



فصل 2 «الکتریسته‌ی ساکن»

2 - 1 باردار کردن اجسام

تمام اجسام از اتم‌ها تشکیل شده‌اند. در هر اتم پروتون‌ها و نوترون‌ها در هسته متمرکز بوده و الکترون‌ها اطراف آن حرکت می‌کنند. نوترون از لحاظ الکتریکی خنثی و بدون بار است. پروتون دارای بار مثبت و الکترون دارای بار منفی است. اجسام در حالت عادی بدون بار الکتریکی هستند، زیرا تعداد پروتون‌ها و الکترون‌ها باهم برابرند. برای باردار کردن اجسام باید تعادل بین تعداد پروتون‌ها و الکترون‌ها را بر هم زد. تغییر تعداد پروتون‌ها به سادگی امکان‌پذیر نمی‌باشد ولی می‌توان با گرفتن یا دادن الکترون جسم را باردار کرد. اگر n الکترون از جسم بگیریم بار آن $q = +ne$ می‌شود و اگر n الکترون به جسم بدهیم بار آن $q = -ne$ می‌شود. (e مقدار بار الکترون و برابر با $1/6 \times 10^{-19} C$ است) بنابراین بار الکتریکی هر جسم مضرب درستی از بار الکتریکی پایه (بار الکترون) است.

پرسش (1): ویژگی‌های بار کدام است؟

پاسخ:

1- بار پایسته است. یعنی بار بوجود نمی‌آید و از بین نمی‌رود (قانون پایستگی بار الکتریکی)

2- بار کوانتیده است. یعنی بار همواره مضرب درستی از یک بار پایه است. ($q = \pm ne$)

3- بار ناوردا است. یعنی بار الکتریکی جسم به سرعت آن بستگی ندارد.*

اجسام رسانا: در این اجسام الکترون‌های لایه‌ی آخر اتم‌ها عملاً آزاد بوده و مقید به یک هسته‌ی مشخص نیستند. این الکترون‌ها که الکترون آزاد نامیده می‌شوند دائماً در حال حرکت در جسم بوده و عامل انتقال بار در جسم هستند.

اجسام نارسانا: در این اجسام تمام الکترون‌ها مقید به هسته بوده و الکترون آزادی وجود ندارد. و امکان انتقال بار در جسم وجود ندارد. برای جدا شدن الکترون از قید هسته باید انرژی لازم تأمین شود.

روش باردار کردن اجسام بسته به نوع جسم (رسانا یا نارسانا) متفاوت است. سه روش بیان می‌شود. الف) مالش ب) تماس پ) القا
الف) مالش: اگر دو جسم نارسانای بدون بار به هم مالش داده شوند بر اثر اصطکاک گرما تولید می‌شود و انرژی لازم برای مبادله‌ی الکترون بین دو جسم تأمین می‌شود. بنابراین یکی از این دو جسم دارای بار مثبت و دیگری به همان اندازه دارای بار منفی می‌شود. بار ایجاد شده در سطح تماس باقی می‌ماند.

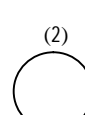
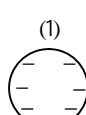
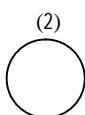
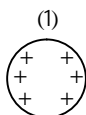
اگر دو جسم رسانای بدون بار به هم مالش داده شوند باردار نخواهند شد.

باید یادمان بماند که میله‌ی شیشه‌ای در اثر مالش با پارچه‌ی ابریشمی دارای بار مثبت و پارچه دارای بار منفی خواهد شد و میله‌ی پلاستیکی یا ابونیتی در اثر مالش با پارچه‌ی پشمی دارای بار منفی و پارچه دارای بار مثبت خواهد شد.

ب) تماس: اگر جسم باردار به یک رسانای بدون بار تماس پیدا کند، مبادله‌ی بار به سرعت انجام شده و بار طوری در دو جسم تقسیم می‌شود که بین آنها تعادل ایجاد شود. (پتانسیل الکتریکی یکسان شود)** اگر دو جسم رسانا هم‌شکل و هم اندازه باشند بار به‌طور مساوی بین آنها تقسیم می‌شود ولی اگر یکی بزرگتر از دیگری باشد بار بیشتری نیز در آن باقی می‌ماند.

پرسش (2): نحوه‌ی تقسیم بار در اتصال کره‌ی باردار به کره‌ی هم‌اندازه‌ی بدون بار را توضیح دهید.

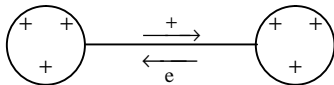
پاسخ:



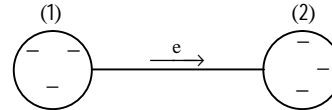
* این ویژگی بار الکتریکی در دبیرستان مورد بررسی قرار نمی‌گیرد.

** پتانسیل الکتریکی در صفحه‌های بعدی توضیح داده می‌شود.

دو کره بدون تماس هستند.



دو کره بدون تماس هستند.



الکترون‌ها از کره (1) به کره (2) می‌روند. در نهایت بار دو کره برابر بارهای مثبت فرضی از کره (1) به (2) می‌روند ولی در واقع بارهای منفی از کره (2) به (1) رفته‌اند. در نهایت بار دو کره برابر می‌شود.

m مسئله (1): اگر بار دو کره رسانای هم‌اندازه $+2C$ و $+8C$ باشد، بعد از تماس بار هر یک چقدر می‌شود؟

پاسخ: جمع بار دو کره $+10C$ است که به‌طور مساوی بین آنها تقسیم می‌شود. پس هر یک بار $+5C$ خواهند داشت.

m مسئله (2): اگر بار دو کره رسانای هم‌اندازه $-2C$ و $+8C$ باشد، بعد از تماس بار هر یک چقدر می‌شود؟

پاسخ: $2C$ از بار دو کره که مخالف هم هستند یکدیگر را خنثی کرده و باقیمانده که $6C$ است بین آنها تقسیم شده و هر یک از کره‌ها بار $+3C$ خواهند داشت.

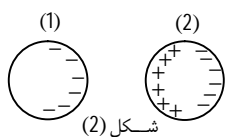
نتیجه: اگر بار دو کره رسانای هم‌اندازه q_1 و q_2 باشد بعد از تماس بار هر یک از آنها $q = \frac{q_1 + q_2}{2}$ است.

توجه: اگر یک نارسانای باردار را به نارسانای بدون بار تماس دهیم در صورتی که تماس کوتاه مدت و سریع باشد انتقال بار رخ نمی‌دهد ولی اگر زمان تماس کافی باشد مقدار خیلی کمی انتقال صورت می‌گیرد.

پ) القا: در این روش جسم باردار را به رسانای بدون بار نزدیک می‌کنیم. در شکل (1) کره (2) بدون بار است و دو کره دور از هم هستند.

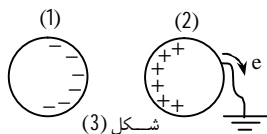


شکل (1)



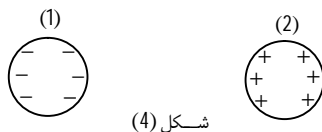
شکل (2)

با نزدیک شدن کره (1) به کره (2) الکترون‌های آزاد کره (2) توسط کره (1) رانده شده و بارهای کره (2) تفکیک می‌شوند. در واقع هنوز کره (2) باردار نشده است. ضمناً بارهای کره (1) تحت تأثیر بارهای مخالف ایجاد شده کره (2) آرایش قبلی خود را از دست داده و جذب کره (2) می‌شود. بیشینه مقدار بار القا شده در کره (2) برابر بار کره (1) است. (شکل (2))



شکل (3)

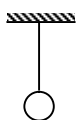
برای باردار شدن کره (2) آن را به زمین تماس می‌دهیم. در این صورت بارهای همنام کره (1) در کره (2) رانده شده‌اند به دلیل تماس با زمین خنثی می‌شوند. (شکل (3))



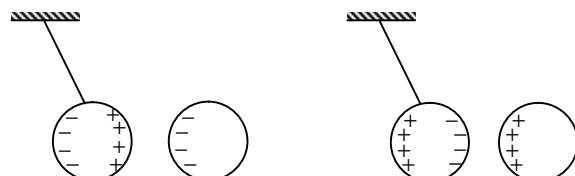
شکل (4)

بعد از قطع تماس با زمین و دور کردن کره (1) بار مخالف در کره (2) باقی‌مانده و در واقع کره (2) باردار شده است. (شکل (4))

پرسش (3): یک کره رسانای باردار را به یک آونگ الکتریکی بدون بار نزدیک می‌کنیم چه اتفاقی می‌افتد؟



پاسخ: با نزدیک شدن کره رسانا، بار مخالف در نزدیک‌ترین نقطه و بار موافق کره در دورترین نقطه‌ی آونگ الکتریکی ایجاد می‌شود. بین کره و آونگ رانش و ربایش به‌وجود می‌آید ولی نیروی ربایشی بیشتر است زیرا فاصله‌ی بارهای ناهمنام کمتر از فاصله‌ی بارهای همنام ایجاد شده است و آونگ جذب کره رسانا شده و از حال تعادل خارج می‌شود.



اگر آونگ با کره تماس یابد مقداری از بار کره به آونگ منتقل شده و بار کره و آونگ همنام شده و یکدیگر را می‌رانند.

پرسش (4): وقتی که یک جسم باردار را به یک جسم نارسانای بدون بار نزدیک می‌کنیم (به‌عنوان مثال یک میله پلاستیکی باردار را به ذرات ریز کاغذ نزدیک کنیم) جسم نارسانا جذب جسم باردار می‌شود چگونه این عمل را توضیح دهید.



پاسخ: اگر جسم باردار را به جسم نارسانای بدون بار نزدیک کنیم، اتم‌های جسم نارسانا دو قطبی می‌شوند. یعنی الکترون‌ها تحت تأثیر بار جسم قرار گرفته و به یک سمت متمایل می‌شوند و در نتیجه بین جسم نارسانا و جسم باردار ربایش به‌وجود می‌آید. در اغلب مواد مولکول‌های دو قطبی وجود دارد. که در اثر میدان جسم باردار تا حدودی چرخیده و در راستای میدان جهت‌گیری کرده و این امر باعث ربایش جسم بدون بار می‌شود.

تست (1): جسم A، اجسام B و C را با نیروی الکتریکی می‌رباید و جسم D را با نیروی الکتریکی می‌راند. در این صورت:

(1) B و C ممکن است با نیروی جاذبه‌ی الکتریکی یک‌دیگر را بربایند.

(2) B و C الزاماً یک‌دیگر را می‌رانند.

(3) جسم D ممکن است بدون بار الکتریکی باشد.

(4) بار الکتریکی D الزاماً مخالف بار الکتریکی B است.

پاسخ: گزینه‌ی 1.

وقتی دو جسم یک‌دیگر را می‌رانند حتماً دارای بار هم‌نام هستند. پس A و D باردار بوده و بار هم‌نام دارند. ولی وقتی دو جسم یک‌دیگر را می‌ربایند ممکن است هر دو باردار بوده و بار ناهم‌نام داشته باشند. یا یکی باردار بوده و دیگری خنثی باشد. در حالت اخیر بر اثر القای بار در جسم خنثی، ربایش به‌وجود می‌آید. پس دو جسم B و C ممکن است بار ناهم‌نام A داشته باشند و یا بدون بار باشند. و یا یکی از آن‌ها باردار و دیگری بدون بار بوده در این حالت یک‌دیگر را می‌ربایند.

تست (2): صفحه‌ی A دارای بار منفی بوده و با سیم رسانا به کره‌ای رسانا متصل است. صفحه‌ی B نیز رسانا می‌باشد. اگر انگشت خود را بدون این که با آن تماس پیدا کند به کره نزدیک کنیم بار کره و بار صفحه‌ی B:



(2) افزایش می‌یابد - کاهش می‌یابد.

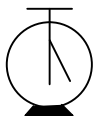
(4) افزایش می‌یابد - ثابت می‌ماند.

(1) ثابت می‌ماند - ثابت می‌ماند.

(3) کاهش می‌یابد - افزایش می‌یابد.

پاسخ: بدن انسان رسانا است و با نزدیک شدن آن به کره که دارای بار منفی است در نوک انگشت بار مثبت القا می‌شود. بارهای مثبت انگشت باعث جذب بارهای منفی شده و بارهای منفی که در جسم A و کره پخش شده‌اند بیشتر به سمت کره می‌روند بار کره زیاد می‌شود و بار صفحه‌ی A کاهش می‌یابد و بارهای صفحه‌ی B که توسط صفحه‌ی A القا می‌شوند نیز کاهش می‌یابند. پس گزینه‌ی (2) درست است.

2-2 الکتروسکوپ



الکتروسکوپ شامل کلاهک (صفحه‌ی رسانا)، میله‌ی رسانا و یک ورقه نازک فلزی است که میله و ورقه را ظرفی شیشه‌ای در برگرفته تا با محیط تماس پیدا نکنند.

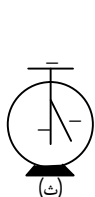
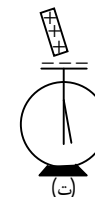
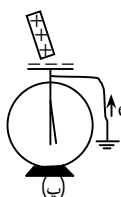
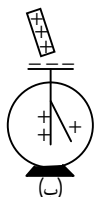
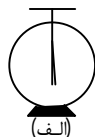
پرسش (5): چگونه می‌توان یک الکتروسکوپ را با روش تماس باردار کرد؟

پاسخ: اگر جسم رسانای بارداری را به کلاهک الکتروسکوپ تماس دهیم، قسمتی از بار جسم به الکتروسکوپ منتقل می‌شود و بعد از جدا کردن جسم نیز الکتروسکوپ باردار می‌ماند و ورقه دور از میله باقی می‌ماند.

پرسش (6): چگونه می‌توان یک الکتروسکوپ را با روش القا باردار کرد؟

پاسخ: جسم بارداری را به کلاهک الکتروسکوپ نزدیک می‌کنیم و

الکتروسکوپ را به زمین وصل می‌کنیم.



بارهای میله و ورقه توسط زمین خنثی می‌شود. سپس اتصال با زمین را قطع کرده و می‌توانیم جسم باردار را از الکتروسکوپ دور کنیم. بین ورقه و میله زاویه‌ای باقی می‌ماند. در این حالت علامت بار القا شده در الکتروسکوپ مخالف علامت بار جسم باردار می‌باشد.

تست (3): یک ظرف استوانه‌ای شکل فلزی را روی کلاهک یک الکتروسکوپ بدون بار قرار داده و گلوله‌ی کوچک فلزی بارداری را که از نخ ابریشمی آویزان است، داخل ظرف کرده و آن را به نوسان در می‌آوریم. ورقه‌ی الکتروسکوپ:

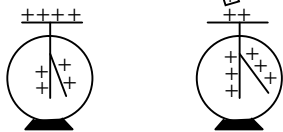
(1) اصلاً باز نخواهد شد.
(2) باز شده و به همین حالت می‌ماند.
(3) فقط یک‌بار باز شده و سپس بسته خواهد شد.
(4) مرتب باز و بسته می‌گردد.

پاسخ: با نزدیک شدن گلوله به استوانه بار مساوی و مخالف در آن القا می‌شود و بار مساوی و همنام در ورقه‌های الکتروسکوپ ایجاد می‌شود و ورقه‌ها باز می‌شوند. مقدار بار القا شده با حرکت گلوله تغییری نمی‌کند و ورقه‌ها به همین حالت باقی می‌مانند. پس گزینه‌ی (2) درست است.

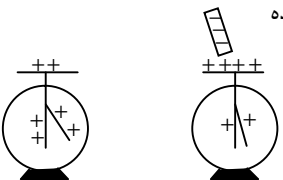
تعیین بار نوع بار

با نزدیک کردن یک جسم به الکتروسکوپ بدون بار می‌توان تشخیص داد که جسم بدون بار است یا باردار. اگر با نزدیک شدن جسم زاویه‌ای برای ورقه‌ی الکتروسکوپ ایجاد شود، جسم باردار و در غیر این صورت جسم بدون بار می‌باشد.

با نزدیک کردن یک جسم باردار به الکتروسکوپ باردار می‌توان از تغییرات زاویه‌ی ورقه، نوع بار جسم را تشخیص داد.
الف: اگر بار جسم، همنام بار الکتروسکوپ باشد زاویه افزایش می‌یابد. زیرا بارهای کلاهک توسط جسم رانده شده و به ورقه می‌روند و دافعه‌ی بین ورقه و میله افزایش می‌یابد و انحراف ورقه بیشتر می‌شود.



ب: اگر بار جسم، ناهمنام بار الکتروسکوپ باشد زاویه کاهش می‌یابد. زیرا بارهای ورقه و میله جذب جسم شده و به کلاهک می‌روند و دافعه‌ی بین ورقه و میله کاهش می‌یابد.



پرسش (7): اگر اندازه‌ی بار جسم باردار در مقایسه با بار ناهمنام الکتروسکوپ زیاد باشد، چه اتفاقی می‌افتد؟

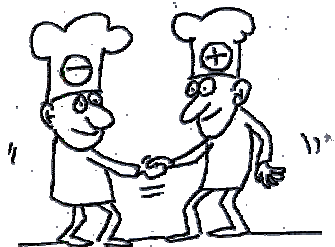
پاسخ: ممکن است تمام بارهای ورقه و میله به کلاهک رفته و زاویه به صفر برسد و با ادامه‌ی این انتقال، ورقه و میله مجدداً باردار شوند ولی این بار، باری مخالف بار اولیه‌ی خود خواهند داشت و رانش باعث افزایش مجدد زاویه می‌شود. در نتیجه باید جسم باردار را به آرامی به الکتروسکوپ نزدیک کرد تا چنانچه این پدیده رخ دهد بتوان آن را مشاهده کرد.

تست (4): میله‌ای را به کلاهک یک الکتروسکوپ خنثی نزدیک می‌کنیم. ورقه‌های الکتروسکوپ باز می‌شوند. میله از نظر داشتن بار الکتریکی چگونه است؟

(1) خنثی ولی رسانا است. (2) فقط دارای بار منفی است. (3) فقط دارای بار مثبت است. (4) دارای بار مثبت یا منفی است.

پاسخ: با نزدیک شدن میله به الکتروسکوپ ورقه‌ها از هم باز می‌شوند. پس میله دارای بار بوده و به ترتیب بار ناهمنام و همنام میله در کلاهک و ورقه‌ها القا می‌شود و ورقه‌ها از هم باز می‌شوند. پس میله باردار است. میله هر باری داشته باشد پدیده‌ی القا و باز شدن ورقه‌ها رخ می‌دهد پس علامت بار میله می‌تواند مثبت یا منفی باشد. پس گزینه‌ی (4) درست است.

2-3 قانون کولن



دو بار نقطه‌ای q_1 و q_2 که در فاصله‌ی r از یکدیگر قرار دارند با نیروی F همدیگر را می‌ربایند یا می‌رانند. اگر همنام باشند دافعه (رانش) و اگر ناهمنام باشند جاذبه (ربایش) به وجود می‌آید. اندازه‌ی F از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} = \frac{k q_1 q_2}{r^2}$$

همنام : $F \leftarrow q_1$ $q_2 \rightarrow F$
ناهمنام : $q_1 \rightarrow F$ $F \leftarrow q_2$

در این رابطه ϵ_0 ضریب گذردهی الکتریکی خلاء نامیده می‌شود و برابر است با:

$$\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \frac{C^2}{N.m^2}$$

k ثابت کولن نامیده می‌شود و برای خلاء برابر است با:

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2}$$

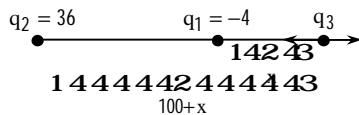
ϵ_0 نشانگر خواصی است که خلاء در برابر گذر میدانهای الکتریکی از خود نشان می‌دهد. اگر محیط یک ماده نارسانا باشد ضریب گذردهی الکتریکی آن نسبت به خلاء بیشتر است.

m مسئله‌ی (3): دو کره‌ی رسانای هم‌اندازه و بسیار کوچک دارای بارهای $q_1 = 5\mu\text{C}$ و $q_2 = 15\mu\text{C}$ هستند. آنها را به هم تماس داده و به همان فاصله‌ی قبل می‌بریم. نیروی بین آنها چند برابر حالت اولیه می‌شود؟

پاسخ: بار دو کره بعد از تماس یکسان می‌شود و برابر است با: $q = \frac{q_1 + q_2}{2} = 10\mu\text{C}$

$$\left. \begin{aligned} F_2 &= \frac{kq_1q_2}{r^2} \\ F_1 &= \frac{kq_1q_2}{r^2} \end{aligned} \right\} \rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \frac{q^2}{q_1q_2} = \frac{100}{15 \times 5} \rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \frac{4}{3}$$

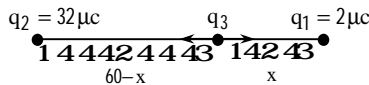
m مسئله‌ی (4): دو بار $q_1 = -4\mu\text{C}$ و $q_2 = 36\mu\text{C}$ در فاصله‌ی 100 سانتی‌متری یکدیگر قرار دارند. بار سوم را در چه نقطه‌ای قرار دهیم تا برآیند نیروهای وارد بر آن صفر شود؟



پاسخ:

$$F_{23} = F_{13} \rightarrow \frac{kq_2q_3}{(100+x)^2 \times 10^{-4}} = \frac{kq_1q_3}{x^2 \times 10^{-4}} \rightarrow \frac{36}{(100+x)^2} = \frac{4}{x^2} \rightarrow \frac{3}{100+x} = \frac{1}{x} \rightarrow x = 50\text{cm}$$

m مسئله‌ی (5): دو بار $q_1 = 2\mu\text{C}$ و $q_2 = 32\mu\text{C}$ در فاصله‌ی 60 سانتی‌متری یکدیگر قرار دارند. بار سوم را در چه نقطه‌ای قرار دهیم تا برآیند نیروهای وارد بر آن صفر شود؟



پاسخ:

$$F_{23} = F_{13} \rightarrow \frac{kq_2q_3}{(60-x)^2 \times 10^{-4}} = \frac{kq_1q_3}{x^2 \times 10^{-4}} \rightarrow \frac{32}{(60-x)^2} = \frac{2}{x^2} \rightarrow \frac{4}{60-x} = \frac{1}{x} \rightarrow x = 12\text{cm}$$

نتیجه: برای اینکه بار سوم در تعادل قرار گیرد باید روی خط واصل دو بار و نزدیک باری که اندازه‌ی آن کوچکتر است قرار گیرد. اگر دو بار همان‌نام باشند این نقطه بین دو بار و اگر ناهمنام باشند خارج دو بار قرار می‌گیرد. ضمناً اندازه و علامت بار q_3 نیز اهمیتی ندارد، زیرا از طرفین تساوی ساده می‌شود.

