{گاز}}}{P_0} \times \frac{V_{\text{گاز}}}{V_0} = \frac{n_{\text{گاز}}}{n_0} \times \frac{T_{\text{گاز}}}{T_0}$$

۴ در مسائلی که مقداری گاز به داخل ظرف اضافه و یا از آن کم می‌شود، در واقع تعداد مول گاز داخل ظرف تغییر می‌کند. نکته‌ی مهمی که باید به آن توجه داشت این است که به‌طور مثال اگر در مخزن زیر که فقط گاز اکسیژن در آن قرار دارد، مقداری گاز هیدروژن وارد کرده و حجم ظرف تغییر کند (به شرطی که دو گاز با یکدیگر ترکیب نشوند)، کافی است تعداد مول هر کدام از گازها را به‌دست آورده و از آن پس همانند تعداد مول‌های یک گاز با آن‌ها برخورد کنیم. بنابراین می‌توان نوشت:

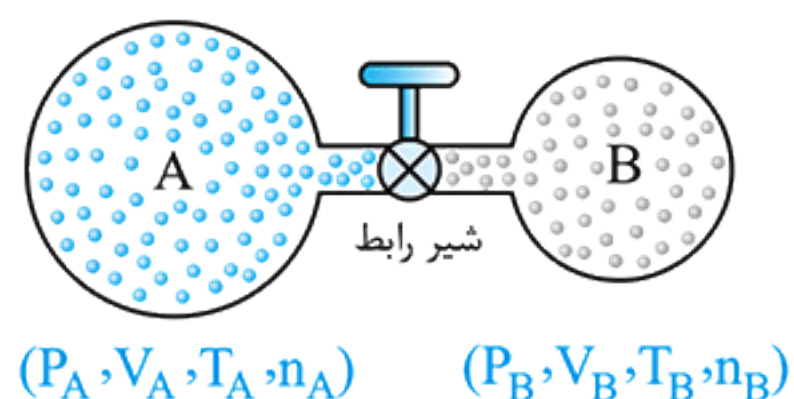


$$n_1 = n_{O_2}, \quad n_2 = n_{O_2} + n_{H_2} \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} \times \frac{V_2}{V_1} = \frac{n_2}{n_1} \times \frac{T_2}{T_1}$$

$\downarrow$   
 $\frac{n_{O_2} + n_{H_2}}{n_{O_2}}$

بررسی یک موضوع مهم

مطابق شکل زیر، دو ظرف حاوی گازهای کامل مختلف A و B را با بازکردن شیر رابط بین آن‌ها به یکدیگر وصل می‌کنیم. با فرض عدم ترکیب دو گاز با یکدیگر، مجموع تعداد مول‌های دو گاز قبل از باز کردن شیر و پس از آن با یکدیگر برابر است. بنابراین برای مقایسه‌ی پارامترهای نهایی مخلوط با پارامترهای هر یک از دو گاز اولیه، می‌توان نوشت:



$$n_A + n_B = n_{\text{مخلوط}} \Rightarrow \frac{P_A V_A}{R T_A} + \frac{P_B V_B}{R T_B} = \frac{P_{\text{مخلوط}} (V_A + V_B)}{R T_{\text{مخلوط}}}$$

حال برای یادگیری بهتر مفاهیم مطرح‌شده در این درسنامه، به دو تمرین صفحه‌ی بعد توجه کنید:



**تمرین ۱:** جرم  $\frac{8}{3}$  لیتر هلیوم در فشار  $6 \times 10^5$  پاسکال و دمای  $27^\circ\text{C}$  چند گرم است؟ ( $R = 8/3 \text{ J/mol.K}$ ) و جرم مولکولی

(امتحانات نهایی، سراسری ریاضی ۷۹)

هلیوم برابر  $4 \text{ gr/mol}$  است.)

۲ (۴)

۴ (۳)

۸ (۲)

۱۶ (۱)

**پاسخ:** برای پاسخ دادن به این سؤال، گام‌های زیر را طی می‌کنیم:

**گام اول:** ابتدا به کمک معادله‌ی حالت گاز کامل، تعداد مول گاز هلیوم را محاسبه می‌کنیم:

$$n = ? , V = \frac{8}{3} \text{ lit} = \frac{8}{3} \times 10^{-3} \text{ m}^3 , P = 6 \times 10^5 \text{ Pa} , T = 27 + 273 = 300 \text{ K} , R = 8/3 \text{ J/mol.K}$$

$$PV = nRT \Rightarrow n = \frac{PV}{RT} = \frac{6 \times 10^5 \times \frac{8}{3} \times 10^{-3}}{8/3 \times 300} = 2 \text{ mol}$$

**گام دوم:** در ادامه با توجه به داشتن تعداد مول گاز، جرم گاز موجود در ظرف برابر است با:

$$n = \frac{m}{M} \Rightarrow m = nM = 2 \times 4 = 8 \text{ gr} \quad (\text{گزینه‌ی ۲})$$

**تمرین ۲:** در شکل مقابل، شیر مخزن گاز را برای مدتی باز کرده و ۲۵ درصد از گاز درون آن تخلیه می‌شود. اگر دمای گاز از  $327$  درجه‌ی سلسیوس به  $27$  درجه‌ی سلسیوس برسد، فشار گاز درون مخزن در طی این فرایند چند برابر می‌شود؟



$\frac{3}{8}$  (۴)

$\frac{16}{18}$  (۳)

$\frac{3}{4}$  (۲)

$\frac{3}{2}$  (۱)

**پاسخ:** با توجه به این‌که حجم گاز با حجم مخزن برابر است و می‌توان از تغییر حجم مخزن فلزی صرف نظر کرد، حجم گاز نیز در طی فرایند ثابت است. در ادامه وضعیت گاز در دو حالت در شکل‌های زیر نشان داده شده است (در حالت دوم، ۲۵ درصد گاز از مخزن خارج شده است):

وضعیت (۱)



وضعیت (۲)



$$n_1 = n : \text{تعداد مول}$$

$$P_1 = P : \text{فشار گاز}$$

$$V_1 = V : \text{حجم گاز}$$

$$T_1 = 327 + 273 = 600 \text{ K} : \text{دمای گاز}$$

$$n_2 = n - \frac{25}{100}n = n - \frac{1}{4}n = \frac{3}{4}n : \text{تعداد مول}$$

$$P_2 = ? : \text{فشار گاز}$$

$$V_2 = V : \text{حجم گاز}$$

$$T_2 = 27 + 273 = 300 \text{ K} : \text{دمای گاز}$$

با نوشتن معادله‌ی حالت گاز کامل در دو حالت فوق، مقدار  $P_2$  برابر است با:

$$\frac{P_2}{P_1} \times \frac{V_2}{V_1} = \frac{n_2}{n_1} \times \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow \frac{P_2}{P} \times \frac{V}{V} = \frac{\frac{3}{4}n}{n} \times \frac{300}{600} \Rightarrow P_2 = \frac{3}{8}P \quad (\text{گزینه‌ی ۴})$$

بنابراین فشار گاز درون مخزن  $\frac{3}{8}$  برابر شده است.

با توجه به درسنامه‌ی فوق، نسبت  $\frac{PV}{T}$  برای گازهای کامل از جنس گاز مستقل بوده و تنها به تعداد مول گاز بستگی دارد، بنابراین گزینه‌ی (۳) نادرست می‌باشد.

۲ ۴ با نصف شدن ارتفاع پیستون، حجم گاز موجود در محفظه نصف می‌شود. با توجه به معادله‌ی حالت گاز کامل، اگر حجم مقدار معینی از یک گاز کامل نصف شود (مقدار معینی گاز، یعنی تعداد مول گاز ثابت می‌ماند)، دقیق‌ترین اظهار نظری که می‌توان کرد، این است که نسبت دمای مطلق به فشار این گاز نیز نصف می‌شود.

$$PV = nRT \Rightarrow \underbrace{V}_{\text{ثابت}} = \underbrace{nR}_{\text{ثابت}} \times \underbrace{\frac{T}{P}}_{\text{نسبت}} \Rightarrow \text{نسبت } \frac{T}{P} \text{ در این گاز کامل نصف می‌شود.}$$

۳ ۴ برای پاسخ دادن به این سؤال، به موارد زیر توجه کنید:

(۱) با باز شدن شیر مخزن و خروج مقداری گاز کامل از آن، جرم گاز موجود در مخزن کاهش یافته و در نتیجه تعداد مول باقی مانده در مخزن کاهش می‌یابد.

$$\downarrow n = \frac{m}{M} \downarrow$$

$$PV = nRT \Rightarrow \underbrace{P}_{\text{ثابت}} = \underbrace{n}_{\text{ثابت}} \times \underbrace{\frac{RT}{V}}_{\text{ثابت}} \Rightarrow \text{فشار گاز کامل موجود در مخزن کاهش می‌یابد.}$$

(۳) نسبت  $\frac{PV}{T}$  متناسب با تعداد مول گاز ( $n$ ) می‌باشد، بنابراین با کاهش  $n$ ، این نسبت نیز کاهش می‌یابد و گزینه‌ی (۴) نادرست می‌باشد.



۲ ۴

با توجه به درسنامه ی (۱)، برای محاسبه ی تعداد مول گاز کامل، کافی است پارامترها را به SI تبدیل کرده و در معادله ی حالت گاز کامل جایگذاری کنیم:

$$P = 1 \text{ atm} = 10^5 \text{ Pa}, T = 273 + 27 = 300 \text{ K}, V = 49/8 \text{ lit} = 49/8 \times 10^{-3} \text{ m}^3, R = 8/3 \text{ J/mol.K}, n = ?$$

$$PV = nRT \Rightarrow n = \frac{PV}{RT} = \frac{10^5 \times 49/8 \times 10^{-3}}{8/3 \times 300} = \frac{6 \times 10^2}{300} = 2 \text{ mol}$$

$$T(K) = \theta(^{\circ}\text{C}) + 273, \quad \text{متر مکعب} \rightarrow 10^{-3} \times \text{لیتر}, \quad \text{پاسکال} \rightarrow 10^5 \times \text{اتمسفر}$$

یادآوری:

۳ ۵

گام اول: با توجه به معادله ی حالت گاز کامل تعداد مول گاز را به دست می آوریم:

$$PV = nRT \Rightarrow 10^5 \times (5 \times 10^{-3}) = n \times 8 \times (27 + 273) \Rightarrow n = \frac{500}{8 \times 300} = \frac{5}{24} \text{ mol}$$

گام دوم: با به دست آوردن تعداد مول گاز، می توان نوشت:

$$n = \frac{m}{M} \Rightarrow \frac{m}{32} = \frac{5}{24} \Rightarrow m = \frac{20}{3} \text{ gr}$$

گام اول: ابتدا تعداد مول گاز کامل را به دست می آوریم:

$$V = 15 \text{ lit} = 15 \times 10^{-3} \text{ m}^3, T = -23 + 273 = 250 \text{ K}, P = 1 \text{ atm} = 1 \times 10^5 \text{ Pa}, R = 8 \text{ J/mol.K}, n = ?$$

$$PV = nRT \Rightarrow (1 \times 10^5) \times (15 \times 10^{-3}) = n \times 8 \times 250 \Rightarrow n = \frac{1 \times 15 \times 100}{8 \times 250} = 6 \text{ mol}$$

گام دوم: پس از محاسبه ی تعداد مول، به سادگی تعداد مولکول های گاز کامل نیز به دست می آید:

$$n = \frac{N}{N_A} \Rightarrow 6 = \frac{N}{6 \times 10^{23}} \Rightarrow N = 36 \times 10^{23} = 3/6 \times 10^{24}$$

این سؤال را در دو گام بررسی می کنیم:

$$PV = nRT \Rightarrow 40 \times 10^5 \times V = 20 \times 8 \times 300 \Rightarrow V_1 = 0/012 \text{ m}^3 = 12 \times 10^{-3} \text{ m}^3$$

گام اول (محاسبه ی حجم هلیوم در حالت گازی):

گام دوم (محاسبه ی حجم هلیوم در حالت مایع): با تبدیل هلیوم از حالت گاز به مایع، جرم آن تغییر نمی کند و می توان نوشت:

$$m = nM = 20 \times 4 = 80 \text{ gr} \Rightarrow \rho_{\text{مایع}} = \frac{m}{V_{\text{مایع}}} \Rightarrow V_{\text{مایع}} = V_2 = \frac{m}{\rho_{\text{مایع}}} = \frac{80 \times 10^{-3}}{125} = \frac{16}{25} \times 10^{-3} \text{ m}^3$$

جرم مولکولی  $\rightarrow$   $\leftarrow$  تعداد مول

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{\frac{16}{25} \times 10^{-3}}{12 \times 10^{-3}} = \frac{4}{25 \times 12} = \frac{4}{75}$$

۳ ۸

این سؤال، مفهوم جالبی دارد و آن، این است که معادله ی حالت گاز کامل مستقل از جنس گاز می باشد. بنابراین اگر ما مجموع تعداد مول های دو گاز هیدروژن و اکسیژن را به دست آوریم، می توانیم به کمک معادله ی حالت گاز کامل، حجم مخزن را بیابیم:

$$\begin{cases} n_{H_2} = \frac{m_{H_2}}{M_{H_2}} = \frac{8}{2} = 4 \text{ mol} \\ n_{O_2} = \frac{m_{O_2}}{M_{O_2}} = \frac{8}{32} = \frac{1}{4} \text{ mol} \end{cases} \Rightarrow n_{\text{کل}} = n_{H_2} + n_{O_2} = 4 + \frac{1}{4} = \frac{17}{4} \text{ mol}$$

$$PV = nRT \Rightarrow 3/4 \times 10^5 \times V = \frac{17}{4} \times 8 \times (273 + 127) \Rightarrow V = 0/04 \text{ m}^3 = 4 \text{ lit}$$

۱ ۹

برای مقایسه ی حجم دو گاز، کافیست شرایط اولیه ی دو گاز را به دست آورده و به کمک معادله ی حالت گاز کامل، آن ها را با یکدیگر مقایسه کنیم.

دقت شود که با توجه به صورت سؤال، فشار دو مخزن با یکدیگر برابر است  $\left( \frac{P_{H_2}}{P_{O_2}} = 1 \right)$ :

$$n_{H_2} = \frac{m_{H_2}}{M_{H_2}} = \frac{4}{2} = 2, T_{H_2} = 27 + 273 = 300 \text{ K}$$

شرایط گاز هیدروژن:

$$n_{O_2} = \frac{m_{O_2}}{M_{O_2}} = \frac{8}{32} = \frac{1}{4}, T_{O_2} = 47 + 273 = 320 \text{ K}$$

شرایط گاز اکسیژن:

$$PV = nRT \Rightarrow \frac{P_{H_2}}{P_{O_2}} \times \frac{V_{H_2}}{V_{O_2}} = \frac{n_{H_2}}{n_{O_2}} \times \frac{T_{H_2}}{T_{O_2}}$$

$$1 \times \frac{V_{H_2}}{V_{O_2}} = \frac{2}{1/4} \times \frac{300}{320} \Rightarrow \frac{V_{H_2}}{V_{O_2}} = 8 \times \frac{15}{16} = \frac{15}{2}$$

جایگذاری پارامترها



**۱۰ ۲** برای مقایسه‌ی تعداد مولکول‌های اکسیژن و هیدروژن، ابتدا تعداد مول آن‌ها را با یکدیگر مقایسه می‌کنیم. توجه شود که با توجه به صورت سؤال، دمای دو گاز یکسان است ( $T_{O_2} = T_{H_2}$ ):

$V_{H_2} = 2 \text{ lit}$  ,  $P_{H_2} = 1 \text{ atm}$  و  $V_{O_2} = 3 \text{ lit}$  ,  $P_{O_2} = 2 \text{ atm}$  : گاز اکسیژن

$$PV = nRT \Rightarrow \frac{P_{O_2}}{P_{H_2}} \times \frac{V_{O_2}}{V_{H_2}} = \frac{n_{O_2}}{n_{H_2}} \times \frac{T_{O_2}}{T_{H_2}}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{1} \times \frac{3}{2} = \frac{n_{O_2}}{n_{H_2}} \times 1 \Rightarrow \frac{n_{O_2}}{n_{H_2}} = 3$$

اگر تعداد مول اکسیژن ۳ برابر تعداد مول هیدروژن باشد، تعداد مولکول‌های آن نیز ۳ برابر تعداد مولکول‌های هیدروژن است.

**یادآوری:** احتمالاً از درس شیمی سال‌های قبل به‌خاطر دارید که هر مول از هر ماده، تقریباً تعداد  $6 \times 10^{23}$  مولکول دارد که این عدد به عدد آووگادرو معروف است. حل این سؤال با جزئیات بیشتر به‌صورت زیر است:

$$\frac{N_{O_2}}{N_{H_2}} = \frac{6 \times 10^{23} \times n_{O_2}}{6 \times 10^{23} \times n_{H_2}} = \frac{n_{O_2}}{n_{H_2}} = 3$$

تعداد مول  $\xrightarrow{\text{ل}}$  تعداد مولکول

**تذکر:** مجدداً تأکید می‌شود که در نوشتن نسبت پارامترهای بین دو گاز، دما حتماً باید برحسب کلون باشد ولی برای حجم و فشار، تنها کافی است صورت و مخرج کسر واحد یکسان داشته باشند، یعنی در نوشتن نسبت، نیازی نیست که واحدهای حجم و فشار لزوماً برحسب SI باشد.

**۱۱ ۳** با توجه به درسنامه‌ی (۱)، یک مول از هر گاز کامل و دلخواهی، در دمای صفر درجه‌ی سلسیوس و فشار ۱ اتمسفر، حجمی برابر با ۲۲/۴ لیتر را اشغال می‌کند. در اصطلاح به این شرایط، شرایط متعارفی گوئیم.

**۱۲ ۳** شرایط متعارفی یک گاز کامل در صورت سؤال مطرح شده و برای محاسبه‌ی حجم گاز هیدروژن، آن را با شرایط متعارفی مقایسه می‌کنیم:

شرایط گاز هیدروژن:  $V_{H_2} = ?$  ,  $P_{H_2} = 2 \text{ atm}$  ,  $T_{H_2} = 182 + 273 = 2 \times 91 + 3 \times 91 = 5 \times 91 \text{ K}$  ,  $n_{H_2} = \frac{m_{H_2}}{M_{H_2}} = \frac{6}{2} = 3 \text{ mol}$

شرایط متعارفی:  $V_0 = 22/4 \text{ lit}$  ,  $P_0 = 1 \text{ atm}$  ,  $T_0 = 0 + 273 = 3 \times 91 \text{ K}$  ,  $n_0 = 1 \text{ mol}$

$$\frac{P_{H_2}}{P_0} \times \frac{V_{H_2}}{V_0} = \frac{n_{H_2}}{n_0} \times \frac{T_{H_2}}{T_0} \Rightarrow \frac{2}{1} \times \frac{V_{H_2}}{22/4} = \frac{3}{1} \times \frac{5 \times 91}{3 \times 91} \Rightarrow V_{H_2} = 56 \text{ lit}$$

**تذکر:** ابتکاری که در روند ساده کردن دماها در این سؤال انجام دادیم، در کنکور زیاد استفاده می‌شود. به خاطر بسپاریم عدد ۲۷۳ که برای تبدیل دمای سلسیوس به کلون کاربرد دارد، به عدد ۹۱ ساده می‌شود ( $273 = 3 \times 91$ ).

**۱۳ ۳** **روش اول:** برای حل این سؤال با توجه به داده نشدن مقدار R توسط طراح، می‌توان برای حل، این گاز کامل را با شرایط متعارفی که مقادیر آن را می‌دانیم، مقایسه کرد.

شرایط گاز هیدروژن:  $V_{H_2} = 22/4 \text{ lit}$  ,  $P_{H_2} = ?$  ,  $T_{H_2} = 2 + 273 = 275 \text{ K}$  ,  $n_{H_2} = \frac{m_{H_2}}{M_{H_2}} = \frac{10}{2} = 5$

شرایط متعارفی:  $V_0 = 22/4 \text{ lit}$  ,  $P_0 = 1 \text{ atm}$  ,  $T_0 = 0 + 273 = 273 \text{ K}$  ,  $n_0 = 1$

$$\frac{P_{H_2}}{P_0} \times \frac{V_{H_2}}{V_0} = \frac{n_{H_2}}{n_0} \times \frac{T_{H_2}}{T_0} \xrightarrow{\text{جایگذاری پارامترها}} \frac{P_{H_2}}{1} \times \frac{22/4}{22/4} = \frac{5}{1} \times \frac{275}{273} \Rightarrow P_{H_2} \approx 5 \text{ atm}$$

تقریباً برابر یک است.

**روش دوم:** برای حل مقدار R را به‌طور تقریبی برابر  $8/3 \text{ J/mol.K}$  قرار داده و از معادله‌ی حالت گاز کامل استفاده می‌کنیم:

$$PV = nRT \Rightarrow P \times 22/4 \times 10^{-3} = 5 \times 8/3 \times 275 \Rightarrow P = 509/4 \times 10^3 \text{ Pa} \approx 509 \text{ atm}$$

همان‌گونه که مشاهده می‌شود، در این حالت نیز فشار گاز تقریباً برابر ۵ atm به‌دست آمد.

**۱۴ ۲** وضعیت گاز درون محفظه در دو حالت، در شکل‌های مقابل نشان داده شده است:

وضعیت (۱)



وضعیت (۲)



جرم گاز:  $m_1 = 20 \text{ gr}$

فشار گاز:  $P_1 = 4 \text{ atm}$

حجم گاز:  $V_1 = 30 \text{ lit}$

دمای گاز:  $T_1 = T$

جرم گاز:  $m_2 = 20 - 10 = 10 \text{ gr}$

فشار گاز:  $P_2 = ?$

حجم گاز:  $V_2 = \frac{1}{2} V_1 = 15 \text{ lit}$

دمای ثابت می‌ماند.  $T_2 = T$



با نوشتن معادله‌ی حالت گاز کامل بین دو وضعیت فوق، مقدار  $P_2$  برابر است با:

$$\frac{P_2}{P_1} \times \frac{V_2}{V_1} = \frac{n_2}{n_1} \times \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow \frac{P_2}{4} \times \frac{15}{30} = \frac{1}{2} \times \frac{T}{T} \Rightarrow P_2 = 4 \text{ atm}$$

دقت شود که اگر جرم گاز درون محفظه نصف شود، تعداد مول گاز درون محفظه نیز نصف می‌شود (چرا؟).

**نگاه دیگر:** در واقع در این سؤال در دمای ثابت، تعداد مول و حجم گاز کامل را نصف کرده‌ایم، بنابراین فشار این گاز ثابت باقی‌مانده و تغییر نمی‌کند.

**۳ ۱۵** در این مخزن با توجه به این‌که اگر فشار گاز کامل درون مخزن از  $3 \text{ atm}$  بیشتر شود، شیر اطمینان مخزن باز می‌شود، خارج شدن گاز همواره به‌گونه‌ای است که فشار گاز کامل درون مخزن ثابت و برابر  $3 \text{ atm}$  باقی بماند. از طرفی حجم مخزن نیز ثابت است (چرا؟).

بنابراین اگر دمای گاز درون مخزن از  $27^\circ\text{C}$  (یعنی  $T_1 = 27 + 273 = 300 \text{ K}$ ) به  $127^\circ\text{C}$  (یعنی  $T_2 = 127 + 273 = 400 \text{ K}$ ) برسد، داریم:

$$\frac{P_2}{P_1} \times \frac{V_2}{V_1} = \frac{n_2}{n_1} \times \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow 1 \times 1 = \frac{n_2}{8} \times \frac{400}{300} \Rightarrow n_2 = 6 \text{ mol} \Rightarrow \text{با بالا بردن دما، ۶ مول گاز در مخزن باقی می‌ماند.}$$

$n' = 8 - 6 = 2 \text{ mol}$ : تعداد مول گاز خارج شده

**۲ ۱۶** مفهوم این سؤال، مشابه سؤال (۸) است. با اضافه کردن گاز B، در واقع تعداد مول‌های گاز داخل محفظه را افزایش می‌دهیم. بنابراین در

مقایسه‌ی دو حالت می‌توان نوشت:

$$n_A = \frac{m_A}{M_A} = \frac{8}{2} = 4 \text{ mol}, \quad n_B = \frac{m_B}{M_B} = \frac{16}{32} = \frac{1}{2} \text{ mol}$$

$$n_1 = n_A = 4 \text{ mol}, \quad n_2 = n_A + n_B = 4 + \frac{1}{2} = \frac{9}{2} \text{ mol}$$

$$PV = nRT \xrightarrow{V, T \text{ ثابت است.}} \frac{P_2}{P_1} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \frac{P_2}{2/4} = \frac{9/2}{4} \Rightarrow P_2 = 2/7 \text{ atm}$$

**۲ ۱۷** در حالت اول در مخزن ۳ مول گاز ( $n_A + n_B$ ) وجود داشته و در حالت دوم در مخزن ۲ مول گاز (فقط  $n_A$ ) وجود دارد. از طرفی حجم مخزن ثابت مانده (چرا؟) و دمای مخزن نیز در هر دو حالت برابر  $T$  است. بنابراین در مقایسه‌ی دو حالت می‌توان نوشت:

$$PV = nRT \xrightarrow{V, T \text{ ثابت است.}} \frac{P_2}{P_1} \times \frac{V_2}{V_1} = \frac{n_2}{n_1} \times \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \frac{2}{3} \Rightarrow P_2 = \frac{2}{3} P_1 = \frac{2}{3} P$$