تست (5): دو بار $q_1 = 5\mu\text{C}$ و $q_2 = 125\mu\text{C}$ در فاصله‌ی 120cm هم قرار دارند. بار $q_3 = -2\mu\text{C}$ را کجا قرار دهیم تا بزرگی نیروهای وارد بر آن از طرف دو بار دیگر با هم برابر باشند؟

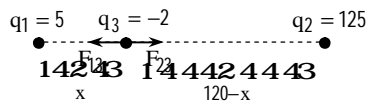
(1) در 20 سانتی‌متری بار q_1 و بین دو بار

(2) در 30 سانتی‌متری بار q_1 و خارج دو بار

(3) در 20 سانتی‌متری بار q_1 و خارج دو بار

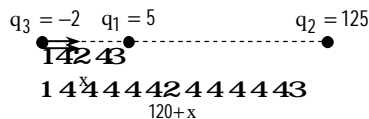
(4) گزینه‌ی 1 و 2

پاسخ: باید دقت شود، در صورت سؤال تنها گفته شده: «نیروهای وارد بر آن برابر باشند»



و در این حالت دو جواب به‌دست می‌آید. یکی بین دو بار و دیگری خارج دو بار. بین دو بار دو نیرو برابر و خلاف جهت هستند و برآیند آنها صفر است، ولی خارج دو بار برابر و هم جهت هستند و برآیند آنها صفر نیست.

$$F_{13} = F_{23} \rightarrow \frac{kq_1q_3}{x^2 \times 10^{-4}} = \frac{kq_2q_3}{(120-x)^2 \times 10^{-4}} \rightarrow \frac{5}{x^2} = \frac{125}{(120-x)^2} \rightarrow \frac{1}{x} = \frac{5}{120-x} \rightarrow x = 20\text{cm}$$



$$F_{13} = F_{23} \rightarrow \frac{kq_1q_3}{x^2 \times 10^{-4}} = \frac{kq_2q_3}{(120+x)^2 \times 10^{-4}} \rightarrow \frac{5}{x^2} = \frac{125}{(120+x)^2} \rightarrow \frac{1}{x} = \frac{5}{120+x} \rightarrow x = 30\text{cm}$$

پس گزینه‌ی (4) را انتخاب می‌کنیم.

m مسأله (6): دو بار نقطه‌ای به فاصله 30 سانتی‌متر از هم قرار گرفته‌اند. این دو بار $q_1 = 18\mu\text{C}$ و $q_2 = 2\mu\text{C}$ هستند. اندازه و نوع بار سوم را به گونه‌ای تعیین کنید که هر سه بار در حال تعادل باشند.

پاسخ: دو بار همنام هستند پس بار سوم باید بین دو بار قرار گیرد. ابتدا مکان بار سوم را پیدا می‌کنیم.

$$F_{13} = F_{23} \rightarrow \frac{kq_1q_3}{(30-x)^2 \times 10^{-4}} = \frac{kq_2q_3}{x^2 \times 10^{-4}} \rightarrow \frac{18}{(30-x)^2} = \frac{2}{x^2} \rightarrow \frac{3}{30-x} = \frac{1}{x} \rightarrow x = 7/5\text{cm}$$

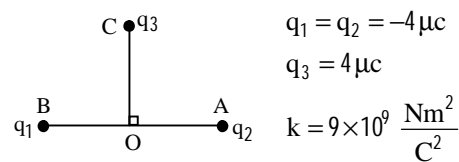
حال تعادل q_2 را بررسی می‌کنیم.

با توجه به اینکه نیروی F_{32} باید نیروی F_{12} را خنثی کند پس q_3 ، q_2 را جذب می‌کند و q_3 باید منفی باشد.

$$F_{32} = F_{12} \rightarrow \frac{kq_3q_2}{7/5^2 \times 10^{-4}} = \frac{kq_1q_2}{30^2 \times 10^{-4}} \rightarrow \frac{q_3}{7/5^2} = \frac{18}{30^2} \rightarrow q_3 = -\frac{9}{8}\mu\text{C}$$

می‌توان بررسی کرد که در این صورت برآیند نیروهای وارد بر q_1 نیز صفر شده و q_1 در تعادل است.

m مسأله (7): در شکل مقابل، اگر $OC = OA = OB = 3\text{cm}$ باشد، همراه با رسم شکل برآیند نیروهای وارد بر بار الکتریکی q_3 را به دست آورید.



پاسخ:

$$AC = BC = \sqrt{OB^2 + OC^2} = 3\sqrt{2}\text{cm}$$

$$F_{13} = F_{23} = \frac{kq_1q_3}{BC^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 4 \times 10^{-6} \times 4 \times 10^{-6}}{9 \times 2 \times 10^{-4}} = 80\text{N}$$

$$F = 2F_{13} \cos \frac{\alpha}{2}$$

$$\cos \frac{\alpha}{2} = \frac{OC}{AC} = \frac{3}{3\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \left\{ \rightarrow F = 2 \times 80 \times \frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow F = 80\sqrt{2}\text{N} \right.$$

تست (6): در شکل روبرو برآیند نیروهای وارد بر بار q_3 چند نیوتن است؟

$10\sqrt{2}$ (2)	10 (1)
$2\sqrt{10}$ (4)	20 (3)

پاسخ: گزینه (1)

$\alpha = 120^\circ$

$$F_{13} = F_{23} = \frac{kq_1q_3}{r^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 3 \times 10^{-6} \times 3 \times 10^{-6}}{81 \times 10^{-4}} = 10\text{N}$$

$$F = 2F_{13} \cos \frac{\alpha}{2} = 2 \times 10 \times \frac{1}{2} = 10\text{N}$$

تست (7): دو گلوله‌ی کوچک هم‌جرم یکی دارای بار $q_1 = q$ و دیگری دارای بار $q_2 = 2q$ را به انتهای دو نخ با طول‌های مساوی بسته و انتهای دیگر نخ‌ها را از یک نقطه می‌آویزیم. زاویه‌ی انحراف دو گلوله از وضعیت تعادل که آن‌ها را به ترتیب α و β می‌گیریم چه رابطه‌ای دارند؟

- (1) $\alpha = \beta$ (2) $\beta = 2\alpha$ (3) $\tan \beta = 2 \tan \alpha$ (4) $2\alpha > \beta > \alpha$

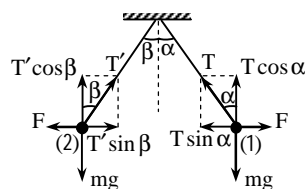
پاسخ: دو جسم بارهای متفاوت دارند ولی نیرویی که به یکدیگر وارد می کنند طبق قانون سوم نیوتون، با هم برابر است.

برای هر جسم می توانیم معادلات زیر را بنویسیم:

$$\left. \begin{aligned} (1) \text{ جسم: } \sum F_x = 0 &\Rightarrow F = T \sin \alpha \\ \sum F_y = 0 &\Rightarrow mg = T \cos \alpha \end{aligned} \right\} \Rightarrow \tan \alpha = \frac{F}{mg}$$

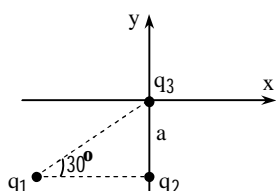
$$(2) \text{ جسم: } \sum F_x = 0 \Rightarrow F = T' \sin \beta$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow mg = T' \cos \beta \left\} \Rightarrow \tan \alpha = \frac{F}{mg} \right\} \Rightarrow \alpha = \beta$$



پس گزینه ی (1) درست است.

m مسئله ی (8): در شکل روبه رو، $q_1 = q_2 = q_3 = 10 \mu\text{C}$ و $a = 50 \text{ cm}$ است. نیروی الکتریکی برآیند وارد بر بار q_3 را بر حسب بردارهای یگه ی \hat{i} و \hat{j} مشخص کنید.



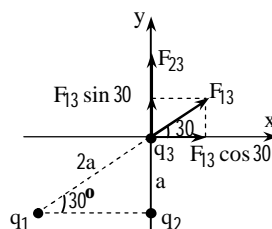
پاسخ: ابتدا نیروهای وارد بر q_3 را محاسبه و رسم می کنیم. نیرویی که بار q_2 بر بار q_3 وارد می کند روی محور y بوده و تجزیه لازم ندارد. ولی نیرویی که بار q_1 بر بار q_3 وارد می کند را باید در راستای محورهای x و y تجزیه کنیم.

$$F_{23} = \frac{kq_2q_3}{a^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 10^{-5} \times 10^{-5}}{0.5^2} = 3/6 \text{ N}$$

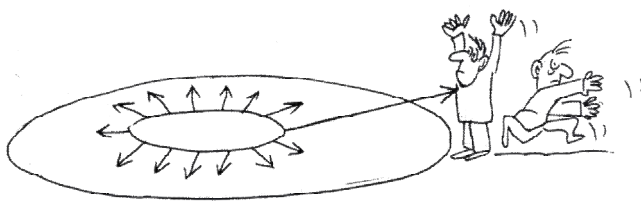
$$F_{13} = \frac{kq_1q_3}{(2a)^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 10^{-5} \times 10^{-5}}{1^2} = 0.9 \text{ N}$$

$$\vec{F} = F_{13} \cos 30^\circ \hat{i} + (F_{23} + F_{13} \sin 30^\circ) \hat{j}$$

$$\Rightarrow \vec{F} = 0.9 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \hat{i} + (3/6 + 0.9 \times \frac{1}{2}) \hat{j} \Rightarrow \vec{F} = \frac{9\sqrt{3}}{20} \hat{i} + 4/5 \hat{j} \text{ (N)}$$



2-4 میدان الکتریکی



اگر باری در نقطه ای از فضا قرار گیرد می تواند به بارهای دیگری که در اطراف آن قرار می گیرند نیرو وارد کند. بنابراین بار در فضای اطراف خود خاصیتی ایجاد کرده که به دلیل وجود بار ایجاد شده است، به این خاصیت میدان الکتریکی گفته می شود. پس میدان الکتریکی خاصیت فضای اطراف یک بار الکتریکی است که در این فضا به بقیه ی بارها نیرو وارد می شود.

مقدار کمی میدان الکتریکی

در هر نقطه از یک میدان الکتریکی، بزرگی میدان الکتریکی یا مقدار کمی میدان برابر است با نیروی وارد بر یکای بار مثبت. جهت قراردادی میدان نیز در هر نقطه، جهت نیروی وارد بر بار مثبت است.

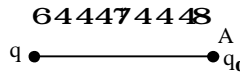
$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} \left(\frac{\text{N}}{\text{C}} \right)$$

هرچه باری که در میدان قرار می دهیم بزرگتر باشد نیروی بیشتری نیز به آن وارد می شود. اگر بار مثبت باشد \vec{F} و \vec{E} هم جهت و اگر بار منفی باشد \vec{F} و \vec{E} خلاف جهت هم خواهند بود.

میدان الکتریکی حاصل از یک ذره باردار

برای محاسبه‌ی میدان الکتریکی حاصل از بار q در نقطه‌ی A ، بار q_0 را در نقطه‌ی A قرار می‌دهیم:

$$\left. \begin{aligned} F &= \frac{kqq_0}{r^2} \\ E &= \frac{F}{q_0} \end{aligned} \right\} \rightarrow \boxed{E = \frac{kq}{r^2}}$$



به این مطلب توجه کنید که در رابطه‌ی $E = \frac{kq}{r^2}$ ، q باری است که میدان را ایجاد می‌کند ولی در رابطه‌ی $E = \frac{F}{q_0}$ ، q_0 بار خارجی است که در میدان الکتریکی قرار گرفته است.

مسئله‌ی (9): بار $q = 5\mu\text{C}$ در نقطه‌ای قرار گرفته است:

الف) بزرگی میدان در فاصله‌ی 30 سانتی‌متری از بار را به دست آورید.

ب) اگر در این نقطه بار $q' = 4\mu\text{C}$ قرار گیرد، نیروی وارد بر آن را به دست آورید.

پاسخ:

$$E = \frac{kq}{r^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 5 \times 10^{-6}}{30^2 \times 10^{-4}} = 5 \times 10^5 \frac{\text{N}}{\text{C}} \quad (\text{الف})$$

$$F = E \cdot q' = 5 \times 10^5 \times 4 \times 10^{-6} = 2 \text{ N} \quad (\text{ب})$$

تست (8): اگر میدان الکتریکی حاصل از بار نقطه‌ای q در فاصله‌ی r_1 برابر E_1 باشد، اندازه‌ی میدان الکتریکی حاصل در فاصله‌ی $r_2 = 2r_1$ برابر چند E_1 است؟

$$\frac{1}{4} \quad (1) \quad \frac{1}{2} \quad (2) \quad 2 \quad (3) \quad \frac{\sqrt{2}}{2} \quad (4)$$

پاسخ: با توجه به رابطه‌ی میدان الکتریکی بار نقطه‌ای $(E = \frac{kq}{r^2})$ ، بزرگی میدان با مجذور فاصله نسبت عکس دارد

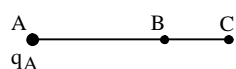
$$\frac{E_2}{E_1} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 = \left(\frac{r_1}{2r_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{E_2}{E_1} = \frac{1}{4}$$

گزینه‌ی (1) درست است.

تست (9): اگر اندازه میدان حاصل از بار الکتریکی نقطه‌ای q را در نقاط B و C به ترتیب با E_B و E_C نشان دهیم و $\frac{AB}{BC} = \frac{3}{2}$ باشد،

نسبت $\frac{E_B}{E_C}$ کدام است؟ (آزاد - ریاضی)

$$\frac{9}{4} \quad (2) \quad \frac{25}{9} \quad (3) \quad \frac{3}{2} \quad (4) \quad 5 \quad (1)$$



پاسخ:

$$\frac{AB}{BC} = \frac{3}{2} \Rightarrow BC = \frac{2}{3} AB$$

$$\frac{E_B}{E_C} = \left(\frac{r_C}{r_B}\right)^2 = \left(\frac{AC}{AB}\right)^2 = \left(\frac{AB+BC}{AB}\right)^2 = \left(\frac{5}{3}\right)^2 = \frac{25}{9}$$

گزینه‌ی (3) درست است.

پرسش (8): اندازه‌ی میدان در یک نقطه $5 \times 10^5 \frac{\text{N}}{\text{C}}$ است و باری که در این نقطه قرار گرفته $4\mu\text{C}$ است. اگر بار $4\mu\text{C}$ را برداشته و به جای آن بار $8\mu\text{C}$ قرار دهیم میدان در آن نقطه چقدر می‌شود؟

پاسخ: میدان یک نقطه خاصیتی است که در آن نقطه وجود دارد و اندازه‌ی آن ربطی به بار خارجی که در آن قرار می‌دهیم ندارد پس میدان

$5 \times 10^5 \frac{\text{N}}{\text{C}}$ باقی می‌ماند.

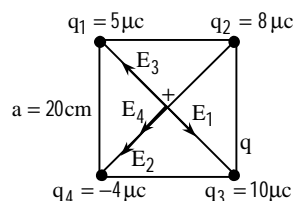
توجه:

می توان برای تجسم مفهوم میدان الکتریکی و مفهوم ضریب گذردهی الکتریکی خلاء ϵ_0 از مثال زیر کمک گرفت. پارچه ای مربع شکل و بزرگ را در نظر بگیرید که از اطراف کاملاً کشیده شده و به طور افقی نگه داشته شده است. روی پارچه گلوله ای قرار می دهیم و در اثر قرار گرفتن گلوله انحنایی در پارچه ایجاد می شود. هرچه از گلوله دور می شویم انحنای پارچه کمتر می شود و این به معنی ضعیف شدن میدان است. اگر گلوله عوض شود انحنای آن نیز عوض می شود یعنی اندازه ی میدان ایجاد شده تابعی از باری است که میدان را ایجاد می کند. حال مفهوم ضریب گذردهی را به این ترتیب توصیف می کنیم که اگر پارچه نرم تر یا سخت تر باشد انحنای ایجاد شده نیز متفاوت خواهد بود و به عبارتی انحنای میدان ایجاد شده تابعی از شرایط فیزیکی محیط نیز می باشد. بنابراین، این که میدان ایجاد شده چقدر است وابسته به این است که بار در خلاء قرار گرفته یا در یک محیط نارسای دیگر. اگر محیط به جای خلاء از جنس یک ماده ی نارسا باشد ضریب گذردهی آن بیشتر از ϵ_0 خواهد بود و خاصیت متفاوتی نسبت به خلاء ایجاد می شود.

محاسبه ی میدان چند بار نقطه ای

اگر چند بار نقطه ای در فضا قرار گیرند، برای محاسبه ی میدان در یک نقطه از فضا، میدان هر یک از بارها در آن نقطه را بدون توجه به بقیه ی بارها به دست آورده و برآیند آنها را به دست می آوریم. برای به دست آوردن جهت میدان، در آن نقطه بار مثبت فرضی قرار می دهیم.

m مسأله ی (10): میدان در مرکز مربع شکل زیر را به دست آورید.



$$r = \frac{a\sqrt{2}}{2} = 10\sqrt{2} \text{ cm}$$

$$E_1 = \frac{kq_1}{r^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 5 \times 10^{-6}}{200 \times 10^{-4}} = 22.5 \times 10^5 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

$$E_2 = \frac{kq_2}{r^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 8 \times 10^{-6}}{200 \times 10^{-4}} = 36 \times 10^5 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

$$E_3 = \frac{kq_3}{r^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 10 \times 10^{-6}}{200 \times 10^{-4}} = 45 \times 10^5 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

$$E_4 = \frac{kq_4}{r^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 4 \times 10^{-6}}{200 \times 10^{-4}} = 18 \times 10^5 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

$$E = \sqrt{(E_3 - E_1)^2 + (E_4 + E_2)^2} = \sqrt{(22.5 \times 10^5)^2 + (54 \times 10^5)^2} = \sqrt{(4.5 \times 10^5)^2 (5^2 + 12^2)}$$

$$\rightarrow E = 4.5 \times 10^5 \times 13 = 58.5 \times 10^5 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

توجه:

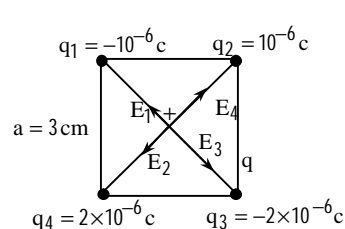
در مسایلی که باید بین چند میدان برآیند بگیریم، بهتر است از ابتدا هر چه عامل مشترک بین میدانها وجود دارد را فاکتور گرفته و در آخر محاسبه ی کسر را انجام دهیم. با این کار حجم محاسبات بسیار کم می شود.

در سؤال قبل می توانیم به شکل زیر عمل کنیم:

$$E = \sqrt{(E_3 - E_1)^2 + (E_4 + E_2)^2} = \sqrt{\left(\frac{kq_3}{r^2} - \frac{kq_1}{r^2}\right)^2 + \left(\frac{kq_4}{r^2} + \frac{kq_2}{r^2}\right)^2}$$

$$= \frac{9 \times 10^9 \times 10^{-6}}{200 \times 10^{-4}} \sqrt{(10 - 5)^2 + (4 + 8)^2} = 4.5 \times 10^5 \times \sqrt{169} = 4.5 \times 10^5 \times 13 = 58.5 \times 10^5 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

m مسأله ی (11): بزرگی میدان الکتریکی را در مرکز مربع شکل زیر به دست آورید.



$$r = \frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{3\sqrt{2}}{2} \text{ cm}$$

$$E = \sqrt{(E_3 - E_1)^2 + (E_4 - E_2)^2} = \sqrt{\left(\frac{kq_3}{r^2} - \frac{kq_1}{r^2}\right)^2 + \left(\frac{kq_4}{r^2} - \frac{kq_2}{r^2}\right)^2}$$

$$= \frac{9 \times 10^9 \times 10^{-6}}{\frac{9}{2} \times 10^{-4}} \sqrt{(2 - 1)^2 + (2 - 1)^2} = 2\sqrt{2} \times 10^7 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

تست (10): دو بار $q_1 = 3\mu\text{C}$ و $q_2 = -12\mu\text{C}$ در فاصله‌ی 20 سانتی‌متری از هم قرار دارند. در چه نقطه‌ای میدان الکتریکی صفر می‌شود؟

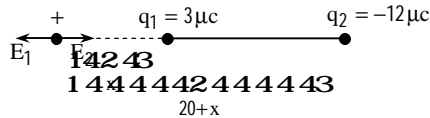
(1) روی پاره‌خط در 5 سانتی‌متری بار q_1

(2) خارج پاره‌خط در 20 سانتی‌متری بار q_1

(3) روی پاره‌خط در 5 سانتی‌متری بار q_2

(4) خارج پاره‌خط در 20 سانتی‌متری بار q_2

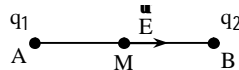
پاسخ:



$$E_1 = E_2 \rightarrow \frac{kq_1}{r_1^2} = \frac{kq_2}{r_2^2} \rightarrow \frac{3}{x^2} = \frac{12}{(20-x)^2} \rightarrow \frac{1}{x} = \frac{2}{20-x} \rightarrow x = 20\text{cm}$$

نتیجه: اگر دو بار نقطه‌ای داشته باشیم می‌توان نقطه‌ای را پیدا کرد که میدان الکتریکی برآیند در آن نقطه صفر باشد. اگر دو بار همنام باشند نقطه‌ی مورد نظر بین دو بار و اگر ناهمنام باشند روی امتداد پاره‌خط واصل دو بار و خارج از فاصله‌ی دو بار خواهد بود. و در هر دو صورت این نقطه به باری که اندازه‌ی آن کوچکتر است، نزدیکتر است.

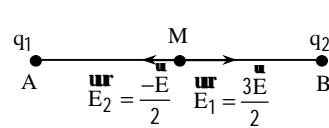
m مسأله‌ی (12): میدان الکتریکی در نقطه‌ی M در وسط پاره‌خط AB، \vec{E} می‌باشد. با حذف بار q_1 ، میدان در آن نقطه $-\frac{\vec{E}}{2}$ می‌شود نسبت $\frac{q_1}{q_2}$ چقدر است؟



پاسخ: میدان الکتریکی در نقطه‌ی M، برآیند دو میدان ایجاد شده توسط بارهای q_1 و q_2 می‌باشد.