**۲ ۱۸** در این سؤال می‌خواهیم با سبک جدیدی از سؤالات آشنا شویم. فرض کنید تعداد مول گاز موجود در



مخزن (۱) برابر  $n_1$  و تعداد مول گاز موجود در مخزن (۲) برابر  $n_2$  است. پس از باز کردن شیر، گویی یک مخزن با حجم ( $V_1 + V_2$ ) در اختیار داریم که ( $n_1 + n_2$ ) مول گاز در آن قرار دارد و می‌توان نوشت:

$$n_{\text{کل}} = n_1 + n_2$$

از طرفی با توجه به معادله‌ی حالت گاز کامل برای محاسبه‌ی تعداد مول گاز می‌توان نوشت:

$$PV = nRT \Rightarrow n = \frac{PV}{RT}$$

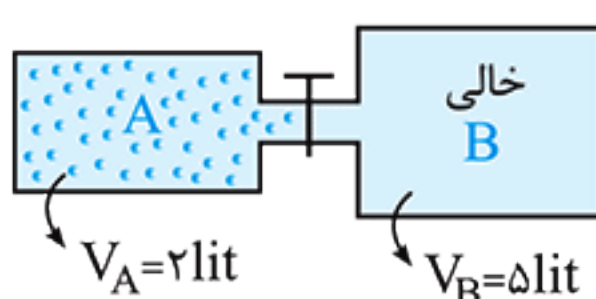
بنابراین به کمک رابطه‌ی فوق، داریم:

$$n_{\text{کل}} = n_1 + n_2 \xrightarrow{T_{\text{کل}} = T_1 = T_2} \frac{P_{\text{کل}} V_{\text{کل}}}{RT_{\text{کل}}} = \frac{P_1 V_1}{RT_1} + \frac{P_2 V_2}{RT_2} \Rightarrow P_{\text{کل}} \times (V_1 + V_2) = P_1 V_1 + P_2 V_2$$

$$P_{\text{کل}} \times (6 + 4) = 4 \times 6 + 1 \times 4 \Rightarrow P_{\text{کل}} = \frac{28}{10} = 2/8 \text{ atm}$$

یعنی دو مخزن پس از تعادل، به فشار مشترک  $2/8 \text{ atm}$  می‌رسند.

**۳ ۱۹** این سؤال، مشابه با سؤال قبل است. با توجه به این‌که تعداد مول گاز، قبل از باز کردن شیر و بعد از باز کردن آن یکسان است، به‌صورت زیر عمل



$$\left\{ \begin{array}{l} T_{\text{مخلوط}} = 27^\circ\text{C} = 300 \text{ K}, \quad V_{\text{مخلوط}} = V_A + V_B = 2 + 5 = 7 \text{ lit} \\ P_{\text{مخلوط}} = ? \end{array} \right.$$

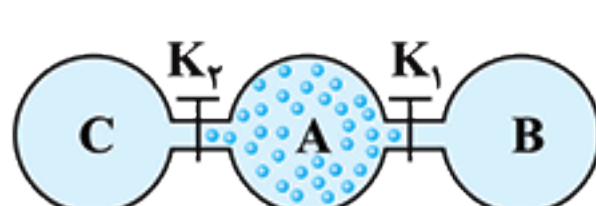
$$T_A = 27^\circ\text{C} = 27 + 273 = 300 \text{ K}, \quad P_A = 4 \text{ atm}, \quad V_A = 2 \text{ lit}$$

$$n_A + n_B = n_{\text{مخلوط}} \Rightarrow \frac{P_A V_A}{RT_A} + \frac{P_B V_B}{RT_B} = \frac{P_{\text{مخلوط}} (V_A + V_B)}{RT_{\text{مخلوط}}} \Rightarrow \frac{4 \times 2}{300} = \frac{P_{\text{مخلوط}} \times 7}{300} \Rightarrow P_{\text{مخلوط}} = 1 \text{ atm}$$

ظرف B خالی بوده است.

**۳ ۲۰** این سؤال را در دو مرحله پاسخ می‌دهیم:

مرحله‌ی ۱ (باز کردن شیر  $K_1$ ): اگر حجم هر کدام از مخزن‌ها را  $V$  در نظر بگیریم، با باز کردن شیر  $K_1$  حجم گاز دو برابر می‌شود و داریم:



$$n_A + n_B = n_{\text{مخلوط}} \Rightarrow \frac{P_A V_A}{RT_A} + \frac{P_B V_B}{RT_B} = \frac{P_{\text{مخلوط}} (V_A + V_B)}{RT_{\text{مخلوط}}} \Rightarrow \frac{12V}{T} = \frac{P_1 \times 2V}{T} \Rightarrow P_1 = 6 \text{ atm}$$

ظرف B ابتدا خالی است.



مرحله‌ی ۲ (باز کردن شیر  $K_2$ ): ظرف C در ابتدا خالی بوده و دو ظرف A و B در مجموع دارای حجم  $2V$  و فشار  $6 \text{ atm}$  و همان دمای اولیه است.

بنابراین داریم:

$$n_{A,B} + n_C = n_{\text{مخلوط نهایی}} \Rightarrow \frac{6 \times 2V}{R \times T} + \text{ظرف C در ابتدا خالی است.} = \frac{P_2 \times 2V}{R \times T} \Rightarrow P_2 = 6 \text{ atm} \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \frac{6}{6} = \frac{2}{3}$$

۲۱ ۲ برای پاسخ دادن به این سؤال، ابتدا به درسنامه‌ی زیر توجه کنید:

## درسنامه‌ی ۲ چگالی (جرم حجمی) یک گاز کامل



همان‌طور که می‌دانیم چگالی یک ماده از رابطه‌ی  $\rho = \frac{m}{V}$  به دست می‌آید. به کمک معادله‌ی حالت گاز کامل ( $PV = nRT$ ).

می‌توان یک رابطه‌ی دیگر را برای چگالی گاز کامل به دست آورد:

$$\begin{cases} n = \frac{m}{M} \Rightarrow m = nM \\ PV = nRT \Rightarrow V = \frac{nRT}{P} \end{cases} \Rightarrow \rho = \frac{m}{V} = \frac{nM}{\frac{nRT}{P}} = \frac{P \cdot M}{R \cdot T} \Rightarrow \boxed{\rho = \frac{P \cdot M}{R \cdot T}}$$

نکات مهم:

۱ چگالی یک گاز کامل با نسبت  $\frac{P}{T}$  رابطه‌ی مستقیم دارد.

۲ برای مقایسه‌ی چگالی دو گاز کامل مختلف، می‌توان نوشت:

$$\rho = \frac{PM}{RT} \Rightarrow \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{P_2}{P_1} \times \frac{M_2}{M_1} \times \frac{T_1}{T_2}$$

۳ اگر حجم مقدار معینی از یک گاز کامل (مقدار معینی گاز، یعنی  $m$  و  $n$  ثابت است). ثابت بماند، چگالی گاز نیز ثابت می‌ماند. به عبارت دیگر در این

حالت نسبت  $\frac{P}{T}$  در گاز ثابت می‌ماند، درحالی‌که مقادیر  $P$  و  $T$  می‌توانند تغییر کنند.

$$\rho = \frac{m}{V} \quad , \quad \rho \propto \frac{P}{T}$$

برای یادگیری بهتر مفاهیم این درسنامه، به تمرین زیر توجه کنید:

**تمرین ۱:** برای آن‌که بتوان جرم حجمی مقدار معینی از یک گاز کامل را ۲ برابر کرد، کدام‌یک از روش‌های زیر را می‌توان به کار برد؟

(۱) فشار و دمای مطلق را دو برابر کرد.

(۲) فشار آن را نصف و دمای مطلق آن را دو برابر کرد. (آزمایشی سنسبش ۸۷، با تغییر)

(۳) در فشار ثابت دمای مطلق آن را نصف کرد.

(۴) در حجم ثابت فشار آن را دو برابر کرد.

**پاسخ:** با توجه به رابطه‌ی  $\rho = \frac{PM}{RT}$ ، چگالی گاز را در هر کدام از گزینه‌ها بررسی می‌کنیم:

گزینه‌ی ۱:

$$\rho = \frac{P}{R} \cdot \frac{M}{T} \Rightarrow \text{چگالی گاز ثابت می‌ماند.}$$

گزینه‌ی ۲:

$$\rho = \frac{P}{R} \cdot \frac{M}{T} \Rightarrow \text{چگالی گاز } \frac{1}{4} \text{ برابر می‌شود.}$$

گزینه‌ی ۳:

$$\rho = \frac{P}{R} \cdot \frac{M}{T} \Rightarrow \text{چگالی گاز دو برابر می‌شود.}$$

بنابراین گزینه‌ی (۳) پاسخ این تمرین است.

گزینه‌ی ۴: با توجه به ثابت بودن حجم مقدار معینی گاز، چگالی آن ثابت می‌ماند (در واقع با دو برابر کردن فشار گاز در حجم ثابت، دمای مطلق آن نیز دو برابر شده و در نتیجه چگالی گاز ثابت می‌ماند).

با توجه به رابطه‌ی  $\rho = \frac{PM}{RT}$ ، چگالی گاز کامل با فشار آن رابطه‌ی مستقیم و با دمای مطلق آن رابطه‌ی معکوس دارد.

۲۲ ۳ برای حل ابتدا چگالی گاز کامل را در SI محاسبه کرده و سپس آن را به گرم بر لیتر تبدیل می‌کنیم:

$$T_1 = 7 + 273 = 280 \text{ K} , M = 32 \text{ gr/mol} = 32 \times 10^{-3} \text{ kg/mol} , P = 10^5 \text{ Pa} , R = 8 \text{ J/mol.K} , \rho = ?$$

$$\rho = \frac{PM}{RT} = \frac{10^5 \times 32 \times 10^{-3}}{8 \times 280} = \frac{10}{7} \text{ kg/m}^3 = \frac{10}{7} \text{ gr/lit}$$

$$1 \text{ kg/m}^3 = 1 \text{ gr/lit}$$

یادآوری: از فیزیک سال دوم به خاطر داریم:



۱۲۳ در مقایسه‌ی شرایط گاز کامل در دو حالت داریم:

(۱) حجم گاز کامل موجود در مخزن ۴۰ درصد کاهش یافته است، بنابراین:

$$V_2 = V_1 - \frac{40}{100} V_1 = \frac{60}{100} V_1 = \frac{3}{5} V_1$$

$$n_2 = n_1 - \frac{1}{2} n_1 = \frac{1}{2} n_1$$

$$T_2 = T_1$$

(۲) نیمی از گاز موجود در مخزن از آن خارج شده است، بنابراین:

(۳) فرایند در دمای ثابت انجام می‌شود، بنابراین:

مقایسه‌ی فشار: با توجه به اطلاعات فوق برای مقایسه‌ی فشار گاز در دو حالت می‌توان نوشت:

$$PV = nRT \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} \times \frac{V_2}{V_1} = \frac{n_2}{n_1} \times \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} \times \frac{\frac{3}{5} V_1}{V_1} = \frac{\frac{1}{2} n_1}{n_1} \times \frac{T_1}{T_1} \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \frac{5}{6}$$

$$P_2 = \frac{5}{6} P_1 \Rightarrow \Delta P = P_2 - P_1 = -\frac{1}{6} P_1 = -0.16 P_1 \Rightarrow \text{فشار گاز ۱۶ درصد کاهش می‌یابد.}$$

مقایسه‌ی چگالی: از طرفی با توجه به رابطه‌ی  $\rho = \frac{PM}{RT}$  و ثابت بودن دما، برای مقایسه‌ی چگالی گاز در دو حالت می‌توان نوشت:

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{P_2}{P_1} \times \frac{T_1}{T_2} = \frac{5}{6} \Rightarrow \rho_2 = \frac{5}{6} \rho_1$$

$$\Delta \rho = \rho_2 - \rho_1 = -\frac{1}{6} \rho_1 = -0.16 \rho_1 \Rightarrow \text{چگالی گاز ۱۶ درصد کاهش می‌یابد.}$$

کمی خلالت: با توجه به رابطه‌ی  $\rho = \frac{m}{V}$  نیز می‌توان چگالی گاز را در دو حالت مقایسه کرد:

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{m_2}{m_1} \times \frac{V_1}{V_2} = \frac{\frac{1}{2} m_1}{m_1} \times \frac{V_1}{\frac{3}{5} V_1} = \frac{1}{2} \times \frac{5}{3} = \frac{5}{6}$$