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 \quad (1)$$

با حذف بار q_1 ، در نقطه‌ی M فقط میدان الکتریکی بار q_2 باقی می‌ماند.



$$\vec{E}_2 = -\frac{\vec{E}}{2} \quad (2)$$

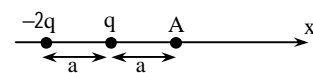
$$\vec{E} = \vec{E}_1 - \frac{\vec{E}}{2} \rightarrow \vec{E}_1 = \frac{3\vec{E}}{2}$$

با توجه به جهت \vec{E}_1 و \vec{E}_2 می‌توان گفت هر دو بار q_1 و q_2 مثبت هستند.

$$\left. \begin{aligned} E_1 = \frac{3E}{2} &\rightarrow \frac{kq_1}{AM^2} = \frac{3E}{2} \\ E_2 = \frac{E}{2} &\rightarrow \frac{kq_2}{BM^2} = \frac{E}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{q_1}{q_2} = 3$$

$AM = BM$

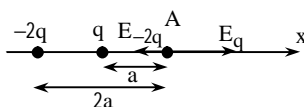
تست (11): میدان الکتریکی حاصل از بارهای شکل زیر در نقطه‌ی A، کدام است؟



$$(1) \frac{3kq}{2a^2} \text{ در جهت مثبت } x \quad (2) \frac{kq}{2a^2} \text{ در جهت منفی } x$$

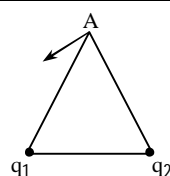
$$(3) \frac{kq}{2a^2} \text{ در جهت مثبت } x \quad (4) \frac{3kq}{2a^2} \text{ در جهت منفی } x$$

پاسخ:



$$E_{-2q} = \frac{k \times 2q}{(2a)^2}, E_q = \frac{k \times q}{a^2} \Rightarrow E_A = \frac{kq}{a^2} - \frac{kq}{2a^2} = \frac{kq}{2a^2}$$

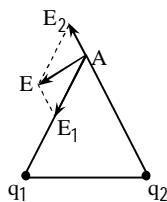
$E_q > E_{-2q}$ است پس برآیند آنها در جهت مثبت محور x می‌شود. یعنی گزینه‌ی (3) درست است.



تست (12): میدان الکتریکی حاصل از دو بار نقطه‌ای q_1 و q_2 در نقطه‌ی A که از دو بار به یک فاصله است،

مطابق شکل می‌باشد. کدام صحیح است؟

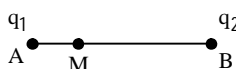
- (1) q_1 مثبت و اندازه‌ی آن بزرگ‌تر است.
- (2) q_2 مثبت و اندازه‌ی آن بزرگ‌تر است.
- (3) q_2 منفی و اندازه‌ی آن بزرگ‌تر است.
- (4) q_1 منفی و اندازه‌ی آن بزرگ‌تر است.



پاسخ: باید بردار E را در راستای اضلاع مثلث تجزیه کنیم تا میدان الکتریکی ایجاد شده در نقطه‌ی A توسط بارهای

q_1 و q_2 به‌دست آید.

با توجه به جهت بردارهای E_1 و E_2 ، بارهای q_1 و q_2 به‌ترتیب، منفی و مثبت هستند. با توجه به یکسان بودن فاصله‌ی دو بار تا نقطه‌ی A و با توجه به بزرگ‌تر بودن E_1 از E_2 ، اندازه‌ی q_1 بزرگ‌تر از q_2 است. گزینه‌ی (4) درست است.



تست (13): در نقطه‌ی M میدان الکتریکی \vec{E} می‌باشد. با حذف q_2 میدان در آن نقطه $\frac{\vec{E}}{3}$ می‌شود.

کدام گزینه است؟ $\frac{q_2}{q_1}$ $(AM = \frac{1}{2} MB)$

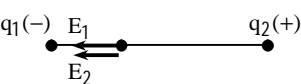
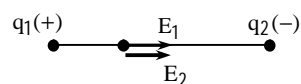
- (1) $\frac{1}{2}$
- (2) -2
- (3) 8
- (4) -8

پاسخ: اگر دو بار q_1 و q_2 همنام باشند میدان‌های آن دو در نقاط بین A و B خلاف جهت خواهند بود.



$q_1(-)$

اگر دو بار ناهمنام باشند میدان‌های آن دو در نقاط بین A و B هم‌جهت خواهند بود.



اکنون به بررسی \vec{E}_1 و \vec{E}_2 می‌پردازیم:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 \quad (1)$$

$$\vec{E}_1 = \frac{\vec{E}}{3} \quad (2)$$

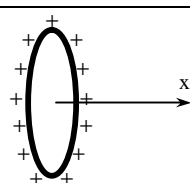
$$\vec{E} = \frac{\vec{E}}{3} + \vec{E}_2 \rightarrow \vec{E}_2 = \frac{2\vec{E}}{3}$$

$$\left. \begin{aligned} E_1 = \frac{E}{3} &\rightarrow \frac{kq_1}{AM^2} = \frac{E}{3} \\ E_2 = \frac{2E}{3} &\rightarrow \frac{kq_2}{BM^2} = \frac{2E}{3} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{kq_1}{AM^2} = \frac{E}{3} \rightarrow \frac{4q_1}{q_2} = \frac{1}{2} \rightarrow \frac{q_2}{q_1} = 8$$

$$AM = \frac{1}{2} BM$$

$$\frac{q_2}{q_1} = -8$$

دو بردار \vec{E}_1 و \vec{E}_2 هم‌جهت هستند پس دو بار q_1 و q_2 ناهمنام هستند. پس داریم:

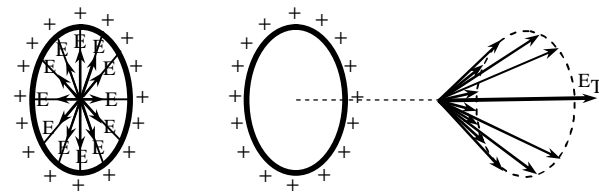


تست (14): در شکل روبه‌رو، محور حلقه‌ی رسانای باردارى منطبق بر محور x ها است.

اگر روی این محور از مرکز حلقه تا فاصله‌ی دور جابه‌جا شویم، میدان الکتریکی چگونه تغییر می‌کند؟

- (1) پیوسته کاهش
- (2) پیوسته افزایش
- (3) ابتدا افزایش، سپس کاهش
- (4) ابتدا کاهش، سپس افزایش

پاسخ: بار روی حلقه به صورت متقارن پخش می‌شود. بنابراین، میدان الکتریکی در مرکز حلقه صفر است.



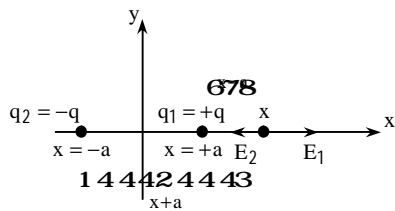
ولی در بقیه نقاط روی محور x برآیند میدان‌های الکتریکی صفر نیست و منطبق بر محور x است. در نقاط خیلی دور ($r \rightarrow \infty$)، میدان الکتریکی بسیار کوچک شده و به سمت صفر میل می‌کند. پس در حرکت روی محور x ها از مرکز حلقه میدان ابتدا افزایش یافته و سپس کاهش می‌یابد. گزینه‌ی (3) درست است.

میدان دوقطبی الکتریکی

به دو بار $+q$ و $-q$ که در فاصله‌ی مشخصی مانند $2a$ از یکدیگر قرار گرفته‌اند دوقطبی الکتریکی گفته می‌شود. می‌توانیم میدان الکتریکی حاصل از دو قطبی‌ها را قسمت‌های مختلف صفحه محاسبه کنیم.

m مسأله‌ی (13): دو بار $+q$ و $-q$ به ترتیب در مختصات $x = +a$ و $x = -a$ قرار گرفته‌اند. میدان دوقطبی را در نقطه‌ای به مختصات x به دست آورید.

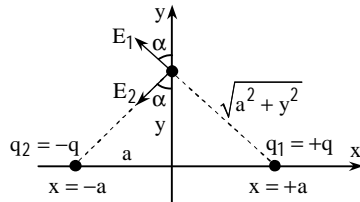
پاسخ:



$$\begin{aligned} \vec{E} &= \vec{E}_1 + \vec{E}_2 \Rightarrow E = E_1 - E_2 = \frac{kq}{(x-a)^2} - \frac{kq}{(x+a)^2} \\ &= \frac{kq((x+a)^2 - (x-a)^2)}{(x^2 - a^2)^2} = \frac{kq \times 2x \times 2a}{(x^2 - a^2)^2} = \frac{4kqax}{(x^2 - a^2)^2} \end{aligned}$$

m مسأله‌ی (14): در سؤال بالا میدان دوقطبی را در نقطه‌ی به مختصات y به دست آورید.

پاسخ:



$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

$$E_1 = E_2 = \frac{kq}{a^2 + y^2}$$

در راستای y میدان برآیند صفر است، زیرا $E_2 \cos \alpha = E_1 \cos \alpha$ است. و فقط میدان‌های افقی باقی می‌مانند:

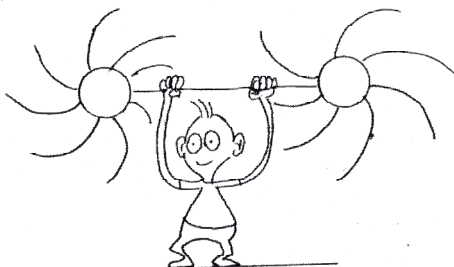
$$\left. \begin{aligned} E &= E_1 \sin \alpha + E_2 \sin \alpha \\ \sin \alpha &= \frac{a}{\sqrt{a^2 + y^2}} \end{aligned} \right\} \rightarrow E = 2 \frac{kq}{a^2 + y^2} \times \frac{a}{\sqrt{a^2 + y^2}} \rightarrow E = \frac{2kqa}{(a^2 + y^2)^{3/2}}$$

توجه: اگر $a \gg x$ یا $a \gg y$ باشد. از a^2 در مقابل x^2 یا y^2 می‌توان صرف‌نظر کرد. در این صورت $E = \frac{2kqa}{y^3}$ یا $E = \frac{4kqa}{x^3}$

خواهد شد. یعنی در فاصله‌های میدان دوقطبی الکتریکی با مکعب فاصله نسبت وارون دارد.

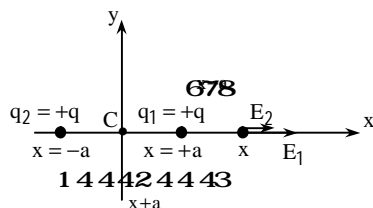
میدان دو بار هم اندازه

اگر دو بار برابر و همنام در فاصله‌ی $2a$ از یکدیگر قرار داشته باشند می‌توان میدان حاصل از دو بار روی محور x یا y بررسی کرد.



m مسأله ی (15): دو بار $+q$ در مختصات $x = +a$ و $x = -a$ قرار گرفته اند. میدان برآیند در نقطه ای روی محور x را به دست آورید.

پاسخ:



$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 \rightarrow E = E_1 + E_2 = \frac{kq}{(x-a)^2} + \frac{kq}{(x+a)^2}$$

$$= \frac{kq((x-a)^2 + (x+a)^2)}{(x^2 - a^2)^2} \Rightarrow E = \frac{2kq(x^2 + a^2)}{(x^2 - a^2)^2}$$

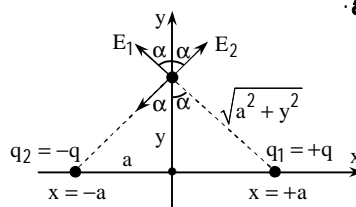
m مسأله ی (16): در سؤال بالا میدان برآیند در نقطه ای روی محور y را به دست آورید.

پاسخ:

$$E_1 = E_2 = \frac{kq}{a^2 + y^2}$$

$$E_1 \sin \alpha = E_2 \sin \alpha \rightarrow \sum E_x = 0$$

$$E = E_1 \cos \alpha + E_2 \cos \alpha = 2 \frac{kq}{a^2 + y^2} \times \frac{y}{\sqrt{a^2 + y^2}} \Rightarrow E = \frac{2kqy}{(a^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}}$$

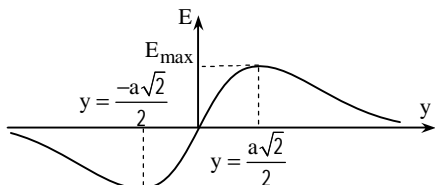


اگر a ؟ y باشد. در این صورت از a^2 در مقابل y^2 می توان صرف نظر کرد و میدان برابر با $E = \frac{2kq}{y^2}$ می گردد و مانند این است که یک بار نقطه ای $2q$ در مرکز خط واصل دو بار (نقطه ی C) قرار دارد. این مطلب سرآغاز این موضوع است که اگر کره ی بارداری در اختیار داشته باشیم می توان تمام بار کره را در مرکز کره در نظر گرفت و در فواصل دور میدان بار گسترده را به صورت بار نقطه ای بررسی کرد.

m مسأله ی (17): درجه نقطه ای روی محور y میدان الکتریکی بیشینه است؟

پاسخ: با توجه به رابطه ی $E = \frac{2kqy}{(a^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}}$ مشخص است که اگر $y = 0$ باشد، میدان برآیند صفر است. ضمناً در فاصله های بسیار دور

($y \rightarrow \infty$)، مخرج کسر بی نهایت بوده و میدان صفر می شود. پس میدان در یک نقطه روی محور y بیشینه خواهد بود. برای پیدا کردن این نقطه باید مشتق E نسبت به y را مساوی صفر قرار دهیم.



$$\frac{dE}{dy} = 0 \rightarrow \frac{2kq(a^2 + y^2)^{\frac{3}{2}} - \frac{3}{2}(a^2 + y^2)^{\frac{1}{2}} \times 2y \times 2kqy}{(a^2 + y^2)^3} = 0$$

$$\rightarrow 2kq(a^2 + y^2)^{\frac{1}{2}}[(a^2 + y^2) - 3y^2] = 0 \rightarrow a^2 - 2y^2 = 0 \rightarrow y = \pm \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

❖ 2-5 خطوط میدان الکتریکی

برای تجسم و رسم میدان الکتریکی اطراف یک بار الکتریکی باید روشی انتخاب کنیم تا وجود میدان اطراف بار و ضعیف شدن آن در فواصل دورتر را نشان دهد می توانیم با رنگ کردن محیط اطراف بار، این پدیده را نشان می دهیم.

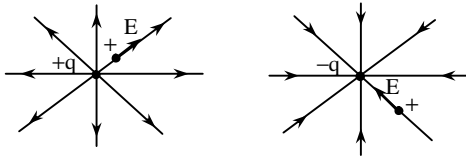
ولی ایراد این روش این است که نمی توان شدت رنگ اطراف بار را تخمین زد و رسم این شکل برای بارهای مختلف و مقایسه شدت رنگ آنها امکان پذیر نیست. همچنین آهنگ کم رنگ شدن رنگ اطراف یک بار روند مشخصی ندارد و با چشم قابل تشخیص نیست.

پس برای رسم و تجسم میدان اطراف یک بار از خطوطی فرضی استفاده می کنیم که به آنها خطوط میدان گفته می شود. این خطوط دارای خواص زیر هستند:

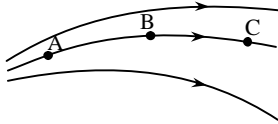
- 1- بردار میدان الکتریکی در هر نقطه بر خط میدان مماس است.
- 2- جهت خطوط همان جهت میدان الکتریکی (\vec{E}) می باشد، یعنی جهت نیروی وارد بر بار مثبت.
- 3- هرچه خطوط فشرده تر رسم شوند میدان قوی تر است و هرچه پراکنده تر رسم شوند میدان ضعیف تر است.
- 4- در هیچ نقطه ای خطوط میدان یک دیگر را قطع نمی کنند. (مگر در محل بار)
- 5- خطوط میدان بر سطح رسانا عمودند.

رسم خطوط میدان الکتریکی بار نقطه‌ای

برای دو بار نقطه‌ای $+q$ و $-q$ خطوط میدان به صورت زیر رسم می‌شوند:
به بار مثبت فرضی که برای تعیین جهت میدان به کار برده می‌شود بار آزمون گفته می‌شود.



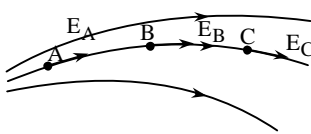
پرسش (9): خطوط میدان الکتریکی مطابق شکل داده شده است. بردار میدان در نقاط A، B و C را رسم کرده و اندازه‌ی میدان را در این نقاط مقایسه کنید.



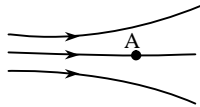
پاسخ: در نقطه‌ی A تراکم خطوط بیشتر از نقطه‌ی B و در نقطه‌ی B بیشتر از تراکم خطوط در نقطه‌ی C می‌باشد پس:

$$E_A > E_B > E_C$$

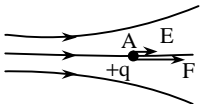
اگر در این نقاط برداری مماس بر خطوط و در جهت خطوط میدان رسم کنیم بردار الکتریکی به دست می‌آید.



پرسش (10): اگر در نقطه‌ی A بار مثبت قرار دهیم به کدام سمت حرکت می‌کند؟



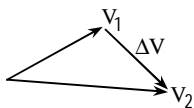
پاسخ: به بار مثبت در جهت خطوط میدان نیرو وارد می‌شود پس به سمت راست به حرکت در می‌آید.



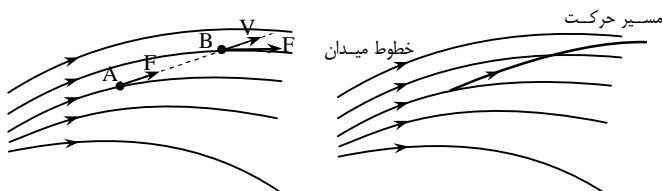
پرسش (11): آیا اگر بار $+q$ را در نقطه‌ی A قرار دهیم در امتداد خطوط میدان حرکت خواهد کرد؟

پاسخ: خیر. به طور کلی راستای حرکت یک جسم بار راستای نیرو یکسان نیست. طبق رابطه‌ی $\vec{F} = m\vec{a}$

نیرو هم راستا با شتاب است و طبق رابطه‌ی $\vec{a} = \frac{\Delta \vec{V}}{\Delta t}$ شتاب هم راستا با بردار تغییر سرعت است. بردار تغییر سرعت لزوماً با راستای حرکت که همان بردار سرعت لحظه‌ای است هم راستا نیست.



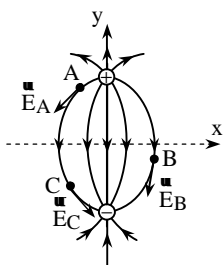
در صورتی راستای نیرو (F) و حرکت (V) بر هم منطبق می‌شوند که مسیر حرکت خط راست باشد.



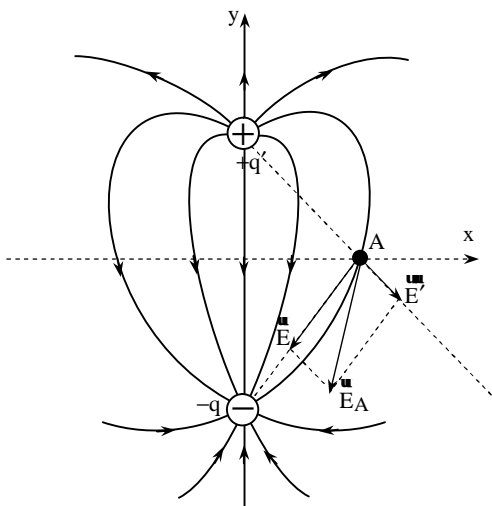
راستای نیروی وارد بر بار نقطه‌ای در نقطه‌ی A مماس بر خطوط میدان است و باعث حرکت بار در امتداد خط AB می‌شود. با جابه‌جایی بار به اندازه‌ی پاره‌خط کوچک AB، جسم به نقطه‌ای B می‌رسد و راستای حرکت و سرعت آن در امتداد خط AB است در صورتی که در نقطه‌ی B راستای نیرو عوض شده است و مماس بر خط میدانی است که از نقطه‌ی B می‌گذرد. F در نقطه‌ی B باعث تغییر مسیر مجدد می‌شود. به این ترتیب بار مسیری منحنی شکل را طی می‌کند که خطوط میدان را قطع می‌کند.

پرسش (12): خطوط میدان الکتریکی یک دوقطبی الکتریکی را رسم کنید.

پاسخ: اگر بخواهیم خطوط میدان دوقطبی الکتریکی را رسم کنیم شکلی متقارن به وجود می‌آید:

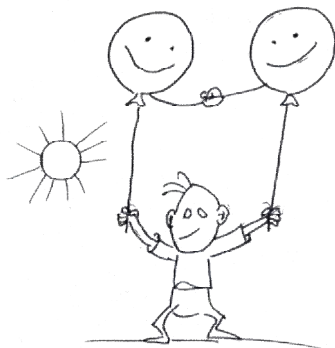


پرسش (13): اگر دو بار هم‌اندازه نباشند شکل خطوط میدان چگونه خواهد بود؟

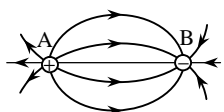


اگر دو بار مثبت و منفی هم‌اندازه نباشند تعداد خط‌های میدان بار بزرگتر بیشتر است و نزدیک بار کوچک‌تر خطوط انحنا‌ی بیشتری دارند و نزدیک بار بزرگ‌تر خطوط انحنا‌ی کمتری داشته و به خط راست نزدیک‌تر هستند. اگر روی عمود منصف پاره‌خط واصل در نقطه‌ای مانند A دو میدان مربوط به دو بار $+q'$ و $-q$ را رسم کنیم با توجه به اینکه فاصله‌ی این نقطه از دو نقطه‌ی A و B یکسان است و اندازه‌ی بار منفی بزرگ‌تر از بار مثبت فرض شده است، \vec{E} از \vec{E}' بزرگ‌تر است و برآیند آن‌ها موازی خط واصل دو بار نمی‌شود. خط میدان در نقطه‌ی A بر این بردار مماس است و خطوط میدان مطابق شکل می‌شوند.

تست (15): روی پاره‌خط AB از نقطه‌ی A که بار $+q$ در آن قرار گرفته به سمت نقطه‌ی B که بار $-q$ در آن قرار دارد حرکت می‌کنیم. میدان الکتریکی چگونه تغییر می‌کند؟

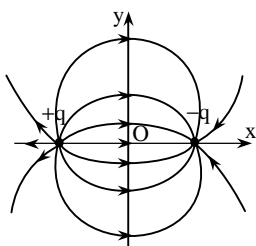


- (1) افزایش می‌یابد.
- (2) کاهش می‌یابد.
- (3) ابتدا افزایش سپس کاهش می‌یابد.
- (4) ابتدا کاهش سپس افزایش می‌یابد.

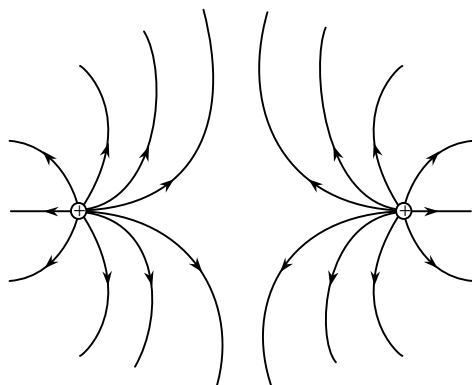


پاسخ: هر چه از نقطه‌ی A به وسط پاره‌خط نزدیک می‌شویم تراکم خطوط میدان کم شده و با نزدیک شدن به نقطه‌ی B تراکم خطوط مجدداً افزایش می‌یابد. بنابراین میدان ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد. گزینه‌ی (4) درست است.

پرسش (14): مطابق شکل روی محور y از نقطه‌ی $-\infty$ به سمت $+\infty$ می‌رویم. میدان الکتریکی چگونه تغییر می‌کند؟

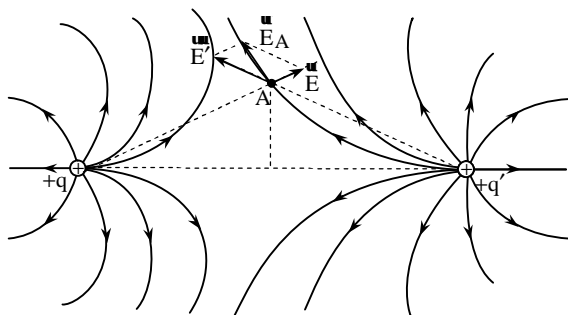


پاسخ: در فاصله‌های دور تراکم خطوط میدان کم است. هرچه به نقطه‌ی O نزدیک می‌شویم تراکم خطوط بیشتر می‌شود و با حرکت به سمت $+\infty$ تراکم خطوط کم می‌شود. پس ابتدا میدان افزایش سپس کاهش می‌یابد. رسم خطوط دو بار همنام و هم‌اندازه به صورت زیر است:



در این شکل دو بار مثبت انتخاب شده‌اند اگر هر دو بار منفی باشد شکل خطوط میدان فرقی نمی‌کند فقط جهت خطوط میدان به سمت بارها خواهد بود.

پرسش (15): اگر دو بار $+q$ و $+q'$ ($q' > q$) در دو طرف یک پاره‌خط قرار گیرند شکل خطوط میدان چگونه خواهد بود؟



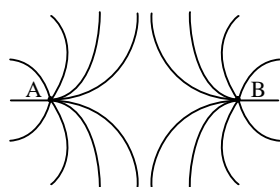
پاسخ: شکل تقارن قبل را نخواهد داشت و خطوط نزدیک بار کوچکتر انحنای بیشتری دارند، دقت کنید خط‌های خروجی از بار بزرگتر نیز همواره با تعداد بیشتری رسم می‌شوند.

اگر روی عمود منصف پاره‌خط واصل دو بار در نقطه‌ای مانند A میدان \vec{E} و \vec{E}' حاصل از دو بار q و q' را رسم کنیم، $E' > E$ است زیرا q' از q بزرگتر است.

پس برآیند این دو بیشتر به E' نزدیک است و منطبق بر عمود منصف نمی‌شود. خط میدان در نقطه‌ی A باید مماس بر \vec{E}_A رسم شود.

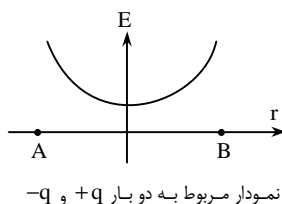
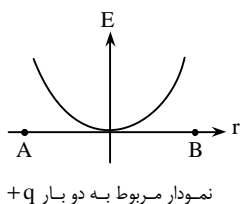
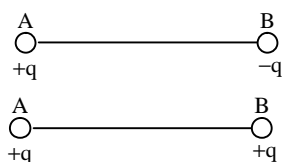
تست (16): دو بار هم‌اندازه و هم‌نام در دو نقطه‌ی A و B قرار گرفته‌اند. با حرکت از A به سمت B میدان چگونه تغییر می‌کند؟
(1) افزایش می‌یابد. (2) کاهش می‌یابد.

(3) ابتدا افزایش سپس کاهش می‌یابد. (4) ابتدا کاهش سپس افزایش می‌یابد.



پاسخ: با توجه به شکل خطوط میدان، با حرکت از A به سمت B تراکم خطوط تا وسط پاره‌خط کاهش و سپس افزایش می‌یابد. بنابراین میدان الکتریکی ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد. گزینه‌ی (4) درست است.

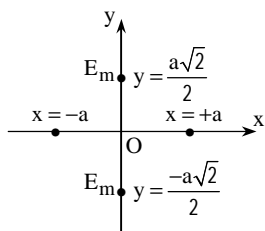
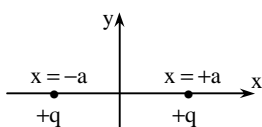
پرسش (16): در شکل‌های رسم شده در حرکت از A تا B چه تفاوتی بین تغییرات میدان وجود دارد؟



پاسخ: می‌دانیم وسط فاصله‌ی دو بار هم‌اندازه و هم‌نام میدان الکتریکی صفر است. در هر دو شکل با حرکت از A تا B ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد (با توجه به تراکم خطوط در رسم میدان آن‌ها)

ولی در شکل بالا این کاهش هیچگاه به صفر نمی‌رسد در صورت که در شکل پایین میدان در وسط پاره‌خط صفر می‌شود. می‌توان به طور کیفی نمودار تغییر میدان را بر حسب فاصله رسم کرد.

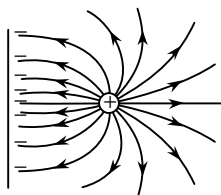
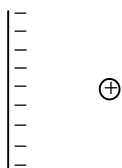
پرسش (17): در شکل رسم شده در حرکت روی محور y از $-\infty$ به $+\infty$ میدان چگونه تغییر می‌کند؟



پاسخ: میدان در مرکز مختصات، نقطه‌ی O صفر است. ضمناً میدان $y \rightarrow +\infty$ و $y \rightarrow -\infty$ نیز صفر است. قبلاً محاسبه کردیم که در $y = \pm \frac{a\sqrt{2}}{2}$ میدان بیشینه است.

پس در حرکت از $-\infty$ تا $+\infty$ روی محور y ابتدا میدان افزایش می‌یابد (تا در نقطه‌ی $y = \frac{-a\sqrt{2}}{2}$ بیشینه شود) سپس کاهش می‌یابد (تا در نقطه‌ی O صفر شود) سپس مجدداً افزایش می‌یابد (تا در نقطه‌ی $y = \frac{+a\sqrt{2}}{2}$ بیشینه شود) و در نهایت کاهش می‌یابد (تا در فاصله‌ی دور، $y \rightarrow +\infty$ میدان به صفر برسد)

پرسش (18): خطوط میدان حاصل از یک‌بار نقطه‌ای و یک صفحه رسانا را رسم کنید.



پاسخ: خطوط از بار مثبت خارج شده به سمت بار منفی رسم می‌شوند و بر سطح رسانا عمود می‌باشند.

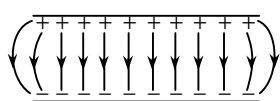
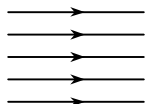
میدان الکتریکی یکنواخت

به میدانی که اندازه، راستا و جهت آن در قسمتی از فضا ثابت باشد میدان یکنواخت گفته می‌شود.

پرسش (19): خطوط میدان یکنواخت چگونه رسم می‌شوند؟

پاسخ: از آن‌جا که تراکم خطوط مشخص کننده‌ی اندازه‌ی میدان است و مقدار میدان ثابت است پس باید خطوط با تراکم یکسان یعنی با فاصله‌ی مساوی رسم شوند. از آن‌جا که جهت و راستای میدان ثابت است.

خطوط میدان که مماس بر بردارهای میدان هستند باید راستای ثابتی داشته باشد پس خطوطی راست با فاصله‌های یکسان خواهند بود.



* میدان یکنواخت توسط دو صفحه‌ی رسانای موازی با بارهای هم‌اندازه و ناهم‌نام بوجود می‌آید. میدان در نزدیکی لبه‌های صفحه‌ها یکنواخت نیست و فقط بین دو صفحه و دور از لبه‌ها یکنواخت است.

2-6 نیروی وارد بر الکتریکی در میدان الکتریکی

اگر بار q در میدان الکتریکی \vec{E} قرار گیرد، از طرف میدان بر آن نیرو وارد می‌شود. این نیرو از رابطه‌ی زیر به‌دست می‌آید:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} \Rightarrow \vec{F} = q\vec{E}$$

اگر q مثبت باشد دو بردار \vec{F} و \vec{E} هم‌راستا و هم‌جهت هستند ولی اگر q منفی باشد، دو بردار \vec{F} و \vec{E} هم‌راستا ولی خلاف جهت هم می‌باشند. میدان الکتریکی در یک نقطه به عوامل زیر بستگی دارد.

1- اندازه‌ی بار الکتریکی که میدان الکتریکی را ایجاد کرده است.

2- نحوه‌ی توزیع بار الکتریکی

3- فاصله‌ی نقطه‌ی مورد نظر از جسم باردار

نتیجه:

اگر بار q در فضا، میدان الکتریکی ایجاد کند، چنانچه بار q_0 را در این میدان قرار دهیم، میدان الکتریکی بار q در هر نقطه به اندازه و نوع بار خارجی q_0 بستگی ندارد. در واقع میدان الکتریکی در یک نقطه به بار خارجی که در نقطه قرار می‌گیرد وابسته نیست و اگر در یک نقطه بار q_0 قرار دهیم و یا آن را تغییر دهیم و یا آن را حذف کنیم میدان آن نقطه تغییری نمی‌کند.

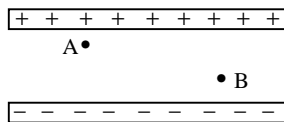
تست (17): در یک نقطه از فضا بر بار -5 C نیروی $\vec{F} = -400\hat{i} + 300\hat{j}$ بر حسب نیوتون وارد می‌شود. میدان الکتریکی در این نقطه بر حسب $\frac{\text{N}}{\text{C}}$ کدام است؟

(1) $\vec{E} = -80\hat{i} + 60\hat{j}$ (2) $\vec{E} = -2000\hat{i} + 1500\hat{j}$ (3) $\vec{E} = 2000\hat{i} - 1500\hat{j}$ (4) $\vec{E} = 80\hat{i} - 60\hat{j}$

پاسخ: گزینه‌ی (4)

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} = \frac{-400\hat{i} + 300\hat{j}}{-5} = 80\hat{i} - 60\hat{j} \text{ (N)}$$

تست (18): در شکل زیر دو صفحه‌ی موازی دارای بار الکتریکی غیر همنام به مقدار مساوی می‌باشند. اگر یک ذره با بار الکتریکی در نقطه‌ی A یا B قرار گیرد، اندازه‌ی نیروی وارد بر آن:



- (1) در دو نقطه یکسان است.
- (2) در نقطه‌ی A بیش‌تر است.
- (3) در نقطه‌ی B بیش‌تر است.
- (4) بستگی به نوع بار ذره دارد.

پاسخ: بین دو صفحه‌ی رسانای موازی دارای بارهای برابر و ناهمنام، میدان یکنواخت است. یعنی: $E_A = E_B$. پس طبق رابطه‌ی $F = E.q$ نیروی وارد بر ذره‌ی باردار در نقاط A و B یکسان است. گزینه‌ی (1) درست است.

تست (19): هرگاه یک پروتون، یک الکترون و یک ذره‌ی آلفا در داخل یک میدان الکتریکی قوی و یکنواخت قرار گیرند، به کدام یک، از طرف میدان نیروی بیش‌تری وارد می‌شود؟ (بار ذره‌ی آلفا دو برابر پروتون است)

- (1) الکترون
 - (2) پروتون
 - (3) ذره‌ی آلفا
 - (4) به هر سه ذره نیروی مساوی وارد می‌شود.
- پاسخ:** گزینه‌ی (3)

بار الکترون و پروتون برابر و نیروی وارد بر آنها نیز برابر است. بار ذره‌ی آلفا بیشتر از آنها و نیروی وارد بر آن نیز بیش‌تر از الکترون و پروتون است.

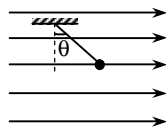
m مسئله‌ی (18): ذره‌ای با بار q در میدان الکتریکی یکنواخت به اندازه‌ی $5 \times 10^4 \frac{\text{N}}{\text{C}}$ که جهت آن قائم و به طرف بالا است معلق و به حال سکون قرار دارد. اگر جرم ذره $5g$ و $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ باشد، نوع و اندازه‌ی بار ذره را تعیین کنید.

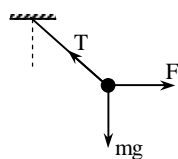
پاسخ: جهت F باید به سمت بالا باشد تا نیروی وزن را خنثی کند. پس جهت نیرو با میدان الکتریکی هم‌جهت بوده و بار مثبت است.

$$F = mg \Rightarrow E.q = mg \Rightarrow 5 \times 10^4 \times q = 5 \times 10^{-3} \times 10 \Rightarrow q = 10^{-6} \text{ C}$$

m مسئله‌ی (19): در شکل زیر، یک آونگ الکتریکی در میدان یکنواخت در تعادل است. اگر ناگهان میدان الکتریکی حذف شود، بلافاصله پس از حذف میدان شتاب گلوله‌ی آونگ چقدر خواهد شد؟

$E = 10 \frac{\text{N}}{\text{C}}$
 $q = +4 \text{ mc}$
 $m = 2g$





پاسخ: سه نیروی T ، F (کشش نخ) و mg به جسم وارد می‌شوند و برآیند آنها صفر است.

$$\vec{T} + \vec{mg} + \vec{F} = \vec{0} \quad (1)$$

اگر میدان الکتریکی را حذف کنیم، نیروی \vec{F} حذف شود و \vec{mg} و \vec{T} به جسم شتاب می‌دهند.

$$\vec{T} + \vec{mg} = m\vec{a} \quad (2)$$

با استفاده از رابطه‌ی (1) و (2) داریم:

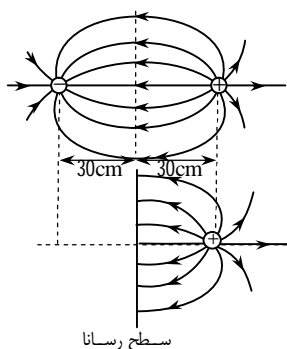
$$\Rightarrow a = \frac{E \cdot q}{m} = \frac{10 \times 4 \times 10^{-3}}{2 \times 10^{-3}} \Rightarrow a = 20 \frac{m}{s^2} \quad \left. \begin{array}{l} \vec{T} + \vec{mg} = -\vec{F} \\ \vec{T} + \vec{mg} = m\vec{a} \end{array} \right\} \Rightarrow -\vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow -E \cdot q = m\vec{a} \quad \vec{T} + \vec{mg} + \vec{F} = \vec{0} \Rightarrow$$

m مسئله‌ی (20): بار نقطه‌ای $+2\mu C$ را در 30 سانتی‌متری صفحه رسانایی که به زمین متصل است قرار می‌دهیم. نیرویی که بار

نقطه‌ای به صفحه وارد می‌کند چند نیوتون است؟

پاسخ: بار $+2\mu C$ بار منفی روی صفحه القا می‌کند و خطوط میدان ایجاد شده شبیه خطوط میدان دو بار

نقطه‌ای $+2\mu C$ و $-2\mu C$ است که در فاصله‌ی 60 سانتیمتری یکدیگر قرار دارند.



پس نیرویی که در هر دو شکل به بار $+2\mu C$ وارد می‌شود یکسان است زیرا هر دو میدان یکسان هستند.

بنابراین نیروی بین دو بار $+2\mu C$ و $-2\mu C$ را محاسبه می‌کنیم:

$$F = \frac{kqq'}{r^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 2 \times 10^{-6} \times 2 \times 10^{-6}}{(0.6)^2} \Rightarrow F = 0.1 \text{ N}$$

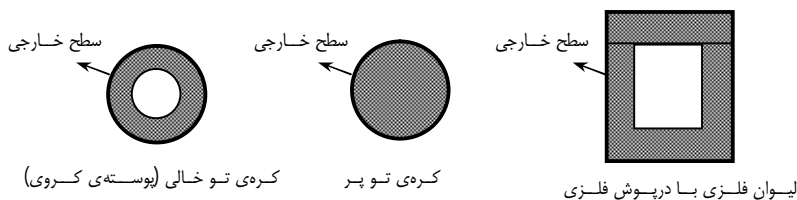
سطح رسانا

2-7 توزیع بار الکتریکی در یک جسم

الف- جسم نارسانا: از آنجا که در جسم نارسانا الکترون‌های آزاد وجود ندارد بار داده شده به آن در محل داده شده باقی می‌ماند و در جسم پخش نمی‌شود. بنابراین ممکن است تراکم بار در بعضی نقاط زیاد بوده و در بعضی نقاط صفر باشد.

ب- جسم رسانا: از آنجا که در جسم رسانا الکترون آزاد وجود دارد بار داده شده در جسم پخش شده و توزیع بار در جسم رسانا دارای خواص زیر است؟

1- بار در سطح خارجی جسم پخش می‌شود. منظور از سطح خارجی سطحی است که با محیط خارجی در تماس است. به عنوان مثال سطح خارجی در شکلهای زیر مشخص شده است.



2- تراکم بار در نقاط نوک تیز (با شعاع انحنای کمتر) بیشتر است. تراکم بار را با کمیتی به نام چگالی سطحی نشان می‌دهیم.

چگالی سطحی بار الکتریکی

به بار الکتریکی موجود در یکای سطح خارجی جسم رسانا چگالی سطحی بار الکتریکی گفته می‌شود. چگالی سطحی را با نماد σ نشان می‌دهیم:

$$\sigma = \frac{q}{A}$$

در این رابطه q بار الکتریکی و A مساحت سطح خارجی جسم است. یکای چگالی سطحی بار الکتریکی کولن بر مترمربع، $\frac{C}{m^2}$ است.

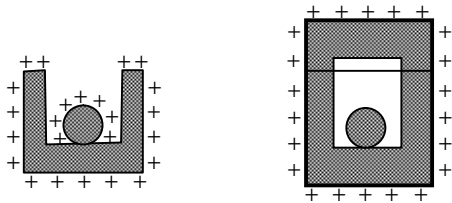
در جسمی مانند کره سطح خارجی آن متقارن است، چگالی سطحی بار در همه‌ی جای آن یکسان است و در بقیه‌ی اجسام که سطح خارجی آن‌ها متقارن نیست چگالی بار در نقاط نوک تیز بیشتر است.

3- پتانسیل الکتریکی در تمام نقاط رسانا یکسان است.

4- میدان الکتریکی درون رسانا صفر است.

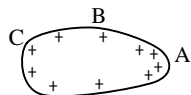
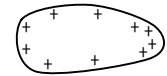
دلیل دو مورد اخیر در مبحث اختلاف پتانسیل الکتریکی (2-9) ارائه خواهد شد.

پرسش (20): یک کره فلزی که دارای بار مثبت است را داخل یک استوانه‌ی فلزی قرار می‌دهیم. یک بار بدون درپوش و بار دیگر روی استوانه درپوش فلزی قرار می‌دهیم. در هر دو حالت توزیع بار را با رسم شکل نشان دهید.



پاسخ: در شکل سمت چپ سطح خارجی شامل سطح کره و استوانه است. در صورتی که در شکل سمت راست سطح خارجی سطح بیرونی استوانه است.

پرسش (21): یک جسم دوکی شکل را مطابق شکل باردار کرده‌ایم. اگر یک آونگ الکتریکی باردار که بار آن هم‌نام بار جسم دوکی شکل است را به نقاط مختلف آن نزدیک کنیم چگونه منحرف می‌شود؟



پاسخ: در محدوده‌ی A جسم نوک تیز بوده و تراکم بار بیشتر از نقطه C و سطح B تقریباً صاف بوده و چگالی بار از همه‌جا کمتر است. پس اگر آونگ به محدوده‌ی A نزدیک شود بیشترین انحراف را پیدا می‌کند زیرا بیشترین رانش به آن وارد می‌شود. و در منطقه‌ی B کمترین انحراف برای آونگ ایجاد می‌شود.

m مسأله‌ی (21): دو کره‌ی فلزی به شعاع $R_1 = r$ دیگری به شعاع $R_2 = 3r$ دارای بار الکتریکی همنام می‌باشند. اگر بار الکتریکی کره‌ی بزرگتر (q_2)، 18 برابر بار الکتریکی کره‌ی کوچکتر (q_1) باشد نسبت $\frac{\sigma_2}{\sigma_1}$ چقدر است؟

پاسخ:

$$\frac{\sigma_2}{\sigma_1} = \frac{\frac{q_2}{4\pi R_2^2}}{\frac{q_1}{4\pi R_1^2}} = \frac{q_2 \times R_1^2}{q_1 \times R_2^2} = \frac{18q_1 \times r^2}{q_1 \times 9r^2} = 2$$

m مسأله‌ی (22): $+6\mu\text{C}$ بار الکتریکی به یک کره‌ی رسانا که دارای بار $+q_1$ است می‌دهیم. چگالی سطحی بار الکتریکی 3 برابر می‌شود. q_1 چقدر است؟

پاسخ:

$$\sigma_2 = 3\sigma_1 \Rightarrow \frac{q_2}{A} = \frac{3q_1}{A} \Rightarrow q_2 = 3q_1$$

$$q_2 = q_1 + 6 \Rightarrow 3q_1 = q_1 + 6 \Rightarrow q_1 = 3\mu\text{C}$$

تست (20): اگر به یک کره‌ی فلزی به شعاع یک متر، 628 میکروکولن بار الکتریکی منتقل کنیم، چگالی سطحی بار چند کولن بر مترمربع خواهد شد؟

$$\pi \times 10^{-3} \quad (4)$$

$$10^{-3} \quad (3)$$

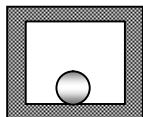
$$5\pi \times 10^{-5} \quad (2)$$

$$5 \times 10^{-5} \quad (1)$$

پاسخ: گزینه‌ی (1)

$$\sigma = \frac{q}{A} = \frac{628 \times 10^{-6}}{4\pi \times (1)^2} = \frac{628 \times 10^{-6}}{4 \times 3.14} = 5 \times 10^{-5} \frac{\text{C}}{\text{m}^2}$$

تست (21): اگر در شکل روبرو بار الکتریکی واقع در سطح خارجی جعبه‌ی فلزی مثبت باشد، بار الکتریکی سطح داخلی جعبه و سطح کره‌ی فلزی واقع در آن به ترتیب کدام‌اند؟



(2) هر دو منفی

(4) منفی - مثبت

(1) هر دو مثبت

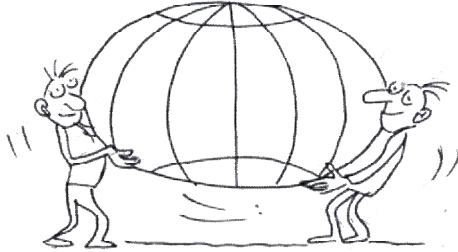
(3) هر دو خنثی

پاسخ: گزینه‌ی (3)

بار روی رسانا فقط در سطح خارجی پخش می‌شود و در سطح داخلی جعبه و کره که قسمتی از سطح داخلی جعبه محسوب می‌شود باری وجود ندارد.