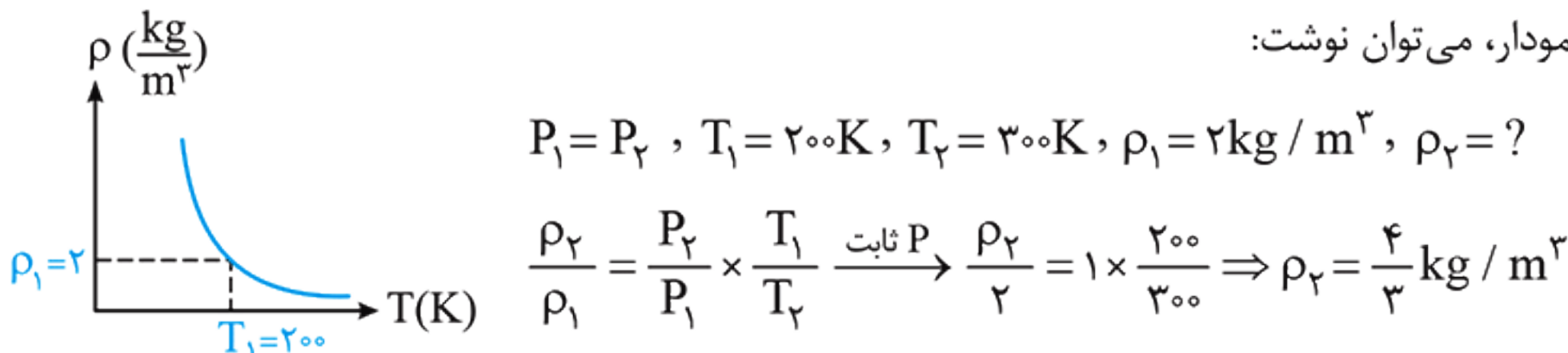
۳۲۴ در مقایسه‌ی دو حالت داده شده داریم:

$$\rho = \frac{PM}{RT} \Rightarrow \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{P_2}{P_1} \times \frac{T_1}{T_2}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{حالت اولیه: } T_1 = 0 + 273 = 273 \text{ K}, P_1 = 1 \text{ atm}, \rho_1 = 1.4 \text{ kg/m}^3 \\ \text{حالت ثانویه: } T_2 = 273 + 273 = 2 \times 273 \text{ K}, P_2 = 2 \text{ atm}, \rho_2 = ? \end{array} \right. \Rightarrow \frac{\rho_2}{1.4} = \frac{2}{1} \times \frac{273}{2 \times 273} = 1 \Rightarrow \rho_2 = 1.4 \text{ kg/m}^3$$

نگاه دیگر: با توجه به این‌که دمای مطلق و فشار مقدار معینی از گاز کامل را دو برابر کرده‌ایم، بنابراین چگالی این گاز کامل تغییر نمی‌کند.

۴۲۵ با توجه به اطلاعات داده شده بر روی نمودار، می‌توان نوشت:



برای محاسبه‌ی حجم گاز نیز به کمک معادله‌ی حالت می‌توان نوشت:

$$P_2 V_2 = nRT_2 \Rightarrow (1 \times 10^5) \times V_2 = 2 \times 8 \times 300 \Rightarrow V_2 = 4.8 \times 10^{-2} \text{ m}^3$$

۳۲۶ برای پاسخ دادن به این سؤال، ابتدا به درسنامه‌ی زیر توجه کنید:

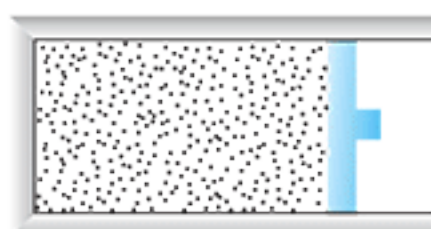
### درسنامه‌ی ۳ مفهوم فرایند آرمانی و مبادله‌ی کار و گرما در ترمودینامیک

در این درسنامه می‌خواهیم به توضیح برخی مواردی بپردازیم که برای درک بهتر مفاهیم این فصل به آن‌ها نیاز دارید:

۱ **کمیت‌های ماکروسکوپی:** کمیت‌هایی هستند که وضعیت ماده را در مقیاس بزرگ توصیف می‌کنند. به‌طور مثال کمیت‌های فشار، حجم، دما و

گرمای ویژه از کمیت‌های ماکروسکوپی به حساب می‌آیند.

۲ **دستگاه:** ماده‌ی مشخصی (معمولاً گاز یا مایع) که آن را در نظر گرفته و به بررسی متغیرهای ترمودینامیکی در آن می‌پردازیم.

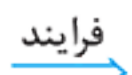


۳ **محیط:** هر آنچه پیرامون دستگاه موردنظر قرار گرفته و می‌تواند به تبادل انرژی با آن بپردازد را به‌عنوان محیط در نظر می‌گیریم.

به‌طور مثال در شکل مقابل گاز داخل محفظه را به عنوان دستگاه و هوای اطراف محفظه به‌عنوان محیط در نظر گرفته می‌شود.

۴ **تعادل ترمودینامیکی:** اگر در یک گاز کامل کمیت‌های  $P, V, T$  در تمام نقاط گاز یکسان باشد، گوییم گاز در

تعادل ترمودینامیکی قرار دارد.



۵ **فرایند ترمودینامیکی:** هنگامی که دستگاه از یک حالت  $(T_1, V_1, P_1)$  به حالت

دیگر  $(T_2, V_2, P_2)$  برود، گوییم دستگاه یک فرایند ترمودینامیکی را طی کرده است. به‌طور مثال با

پایین آوردن پیستون در مخزن مقابل، یک فرایند ترمودینامیکی انجام شده است و گاز درون مخزن از

یک حالت به حالت دیگر رفته است.



**۶ فرایند آرمانی:** اگر در طی انجام یک فرایند، دستگاه همواره در حالت تعادل باقی بماند، گوییم فرایند آرمانی می‌باشد. به‌طور مثال در شکل فوق، اگر پیستون را به آرامی پایین بیاوریم، در هر لحظه کمیت‌های  $P$ ،  $V$  و  $T$  در تمام نقاط گاز مقادیر یکسانی را داشته و دستگاه همواره بسیار نزدیک به حالت تعادل باقی می‌ماند، در نتیجه می‌توان فرایند را آرمانی در نظر گرفت.

### تبادل انرژی بین دستگاه و محیط

تبادل انرژی بین دستگاه و محیط از دو طریق گرما و کار انجام می‌شود که در ادامه به توضیح هر کدام می‌پردازیم:

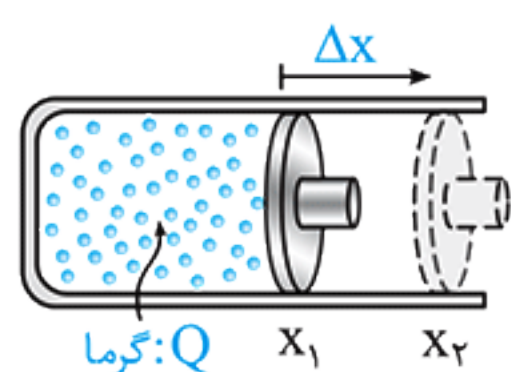
#### گرما:

گرما انرژی‌ای است که به علت اختلاف دما بین دو جسم مبادله می‌شود. به عبارت دیگر، گرما هنگامی بین محیط و دستگاه مبادله می‌شود که این دو با هم اختلاف دما داشته باشند.

\* با توجه به قرارداد موردنظر در این فصل، گرمایی که دستگاه می‌گیرد با علامت مثبت و گرمایی که دستگاه از دست می‌دهد، با علامت منفی در نظر می‌گیریم.

$$\begin{cases} Q > 0 \Rightarrow \text{دستگاه گرما می‌گیرد} \\ Q < 0 \Rightarrow \text{دستگاه گرما از دست می‌دهد} \end{cases}$$

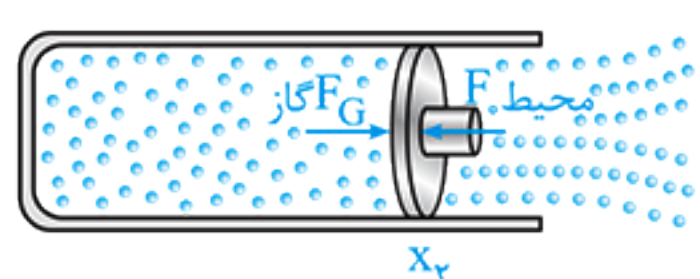
#### بررسی مفهوم کار در ترمودینامیک:



در شکل مقابل، پیستون بدون اصطکاک ابتدا در موقعیت  $x_1$  قرار دارد و فرایند نیروهای وارد بر آن صفر است. اگر گرمای  $Q$  به گاز درون استوانه داده شود و پیستون بدون تغییر فشار گاز درون محفظه، از موقعیت  $x_1$  به موقعیت جدید  $x_2$  منتقل شود، برای محاسبه‌ی مقدار کار انجام‌شده در این فرایند هم‌فشار داریم:

۱ پیستون در موقعیت  $x_2$ ، مجدداً به تعادل رسیده است:

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow F_{\text{گاز}} = F_{\text{محیط}} \Rightarrow F_G = F_0$$



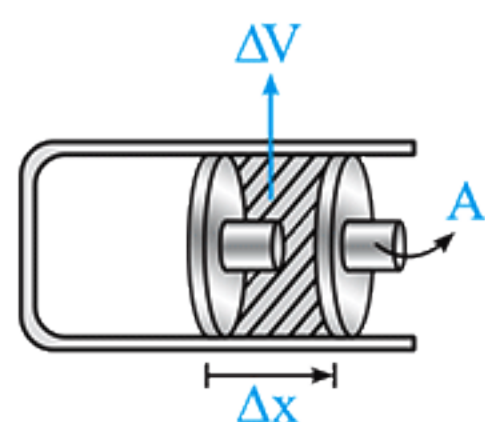
$$\left. \begin{array}{l} F_G: \text{نیروی که مولکول‌های گاز به پیستون اعمال می‌کنند.} \\ F_0: \text{نیروی که مولکول‌های محیط به پیستون اعمال می‌کنند.} \end{array} \right\} P_G = \frac{F_G}{A} \Rightarrow \boxed{F_G = F_0 = P_G \cdot A}$$

۲ برای محاسبه‌ی کار نیروی خارجی (کار محیط روی گاز) خواهیم داشت:

$$W_{F_0} = W = \text{نیرو} \times \text{جاب‌جایی} \times \cos \alpha = (P \cdot A) \Delta x \cos 180^\circ = -P(A \Delta x)$$

توجه شود در این فرایند جابه‌جایی پیستون به سمت راست و نیروی اعمال شده از طرف محیط بر پیستون به سمت چپ است، بنابراین زاویه‌ی بین نیرو و جابه‌جایی ( $\alpha$ ) برابر  $180^\circ$  درجه می‌باشد.

۳ میزان افزایش حجم گاز با توجه به شکل مقابل برابر  $A \cdot \Delta x$  می‌باشد.



$$\Delta V = A \cdot \Delta x \Rightarrow \text{تغییر ارتفاع} \times \text{مساحت قاعده} = \text{تغییر حجم استوانه}$$

۴ در نهایت برای محاسبه‌ی کار محیط داریم:

$$W = -P(A \Delta x) = -P \Delta V \Rightarrow \boxed{W = -P \Delta V}$$

$W$ : مقدار کار انجام‌شده توسط محیط روی گاز

\* در کتاب درسی منظور از کار، کار انجام‌شده توسط محیط بر روی دستگاه است.