2- 8 انرژی پتانسیل الکتریکی

هر جسم هنگامی که در یک میدان قرار می‌گیرد، به دلیل موقعیت خود قابلیت انجام کار پیدا می‌کند. به عبارتی دارای انرژی پتانسیل می‌شود. به عنوان مثال هنگامی که یک جسم به جرم m داخل میدان گرانشی زمین قرار می‌گیرد دارای انرژی پتانسیل گرانشی $U = mgh$ می‌شود. هر بار الکتریکی نیز هنگامی که در یک میدان الکتریکی قرار می‌گیرد دارای انرژی پتانسیل الکتریکی U می‌شود.



تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی

هنگامی که بار در میدان رها شود جابه‌جا شده و انرژی پتانسیل آن به دلیل تغییر موقعیت، تغییر می‌کند. در این جابه‌جایی از طرف میدان یک نیرو به بار وارد می‌شود. می‌توان تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی را بر حسب کاری که این نیرو انجام می‌دهد محاسبه کنیم. البته در کتاب درسی فیزیک 3 به این ترتیب عمل نشده است. طبق قضیه‌ی کار و انرژی کل کار انجام شده روی جسم برابر تغییر انرژی جنبشی آن است.

$$\Delta k = W$$

و کل کار انجام شده در این حالت فقط شامل کار نیروی میدان الکتریکی است که آن را با W_E نشان می‌دهیم. پس داریم:

$$\Delta k = W_E \quad (1)$$

از طرفی می‌دانیم طبق قضیه‌ی پایستگی انرژی مکانیکی اگر نیروی اصطکاک و مقاومت هوا و کشش نخ و کلاً نیروهایی غیر از نیروی میدان وجود نداشته باشد انرژی مکانیکی جسم پایسته بوده و تغییر آن صفر است.

$$\Delta E = \Delta U + \Delta k = 0 \Rightarrow \Delta k = -\Delta U \quad (2)$$

$$\Delta U = -W_E$$

از رابطه‌ی (1) و (2) داریم:

این رابطه نشان می‌دهد که نیروی میدان الکتریکی روی جسم کار انجام داده و باعث تغییر انرژی پتانسیل آن می‌شود.

نتیجه: هرگاه باری را در یک میدان الکتریکی رها کنیم از آن‌جا که جسم در راستای نیروی وارد بر آن شروع به حرکت می‌کند و زاویه‌ی بین نیرو و جابه‌جایی صفر است، کار انجام شده روی بار توسط میدان (W_E) مثبت است. و با توجه به رابطه‌ی $\Delta U = -W_E$ ، ΔU منفی است یعنی بار به سمت کاهش انرژی پتانسیل الکتریکی حرکت می‌کند.

اکنون حالتی را در نظر بگیرید که جسم یا بار را تحت تأثیر نیروی خارجی F جابه‌جایی می‌کنیم و باعث تغییر انرژی آن می‌شویم. هنگامی که جسمی را از سطح زمین بلند می‌کنیم و بالا می‌بریم روی جسم کاری انجام می‌دهیم که به‌صورت انرژی پتانسیل گرانشی در جسم ذخیره شود. هنگامی که فنری از حالت عادی‌اش می‌کشیم، روی فنر کاری انجام می‌دهیم که به‌صورت انرژی پتانسیل کشسانی در فنر ذخیره می‌شود. البته کاری که ما انجام می‌دهیم می‌تواند باعث افزایش سرعت و به‌عبارتی افزایش انرژی جنبشی نیز شود. وقتی روی جسم کاری انجام می‌دهیم مجموع انرژی پتانسیل و جنبشی آن یعنی انرژی مکانیکی را تغییر می‌دهیم.

$$W = \Delta U + \Delta k$$

اگر جابه‌جایی جسم با سرعت ثابت انجام شود $\Delta k = 0$ است و تمام کاری که انجام می‌دهیم صرف تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی می‌شود.

$$\Delta k = 0 \Rightarrow \Delta U = W$$

«مطابق این رابطه، تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی برابر کاری است که انجام می‌دهیم تا بار با سرعت ثابت در میدان الکتریکی جابه‌جا شود»

پرسش (22): اگر دو بار ناهمنام را از هم دور کنیم یا آن‌ها رها کنیم انرژی پتانسیل الکتریکی آن چگونه تغییر می‌کند؟

پاسخ: هنگامی که دو بار ناهمنام را با سرعت ثابت از هم دور می‌کنیم به آن دو نیروی وارد می‌کنیم (F) که خلاف جهت ربایش بین آن‌ها (F_E) است و به اجبار آن‌ها را از هم دور می‌کنیم. کاری که انجام داده‌ایم به‌صورت انرژی پتانسیل الکتریکی در مجموعه‌ی آن‌ها ذخیره می‌شود و انرژی پتانسیل افزایش می‌یابد. اگر دو بار را رها کنیم بر اثر ربایش به طرف هم حرکت می‌کنند و سرعت آن‌ها افزایش می‌یابد و انرژی جنبشی آن‌ها افزایش می‌یابد و طبق پایستگی انرژی مکانیکی انرژی پتانسیل الکتریکی آن‌ها کاهش می‌یابد.

نتیجه: اگر کاری که ما برای جابه‌جایی بار الکتریکی با سرعت ثابت انجام می‌دهیم مثبت باشد، انرژی پتانسیل بار، افزایش می‌یابد:

$$W > 0 \Rightarrow \Delta U > 0 \Rightarrow U_2 > U_1$$

اگر کاری که ما برای جابه‌جایی بار الکتریکی با سرعت ثابت انجام می‌دهیم منفی باشد، انرژی پتانسیل الکتریکی بار، کاهش می‌یابد:

$$W < 0 \Rightarrow \Delta U < 0 \Rightarrow U_2 < U_1$$

پرسش (23): دو بار همنام را به هم نزدیک می‌کنیم با چه استدلالی می‌توان افزایش انرژی پتانسیل الکتریکی را توجیه کرد؟

پاسخ: روش اول: دو بار همنام با نیروی F_E یکدیگر را می‌رانند. اگر آن‌ها را با نیروی $F > F_E$ به سمت هم حرکت دهیم، جهت نیرو با جابه‌جایی یکی بوده و کاری که روی بار انجام داده‌ایم مثبت است و انرژی پتانسیل الکتریکی افزایش می‌یابد.

روش دوم: هنگامی که دو بار همنام را می‌شوند به دلیل رانش از هم دور می‌شوند و سرعت آن‌ها افزایش می‌یابد و به عبارتی انرژی جنبشی آن‌ها زیادتر می‌شود و طبق پایستگی انرژی مکانیکی، انرژی الکتریکی آن‌ها کاهش می‌یابد. پس می‌توان گفت هرچه دو بار همنام به هم نزدیک‌تر باشند انرژی پتانسیل الکتریکی آن‌ها بیشتر است. بنابراین با نزدیک کردن دو بار همنام به هم انرژی پتانسیل الکتریکی آن‌ها را افزایش می‌دهیم.

پرسش (24): بار مثبت را در یک میدان الکتریکی یکنواخت خلاف جهت خطوط میدان حرکت می‌دهیم. انرژی پتانسیل الکتریکی بار چگونه تغییر می‌کند؟

پاسخ: نیرویی که به بار وارد کرده‌ایم با جابه‌جایی آن هم‌جهت است پس کار انجام شده روی بار مثبت است. ($W > 0$) پس انرژی پتانسیل الکتریکی نیز افزایش می‌یابد.

پرسش (25): در یک میدان الکتریکی یکنواخت بار $-q$ را با سرعت ثابت خلاف جهت میدان حرکت می‌دهیم. انرژی پتانسیل چگونه تغییر می‌کند؟

پاسخ: برای این که حرکت با سرعت ثابت انجام شود باید شتاب صفر و در نتیجه برآیند نیروهای وارد بر جسم صفر باشد. پس نیرویی که به بار وارد می‌کنیم (F) در خلاف جهت نیرویی است که میدان الکتریکی به بار وارد می‌کند. این نیرو خلاف جهت جابه‌جایی و $W < 0$ است پس ΔU نیز منفی است یعنی انرژی پتانسیل الکتریکی کاهش می‌یابد.

پرسش (26): بار $+q$ را در یک میدان الکتریکی رها می‌کنیم. انرژی پتانسیل الکتریکی چگونه تغییر می‌کند؟

پاسخ: از طرف میدان الکتریکی نیرویی هم‌جهت میدان الکتریکی به بار $+q$ وارد می‌شود و آن را به حرکت در می‌آورد. انرژی جنبشی بار افزایش می‌یابد پس انرژی پتانسیل الکتریکی آن کاهش می‌یابد.

پرسش (27): بار $-q$ را در یک میدان الکتریکی رها می‌کنیم. انرژی پتانسیل الکتریکی چگونه تغییر می‌کند؟

پاسخ: از طرف میدان الکتریکی نیرویی خلاف جهت میدان الکتریکی به بار $-q$ وارد می‌شود و آن را به حرکت در می‌آورد. انرژی جنبشی بار افزایش می‌یابد پس انرژی پتانسیل الکتریکی آن کم می‌شود.

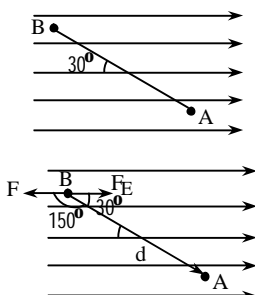
نتیجه: هرگاه یک بار الکتریکی در یک میدان الکتریکی رها شود به سمت کاهش انرژی پتانسیل الکتریکی و افزایش انرژی جنبشی حرکت می‌کند.

مسئله (23): بار الکتریکی $+10\mu\text{C}$ را در یک میدان الکتریکی یکنواخت به بزرگی $8 \times 10^5 \frac{\text{N}}{\text{C}}$ با سرعت ثابت از نقطه‌ی B تا A جابه‌جا می‌کنیم. اگر $AB = 4\text{m}$ باشد، تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی بار q در این جابه‌جایی چند ژول است؟

پاسخ: نیروی F هم‌راستا ولی در خلاف جهت F_E است و اندازه‌ی آن با $F_E = E \cdot q$ برابر است. کار نیرویی F که به بار وارد کرده‌ایم برابر است با:

$$F = F_E = E \cdot q = 8 \times 10^5 \times 10 \times 10^{-6} = 8 \text{ N}$$

$$W = F \cdot d \cdot \cos \alpha = 8 \times 4 \times \cos 150 = 8 \times 4 \times \left(\frac{-\sqrt{3}}{2} \right) = -16\sqrt{3} \text{ J} \Rightarrow \Delta U = -16\sqrt{3} \text{ J}$$



m مسئله ی (24): ذره ی بارداری با بار $q = -5\mu\text{C}$ را در یک میدان یکنواخت به بزرگی $E = 10^5 \frac{\text{N}}{\text{C}}$ رها می کنیم. پس از 2 متر جابه جایی انرژی پتانسیل الکتریکی بار چه تغییری می کند؟ جرم ذره 5g است.

پاسخ: نیرویی که میدان الکتریکی به بار وارد می کند (F_E) باعث افزایش سرعت و افزایش انرژی جنبشی بار می شود. به همان اندازه که انرژی جنبشی افزایش می یابد انرژی الکتریکی کاهش می یابد ($\Delta U = -\Delta k$).

$$F_E = E \cdot q = 10^5 \times 5 \times 10^{-6} = 0.5 \text{ N}$$

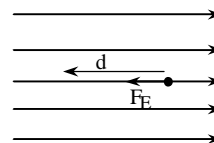
$$F = ma \Rightarrow 0.5 = 5 \times 10^{-3} a \rightarrow a = 10^2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$V^2 - V_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow V^2 - 0 = 2 \times 10^2 \times 2 \Rightarrow V = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\Delta U = -\Delta k = -(k_2 - k_1) = -\left(\frac{1}{2} m V^2 - 0\right) = -\frac{1}{2} \times 5 \times 10^{-3} \times 400 \Rightarrow \Delta U = -1 \text{ J}$$

روش دیگر: کار نیروی میدان الکتریکی برابر با منفی تغییرات انرژی پتانسیل جسم است.

$$\Delta U = -W_E = -(qEd \cos \theta) = -[5 \times 10^{-6} \times 10^5 \times 2 \cos 0] = -1 \text{ J}$$



تست (22): بار الکتریکی مثبت q در میدان الکتریکی یکنواخت حرکت داده می شود. در کدام حرکت، انرژی پتانسیل الکتریکی بار q افزایش می یابد؟ (سراسری - ریاضی)

افزایش می یابد؟

- (1) در خلاف جهت میدان
- (3) عمود بر خطوط میدان
- پاسخ:** گزینه ی (1)

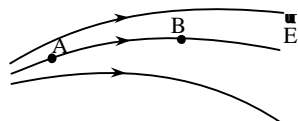
(2) در جهت میدان

(4) در هر حرکتی، انرژی پتانسیل افزایش می یابد.

روش اول: اگر بار مثبت رها شود، در جهت میدان حرکت می کند. از طرفی تمام بارها در صورتی که در میدان الکتریکی رها شوند به سمت کاهش انرژی پتانسیل می روند. بنابراین برای افزایش انرژی پتانسیل باید آن را در خلاف جهت تمایل به حرکت جابه جا کنیم یعنی خلاف جهت میدان.

روش دوم: طبق رابطه ی $\Delta U = -W_E$ ، برای افزایش انرژی پتانسیل الکتریکی باید کار میدان الکتریکی منفی باشد. پس باید جابه جایی خلاف جهت نیروی میدان باشد. بار مثبت و نیروی میدان، هم جهت میدان است پس جابه جایی خلاف جهت میدان است.

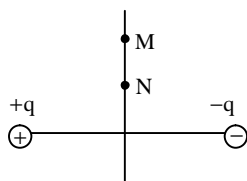
تست (23): مطابق شکل اگر در میدان الکتریکی E بار آزمون مثبت را از A به B حرکت دهیم، انرژی پتانسیل الکتریکی آن چگونه تغییر می کند؟



- (1) افزایش می یابد.
- (2) کاهش می یابد.
- (3) ثابت می ماند.
- (4) پیوسته صفر باقی می ماند.

پاسخ: بار مورد بررسی مثبت است و در صورتی که رها شود در جهت خطوط میدان و به سمت کاهش انرژی پتانسیل الکتریکی حرکت می کند. پس حرکت در جهت خطوط میدان از A تا B باعث کاهش انرژی پتانسیل الکتریکی بار می شود. گزینه ی (2) درست است.

تست (24): دو بار نقطه ای q و $-q$ در دو سر یک پاره خط واقع اند. اگر کار میدان الکتریکی در جابه جایی یک بار نقطه ای منفی از M تا N روی عمود منصف این پاره خط را W بنامیم، کدام صحیح است؟



$$W > 0 \quad (1)$$

$$W < 0 \quad (2)$$

$$W = 0 \quad (3)$$

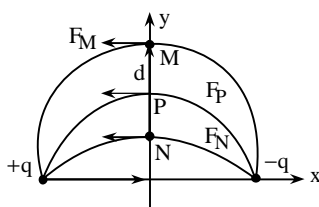
(4) بسته به فاصله ی نقاط M و N از وسط پاره خط هر یک از سه حالت ممکن است.

پاسخ: نیروی میدان الکتریکی وارد بر بار نقطه ای منفی را در نقاط M و N رسم می کنیم.

در تمام این مسیر این نیرو موازی محور x است.

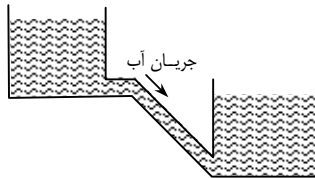
در تمام مسیر (d) که روی محور y است، نیرو عمود بر جابه جایی و کار آن صفر است.

گزینه ی (3) درست است.



نتیجه کلی: هرگاه بار مثبت در جهت خطوط میدان جابه‌جا شود انرژی پتانسیل الکتریکی کاهش و اگر خلاف جهت خط‌های میدان جابه‌جا شود انرژی پتانسیل الکتریکی افزایش می‌یابد.
هرگاه بار منفی در جهت خطوط میدان جابه‌جا شود انرژی پتانسیل الکتریکی افزایش و اگر خلاف جهت خط‌های میدان جابه‌جا شود، انرژی پتانسیل الکتریکی کاهش می‌یابد.

2- 9 اختلاف پتانسیل الکتریکی



دو ظرف آب را در نظر بگیرید که در ارتفاع‌های مختلف قرار گرفته و به هم وصل شده‌اند. انرژی پتانسیل گرانشی آب در ظرف بالاتر $U_1 = m_1gh_1$ و انرژی پتانسیل گرانشی آب در ظرف پایین‌تر $U_2 = m_2gh_2$ است. بسته به مقدار آب و ارتفاع دو ظرف ممکن است انرژی پتانسیل گرانشی آب هر یک از دو ظرف بیشتر از دیگری و یا با هم برابر باشد. ولی در هر صورت آب از ظرف بالاتر به پایین جریان می‌یابد. آنچه عامل شارش و جریان آب می‌شود پتانسیل گرانشی نامیده می‌شود.

منظور از پتانسیل گرانشی، انرژی پتانسیل گرانشی یکای جرم است. پتانسیل گرانشی $\frac{U}{m} = gh$ است. پتانسیل گرانشی ظرف بالاتر $\frac{U_1}{m_1} = gh_1$ و پتانسیل گرانشی ظرف پایین‌تر $\frac{U_2}{m_2} = gh_2$ است.

$$h_1 > h_2 \rightarrow \frac{U_1}{m_1} > \frac{U_2}{m_2}$$

به همین شکل می‌توان گفت اگر انرژی پتانسیل الکتریکی بار q در نقطه‌ای از میدان الکتریکی U باشد پتانسیل الکتریکی در آن نقطه به معنی انرژی پتانسیل الکتریکی یکای بار است پس می‌توان گفت پتانسیل الکتریکی در یک نقطه از میدان $\frac{U}{q}$ است که آن را با نماد V نشان می‌دهیم. شبیه آنچه در مورد جریان آب گفته شده می‌توان گفت: آنچه باعث شارش و جریان بار الکتریکی از یک نقطه به نقطه دیگر می‌شود اختلاف پتانسیل الکتریکی است.

اگر بار q در یک نقطه دارای انرژی U_1 و در نقطه‌ای دیگر دارای انرژی پتانسیل الکتریکی U_2 باشد اختلاف پتانسیل الکتریکی بین این دو نقطه از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q}$$

مطابق این رابطه می‌توان گفت: اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو نقطه برابر با تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی یکای بار مثبت در جابه‌جایی بین آن دو نقطه است.

با توجه به رابطه‌ی $\Delta U = W$ که در جابه‌جایی بار با سرعت ثابت وجود دارد می‌توان رابطه‌ی زیر را نوشت:

$$\left. \begin{array}{l} \Delta U = W \\ \Delta V = \frac{\Delta U}{q} \end{array} \right\} \rightarrow \Delta V = \frac{\Delta U}{q}$$

طبق این رابطه می‌توان گفت: اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو نقطه برابر با کاری است روی یکای بار مثبت انجام می‌دهیم تا آن را بین دو نقطه با سرعت ثابت جابه‌جا کنیم.

پرسش (28): یکای اختلاف پتانسیل الکتریکی چیست؟ و چگونه تعریف می‌شود؟

پاسخ: یکای اختلاف پتانسیل الکتریکی ژول بر کولن یا ولت است. یک ولت برابر با اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو نقطه است که برای جابه‌جا کردن $1C$ بار با سرعت ثابت باید روی آن $1J$ کار انجام داد.

پرسش (29): مفهوم اختلاف پتانسیل الکتریکی 5 ولت چیست؟

پاسخ: یعنی برای جابه‌جایی $1C$ بار با سرعت ثابت، باید روی آن 5 ژول کار انجام داد.

پرسش (30): اگر در نقطه‌ای از میدان گرانشی، انرژی پتانسیل گرانشی جسمی به جرم $4kg$ ، $400J$ باشد، پتانسیل گرانشی در آن نقطه از میدان چقدر است؟

$$\frac{U}{m} = \frac{400}{4} = 100 \frac{J}{kg}$$

پاسخ:

این عدد به این مفهوم است که در این نقطه از میدان گرانشی هر جسم به جرم 1 کیلوگرم، 100 ژول انرژی پتانسیل گرانشی دارد.

پرسش (31): اگر در نقطه‌ای از میدان الکتریکی بار $q = +5 \text{ c}$ انرژی پتانسیل الکتریکی $U = 10 \text{ J}$ داشته باشد، پتانسیل الکتریکی آن نقطه چند ولت است؟

پاسخ: $V = \frac{U}{q} = \frac{10}{5} = 2 \text{ V}$

این عدد به این معنی است که هر گاه در این نقطه از میدان، یک بار مثبت یک کولنی قرار گیرد دارای 2 ژول انرژی پتانسیل الکتریکی می‌شود.

پرسش (32): اگر در نقطه‌ای از میدان الکتریکی بار $q = +5 \text{ c}$ انرژی پتانسیل الکتریکی $U = 10 \text{ J}$ داشته باشد، انرژی پتانسیل الکتریکی بار $q' = +8 \text{ c}$ در این نقطه چند ژول است؟

پاسخ: پتانسیل الکتریکی یک نقطه از میدان، مقداری است ثابت و ربطی به اندازه‌ی باری که در آن نقطه قرار می‌گیرد ندارد.

$$V = \frac{U}{q} = \frac{U'}{q'} \Rightarrow \frac{10}{5} = \frac{U'}{8} \Rightarrow U' = 16 \text{ J}$$

پرسش (33): پتانسیل الکتریکی در نقطه‌ی A، 200 ولت و در نقطه‌ی B، 50 ولت است. تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی از A تا B در حالت‌های زیر چقدر است؟

الف) $q = 5 \mu\text{c}$ ب) $q = -5 \mu\text{c}$

پاسخ:

الف) $\Delta U = \Delta V \cdot q = (V_B - V_A) \cdot q = (50 - 200) \times 5 \times 10^{-6} = -7/5 \times 10^4 \text{ J}$

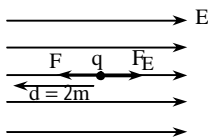
ب) $\Delta U = \Delta V \cdot q = (V_B - V_A) \cdot q = (50 - 200) \times (-5 \times 10^{-6}) = 7/5 \times 10^4 \text{ J}$

m مسأله‌ی (25): در یک میدان الکتریکی یکنواخت بار $q = 2 \mu\text{c}$ را با نیروی 5 نیوتن و با سرعت ثابت خلاف جهت میدان الکتریکی 2 متر جابه‌جا می‌کنیم.