#### نکات مهم:

۱ کار انجام شده توسط گاز بر روی محیط ( $W'$ ) که گاهی از اوقات در سؤال‌ها پرسیده می‌شود، برابر است با:

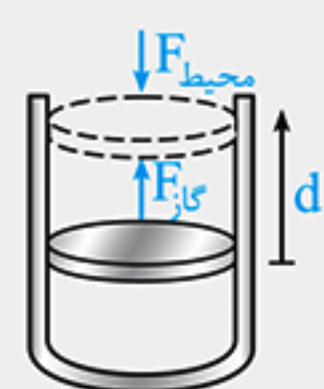
$$W' = -W = +P \Delta V$$

۲ همان‌طور که مشاهده می‌شود، اندازه‌ی (قدرمطلق) کار محیط بر روی گاز و کار گاز بر روی محیط با یکدیگر برابر است:

$$|W| = |W'| = |P \Delta V|$$

در ادامه با دو تمرین زیر، به بررسی دو مفهوم بسیار مهم در این فصل می‌پردازیم:

**تمرین ۱:** در یک فرایند انبساطی، علامت کار محیط بر روی دستگاه و کار دستگاه بر روی محیط را به دست آورید.



$$W = F d \cos \alpha$$

$$\begin{cases} \text{محیط: } W = F_{\text{محیط}} d \cos 180^\circ < 0 \\ \text{گاز: } W' = F_{\text{گاز}} d \cos 0^\circ > 0 \end{cases}$$

تحلیل ۲:

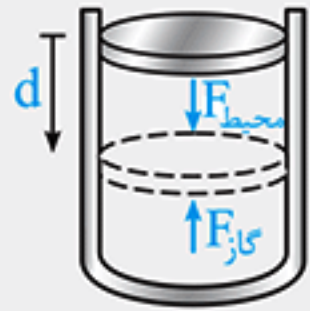
$$\Rightarrow \Delta V > 0 \Rightarrow \begin{cases} \text{محیط: } W = -P \Delta V < 0 \\ \text{گاز: } W' = P \Delta V > 0 \end{cases}$$

پاسخ: در انبساط یک گاز ( $\Delta V > 0$ )، کار محیط بر روی دستگاه منفی و کار دستگاه (گاز) بر روی محیط مثبت است:

تحلیل ۱:



**تمرین ۲:** در یک فرایند تراکمی، علامت کار محیط بر روی دستگاه و کار دستگاه بر روی محیط را به دست آورید.



**پاسخ:** در تراکم یک گاز ( $\Delta V < 0$ )، کار محیط بر روی دستگاه مثبت و کار دستگاه بر روی محیط منفی است:

تحلیل ۱:

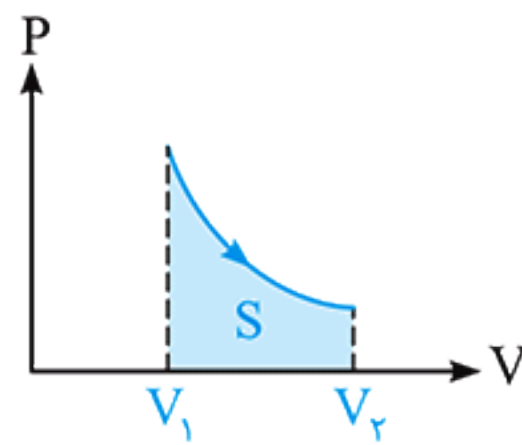
$$\begin{cases} \text{محیط: } W = F_{\text{محیط}} d \cos 0^\circ > 0 \\ \text{گاز: } W' = F_{\text{گاز}} d \cos 180^\circ < 0 \end{cases}$$

تحلیل ۲:

$$\Delta V < 0 \Rightarrow \begin{cases} \text{محیط: } W = -P \Delta V > 0 \\ \text{گاز: } W' = P \Delta V < 0 \end{cases}$$

### بررسی یک موضوع مهم

اگر در طی یک فرایند ترمودینامیکی فشار تغییر کند، دیگر نمی‌توان از رابطه  $W = -P \Delta V$  برای محاسبه‌ی کار استفاده کرد. در این موارد اگر نمودار فشار برحسب حجم را داشته باشیم، مساحت زیر این نمودار برابر اندازه‌ی کار انجام‌شده بر روی گاز می‌باشد.

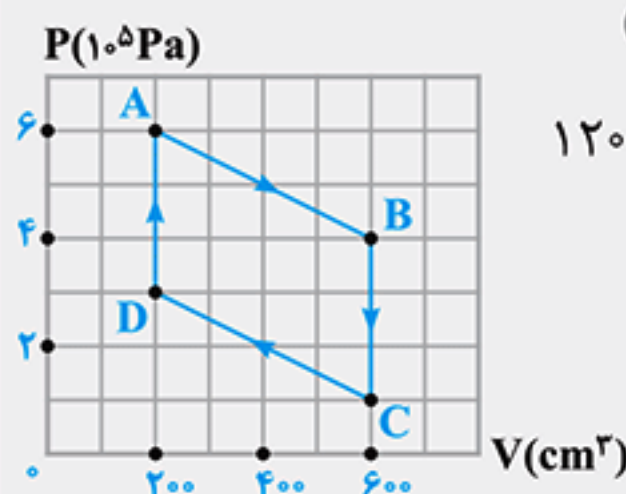


$$|W| = S$$

دقت شود که علامت کار را با توجه به نحوه‌ی تغییر حجم گاز در طی فرایند مشخص می‌کنیم. به‌طور مثال در نمودار مقابل، حجم گاز از  $V_1$  به  $V_2$  رسیده و در حال افزایش است (انبساط)، بنابراین کار محیط روی گاز منفی و کار گاز روی محیط مثبت است.

برای درک بهتر مفاهیم فوق، به تمرین زیر توجه کنید:

**تمرین ۳:** در شکل روبه‌رو، اندازه‌ی کاری که گاز در مسیر AB انجام می‌دهد، چند ژول است؟ (آزمایشی سنجش ۹۰)



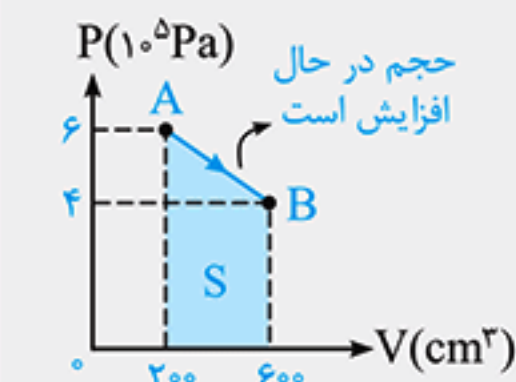
۱۲۰ (۴)

۱۷۰ (۳)

۲۰۰ (۲)

۲۵۰ (۱)

**پاسخ:** با توجه به این‌که نمودار فشار برحسب حجم داده شده است، مساحت محصور بین AB و محور افقی، مقدار کار گاز یا محیط را نشان می‌دهد. از طرفی در فرایند AB حجم گاز در حال افزایش است. این موضوع یعنی فرایند AB از نوع انبساط بوده و کار گاز که در صورت سؤال مورد پرسش قرار گرفته، در آن مثبت است.



$$S = |W'| = \frac{6+4}{2} \times 10^5 \times (600-200) \times 10^{-6} \Rightarrow S = 200 \text{ J} \Rightarrow W' = +200 \text{ J} \quad (\text{گزینه ی ۲})$$

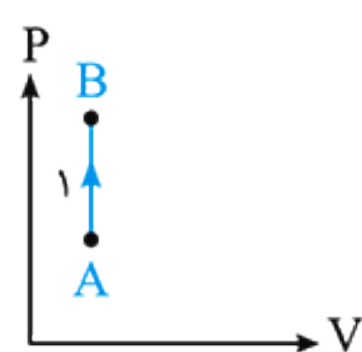
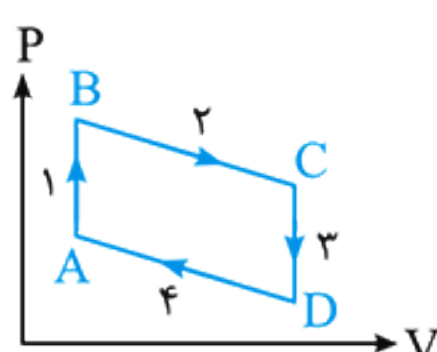
تبدیل سانتی متر مکعب به متر مکعب

با توجه به متن کتاب درسی، علم ترمودینامیک علمی است که نحوه‌ی تبادل گرما و کار بین محیط و سیستم را از دیدگاه میکروسکوپی بررسی می‌کند.

**۲۷ ۲** منبع گرمایی، با دریافت و یا از دست دادن مقدار محدودی گرما، تغییرات دمایش ناچیز است. بنابراین برای یک استکان چای داغ، هوای اتاق را می‌توان منبع گرما در نظر گرفت، چون با سرد شدن چای، دمای اتاق به‌طور قابل ملاحظه‌ای تغییر نمی‌کند.

\* سایر گزینه‌ها با توجه به درسنامه‌ی (۳) صحیح می‌باشند.

**۲۸ ۳** در انبساط، کار محیط روی دستگاه منفی و کار دستگاه روی محیط مثبت است. از طرفی در یک فرایند آرمانی مقادیر  $W$  و  $W'$  همواره قرینه‌ی یکدیگر و دارای اندازه‌ی یکسان می‌باشند.



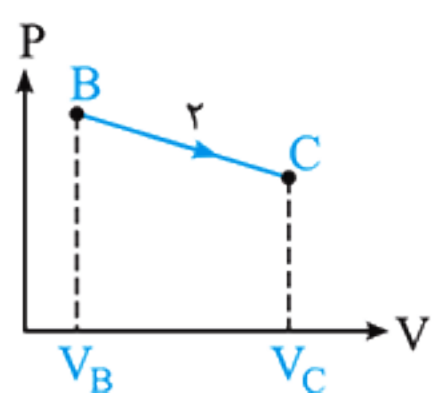
**۲۹ ۴** علامت کار انجام شده در هر کدام از فرایندها را به‌طور جداگانه بررسی می‌کنیم:

**فرایند ۱:** با توجه به شکل مقابل، در فرایند (۱) حجم گاز در طی فرایند ثابت است ( $V_A = V_B$ ). این موضوع یعنی کار انجام شده توسط محیط بر روی گاز صفر است.

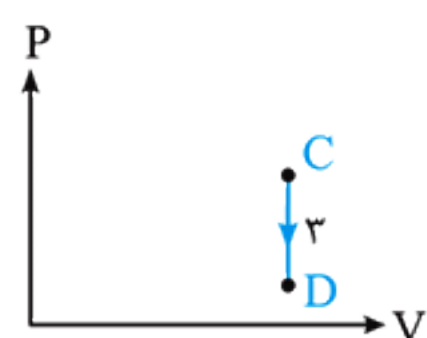
$$V_A = V_B \Rightarrow \text{حجم گاز ثابت است} \Rightarrow W = 0$$

**فرایند ۲:** در طی فرایند (۲)، حجم گاز در حال افزایش بوده و فرایند از نوع انبساط می‌باشد، بنابراین در طی این فرایند کار انجام شده توسط محیط بر روی گاز منفی و کار انجام شده توسط گاز بر روی محیط مثبت است.

$$V_C > V_B \Rightarrow \text{حجم گاز در حال افزایش است} \Rightarrow W < 0 \xrightarrow{W' = -W} W' > 0$$



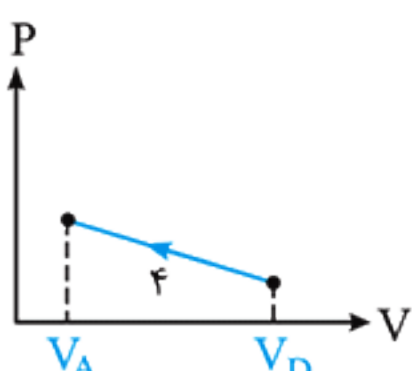




**فرایند ۳:** مشابه استدلال مطرح شده در فرایند (۱)، کار انجام شده توسط محیط بر روی گاز در فرایند (۳) نیز صفر است.

$$W = -W' = 0$$

**فرایند ۴:** در طی فرایند (۴)، حجم گاز در حال کاهش بوده و فرایند از نوع تراکم می‌باشد، بنابراین در طی این فرایند کار انجام شده توسط محیط بر روی گاز مثبت و کار انجام شده توسط گاز بر روی محیط منفی است.

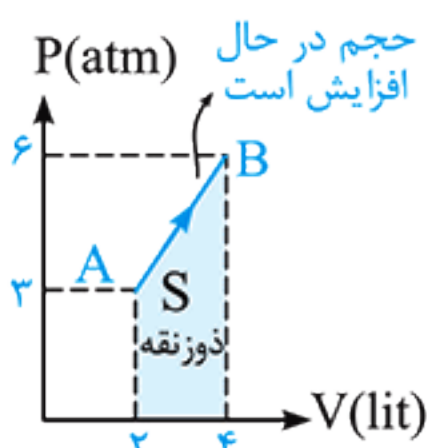


$$V_A < V_D \Rightarrow W > 0$$

بنابراین گزینه‌ی (۴) نادرست می‌باشد، چون کار در هر دو فرایند (۱) و (۳) صفر می‌باشد.

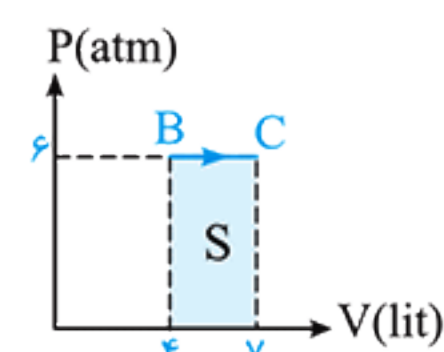
**۳۰ ۴** همان‌طور که در درسنامه‌ی (۳) بیان شد، سطح زیر نمودار  $P - V$  در هر فرایند، بیانگر قدرمطلق کار انجام‌شده در آن فرایند است. بنابراین برای محاسبه‌ی کار در هر فرایند می‌توان نوشت:

**فرایند AB:** در این فرایند حجم گاز افزایش یافته است. بنابراین فرایند از نوع انبساط بوده و کار محیط بر روی گاز در این فرایند منفی است.



$$|W_{AB}| = S_{\text{دورنقه}} = \frac{(3 + 6) \times 10^5}{2} \times 2 \times 10^{-3} = 900 \xrightarrow{\text{انبساط}} W_{AB} = -900 \text{ J}$$

**فرایند BC:** مشابه فرایند AB، در این فرایند نیز کار انجام‌شده توسط محیط بر روی گاز منفی است.



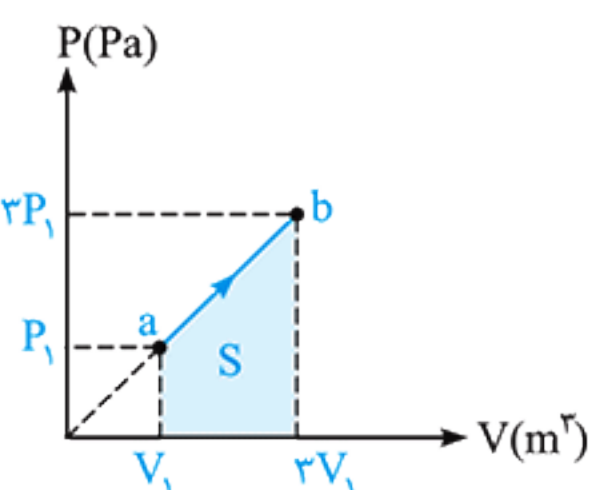
$$|W_{BC}| = S = 6 \times 10^5 \times 3 \times 10^{-3} = 1800 \xrightarrow{\text{انبساط}} W_{BC} = -1800 \text{ J}$$

بنابراین کار محیط بر روی گاز در مجموع دو فرایند برابر است با:

$$W_{\text{کل}} = W_{AB} + W_{BC} = (-900) + (-1800) = -2700 \text{ J}$$

**۳۱ ۴** برای پاسخ دادن به این سؤال، گام‌های زیر را طی می‌کنیم:

**گام اول:** سطح زیر نمودار  $P - V$  برابر مقدار کار انجام‌شده توسط گاز بر روی محیط است و داریم:



$$|W'| = S_{\text{دورنقه}} = \frac{P_1 + 2P_1}{2} \times (2V_1) = 4P_1 V_1$$

**گام دوم:** با توجه به این‌که حجم گاز در طی فرایند افزایش یافته است، این فرایند از نوع انبساط است و کار انجام‌شده توسط گاز بر روی محیط مثبت است.

$$\Rightarrow W' > 0 \Rightarrow W' = +4P_1 V_1$$

$$P_1 V_1 = nRT_1 \quad (I)$$

**گام سوم:** با توجه به معادله‌ی حالت گاز کامل در نقطه‌ی a، داریم:

$$\xRightarrow{(I)} W' = 4P_1 V_1 = 4(nRT_1) \Rightarrow \frac{W'}{nRT_1} = 4$$

**۳۲ ۲** برای پاسخ دادن به این سؤال، ابتدا به درسنامه‌ی زیر توجه کنید:

## درسنامه‌ی ۴ انرژی درونی گاز کامل

در این درسنامه می‌خواهیم شما را با مفهوم انرژی درونی در گازهای کامل و تغییرات آن آشنا کنیم. به همین منظور ابتدا به یادآوری مفهوم انرژی درونی یک ماده در حالت کلی (و نه فقط در گازهای کامل) می‌پردازیم:

**انرژی درونی یک ماده:** به مجموع انرژی‌های پتانسیل و جنبشی ذره‌های سازنده‌ی یک ماده انرژی درونی آن ماده اطلاق می‌شود [برای توضیح هر کدام از انرژی‌های پتانسیل و جنبشی باید گفت که هر گازی از تعداد زیادی ذرات تشکیل شده است، که این ذرات به علت نیروهای چسبندگی بین آن‌ها، دارای انرژی پتانسیل اند و از طرفی چون این ذرات ساکن نبوده و در حال حرکت هستند، دارای انرژی جنبشی نیز می‌باشند].

**انرژی درونی گاز کامل:** در گازهای کامل، از نیروی چسبندگی بین ذرات و برهم کنش این مولکول‌ها بر یک‌دیگر، صرف‌نظر شده است، یعنی گاز کامل انرژی پتانسیل ندارد و در نتیجه انرژی درونی یک گاز کامل فقط به انرژی جنبشی ذرات آن وابسته است.

$$\text{انرژی پتانسیل} + \text{انرژی جنبشی} = \text{انرژی درونی}$$

در گازهای کامل صفر است.

## پارامترهای مؤثر بر انرژی درونی یک گاز کامل

در گازهای کامل، انرژی درونی به دو مورد زیر بستگی دارد:

۱ مقدار گاز (تعداد مول گاز)  $n$

۲ دمای گاز  $T$

$$U \propto nT$$



به طور مثال در شکل مقابل که دمای مقدار معینی گاز (مقدار معینی گاز، یعنی تعداد مول گاز ثابت است) موجود در مخزن افزایش یافته است، الزاماً انرژی درونی آن نیز افزایش خواهد یافت.

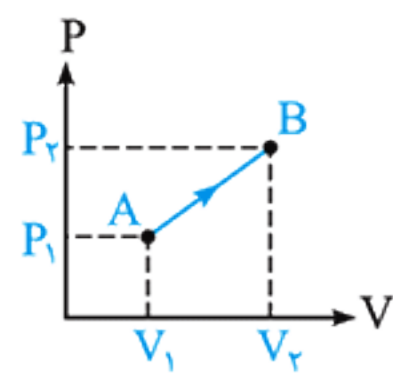
$$U \propto nT \xrightarrow{n \text{ ثابت است}} U \propto T \Rightarrow \text{با افزایش دمای گاز، انرژی درونی آن افزایش می‌یابد.}$$



### تغییر دیدگاهی بسیار مهم

با توجه به معادله‌ی حالت گاز کامل  $PV = nRT$ ، مشخص است که  $PV \propto nT$  می‌باشد. به عبارت دیگر می‌توان گفت که انرژی درونی یک گاز کامل با حاصل‌ضرب فشار در حجم گاز متناسب است.

$$U \propto PV$$



این نکته‌ی بسیار مهمی است که در حل سؤالات این فصل، اهمیت بسیاری دارد. به طور مثال در نمودار مقابل که گاز از حالت A به حالت B می‌رود، در طی مسیر، با افزایش حجم و افزایش فشار گاز، حاصل‌ضرب آن‌ها نیز بیشتر شده و انرژی درونی گاز افزایش می‌یابد.

$$\uparrow U \propto \uparrow P \uparrow V$$

**تمرین ۱:** انرژی درونی مقدار معینی گاز کامل را افزایش داده‌ایم. کدام کمیت وابسته به گاز الزاماً افزایش یافته است؟ (آزمایشی سنجش ۸۳)

(۱) چگالی (۲) حجم (۳) دما (۴) فشار

**پاسخ:** اگر انرژی درونی مقدار معینی گاز کامل (یعنی تعداد مول ثابت است) افزایش یابد، تنها پارامتری که لزوماً افزایش می‌یابد، دمای گاز است و در مورد سایر کمیت‌ها نمی‌توان با قطعیت اظهار نظر کرد.

ثابت  
دما افزایش می‌یابد.  $\Delta U \propto n T \xrightarrow{\Delta U > 0} \Delta T > 0$

به طور مثال تغییر حجم لزوماً باعث تغییر انرژی درونی گاز کامل نمی‌شود. ممکن است در یک فرایند، حجم ۲ برابر و فشار گاز نصف شده باشد، یعنی هم حجم تغییر کرده و هم فشار، ولی در این حالت انرژی درونی گاز ثابت می‌ماند.

$$\begin{matrix} \text{ثابت} & \text{برابر ۲} \\ U \propto P \times V \\ \text{برابر } \frac{1}{2} \end{matrix}$$

به عبارت بهتر برای تغییر انرژی درونی یک گاز کامل، حاصل‌ضرب PV باید تغییر کند.

**نتیجه‌گیری مهم:** برای بررسی تغییر انرژی درونی یک گاز کامل، کافایت حاصل‌ضرب P.V را بررسی کنیم. افزایش مقدار این حاصل‌ضرب، تضمین‌کننده‌ی افزایش انرژی درونی گاز کامل است و بالعکس.

### نحوه‌ی محاسبه‌ی انرژی درونی و تغییرات آن در گازهای کامل

در ترمودینامیک، انرژی درونی یک گاز کامل و تک اتمی (مانند He، Ne و ...) از رابطه‌ی مقابل محاسبه می‌شود:

$$U = \frac{3}{2} nRT$$

با استفاده از معادله‌ی حالت گاز کامل، در رابطه‌ی فوق خواهیم داشت:

$$\begin{cases} U = \frac{3}{2} nRT & (۱) \\ PV = nRT & (۲) \end{cases} \Rightarrow U = \frac{3}{2} PV$$

برای محاسبه‌ی تغییرات انرژی درونی یک گاز کامل و تک‌اتمی از روابط زیر استفاده می‌شود:

$$\begin{cases} \Delta U = U_2 - U_1 = \frac{3}{2} nRT_2 - \frac{3}{2} nRT_1 = \frac{3}{2} nR\Delta T \\ \text{یا} \\ \Delta U = \frac{3}{2} P_2 V_2 - \frac{3}{2} P_1 V_1 = \frac{3}{2} (P_2 V_2 - P_1 V_1) \end{cases}$$

برای محاسبه‌ی تغییرات انرژی درونی یک گاز کامل و دو اتمی (مانند H<sub>۲</sub>، O<sub>۲</sub>، N<sub>۲</sub> و ...) و سه اتمی (مانند CO<sub>۲</sub>، O<sub>۳</sub> و ...) در روابط فوق، به جای

ضریب  $\frac{3}{2}$  به ترتیب از ضرایب  $\frac{5}{2}$  و  $\frac{7}{2}$  استفاده می‌شود:

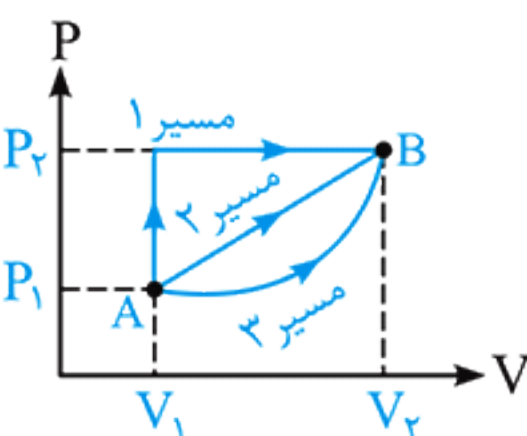
$$U = \frac{5}{2} nRT \Rightarrow \Delta U = \frac{5}{2} nR\Delta T = \frac{5}{2} (P_2 V_2 - P_1 V_1) \quad \text{برای گاز کامل دو اتمی}$$

$$U = \frac{7}{2} nRT \Rightarrow \Delta U = \frac{7}{2} nR\Delta T = \frac{7}{2} (P_2 V_2 - P_1 V_1) \quad \text{برای گاز کامل سه اتمی}$$

**تذکره:** برای بررسی تغییرات انرژی درونی یک گاز کامل تک اتمی، اگر اطلاعاتی در مورد تغییرات دما و مقدار ماده داشته باشیم، بهتر است از

رابطه‌ی  $\Delta U = \frac{3}{2} nR\Delta T$  و اگر اطلاعاتی در مورد تغییرات حجم و فشار گاز داشته باشیم، بهتر است از رابطه‌ی  $\Delta U = \frac{3}{2} (P_2 V_2 - P_1 V_1)$  استفاده کنیم.