الف) اختلاف پتانسیل الکتریکی بین ابتدا و انتهای این مسیر چند ولت است؟

ب) میدان الکتریکی چند نیوتن بر کولن است؟

پاسخ:



الف) $\Delta V = \frac{W}{q} = \frac{F \cdot d \cdot \cos \alpha}{q} = \frac{5 \times 2 \times 1}{2 \times 10^{-6}} \Rightarrow \Delta V = 5 \times 10^6 \text{ V}$

ب) $\sum F = 0 \Rightarrow F = F_E = E \cdot q \Rightarrow 5 = E \times 2 \times 10^{-6} \Rightarrow E = 2/5 \times 10^6 \frac{\text{N}}{\text{C}}$ (سرعت ثابت)

m مسأله‌ی (26): در یک میدان الکتریکی یکنواخت که مقدار آن برابر $E = 10^4 \frac{\text{N}}{\text{C}}$ می‌باشد ذره‌ی باردار به جرم 10 گرم و بار

$q = 4 \mu\text{c}$ را رها می‌کنیم. هنگامی که بار یک متر در راستای میدان جلو می‌رود:

الف) سرعت آن چقدر می‌شود؟

ب) تغییر انرژی پتانسیل آن چند ژول است؟

پ) اختلاف پتانسیل الکتریکی در این مسیر چند ولت است؟

پاسخ:

الف) $F = ma \Rightarrow E \cdot q = ma \Rightarrow 10^4 \times 4 \times 10^{-6} = 10 \times 10^{-3} a \Rightarrow a = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

$V^2 - V_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow V^2 - 0 = 2 \times 4 \times 1 \Rightarrow V = 2\sqrt{2} \frac{\text{m}}{\text{s}}$

ب) طبق پایستگی انرژی مکانیکی داریم:

$\Delta E = 0 \Rightarrow \Delta U = -\Delta k = -(\frac{1}{2} m V^2 - \frac{1}{2} m V_0^2) \Rightarrow \Delta U = -(\frac{1}{2} \times 10 \times 10^{-3} \times 8 - 0) \Rightarrow \Delta U = -0/04 \text{ J}$

پ) $\Delta V = \frac{\Delta U}{q} = \frac{-0/04}{4 \times 10^{-6}} \Rightarrow \Delta V = -10^4 \text{ V}$

تست (25): در انتقال بار نقطه‌ای $-20 \mu\text{c}$ از نقطه‌ی A به B کار میدان الکتریکی -4 میلی‌ژول است. اگر $V_A = 500 \text{ V}$ باشد، پتانسیل نقطه‌ی B چند ولت است؟

1) 700 2) 300 3) 400 4) 600

پاسخ: گزینه‌ی (2)

$\Delta U = -W_E \Rightarrow \Delta V \cdot q = -W_E \Rightarrow (V_B - V_A) \times q = -W_E$

$\Rightarrow (V_B - 500) \times (-20 \times 10^{-6}) = -(-4 \times 10^{-3}) \Rightarrow V_B - 500 = -200 \Rightarrow V_B = 300 \text{ V}$

تست (26): اگر اختلاف پتانسیل الکتریکی میان دو نقطه 5 ولت باشد، حداقل با صرف چند میکرو ژول انرژی می توان 10^{12} الکترون را بین

دو نقطه از پتانسیل بیش تر به نقطه ای با پتانسیل کمتر جابه جا کرد؟ $e = 1/6 \times 10^{-19} \text{ C}$

0/9 (1) 0/16 (2) 0/8 (3) 0/18 (4)

پاسخ: گزینه ی (3)

در این جا، W_F یعنی کاری که ما انجام می دهیم تا بار جابه جا شود مجهول است. عبارت حداقل نیز برای این گفته شده که می توان بار کار بیشتری نیز جابه جایی را انجام داد و انرژی مصرفی بر علاوه بر افزایش انرژی پتانسیل الکتریکی انرژی جنبشی را نیز افزایش می دهد.

$$\Delta U = W_F \Rightarrow \Delta V \cdot q = W_F \Rightarrow (V_2 - V_1)(-ne) = W_F$$

$$\Rightarrow -5 \times (-10^{12} \times 1/6 \times 10^{-19}) = W_F \Rightarrow W_F = 8 \times 10^{-7} \text{ J} = 0/8 \mu\text{J}$$

تست (27): اگر اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو نقطه مخالف صفر باشد، ...

(1) الزاماً هر دو نقطه دارای بار الکتریکی است ولی ممکن است هم نام باشند.

(2) الزاماً یکی از آن نقاط دارای بار مثبت و دیگری دارای بار منفی است.

(3) حداقل در یکی از آن نقاط بار الکتریکی وجود دارد.

(4) ممکن است هر دو نقطه بدون بار الکتریکی باشند.

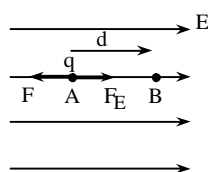
پاسخ: گزینه ی (4)

همانند میدان الکتریکی، پتانسیل الکتریکی نیز خاصیت یک نقطه از میدان است و ربطی به باری که در آن نقطه قرار می گیرد ندارد. پس اختلاف پتانسیل دو نقطه نیز در یک میدان مستقل از بار خارجی است که در آن نقاط قرار می گیرد.

اختلاف پتانسیل الکتریکی در میدان یکنواخت

با استفاده از رابطه ی $\Delta V = \frac{\Delta U}{q}$ می توان رابطه ای برای اختلاف پتانسیل الکتریکی دو نقطه از میدان الکتریکی یکنواخت به دست آورد. بار $+q$ را

با سرعت ثابت از نقطه ی A به B می بریم. نیرویی که به بار وارد می کنیم باید برابر و خلاف جهت نیروی میدان بر بار باشد تا شتاب صفر و سرعت ثابت باشد.



$$\Delta U = W = F \cdot d \cdot \cos \alpha$$

زاویه ی بین نیروی F و جابه جایی d، 180° است.

$$\Delta U = F \cdot d \cdot \cos 180$$

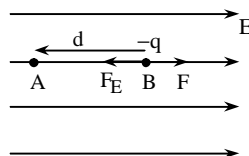
$$\Delta U = F \cdot d \cdot (-1) \Rightarrow \sum F = 0 \rightarrow F = F_E = E \cdot q$$

$$\Delta U = E \cdot q \cdot d \cdot (-1) \Rightarrow \Delta V = \frac{\Delta U}{q} \Rightarrow \Delta V = -E \cdot d \Rightarrow V_B - V_A = -E \cdot d \Rightarrow V_A - V_B = E \cdot d$$

این رابطه نشان می دهد که پتانسیل الکتریکی نقطه ی A از B به اندازه ی E.d بیشتر است.

پرسش (34): اگر بار $-q$ را در میدان الکتریکی یکنواخت E در خلاف جهت میدان با سرعت ثابت به اندازه ی d جابه جا کنیم اختلاف

پتانسیل الکتریکی بین ابتدا و انتهای مسیر و تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی بار را محاسبه کنید.



پاسخ:

$$\Delta U = W = F \cdot d \cdot \cos 180 \Rightarrow \Delta U = -E \cdot q \cdot d$$

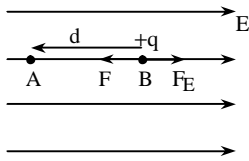
تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q} \Rightarrow \Delta V = \frac{-E \cdot q \cdot d}{-q} \Rightarrow \Delta V = V_A - V_B = E \cdot d$$

اختلاف پتانسیل الکتریکی

پرسش (35): اگر بار $+q$ را در میدان الکتریکی یکنواخت E در خلاف جهت میدان با سرعت ثابت به اندازه ی d جابه جا کنیم. اختلاف پتانسیل الکتریکی بین ابتدا و انتهای مسیر را محاسبه کنید.

پاسخ:

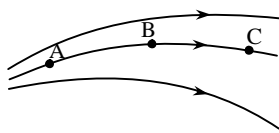


$$\text{سرعت ثابت} \rightarrow a = 0 \Rightarrow \sum F = 0 \Rightarrow F = F_E = E \cdot q$$

$$\Delta U = E \cdot q \cdot d \quad \Delta U = W = F \cdot d \cdot \cos 0 \Rightarrow$$

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q} = \frac{E \cdot q \cdot d}{q} \Rightarrow \Delta V = V_A - V_B = E \cdot d$$

نتیجه: در شکل های فوق مشاهده می شود که در هر صورت نقطه ی A که در جهت خطوط میدان قبل از نقطه ی B قرار گرفته دارای پتانسیل الکتریکی بیشتری است. به عبارتی اگر در جهت خطوط میدان الکتریکی پیش رویم پتانسیل الکتریکی کاهش می یابد و این تغییر رابطی به اندازه و نوع باری که در میدان جابه جا می کنیم ندارد. در واقع این تغییرات خواص میدان الکتریکی است.



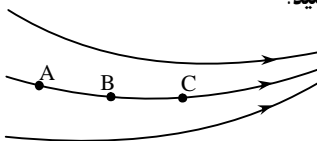
پرسش (36): بزرگی میدان الکتریکی و پتانسیل الکتریکی نقاط A و B و C را با هم مقایسه کنید.

پاسخ: تراکم خطوط میدان در نقطه A از B بیشتر و در B از C بیشتر است. پس داریم:

$$E_A > E_B > E_C$$

هر چه در جهت خطوط میدان پیش رویم پتانسیل الکتریکی کاهش می یابد. پس داریم:

$$V_A > V_B > V_C$$



پرسش (37): بزرگی میدان الکتریکی و پتانسیل الکتریکی نقاط A و B و C را با هم مقایسه کنید.

$$E_C > E_B > E_A$$

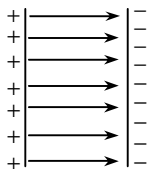
پاسخ: تراکم خطوط میدان در نقطه ی C بیشتر از B و در نقطه ی B بیشتر از A می باشد. پس داریم:

هر چه در جهت خطوط میدان پیش رویم پتانسیل الکتریکی کاهش می یابد. پس داریم:

$$V_A > V_B > V_C$$

m مسئله ی (27): دو صفحه ی رسانا موازی به فاصله ی یک سانتی متر از هم و موازی یک دیگر واقع اند. اختلاف پتانسیل میان دو صفحه

برابر 2000 V است. یک ذره به بار $3/2 \times 10^{-19} \text{ C}$ و جرم $3/2 \times 10^{-28} \text{ kg}$ از مجاور صفحه ی مثبت و از حال سکون به طرف صفحه ی منفی شتاب می گیرد. پتانسیل الکتریکی وقتی به صفحه ی روبرو می رسد، افزایش می یابد یا کاهش؟ اندازه ی تغییرات انرژی پتانسیل را حساب کنید. بزرگی میدان الکتریکی بین دو صفحه چقدر است؟ با چه سرعت به صفحه ی روبرو می رسد؟



پاسخ: میدان بین دو صفحه یکنواخت و از طرف صفحه ی مثبت به طرف صفحه ی منفی است.

بنابراین با حرکت بار از طرف صفحه ی مثبت به طرف صفحه ی منفی و حرکت در جهت میدان، پتانسیل الکتریکی کاهش می یابد. پس پتانسیل الکتریکی 2000 ولت کاهش می یابد.

$$\Delta V = -2000 \text{ V}$$

$$\Delta U = \Delta V \cdot q = -2000 \times 3/2 \times 10^{-19} \Rightarrow \Delta U = -6/4 \times 10^{-16} \text{ J}$$

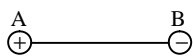
$$V = E \cdot d \Rightarrow 2000 = E \times 0.01 \Rightarrow E = 2 \times 10^5 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

$$\Delta k = -\Delta U \Rightarrow \frac{1}{2} m V^2 - \frac{1}{2} m V_0^2 = -\Delta U \Rightarrow \frac{1}{2} \times 3/2 \times 10^{-28} \times V^2 = -(-6/4 \times 10^{-16})$$

$$\Rightarrow V^2 = \frac{6/4 \times 10^{-16}}{1/6 \times 10^{-28}} = 4 \times 10^{12} \Rightarrow V = 2 \times 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

توجه: بار مثبت از پتانسیل بیشتر به کمتر و بار منفی از پتانسیل کمتر به بیشتر شارش می کند.

تست (28): اگر از نزدیکی نقطه‌ی A به سمت نقطه‌ی B برویم پتانسیل الکتریکی چگونه تغییر می‌کند؟



(1) کاهش می‌یابد.

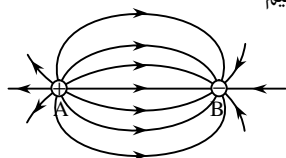
(2) افزایش می‌یابد.

(3) ابتدا کاهش سپس افزایش می‌یابد.

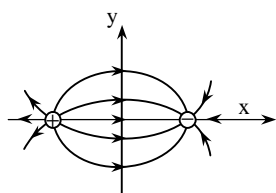
(4) ابتدا افزایش سپس کاهش می‌یابد.

پاسخ: گزینه‌ی (1) با توجه به شکل خطوط میدان، در حرکت از A به B در جهت خطوط میدان حرکت می‌کنیم

پس پتانسیل الکتریکی کاهش می‌یابد.



تست (29): اگر روی محور y در جهت مثبت حرکت کنیم پتانسیل الکتریکی چه تغییری می‌کند؟



(1) ثابت می‌ماند.

(2) افزایش می‌یابد.

(3) ابتدا افزایش سپس کاهش می‌یابد.

(4) ابتدا کاهش سپس افزایش می‌یابد.

پاسخ: گزینه‌ی (1)

در حرکت روی محور y، نه در جهت خطوط میدان حرکت کرده‌ایم و نه در خلاف جهت خطوط میدان، بلکه عمود بر آنها حرکت کرده‌ایم پس پتانسیل الکتریکی تغییری نمی‌کند.

نتیجه: هرگاه در یک میدان الکتریکی روی مسیری که عمود بر خطوط میدان است حرکت کنیم، پتانسیل الکتریکی نقاط ثابت می‌ماند.

پرسش (38): در بخش توزیع بار در جسم رسانا (2-7) یکی از خواص توزیع بار، یکسان بودن پتانسیل در تمام نقاط رسانا بیان شد. چه دلیلی برای این مطلب وجود دارد؟

پاسخ: وقتی به جسم رسانا، بار داده می‌شود، آنقدر شارش بار بین نقاط مختلف رسانا ادامه می‌یابد تا بارها به تعادل برسند و ساکن شوند. اصطلاحاً می‌گوئیم بارها تعادل الکترو استاتیک دارند.

اختلاف پتانسیل الکتریکی عامل شارش بار است پس هنگامی که بارها به تعادل می‌رسند هیچ دو نقطه‌ای از رسانا، با هم اختلاف پتانسیل الکتریکی ندارند و پتانسیل تمام نقاط با هم برابر است.

پرسش (39): دو کره‌ی رسانای A و B را با سیم رسانا به هم وصل می‌کنیم الکترون‌ها از A به B منتقل می‌شوند. پتانسیل الکتریکی کره‌ها قبل از اتصال را مقایسه کنید.

پاسخ: الکترون‌ها از پتانسیل کمتر به بیشتر حرکت می‌کنند پس پتانسیل کره‌ی A قبل از اتصال کمتر از B بوده است.

پرسش (40): چرا میدان الکتریکی درون رسانا صفر است؟

پاسخ: اگر در یک میدان الکتریکی حرکت کنیم با حرکت در جهت میدان، پتانسیل الکتریکی کاهش می‌یابد و با حرکت در خلاف جهت میدان، پتانسیل الکتریکی افزایش می‌یابد. تنها در صورتی پتانسیل الکتریکی تغییر نمی‌کند و ثابت می‌ماند که عمود بر خطوط میدان حرکت کرده باشیم. اگر با حرکت در هر جهت دلخواه پتانسیل الکتریکی تغییر نکند نتیجه می‌گیریم در آن فضا میدان الکتریکی وجود ندارد. در رسانا در تمام نقاط، پتانسیل الکتریکی یکسان است و با حرکت به هر سمت پتانسیل ثابت می‌ماند و نتیجه می‌گیریم درون رسانا میدان وجود ندارد.

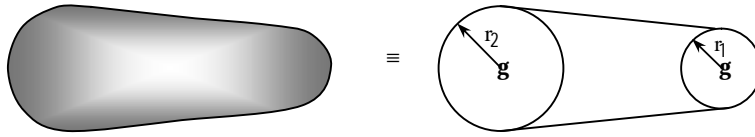
مطالعه‌ی آزاد

اگر کره‌ی رسانایی به شعاع r دارای بار q باشد، پتانسیل الکتریکی آن از رابطه‌ی $V = \frac{kq}{r}$ به دست می‌آید.

وقتی دو کره‌ی رسانا را به هم متصل می‌کنیم، پتانسیل الکتریکی آنها یکسان می‌شود و بار الکتریکی به نسبت شعاع کره‌ها بین آنها تقسیم می‌شود.

$$V_1 = V_2 \Rightarrow \frac{kq_1}{r_1} = \frac{kq_2}{r_2} \Rightarrow \frac{q_2}{q_1} = \frac{r_2}{r_1}$$

* با توجه به این رابطه می‌توان اثبات کرد چگالی سطحی بار در نقطه‌ی نوک تیز بیشتر از بقیه‌ی نقاط جسم است. جسم دوکی شکل زیر را در نظر بگیرید. می‌توان این جسم را شبیه دو کره‌ی 1 و 2 دانست که با صفحه‌های فلزی به هم متصل شده‌اند.



دو کره‌ی (1) و (2) هم‌پتانسیل هستند:

$$V_1 = V_2 \rightarrow \frac{q_2}{q_1} = \frac{r_1}{r_2}$$

چگالی سطحی بار این دو کره را به‌دست می‌آوریم:

$$\sigma_1 = \frac{q_1}{4\pi r_1^2} = \frac{q_1}{4\pi r_1} \times \frac{1}{r_1}$$

$$\sigma_2 = \frac{q_2}{4\pi r_2^2} = \frac{q_2}{4\pi r_2} \times \frac{1}{r_2}$$

با توجه به این که $r_2 > r_1$ است می‌توان دو کسر مربوطه را مقایسه کرد:

$$\sigma_2 > \sigma_1$$

پس کره‌ی کوچکتری یعنی نقطه‌ی نوک تیز جسم دوکی شکل چگالی سطحی بار بیشتری از بقیه‌ی نقاط دارد.

* با توجه به رابطه‌ی $V = \frac{kq}{r}$ می‌توان توضیح داد چرا وقتی جسم رسانای بارداری را به زمین وصل می‌کنیم خنثی می‌شود.

اگر جسم را کره‌ای به شعاع r فرض کنیم و به کره‌ی زمین به شعاع R_e وصل کنیم، هم پتانسیل شده و در جسم بار q و در کره‌ی زمین q_e باقی می‌ماند:

$$\frac{q_e}{R_e} = \frac{q}{r} \Rightarrow \frac{q}{q_e} = \frac{r}{R_e}$$

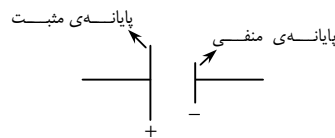
با توجه به این که r در برابر R_e سیار کوچک و نزدیک به صفر است، کسر $\frac{q}{q_e}$ نیز با دقت بسیار خوبی صفر است. پس در باری که بعد از اتصال به زمین در جسم وجود دارد صفر است.

اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر مولد

وقتی می‌گوئیم: «اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر یک پیل یا مولد 20 ولت است».

یعنی پتانسیل الکتریکی صفحه‌ی مثبت 20 ولت بیشتر از پتانسیل الکتریکی صفحه‌ی منفی است.

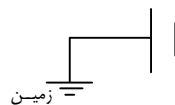
$$V_+ - V_- = 20$$



در این حالت نمی‌توان تعیین کرد پتانسیل الکتریکی هر یک از دو پایانه مثبت و منفی چقدر است. می‌توان این مطلب را با یک مثال ساده‌تر مقایسه کرد: «اگر اختلاف فاصله‌ی دو نقطه در راستای قائم 2 متر باشد نمی‌توان تعیین کرد ارتفاع هر یک، از زمین چقدر است. حتماً باید سطح زمین و ارتفاع یک نقطه از سطح زمین معلوم باشد تا بتوان ارتفاع دیگری را تعیین کرد.»

برای مشخص کردن پتانسیل یک قطب یا پایانه‌ی مولد باید پتانسیل الکتریکی یک پایانه مشخص شده باشد. معمولاً پتانسیل الکتریکی زمین را صفر در نظر می‌گیریم. پس اگر پایانه‌ی منفی به زمین متصل باشد، پتانسیل الکتریکی آن را صفر می‌گیریم و پتانسیل الکتریکی پایانه‌ی مثبت +20 ولت می‌شود.

پرسش (41): در شکل زیر اختلاف پتانسیل دو سر باتری 12 ولت است. پتانسیل الکتریکی هر پایانه را تعیین کنید.



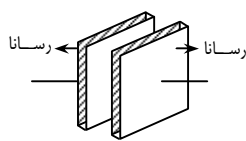
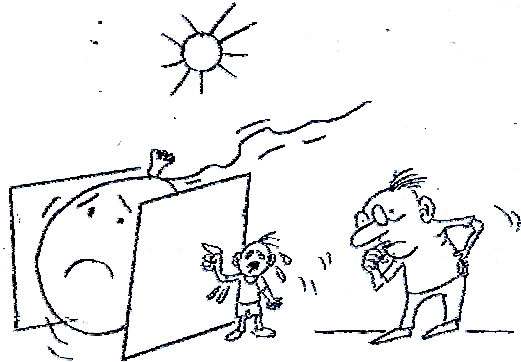
پاسخ:

$$\left. \begin{aligned} V_+ - V_- &= 12 \text{ V} \\ V_+ &= 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow V_- = -12 \text{ V}$$

\Rightarrow اتصال با زمین

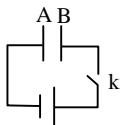
2 - 10 خازن

خازن یک قطعه الکتریکی است که می تواند مقداری بار الکتریکی و انرژی الکتریکی را در خود ذخیره کند و هر زمان که لازم باشد، آن را در مدار تخلیه کند.



هر خازن از دو صفحه‌ی رسانا که به یکدیگر اتصال ندارند، تشکیل می شود. ساده ترین شکل خازن، خازن تخت یا مسطح است. خازن تخت را در مدارها با نماد « — || — » نشان می دهیم.

ذخیره‌ی بار الکتریکی در خازن



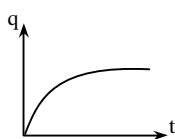
اگر دو صفحه‌ی خازنی را به پایانه‌های یک باتری ببندیم، به دلیل وجود اختلاف پتانسیل پایانه‌ها با هر یک از صفحه‌های خازن آنقدر مبادله‌ی بار بین پایانه‌ها و صفحه‌ها ادامه می یابد تا صفحه‌ها یا پایانه‌ها هم پتانسیل شوند.