### بررسی یک نکته‌ی مهم



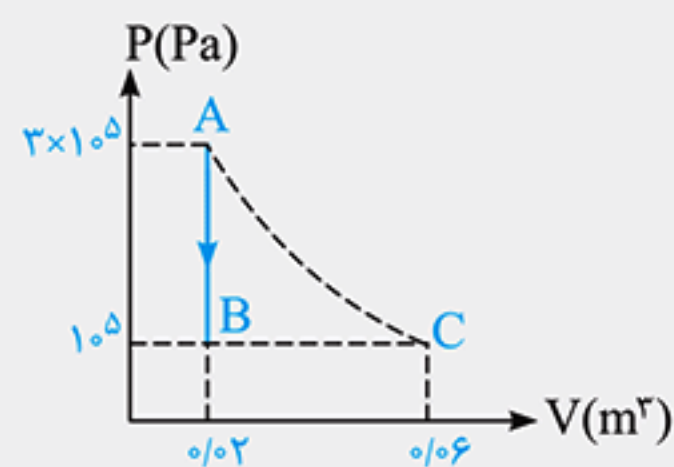
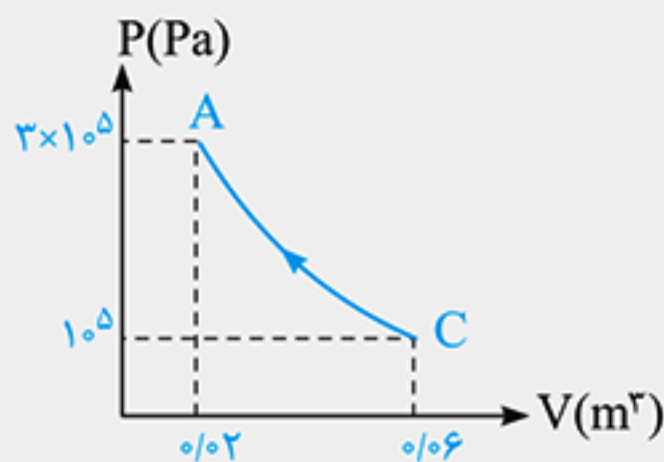
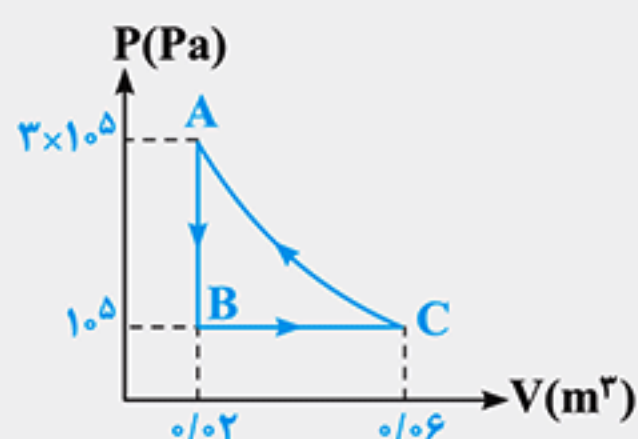
تغییرات انرژی درونی یک گاز کامل در یک فرایند، تابع مسیر نمی‌باشد و تابع حالت ابتدایی و نهایی گاز است. مثلاً در شکل مقابل در هر سه مسیر نشان داده شده، تغییرات انرژی درونی مقدار مشخصی از یک گاز کامل تک‌اتمی برابر است، زیرا در هر سه مسیر گاز از شرایط  $V_1$  و  $P_1$  به شرایط جدید  $V_2$  و  $P_2$  رسیده است، یعنی مختصات ابتدا و انتهای تمام مسیرها یکسان است.

$$\Delta U_1 = \Delta U_2 = \Delta U_3 = \frac{3}{2} (P_2 V_2 - P_1 V_1)$$

این موضوع در سال‌های اخیر، شدیداً مورد علاقه‌ی طراحان سؤال قرار گرفته است.



برای درک بهتر مفاهیم این درسنامه، به تمرین‌های زیر توجه کنید:



**تمرین ۲:** هرگاه یک گاز کامل تک‌اتمی چرخه‌ای مطابق شکل را بپیماید، تغییر انرژی درونی آن در مسیرهای  $A \rightarrow B$  و  $C \rightarrow A$  به ترتیب چند ژول است؟

(سراسری ریاضی ۸۷ و ۷۹)

(۱) صفر، -۱۲۰۰۰

(۲) صفر، -۶۰۰۰

(۳) -۶۰۰۰، ۴۰۰۰

(۴) ۶۰۰۰، ۶۰۰۰

**پاسخ:** با توجه به این که نمودار  $P - V$  داده شده است، برای محاسبه‌ی تغییر انرژی درونی گاز کامل و تک‌اتمی از رابطه‌ی  $\Delta U = \frac{3}{2}(P_2 V_2 - P_1 V_1)$  استفاده می‌کنیم. این سؤال را در دو مرحله بررسی می‌کنیم:

**مسیر  $C \rightarrow A$ :** با توجه به داشتن فشار و حجم گاز کامل در ابتدا و انتهای فرایند  $CA$  و تک‌اتمی بودن گاز، تغییر انرژی درونی در طی این فرایند عبارت است از:

$$P_A = 3 \times 10^5 \text{ Pa}, V_A = 0.02 \text{ m}^3, P_C = 10^5 \text{ Pa}, V_C = 0.06 \text{ m}^3$$

$$\Delta U_{CA} = \frac{3}{2}(P_A V_A - P_C V_C) \Rightarrow \Delta U_{CA} = \frac{3}{2}(3 \times 10^5 \times 0.02 - 10^5 \times 0.06) = 0$$

محاسبه‌ی فوق یعنی انرژی درونی در نقاط  $A$  و  $C$  با یکدیگر یکسان است و  $\Delta U_{CA}$  صفر است.

**مسیر  $A \rightarrow B$ :** مشابه با روند قسمت قبل، داریم:

$$P_A = 3 \times 10^5 \text{ Pa}, V_A = 0.02 \text{ m}^3, P_B = 10^5 \text{ Pa}, V_B = 0.02 \text{ m}^3$$

$$\Delta U_{AB} = \frac{3}{2}(P_B V_B - P_A V_A) \Rightarrow \Delta U_{AB} = \frac{3}{2}(10^5 \times 0.02 - 3 \times 10^5 \times 0.02) = -6000 \text{ J}$$

بنابراین گزینه‌ی (۲) صحیح است.

**تمرین ۳:** در دمای ثابت، حجم گاز کامل موجود در یک مخزن را ۲ برابر کرده و نیمی از گاز موجود در مخزن از آن خارج می‌شود. در این عمل انرژی درونی گاز درون مخزن چند برابر می‌شود؟

(آزمایشی سنجش ۹۱، با تغییر)

(۱) ۴

(۲) ۳

(۳) ۲

(۴) ۱

**پاسخ:** از آن جایی که در این تمرین، اطلاعاتی در مورد تغییرات دما و تغییرات مقدار گاز (تعداد مول گاز) داریم، بهتر است از تناسب  $U \propto nT$  تغییرات انرژی درونی را بررسی کنیم. انرژی درونی گاز کامل متناسب با حاصل ضرب  $nT$  بوده و با توجه به ثابت بودن دما و خارج شدن نیمی از گاز درون مخزن، انرژی درونی آن کاهش می‌یابد.

انرژی درونی گاز کاهش می‌یابد.  $U \propto nT$

$$\Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \frac{n_2}{n_1} \times \frac{T_2}{T_1} = \frac{\frac{1}{2}n_1}{n_1} \times \frac{T_1}{T_1} = \frac{1}{2} \quad (\text{گزینه‌ی ۲})$$

**دید دیگر:** اگر بخواهیم از تناسب  $U \propto PV$  استفاده کنیم، ابتدا باید نحوه‌ی تغییرات فشار را به دست آوریم. با توجه به اطلاعات داده شده، برای مقایسه‌ی فشار گاز در دو حالت می‌توان نوشت:

$$PV = nRT \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} \times \frac{V_2}{V_1} = \frac{n_2}{n_1} \times \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} \times \frac{2V_1}{V_1} = \frac{\frac{1}{2}n_1}{n_1} \times \frac{T_1}{T_1} \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \frac{P_2}{P_1} \times \frac{V_2}{V_1} = \frac{1}{4} \times 2 = \frac{1}{2}$$

### بررسی نحوه‌ی تغییرات دمای مقدار معینی از یک گاز کامل

به منظور بررسی چگونگی تغییرات دمای مقدار معینی از یک گاز کامل، به کمک معادله‌ی حالت می‌توان از تحلیل پارامترهای  $P$  و  $V$  استفاده کرد.

$$PV = nRT \Rightarrow PV \propto T$$

بنابراین دمای مطلق مقدار معینی از یک گاز کامل، متناسب است با حاصل ضرب کمیت‌های فشار و حجم. یعنی در فرایندهای ترمودینامیکی، با افزایش حاصل ضرب  $PV$  برای مقدار معینی از یک گاز کامل، دمای مطلق گاز نیز افزایش می‌یابد و بالعکس.

حال برای فهم بهتر به دو مثال زیر توجه کنید:

**مثال ۱:** اگر فشار و حجم مقدار معینی از یک گاز کامل (تعداد مول ثابت) هر دو افزایش یابد، دمای مطلق گاز نیز الزاماً افزایش می‌یابد، زیرا:

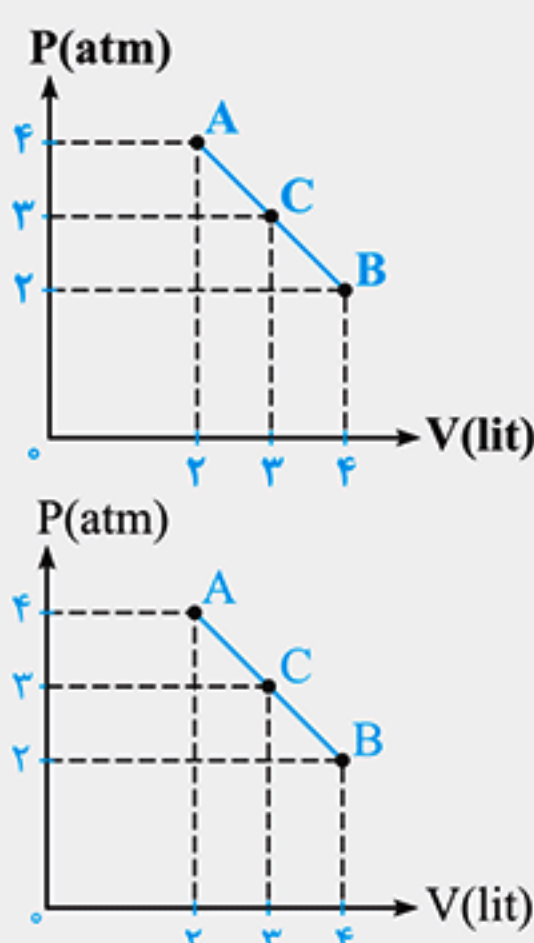
$$\begin{matrix} \text{زیاد} & \text{زیاد} & \text{ثابت} & \text{زیاد} \\ \uparrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow \\ P & V & = & nRT \end{matrix}$$



**مثال ۲:** تغییرات فشار و حجم گاز، لزوماً نمی‌تواند باعث تغییر دمای گاز شود، به طور مثال اگر فشار گاز کاملاً را ۲ برابر و حجم آن را نصف کنیم، حاصل ضرب PV ثابت مانده و در نتیجه دمای گاز نیز ثابت می‌ماند.

**نقته:** برای مقدار معینی از یک گاز کامل، نحوه‌ی تغییرات دمای مطلق گاز و انرژی درونی آن یکسان است، یعنی با افزایش دمای مقدار معینی از یک گاز کامل انرژی درونی آن افزایش می‌یابد و بالعکس.

حال برای یادگیری بهتر این مطلب، به تمرین زیر توجه کنید:



**تمرین ۴:** فرایند آرمانی بر روی مقدار معینی از یک گاز کامل از A تا B به شکل روبه‌رو است. اگر انرژی درونی گاز را در نقاط A، B و C به ترتیب با  $U_A$ ،  $U_B$  و  $U_C$  و دمای گاز در این نقاط را به ترتیب با  $T_A$ ،  $T_B$  و  $T_C$  نشان دهیم، کدام رابطه صحیح است؟

(سراسری ریاضی ۷۹، با تغییر)

$$\begin{aligned} T_A &> T_C > T_B \quad (۲) \\ U_A &= U_B > U_C \quad (۴) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T_A &= T_B < T_C \quad (۱) \\ U_A &< U_C < U_B \quad (۳) \end{aligned}$$

**پاسخ:** با توجه به مفاهیم مطرح شده در این درسنامه، برای مقایسه‌ی دمای گاز کامل در نقاط A، B و C، کفایت حاصل ضرب PV را در این نقاط مقایسه کنیم:

$$\begin{cases} P_A V_A = 4 \times 2 = 8 \\ P_B V_B = 2 \times 4 = 8 \\ P_C V_C = 3 \times 3 = 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} P_A V_A = P_B V_B \Rightarrow T_A = T_B \\ P_C V_C > P_A V_A \Rightarrow T_C > T_A \end{cases} \Rightarrow T_A = T_B < T_C$$

برای مقدار معینی گاز کامل  $U \propto T$  بوده و در نتیجه  $U_A = U_B < U_C$  می‌باشد، بنابراین گزینه‌ی (۱) صحیح است.

**تذکره ۱:** با توجه به یکسان بودن حاصل ضرب PV در نقاط A و B، انرژی درونی و دمای گاز در این نقاط یکسان است.

**تذکره ۲:** در این شکل خاص که از شکل‌های معروف در کنکور محسوب می‌شود، حداکثر دما در وسط پاره خط رخ می‌دهد (دقت شود که  $P_A V_A$  باید با  $P_B V_B$  برابر باشد).

**تذکره ۳:** همان‌طور که مشاهده می‌کنید، برای مقدار معینی از یک گاز کامل، مقایسه‌ی انرژی درونی مشابه با مقایسه‌ی دما می‌باشد.