با وصل کلید k الکترون‌های آزاد از پایانه‌ی منفی باتری به صفحه‌ی B منتقل می شوند تا صفحه‌ی B دارای بار منفی و هم پتانسیل با پایانه‌ی منفی باتری شود. الکترون‌های صفحه‌ی B در صفحه‌ی A بار مثبت القا می کنند به این ترتیب که الکترون‌های آزاد از صفحه‌ی A به پایانه‌ی مثبت منتقل می شوند و در نهایت پتانسیل صفحه‌ی A با پتانسیل پایانه‌ی مثبت برابر می شود.

$$V_A = V_+, V_B = V_- \Rightarrow V_A - V_B = V_+ - V_-$$

پس در نهایت با ذخیره‌ی بار در خازن، اختلاف پتانسیل دو سر خازن با اختلاف پتانسیل دو سر باتری برابر می شود. اصطلاحاً می گوییم بار q در خازن ذخیره شده است یعنی یک صفحه دارای بار $+q$ و دیگری دارای بار $-q$ است. اختلاف پتانسیل دو سر خازن را نیز با V نشان می دهیم. انرژی که باتری مصرف کرده به صورت انرژی پتانسیل الکتریکی در خازن ذخیره شده است.

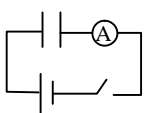
پرسش (42): نموداری رسم کنید که به طور کیفی مقدار بار ذخیره شده در خازن بر حسب زمان را هنگام پر شدن خازن نشان دهد.



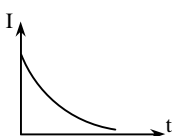
پاسخ: با توجه به اینکه در ابتدا خازن کاملاً خالی بوده انتقال بار به آن سریع بوده ولی به مرور با پر شدن خازن انتقال بار کندتر خواهد شد و در نهایت بار خازن ثابت می شود.

پرسش (43): با توجه به رانش و ربایش بین بارهای همنام و ناهمنام پر شدن خازن توضیح دهید.

پاسخ: هنگامی که بارهای منفی به یک صفحه منتقل می شوند بین آن‌ها رانش به وجود می آید. به همین ترتیب در صفحه‌ی روبرو نیز بارهای مثبت همدیگر را می رانند و تمایل دارند از صفحه خارج شده و از هم دور شوند. ولی ربایش بین بارهای ناهمنام دو صفحه باعث باقی ماندن آنها در صفحه‌ها می شود. تا هنگامی که ربایش بین بارهای ناهمنام دو صفحه‌ی روبرو بیش تر از رانش بین بارهای همنام در یک صفحه است، بار بیش تری از باتری به طرف صفحه‌ها جذب می شود. هنگامی که خازن پر شده است بین این نیروی رانش و ربایش تعادل بوجود می آید.

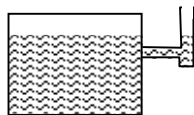
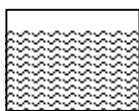


پرسش (44): اگر در یک مدار مطابق شکل آمپرسنجی قرار دهیم با وصل کلید جریانی که آمپرسنج نشان می دهد بر حسب زمان به چه شکلی تغییر می کند؟



پاسخ: ابتدا خازن خالی است و با وصل کلید تمایل دارد پر شود، پس بارها به سرعت به سمت خازن حرکت می کنند. اما به مرور با پر شدن خازن، تمایل به انتقال بار نیز کم می شود و سرعت انتقال بارها به سمت خازن کاهش می یابد و با پر شدن خازن دیگر باری از باتری به خازن منتقل نمی شود و می توان گفت ابتدا آمپرسنج وجود جریان زیادی را نشان می دهد که به سرعت به صفر می رسد.

پرسش (45): اختلاف پتانسیل دو سر یک باتری 20 ولت است. خازنی را به باتری وصل می‌کنیم اختلاف پتانسیل خازن و باتری برابر 20 ولت خواهد بود. چرا با اینکه مقداری از بار باتری کم شده و به خازن منتقل شده است باز هم اختلاف پتانسیل دو سر آن را 20 ولت می‌گیریم؟



پاسخ: استخر آب بزرگی را در نظر بگیرید. اگر یک ظرف را توسط لوله‌ای به آن متصل کنیم، با اینکه مقداری آب از استخر به ظرف منتقل می‌شود سطح آب تغییر محسوسی نمی‌کند و ارتفاع آب استخر را ثابت می‌گیریم زیرا مقدار آب منتقل شده به ظرف در مقایسه با حجم کل آب بسیار ناچیز است. همین مطلب در مورد خازن نیز صادق است.

اگر باتری بار قابل توجهی از دست بدهد اختلاف پتانسیل دو سر آن کاهش می‌یابد ولی معمولاً مقدار بار ذخیره شده در خازن در مقایسه با بار کل موجود در باتری بسیار ناچیز است و در اختلاف پتانسیل دو سر باتری تغییری ایجاد نمی‌کند.

2 - 11 ظرفیت خازن

آزمایش‌ها نشان می‌دهد در یک خازن نسبت بار ذخیره شده در خازن به اختلاف پتانسیل دو سر آن ثابت است و به هر نسبتی که اختلاف پتانسیل دو سر خازن بیشتر می‌شود، به همان نسبت بار بیشتری نیز در آن ذخیره می‌شود. ظرفیت خازن را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$C = \frac{q}{V}$$

ظرفیت خازن برابر نسبت بار ذخیره شده در آن به اختلاف پتانسیل بین دو صفحه‌ی آن است:

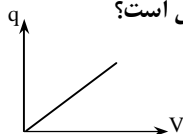
یکای ظرفیت، به پاس خدمات مایکل فارادی، فاراد نامیده می‌شود.

فاراد یکای بسیار بزرگی است و معمولاً ظرفیت خازن‌های تخت از حدود چند میکروفاراد تجاوز نمی‌کند.

پرسش (46): اگر q دو برابر شود، C چند برابر می‌شود؟

پاسخ: تغییر نمی‌کند، زیرا C تابعی q و V نیست بلکه q تابعی از یک‌دیگر بوده و C برای یک خازن عددی است ثابت.

پرسش (47): نمودار بار بر حسب اختلاف پتانسیل دو سر خازن را رسم کرده و بیان کنید و شیب آن معرف چه کمیتی است؟



پاسخ: با توجه به رابطه $q = CV$ ، نمودار باید خط راستی باشد که شیب آن C ، ظرفیت خازن است.

2 - 12 عوامل موثر بر ظرفیت خازن

با انجام آزمایش‌های مختلف می‌توان عوامل موثر بر ظرفیت خازن تخت را بررسی کرد:

$$C \propto \frac{1}{d}$$

الف - با تغییر فاصله‌ی بین دو صفحه، ظرفیت خازن تغییر می‌کند. ظرفیت خازن با فاصله‌ی صفحه‌ها از هم نسبت عکس دارد.

پرسش (48): چگونه این ارتباط را توجیه می‌کنید؟

پاسخ: با کم شدن فاصله‌ی صفحه‌ها، فاصله‌ی بین بارهای ناهمنام دو صفحه‌ی روبرو کم شده و ربایش بین آنها افزایش می‌یابد و تعادل بین ربایش بین بارهای ناهمنام دو صفحه و رانش بین بارهای همنام در یک صفحه به هم می‌خورد و ربایش بیش‌تر باعث جذب بار بیشتر از باتری به صفحه‌های خازن می‌شود. پس با ثابت بودن V ، q زیاد می‌شود و نسبت $C = \frac{q}{V}$ یعنی ظرفیت خازن افزایش می‌یابد.

ب - مشاهده می‌شود با تغییر مساحت موثر صفحه‌ها، ظرفیت خازن تغییر می‌کند و ظرفیت خازن با مساحت موثر صفحه‌ها نسبت مستقیم دارد. $C \propto A$



منظور از مساحت موثر، مساحتی از صفحه‌ها است که روبروی هم قرار دارند.

پرسش (49): چگونه این ارتباط را توجیه می‌کنید؟

پاسخ: با بزرگ کردن مساحت هر صفحه، بارهای همنام موجود در یک صفحه از هم دور شده و در مساحت بیشتری پخش می‌شوند با زیاد شدن فاصله‌ی آنها نیروی رانش بین آنها نیز کاهش می‌یابد و تعادل بین رانش و ربایش بر هم می‌خورد. از آن‌جا که رانش کم شده است، نیروی ربایش بیشتر از رانش بوده و باعث جذب بار بیشتری از باتری به صفحه‌های خازن می‌شود و با ثابت بودن V ، q افزایش یافته پس ظرفیت خازن

$$C = \frac{q}{V}$$

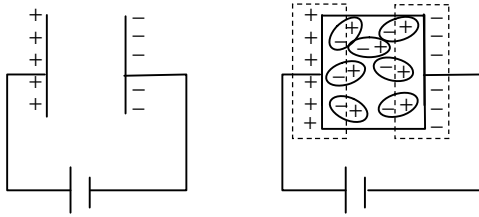
ج - قرار دادن یک دی‌الکتریک (یک قطعه نارسانا) بین دو صفحه‌ی خازن باعث تغییر ظرفیت می‌شود. اگر دی‌الکتریک تمام فضای بین دو صفحه‌ها را پر کرده باشد، ظرفیت با ضریب دی‌الکتریک که نشانگر نوع دی‌الکتریک است نسبت مستقیم دارد:

$$C \propto k$$

وقتی دی‌الکتریک یک خازن هوا یا خلا باشد $k = 1$ قرار می‌دهیم.

پرسش (50): این ارتباط را چگونه توجیه می کنید؟

پاسخ: مولکولهای یک نارسانا تحت تأثیر بارهای صفحه های خازن دوقطبی می شوند.



در ابتدا بارهای هر صفحه فقط تحت تأثیر ربایش بارهای ناهمنام صفحه ی روبرو می باشند. با دوقطبی شدن مولکولها، بارهای هر صفحه علاوه بر ربایش بارهای ناهمنام صفحه ی روبرو، تحت تأثیر ربایش بارهای ناهمنام دوقطبی ها نیز قرار می گیرند. افزایش نیروی ربایش باعث جذب بار

بیشتری به صفحه های خازن می شود. پس با ثابت بودن V ، q افزایش یافته و $C = \frac{q}{V}$ یعنی ظرفیت خازن زیاد می شود.

پرسش (51): به نظر شما k نشانگر چه خاصیتی در دی الکتریک است؟

پاسخ: هرچه مولکولهای دی الکتریک بیش تر دوقطبی شوند، اثر افزایش ربایش آن ها به بارهای صفحه های خازن بیشتر بوده و افزایش ظرفیت بیشتری ایجاد می کنند. پس k نشانگر توانایی دوقطبی شدن و دوقطبی بودن مولکولهای جسم می باشد.

مجمع بندی: در یک جمع بندی وقتی تناسب های فوق را به تساوی تبدیل می کنیم به رابطه ی زیر برای ظرفیت خازن می رسیم:

$$C = \frac{k\epsilon_0 A}{d}$$

k ضریب دی الکتریک، d فاصله ی صفحه ها، A مساحت موثر و ϵ_0 ضریب گذردهی الکتریک خلا:

m مسئله (28): فاصله ی صفحه های یک خازن را نصف کرده و دی الکتریکی با ضریب $k = 3$ بین صفحه ها قرار می دهیم. ظرفیت

$$\text{خازن چند برابر می شود؟} \quad C_1 = \frac{\epsilon_0 A}{d_1}, \quad C_2 = \frac{k\epsilon_0 A}{d_2}$$

$$\frac{C_2}{C_1} = \frac{\frac{k\epsilon_0 A}{d_2}}{\frac{\epsilon_0 A}{d_1}} = \frac{k d_1}{d_2} = \frac{3 \times d_1}{\frac{1}{2} d_1} \Rightarrow \frac{C_2}{C_1} = 6$$

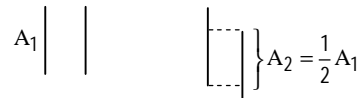
m مسئله (29): صفحه های خازن را به موازات امتداد اولیه ی خود حرکت می دهیم تا نصف مساحت صفحه ها روبروی هم قرار گیرد.

یک دی الکتریک با ضریب k بین دو صفحه قرار می دهیم تا ظرفیت خازن تغییری نکند. k چقدر است؟

پاسخ: با حرکت صفحه ها مساحت موثر نصف می شود.

$$C_1 = \frac{\epsilon_0 A}{d_1}, \quad C_2 = \frac{k\epsilon_0 A}{d_2} \Rightarrow \frac{C_2}{C_1} = \frac{\frac{k\epsilon_0 A_2}{d}}{\frac{\epsilon_0 A_1}{d}} = \frac{k A_2}{A_1} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{k \left(\frac{1}{2} A_1 \right)}{A_1} = 1 \Rightarrow k = 2$$



تست (30): اگر اختلاف پتانسیل دو سر یک خازن که به دو سر یک منبع برق متغیر وصل است دو برابر شود، بار الکتریکی و ظرفیت آن

به ترتیب هر کدام چند برابر می شود؟ (فرض این است که افزایش ولتاژ به خازن آسیب نمی زند)

$$1) \text{ و } \frac{1}{2} \quad 2) \text{ و } 2 \quad 3) \text{ و } 1 \quad 4) \text{ و } 2$$

پاسخ: گزینه ی (3)

ظرفیت خازن فقط تابع مساحت و فاصله ی صفحه ها و ضریب دی الکتریک است و با تغییر ولتاژ، تغییر نمی کند. با دو برابر شدن V و ثابت بودن C در رابطه ی $q = CV$ ، بار نیز دو برابر می شود.

پدیده‌ی فروشکست

هنگامی که اختلاف پتانسیل دو صفحه‌ی خازن را افزایش می‌دهیم، بار ذخیره شده در صفحه‌ها نیز افزایش می‌یابد اما نسبت آن‌ها ثابت می‌ماند. افزایش V به هر مقدار دلخواه ممکن نیست زیرا با افزایش V و بار روی صفحه‌ها، رایش شدیدی بین بارهای دو صفحه به وجود می‌آید که تنها مانع برای حرکت آنها به سوی هم وجود نارسانا بین دو صفحه است. اگر اختلاف پتانسیل دو صفحه به مقدار خاصی به نام **پتانسیل فروشکست** برسد، در یک لحظه مقاومت نارسانا در برابر عبور بار شکسته شده و شدت دوقطبی شدن مولکولها آنقدر زیاد می‌شود که در این لحظه الکترون‌ها از هسته‌ها جدا شده و بارها مانند یک رسانا از دی‌الکتریک عبور می‌کنند و بارهای صفحه‌ها خنثی می‌شود. انتقال ناگهانی بار دمای زیادی ایجاد می‌کند که باعث سوراخ شدن و تغییر شکل دی‌الکتریک می‌شود و اصطلاحاً می‌گوییم خازن سوخته است. به این پدیده، فروشکست گفته می‌شود.

پرسش (52): اندازه‌ی پتانسیل فروشکست به چه عواملی بستگی دارد؟

پاسخ: هرچه مولکولهای نارسانا راحت‌تر دوقطبی شوند اندازه‌ی پتانسیل فروشکست کمتر خواهد بود.

پس هرچه دو صفحه‌ی خازن به هم نزدیک‌تر باشند رایش ایجاد شده بین دو صفحه بیش‌تر شده و اندازه‌ی پتانسیل فروشکست کمتر می‌شود.

پس اندازه‌ی پتانسیل فروشکست به جنس دی‌الکتریک و فاصله‌ی دو صفحه بستگی دارد.

2 - 13 انرژی خازن

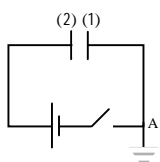
هنگامی که یک خازن خالی به یک باتری وصل می‌شود، مقداری از انرژی باتری باعث حرکت بارها به سوی صفحه‌های خازن می‌شود و خازن پر می‌شود. پس، از انرژی باتری کاسته شده است و به صورت انرژی پتانسیل الکتریکی در خازن ذخیره می‌شود. در بخش 2-8 نیز دیدیم که وقتی دو بارهای الکتریکی در مجاورت یکدیگر قرار دارند، مجموعه‌ی بارها دارای انرژی پتانسیل الکتریکی است. این انرژی در خازن به صورت ایجاد میدان الکتریکی ذخیره شده است و در هنگام تخلیه به مدار پس داده می‌شود.

$$U = \frac{1}{2} qV = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{q^2}{2C}$$

انرژی ذخیره شده در خازن از روابط زیر به دست می‌آید:

پرسش (53): چگونه می‌توان روابط فوق را به دست آورد؟

پاسخ: می‌دانیم اگر بار q بین دو نقطه که دارای اختلاف پتانسیل ΔV است جابه‌جا شود، تغییر انرژی ایجاد شده برابر با $\Delta U = \Delta V \cdot q$ است.



می‌توانیم مداری مطابق شکل ببینیم و نقطه‌ی A را به زمین وصل کنیم ($V_A = 0$). با وصل کلید، قطب منفی باتری به زمین و یک صفحه‌ی خازن وصل می‌شود. الکترون‌ها از قطب منفی به صفحه‌ی (1) خازن رفته و در نهایت صفحه‌ی (1) و قطب منفی هم‌پتانسیل می‌شوند و پتانسیل آن‌ها با توجه به اتصال به زمین صفر است. بارهای مثبت نیز از قطب مثبت به صفحه‌ی (2) خازن منتقل می‌شوند ابتدا اختلاف پتانسیل بین قطب مثبت و صفحه‌ی (2) خازن که خالی بوده V می‌باشد و در نهایت این دو باهم، هم‌پتانسیل می‌شوند و اختلاف پتانسیل آن‌ها صفر می‌شود.

پس اگر بخواهیم تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی ایجاد شده را محاسبه کنیم به این مشکل برخورد می‌کنیم که ΔV هنگام انتقال بار ثابت نیست ابتدا $\Delta V = V$ و در آخر $\Delta V = 0$ است. پس برای محاسبه‌ی $\Delta U = \Delta V \cdot q$ باید به جای ΔV اختلاف پتانسیل متوسط را قرار دهیم. اگر

تغییرات یک کمیت نسبت به متغیر خود خطی و درجه‌ی (1) باشد که در این‌جا با توجه به رابطه $V = \frac{q}{C}$ این رابطه وجود دارد، متوسط آن از میانگین گرفتن بدست می‌آید.

$$\overline{\Delta V} = \frac{0 + V}{2}$$

$$\Delta U = \overline{\Delta V} \cdot q = \frac{0 + V}{2} \cdot q = \frac{qV}{2}$$

پس داریم:

ابتدا انرژی خازن صفر بوده پس:

$$\Delta U = U - 0 = \frac{qV}{2} \Rightarrow U = \frac{qV}{2}$$

m مسئله‌ی (30): خازنی به ظرفیت $C = 6\mu F$ را به باتری 500 ولتی وصل می‌کنیم. انرژی ذخیره شده در خازن را محاسبه کنید.

$$C = 6\mu F = 6 \times 10^{-6} F, \quad V = 500 V$$

پاسخ:

$$U = \frac{CV^2}{2} = \frac{6 \times 10^{-6} \times 250000}{2} = 0.75 J$$

* اثبات دقیق انرژی خازن توسط انتگرال‌گیری صورت می‌گیرد که از سطح این کتاب بالاتر است.

m مسئله (31): یک خازن 4 میکروفارادی را به یک باتری 100 ولتی وصل و سپس از آن جدا می‌کنیم. مجدداً آن را به یک باتری 300 ولتی می‌بندیم به طوری که صفحه‌ی مثبت خازن به قطب مثبت باتری وصل شود. انرژی خازن چند ژول افزایش می‌یابد.

$$C = 4 \mu\text{F}, V_1 = 100 \text{ V}, V_2 = 300 \text{ V}$$

$$U_1 = \frac{CV_1^2}{2} = \frac{4 \times 10^{-6} \times 10000}{2} = 0.02 \text{ J}, \quad U_2 = \frac{CV_2^2}{2} = \frac{4 \times 10^{-6} \times 90000}{2} = 0.18 \text{ J}$$

خازن با وصل به باتری در حالت دوم، دارای 0.18 J انرژی می‌شود. خازن در ابتدا 0.02 J انرژی داشته است پس انرژی آن $0.18 - 0.02 = 0.16 \text{ J}$ اضافه می‌شود.

m مسئله (32): بار خازنی را 10% افزایش می‌دهیم. انرژی آن چند درصد افزایش می‌یابد؟

پاسخ:

$$q_2 = q_1 + 0.1q_1 = 1.1q_1$$

$$U_1 = \frac{q_1^2}{2C}, \quad U_2 = \frac{q_2^2}{2C} = \frac{(1.1q_1)^2}{2C} = 1.21 \times \frac{q_1^2}{2C} = 1.21 U_1$$

$$\frac{\Delta U}{U_1} = \frac{U_2 - U_1}{U_1} = \frac{1.21U_1 - U_1}{U_1} = 0.21$$

پس انرژی 21% افزایش می‌یابد.

m مسئله (33): $+2 \mu\text{C}$ بار را از صفحه‌ی منفی خازنی به بار q_1 جدا می‌کنیم و به صفحه‌ی مثبت آن می‌رسانیم. برای این جابه‌جایی 1 μJ انرژی مصرف می‌کنیم. اگر ظرفیت خازن 12 μF باشد، بار اولیه‌ی خازن، q_1 ، چقدر بوده است؟

پاسخ: وقتی بار مثبت را از صفحه‌ی منفی جدا می‌کنیم بار آن صفحه منفی‌تر و برابر $-q_1 - 2 \mu\text{C}$ می‌شود. با رساندن این بار مثبت به صفحه‌ی مثبت، بار آن صفحه مثبت‌تر و برابر $+q_1 + 2 \mu\text{C}$ می‌شود پس می‌توان گفت بار خازن از q_1 میکروکولن به $q_1 + 2$ میکروکولن تبدیل شده است.