انرژی درونی یک ماده برابر مجموع انرژی‌های جنبشی و پتانسیل ذره‌های آن ماده است، بنابراین گزینه‌ی (۲) نادرست می‌باشد. سایر گزینه‌ها با توجه به درسنامه‌ی فوق صحیح می‌باشد.

**تذکر مهم:** در یک گاز کامل، انرژی پتانسیل ذره‌های سازنده‌ی آن را تقریباً برابر صفر فرض می‌کنند، از این‌رو در یک گاز کامل، انرژی درونی گاز تقریباً برابر انرژی جنبشی ذرات تشکیل‌دهنده‌ی آن می‌باشد.

**۲ ۳۳** برای مقایسه‌ی انرژی درونی گاز کامل با توجه به ثابت بودن تعداد مول گاز در دو حالت ( $n_2 = n_1$ )، می‌توان نوشت:

$$T_1 = 91 + 273 = 91 + 3 \times 91 = 4 \times 91 \text{ K}, \quad T_2 = 182 + 273 = 2 \times 91 + 3 \times 91 = 5 \times 91 \text{ K}$$

$$U \propto T \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \frac{T_2}{T_1} = \frac{5 \times 91}{4 \times 91} = \frac{5}{4}$$

**تذکر ۱:** باید دقت شود که دماها باید برحسب کلوین باشند.

**تذکر ۲:** در حل برخی از سؤالات امتحانات نهایی و کنکور، معمولاً از رابطه‌ی  $273 = 3 \times 91$  برای ساده‌سازی استفاده می‌کنیم.

**۳ ۳۴** همان‌طور که در درسنامه‌ی (۴) بیان شد، انرژی درونی یک گاز کامل با حاصل ضرب  $P \times V$  متناسب است. بنابراین با توجه به این‌که فشار و حجم گاز، هر دو  $\frac{1}{2}$  برابر (یا نصف) شده‌اند، در نتیجه انرژی درونی گاز  $\frac{1}{4}$  برابر می‌شود.

$$\begin{aligned} & \begin{matrix} \text{U} \propto \text{P} \times \text{V} \\ \downarrow \quad \downarrow \\ \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} \end{matrix} \\ & \text{برای } \frac{1}{2} \text{ شود} \quad \text{برای } \frac{1}{2} \text{ شود} \end{aligned}$$

**نگاه دیگر:**

$$\begin{cases} \frac{P_2}{P_1} \times \frac{V_2}{V_1} = \frac{n_2}{n_1} \times \frac{T_2}{T_1} \\ P_2 = \frac{1}{2} P_1, \quad V_2 = \frac{1}{2} V_1, \quad T_2 = \frac{1}{2} T_1 \end{cases} \Rightarrow \frac{\frac{1}{2} P_1}{P_1} \times \frac{\frac{1}{2} V_1}{V_1} = \frac{n_2}{n_1} \times \frac{\frac{1}{2} T_1}{T_1} \Rightarrow \frac{n_2}{n_1} = \frac{1}{2}$$

$$U \propto nT \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \frac{n_2}{n_1} \times \frac{T_2}{T_1} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

**تذکر مهم:** باید دقت شود که عبارت  $U \propto T$  زمانی صحیح است که تعداد مول گاز کامل ثابت باشد. در این سؤال که تعداد مول گاز عوض شده است،  $U \propto nT$  است.



**گام اول:** با پایین آوردن پیستون، حجم گاز درون مخزن  $\frac{3}{4}$  برابر می‌شود.

$$V = Ah \xrightarrow{A \text{ ثابت است.}} \frac{V_2}{V_1} = \frac{h_2}{h_1} = \frac{3}{4}$$

سطح مقطع پیستون

**گام دوم:** از طرفی فشار گاز درون مخزن ۲۰ درصد افزایش یافته است.

$$P_2 = P_1 + \frac{20}{100} P_1 = P_1 + \frac{1}{5} P_1 = \frac{6}{5} P_1$$

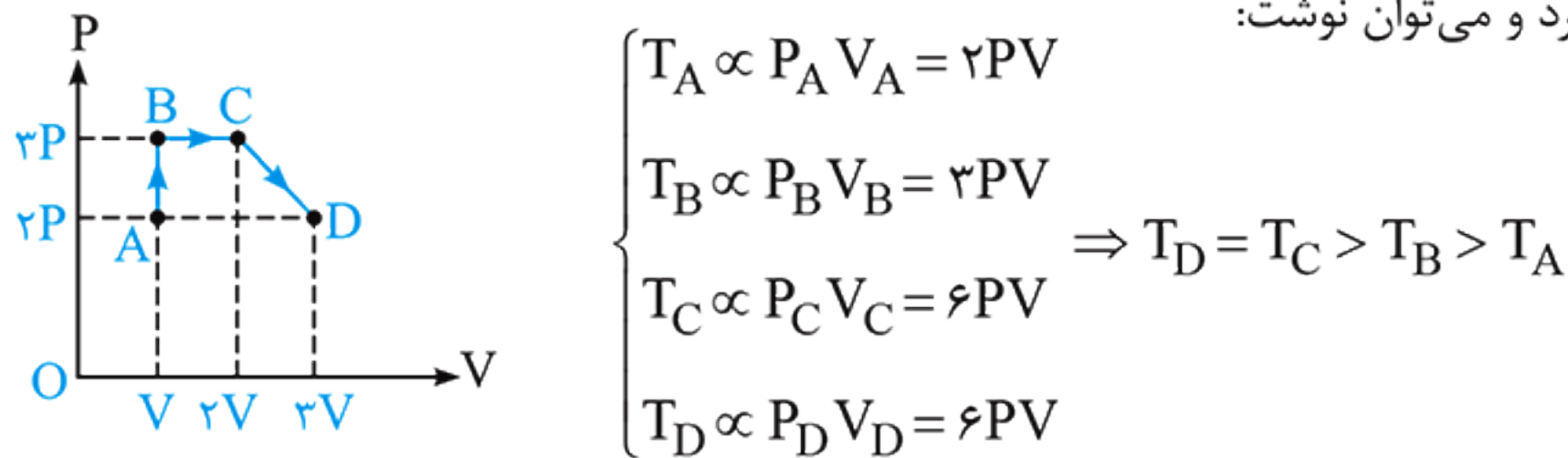
**گام سوم:** با توجه به رابطه‌ی زیر، برای مقایسه‌ی انرژی درونی گاز در دو حالت داریم:

$$U \propto PV \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \frac{P_2}{P_1} \times \frac{V_2}{V_1} = \frac{6}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{9}{10}$$

$$\text{انرژی درونی گاز کامل } 10 \text{ درصد کاهش می‌یابد.} \Rightarrow \frac{9}{10} U_1 - U_1 = \frac{\Delta U}{U_1} \times 100 = \frac{U_2 - U_1}{U_1} \times 100 = -\frac{1}{10} U_1 \times 100 = -10\%$$

**سؤال:** دمای مطلق گاز درون مخزن چند برابر شده است؟

**۲ ۳۶** با توجه به مفاهیم مطرح شده در درسنامه‌ی (۴)، می‌دانیم حاصل ضرب  $PV$ ، متناسب با دمای مطلق گاز است. بنابراین نقطه‌ای که حاصل ضرب  $PV$  برای آن بزرگ‌تر است، دمای مطلق بیشتری دارد و می‌توان نوشت:



**تذکر:** از A تا B و از B تا C، حاصل ضرب  $PV$  دائماً در حال افزایش است و در نتیجه از مسیر A تا C دما نیز در حال افزایش است.

**۲ ۳۷** با توجه به ثابت بودن دما و مقدار گاز (تعداد مول گاز)، انرژی درونی آن ثابت می‌ماند.

**نگاه دیگر:** در واقع با ۳ برابر شدن فشار و ثابت بودن دما، حجم گاز  $\frac{1}{3}$  برابر شده (چرا؟) و انرژی درونی گاز کامل ثابت می‌ماند.

$$U \propto P \left( \frac{1}{P} \right) \Rightarrow U = \text{constant}$$

ثابت

**۱ ۳۸** در این سؤال می‌خواهیم به محاسبه‌ی تغییرات انرژی درونی در یک فرایند بپردازیم. بنابراین با توجه به رابطه‌ی  $\Delta U = \frac{3}{2} nR\Delta T$  در گازهای

$$\frac{\Delta U_2}{\Delta U_1} = \frac{\Delta T_2}{\Delta T_1} = \frac{3T - 2T}{2T - T} = \frac{T}{T} = 1$$

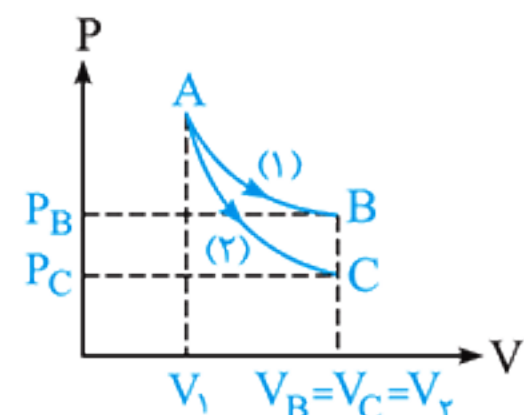
تک‌اتمی، می‌توان نوشت:

**۲ ۳۹** با توجه به رابطه‌ی  $\Delta U = \frac{5}{2} (P_2 V_2 - P_1 V_1)$  در گازهای کامل دواتمی، برای محاسبه‌ی تغییرات انرژی درونی این گاز کامل می‌توان نوشت:

$$\frac{\Delta U_2}{\Delta U_1} = \frac{P_2 V_2 - P_1 V_1}{P_2 V_2 - P_1 V_1} = \frac{(3P \times 3V) - (2P \times 2V)}{(2P \times 2V) - (P \times V)} = \frac{5PV}{3PV} = \frac{5}{3}$$

**۲ ۴۰** با توجه به درسنامه‌ی (۴)، برای محاسبه‌ی میزان تغییر انرژی درونی این گاز کامل و تک‌اتمی، کفایت پارامترها را در رابطه‌ی زیر جایگذاری کنیم:

$$n = 1, \Delta T = 100 \text{ K}, R = 8 \text{ J/mol.K} \Rightarrow \Delta U = \frac{3}{2} nR\Delta T \Rightarrow \Delta U = \frac{3}{2} \times 1 \times 8 \times 100 = 1200 \text{ J}$$



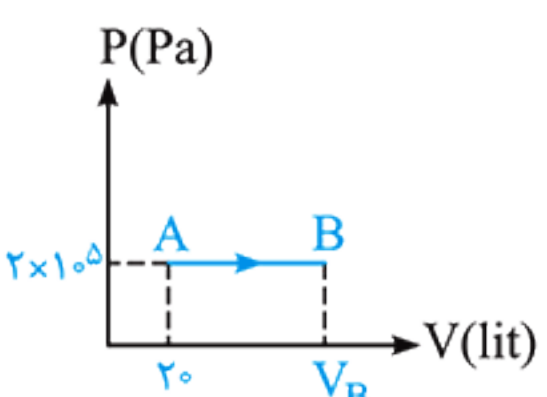
**۲ ۴۱** برای پاسخ به این سؤال، به موارد زیر توجه کنید:

(۱) همان‌طور که می‌دانیم، دمای مطلق گاز متناسب با حاصل ضرب  $PV$  است. حاصل  $P_B V_B$  از حاصل  $P_C V_C$  بیشتر بوده (چرا؟) و در نتیجه دمای مطلق نقطه‌ی B از نقطه‌ی C بیشتر است.

$$P_B V_B > P_C V_C \Rightarrow T_B > T_C$$

(۲) هر دو فرایند از نقطه‌ی A شروع شده است. در مقایسه‌ی این دو فرایند، فرایندی اندازه‌ی تغییر انرژی درونی‌اش بیشتر است که تغییر دمای بیشتری داشته باشد. با توجه به این‌که  $T_C < T_B$  است، تغییر دما در طی فرایند AC از AB بیشتر بوده و اندازه‌ی تغییر انرژی درونی  $|\Delta U|$  در آن بیشتر است.

**۲ ۴۲** با توجه به این‌که گاز کامل و تک‌اتمی است، تغییر انرژی درونی آن در طی فرایند AB برابر است با:



$$\Delta U = \frac{3}{2} nR(T_B - T_A) = \frac{3}{2} (P_B V_B - P_A V_A)$$

$$\Rightarrow \frac{3}{2} (2 \times 10^5 \times V_B - 2 \times 10^5 \times 20) \times 10^{-3} = 9 \times 10^3 \Rightarrow V_B = 50 \text{ lit}$$

برای تبدیل لیتر به مترمکعب

\* دقت کنیم انرژی درونی ۹ kJ افزایش یافته است ( $\Delta U > 0$ )، زیرا حاصل ضرب  $PV$  و دما در طی فرایند افزایش یافته است.

$$P_B V_B > P_A V_A \Rightarrow T_B > T_A \Rightarrow U_B > U_A \Rightarrow \Delta U = U_B - U_A > 0$$