با توجه به ثابت بودن ظرفیت خازن، با افزایش بار، انرژی خازن نیز افزایش می‌یابد ($U = \frac{q^2}{2C} \uparrow$). طبق اصل پایستگی انرژی، این افزایش انرژی برابر کاری است که ما برای این جابه‌جایی انجام داده‌ایم.

$$\Delta U = W \rightarrow U_2 - U_1 = W \Rightarrow \frac{q_2^2}{2C} - \frac{q_1^2}{2C} = W \Rightarrow \frac{[(q_1 + 2) \times 10^{-6}]^2}{2 \times 12 \times 10^{-6}} - \frac{(q_1 \times 10^{-6})^2}{2 \times 12 \times 10^{-6}} = 1 \times 10^{-6} \Rightarrow \frac{(q_1 + 2)^2 - q_1^2}{24} = 1$$

$$4q_1 + 4 = 24 \Rightarrow q_1 = 5 \mu\text{C}$$

تست (31): اگر با افزایش ولتاژ، بار الکتریکی یک خازن را دو برابر کنیم، انرژی ذخیره شده در آن چند برابر می‌شود؟

$$2 \quad (1) \quad 4 \quad (2) \quad \sqrt{2} \quad (3) \quad 2\sqrt{2} \quad (4)$$

پاسخ: گزینه‌ی (4)

ولتاژ و بار خازن متغیر بوده ولی ظرفیت یک خازن ثابت است. پس با استفاده از رابطه‌ی $U = \frac{q^2}{2C}$ ، می‌توانیم بنویسیم:

$$\frac{U_2}{U_1} = \left(\frac{q_2}{q_1}\right)^2 = \left(\frac{2q_1}{q_1}\right)^2 = 4$$

تست (32): یک خازن 4 میکروفارادی با اختلاف پتانسیل 10 ولت شارژ شده است. اگر این خازن با اختلاف پتانسیل 20 ولت شارژ شود. انرژی آن نسبت به حالت اول چند ژول افزایش می‌یابد؟

$$3 \times 10^{-4} \quad (1) \quad 3 \times 10^{-3} \quad (2) \quad 6 \times 10^{-3} \quad (3) \quad 6 \times 10^{-4} \quad (4)$$

پاسخ: گزینه‌ی (4)

ظرفیت خازن ثابت بوده و ولتاژ آن تغییر کرده پس از رابطه‌ی $U = \frac{CV^2}{2}$ استفاده می‌کنیم.

$$U_1 = \frac{CV_1^2}{2} = \frac{4 \times 10^{-6} \times 100}{2} = 2 \times 10^{-4} \text{ J}, \quad U_2 = \frac{CV_2^2}{2} = \frac{4 \times 10^{-6} \times 400}{2} = 8 \times 10^{-4} \text{ J}$$

$$\Delta U = U_2 - U_1 = 6 \times 10^{-4} \text{ J}$$

پرسش (54): آیا وقتی که خازن بدون بار C را به یک مولد با نیروی محرکه‌ی V متصل می‌کنیم، پس از پر شدن خازن، انرژی ذخیره شده در خازن برابر انرژی است که مولد به بار q داده است؟ توضیح دهید.

پاسخ: انرژی که مولد به مدار خازن می‌دهد برابر است با:

$$U = Vq$$

اما انرژی ذخیره شده در خازن برابر است با:

$$U = \frac{1}{2} Vq$$

پس انرژی ذخیره شده در خازن نصف انرژی است که مولد به مدار می‌دهد. در واقع از کل انرژی‌ای که پیل آزاد می‌کند نصف آن در خازن ذخیره می‌شود و نصف آن تلف می‌شود.*

2-14 تغییر کمیت‌های یک خازن

وقتی یک خازن به مولد وصل و یا پس از پر شدن از مولد جدا می‌شود می‌توان با تغییر در ظرفیت آن بقیه‌ی کمیت‌های مربوط به خازن را تغییر داد.

خازن وصل به مولد

هنگامی که یک خازن به مولد وصل است، اختلاف پتانسیل دو سر آن ثابت و برابر اختلاف پتانسیل دو سر مولد است. پس با ایجاد تغییر در ظرفیت خازن، بار و انرژی خازن مطابق رابطه‌های $q = CV$ و $U = \frac{CV^2}{2}$ به نسبت مستقیم با تغییرات ظرفیت، تغییر می‌کنند.

پرسش (55): خازنی به مولدی وصل است. فاصله‌ی صفحه‌های آن را نصف می‌کنیم، بار و انرژی آن چند برابر می‌شود؟

پاسخ:

$$d_2 = \frac{1}{2} d_1 \Rightarrow C_2 = 2C_1$$

$$\left. \begin{array}{l} q = CV \\ V \text{ ثابت} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{q_2}{q_1} = \frac{C_2}{C_1} = 2, \quad \left. \begin{array}{l} U = \frac{CV^2}{2} \\ V \text{ ثابت} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \frac{C_2}{C_1} = 2$$

پرسش (56): با توجه به این که میدان الکتریکی خازن، یکنواخت است، بررسی کنید با تغییر فاصله‌ی صفحه‌های یک خازن متصل به مولد، میدان آن چه تغییری می‌کند؟

پاسخ: رابطه‌ی بین اختلاف پتانسیل بین دو نقطه به فاصله‌ی d در یک میدان یکنواخت E به صورت $V = E \cdot d$ است. پس می‌توان با داشتن

اختلاف پتانسیل دو صفحه‌ی خازن میدان الکتریکی یکنواخت آن را از رابطه‌ی $E = \frac{V}{d}$ به دست آورد.

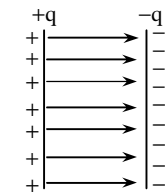
هنگامی که خازن به مولد متصل است V ثابت است و میدان به نسبت عکس تغییرات d ، تغییر می‌کند.

پرسش (57): یک خازن به مولدی وصل است. با تغییر در ابعاد صفحه‌ها یا تغییر دی‌الکتریک میدان خازن چگونه تغییر می‌کند؟

پاسخ: با توجه به رابطه‌ی $E = \frac{V}{d}$ و ثابت بودن v و d ، میدان ثابت می‌ماند و تغییر A یا k باعث تغییر میدان خازن نمی‌شود.

پرسش (58): دی‌الکتریک خازنی که به مولد وصل است هوا است. با نارسانایی با ضریب دی‌الکتریک k بین دو صفحه‌ی خازن را پر می‌کنیم. میدان الکتریکی دوقطبی‌های دی‌الکتریک را محاسبه کنید.

پاسخ: ابتدا میدان الکتریکی خازن فقط توسط بارهای صفحه‌های خازن $(+q, -q)$ به وجود می‌آید.



$$E_1 = \frac{V}{d}$$

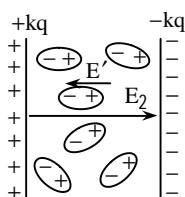
با قرار دادن دی‌الکتریک، ظرفیت خازن k برابر می‌شود و با توجه به ثابت بودن V در رابطه‌ی $q = CV$ بار خازن نیز k برابر می‌شود. بنابراین میدان که این بارها ایجاد می‌کنند نیز k برابر می‌شود. در فضای بین دو صفحه دو میدان الکتریکی وجود دارد. یکی میدان الکتریکی ایجاد شده توسط بارهای خازن:

$$q_2 = kq_1 \Rightarrow E_2 = kE_1$$

دیگری میدان الکتریکی ایجاد شده توسط دوقطبی‌ها (E') . میدان دوقطبی‌ها بر خلاف جهت E_2 می‌باشد و میدان

خازن برآیند این دو میدان است. می‌دانیم میدان خازن با توجه به ثابت بودن V و d در رابطه‌ی $E = \frac{V}{d}$ ثابت

است پس برآیند میدان‌ها در حالت دوم با میدان حالت اول برابر است:



* انرژی تلف شده به دو صورت است: یکی گرمای تولید شده در سیم‌های مدار و دیگری به صورت تولید امواج الکترومغناطیس. این قسمت را می‌توان در فیزیک پیش دانشگاهی مورد بحث قرار داد و از بحث فیزیک سال سوم خارج است.

$$E_2 - E' = E_1 \Rightarrow kE_1 - E' = E_1 \Rightarrow E' = (k-1)E$$

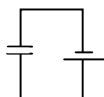
تست (33): دو سر خازنی به یک باتری وصل بوده و عایق بین صفحات آن هوا است. حال اگر یک متغیری شیشه‌ای بین صفحات آن قرار دهیم، با ثابت ماندن فاصله‌ی بین دو صفحه، بار الکتریکی و ولتاژ آن به ترتیب چگونه تغییر می‌کنند؟

(1) افزایش - افزایش (2) افزایش - ثابت (3) کاهش - افزایش (4) کاهش - ثابت

پاسخ: گزینه‌ی (2)

با قرار دادن دی‌الکتریک بین دو صفحه‌ی خازن، ظرفیت خازن افزایش می‌یابد و از آنجایی که خازن به مولد وصل است پس ولتاژ دو سر آن ثابت است. در رابطه‌ی $q = CV$ با افزایش ظرفیت بار خازن افزایش می‌یابد.

تست (34): در مدار شکل روبه‌رو در حالی که باتری به خازن وصل است، فاصله‌ی صفحات خازن را زیاد می‌کنیم. کدام گزینه درست است؟



(1) ظرفیت و بار خازن هر دو کم می‌شوند. (2) ظرفیت کم و بار ثابت می‌ماند. (3) ظرفیت زیاد و بار کم می‌شود. (4) ظرفیت و بار هر دو زیاد می‌شوند.

پاسخ: گزینه‌ی (1)

ولتاژ خازن برابر اختلاف پتانسیل دو سر باتری و ثابت است. با افزایش فاصله، ظرفیت کاهش و در نتیجه طبق رابطه‌ی $q = CV$ ، بار خازن نیز کاهش می‌یابد.

تست (35): دو سر خازنی به مولد وصل است. چگونه می‌توان میدان الکتریکی خازن را افزایش داد.

(1) افزایش مساحت صفحه‌ها (2) افزایش ضریب دی‌الکتریک (3) کاهش فاصله‌ی صفحه‌ها (4) افزایش فاصله‌ی صفحه‌ها

پاسخ: گزینه‌ی (3)

در رابطه‌ی $E = \frac{V}{d}$ ، V ثابت است. پس افزایش E فقط با کاهش d امکان‌پذیر است.

تست (36): در حالی که دو سر یک خازن مسطح به دو سر باتری متصل است، فاصله‌ی صفحات آن را (که قبلاً خالی بوده است) نصف کرده و با عایقی با ثابت دی‌الکتریک 4 پر می‌کنیم. انرژی ذخیره شده در خازن و اندازه‌ی میدان الکتریکی بین دو صفحه چند برابر می‌شود؟ (انرژی: U و میدان: E)

(1) $E_2 = 2E_1$ و $U_2 = 4U_1$ (2) $E_2 = 4E_1$ و $U_2 = 2U_1$ (3) $E_2 = E_1$ و $U_2 = 8U_1$ (4) $E_2 = 2E_1$ و $U_2 = 8U_1$

پاسخ: گزینه‌ی (4)

ولتاژ خازن وصل به مولد ثابت است. پس با توجه به روابط $U = \frac{CV^2}{2}$ و $E = \frac{V}{d}$ داریم:

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{C_2}{C_1} = \frac{k_2 A_2 \times d_1}{k_1 A_1 \times d_2} = \frac{4 \times A \times d_1}{A \times \frac{1}{2} d_1} = 8$$

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{d_1}{d_2} = \frac{d_1}{\frac{1}{2} d_1} = 2$$

خازن جدای از مولد

هنگامی که خازن را به باتری وصل می‌کنیم، خازن پر می‌شود. وقتی خازن را از باتری جدا می‌کنیم به دلیل این که صفحه‌های خازن به مدار دیگری وصل نیستند بار صفحه‌ها ثابت می‌مانند. پس بار خازن ثابت است و هر تغییری روی ظرفیت، باعث تغییر V و U به نسبت عکس تغییرات خازن می‌شود.

$$(U = \frac{q^2}{2C}, V = \frac{q}{C})$$

پرسش (59): خازنی را به مولد وصل کرده و از آن جدا می‌کند. فاصله‌ی صفحه‌های آن را نصف می‌کنیم، اختلاف پتانسیل و انرژی آن چند برابر می‌شود؟

پاسخ:

$$d_2 = \frac{1}{2} d_1 \Rightarrow C_2 = 2C_1$$

$$\left. \begin{aligned} V &= \frac{q}{C} \\ V &= \text{ثابت } q \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{C_1}{C_2} = \frac{1}{2} \quad \left. \begin{aligned} U &= \frac{q^2}{2C} \\ U &= \text{ثابت } q \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \frac{C_1}{C_2} = \frac{1}{2}$$

پرسش (60): برای میدان الکتریکی یکنواخت خازن، رابطه‌ای بر حسب بار خازن به دست آورید:

پاسخ:

$$\left. \begin{aligned} E &= \frac{V}{d} \\ V &= \frac{q}{C} \end{aligned} \right\} \Rightarrow E = \frac{q}{Cd} = \frac{q}{k\epsilon_0 A} \times d \Rightarrow E = \frac{q}{k\epsilon_0 A}$$

از سویی چگالی سطحی بار روی هر صفحه برابر است با $\sigma = \frac{q}{A}$ پس می‌توان نوشت: $E = \frac{\sigma}{k\epsilon_0}$

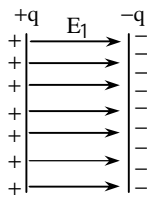
پرسش (61): با تغییر k ، A یا d ، میدان خازن جدا شده از مولد چه تغییری می‌کند؟

پاسخ: خازنی که از مولد جدا شده دارای بار ثابت بوده و با تغییر ظرفیت، اختلاف پتانسیل دو سر آن نیز تغییر می‌کند. بنابراین با تغییر d ، هم‌صورت

و هم مخرج کسر $E = \frac{V}{d}$ تغییر می‌کند پس بهتر است از رابطه‌ی $E = \frac{q}{k\epsilon_0 A}$ استفاده کنیم. در این کسر مشاهده می‌شود که q ثابت است و E به فاصله‌ی بین دو صفحه ربطی ندارد. با تغییر d ، E ثابت می‌ماند.

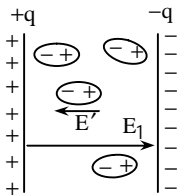
پرسش (62): دی‌الکتریک خازنی که از مولد جدا شده است هوا است. با نارسائیی با ضریب دی‌الکتریک k بین دو صفحه‌ی خازن را پر می‌کنیم. میدان الکتریکی دوقطبی‌های دی‌الکتریک را محاسبه کنید:

پاسخ: با قرار دادن دی‌الکتریک، ظرفیت خازن k برابر می‌شود. با توجه به رابطه‌ی $V = \frac{q}{C}$ ، اختلاف پتانسیل $\frac{1}{k}$ برابر می‌شود. در رابطه‌ی



$E = \frac{V}{d}$ فاصله‌ی دو صفحه ثابت است و آن را تغییر نداده‌ایم پس V ، $\frac{1}{k}$ برابر می‌شود.

$$E_1 = \frac{V_1}{d}$$



در ابتدا میدان فقط شامل میدانی است که بارهای صفحه‌های خازن ایجاد می‌کنند (E_1). با قرار دادن دی‌الکتریک، میدان شامل دو میدان الکتریکی است. یکی میدان ایجاد شده توسط بارهای صفحه‌های خازن که همان E_1 است زیرا بارهای خازن تغییری نکرده و دیگری میدان دوقطبی‌ها است که خلاف جهت E_1 است. برآیند میدان خازن $E_1 - E'$ است که $\frac{1}{k}$ برابر میدان حالت قبل است:

$$\left. \begin{aligned} E_2 &= \frac{V_2}{d} \\ V_2 &= \frac{1}{k} V_1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow E_2 = \frac{1}{k} \frac{V_1}{d} = \frac{1}{k} E_1$$

$$E_2 = E_1 - E' \Rightarrow E_1 - E' = \frac{1}{k} E_1 \Rightarrow E' = \frac{k-1}{k} E$$

m مسأله‌ی (34): خازنی به مولد وصل و سپس از آن جدا می‌شود. چگالی بار روی صفحه‌های خازن $9 \times 10^{-4} \frac{C}{m^2}$ و دی‌الکتریک آن

هوا است. بار $q_0 = 2 \mu C$ را بین صفحه‌های خازن قرار می‌دهیم چه نیرویی به آن وارد می‌شود؟ $\epsilon_0 = 9 \times 10^{-12} \frac{C^2}{N.m^2}$

پاسخ:

$$\left. \begin{array}{l} E = \frac{q}{k\epsilon_0 A} \\ k = 1 \\ \sigma = \frac{q}{A} = 9 \times 10^{-4} \end{array} \right\} \Rightarrow E = \frac{1}{\epsilon_0} \times \frac{q}{A} = \frac{1}{9 \times 10^{-12}} \times 9 \times 10^{-4} \Rightarrow E = 10^8 \frac{N}{C}$$

$$F = E.q_0 = 10^8 \times 2 \times 10^{-6} \Rightarrow F = 200 N$$

تست (37): بین صفحات یک خازن مسطح هواست و به دو سر یک باتری وصل شده است. آن را از باتری جدا می‌کنیم. حال اگر بدون اتصال صفحات، فاصله‌ی آن‌ها را دو برابر کنیم، انرژی الکتریکی آن چند برابر می‌شود؟

- (1) $\frac{1}{2}$ (2) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (3) 2 (4) 4

پاسخ: گزینه‌ی (3)

اگر خازن از مولد جدا شده باشد بار آن ثابت است. دو برابر شدن فاصله، ظرفیت نصف می‌شود. مطابق رابطه‌ی $U = \frac{q^2}{2C}$ ، انرژی دو برابر می‌شود.

تست (38): صفحات خازن پر شده‌ای را از مولد جدا کرده و بدون آن که به هم متصل شوند، آن را به هم نزدیک می‌کنیم. اختلاف پتانسیل دو صفحه و انرژی به ترتیب چه تغییری می‌کنند؟

- (1) کم، کم (2) زیاد، زیاد (3) زیاد، کم (4) کم، زیاد

پاسخ: گزینه‌ی (1)

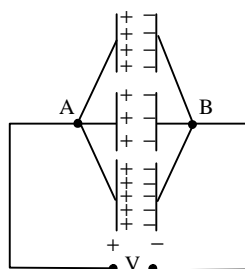
خازن از مولد جدا و بار آن ثابت است. با نزدیک شدن صفحه‌ها ($C = \frac{k\epsilon_0 A}{d}$)، ظرفیت افزایش و در رابطه‌های $V = \frac{q}{C}$ و $U = \frac{q^2}{2C}$ ، U و V کاهش می‌یابند.

2 - 15 به هم بستن خازن‌ها

برای به دست آوردن ظرفیتی که در دسترس نیست می‌توانیم با ترکیب خازن‌ها به ظرفیت مورد نظر دست یابیم. و می‌توان یک خازن را جایگزین چند خازن کرد. به این خازن خازن معادل و به ظرفیت آن، ظرفیت معادل می‌گوییم. خازن معادل، خازنی است که اگر به جای چند خازن در مدار قرار گیرد و به همان ولتاژی که به دو سر مجموعه‌ی خازن وصل است، متصل شود، انرژی ذخیره شده در آن برابر انرژی است که در مجموعه‌ی خازن‌ها ذخیره شده است. حالت ساده‌ی ترکیب خازن‌ها به هم بستن موازی و به هم بستن متوالی است.

الف - به هم بستن موازی

اگر خازن‌ها مطابق شکل بین دو نقطه‌ی A و B وصل شوند، می‌گوییم خازن‌ها با هم موازی هستند. در این حالت اختلاف پتانسیل دو سر خازن‌ها برابر V است.



$$V_1 = V_2 = V_3 = V$$

$$q_1 = C_1 V, q_2 = C_2 V, q_3 = C_3 V$$

و بار هر یک از خازن‌ها برابر است با:

بار الکتریکی مجموعه‌ی خازن‌ها برابر است با:

$$q = q_1 + q_2 + q_3$$

اگر خازن معادل به ظرفیت C_T را به همین ولتاژ وصل کنیم. بار ذخیره شده در آن نیز باید با بار کل q برابر باشد:

$$\left. \begin{array}{l} q = C_T V \\ q = q_1 + q_2 + q_3 \end{array} \right\} \Rightarrow C_T V = C_1 V + C_2 V + C_3 V \Rightarrow \boxed{C_T = C_1 + C_2 + C_3}$$

پرسش (63): بین دو خازن موازی کدام یک بار بیشتری دارد؟

پاسخ: در رابطه‌ی $q = CV$ ، ولتاژ دو خازن موازی یکسان است و بار با ظرفیت خازن نسبت مستقیم دارد. پس خازنی که ظرفیت بیش‌تر دارد، بار

بیشتری نیز دارد. به عبارتی بار با ظرفیت خازن نسبت مستقیم دارد:

$$\frac{q_2}{q_1} = \frac{C_2}{C_1}$$

m مسئله‌ی (35): دو خازن $C_1 = 4\mu\text{F}$ و C_2 به‌طور موازی به اختلاف پتانسیل $V = 20\text{V}$ وصل شده‌اند. اگر بار ذخیره شده در مجموعه، $120\mu\text{C}$ باشد، C_2 چقدر است؟

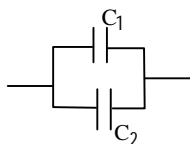
$$q = C_T V \Rightarrow q = (C_1 + C_2)V \Rightarrow 120 = (4 + C_2) \times 20 \Rightarrow C_2 = 2\mu\text{F}$$

پاسخ:

پرسش (64): در خازن‌های موازی انرژی ذخیره شده در کدام خازن بیشتر است؟

پاسخ: در خازن‌های موازی ولتاژها یکسان است.

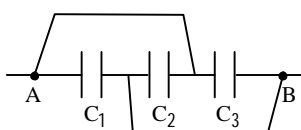
$$\left. \begin{aligned} U_1 &= \frac{1}{2} C_1 V^2 \\ U_2 &= \frac{1}{2} C_2 V^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \frac{C_2}{C_1}$$



پس خازنی که ظرفیت بیش‌تری دارد، دارای انرژی بیش‌تری است.

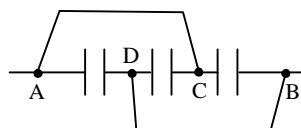
اتصال کوتاه

در ساده کردن مدارها باید به این مطلب توجه شود که اگر دو نقطه از مدار با یک سیم رسانا به هم وصل شده باشند این دو نقطه هم پتانسیل هستند و می‌توان آن دو نقطه را یک نقطه در نظر گرفت و مدار را مجدداً رسم کرد تا به‌شکل ساده‌تری برسیم.

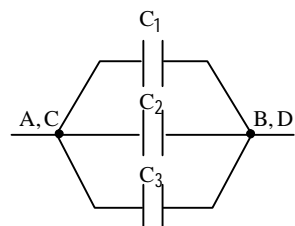


$$C_1 = 2\mu\text{F}, C_2 = 3\mu\text{F}, C_3 = 5\mu\text{F}$$

m مسئله‌ی (36): در مدار رسم شده ظرفیت معادل را به‌دست آورید:



در مدار رسم شده، نقاط تقاطع سیم‌ها را نام‌گذاری می‌کنیم: (نقطه‌ی اتصال دو انشعاب را گره گویند)



دو نقطه‌ی A و C با هم، هم پتانسیل هستند. دو نقطه‌ی B و D نیز با هم، هم پتانسیل هستند. مدار را مجدداً رسم می‌کنیم. دو نقطه‌ی A و C را یک نقطه و هم‌چنین دو نقطه‌ی B و D را یک نقطه می‌گیریم. یک صفحه‌ی خازن C_1 ، C_2 و C_3 به نقطه A و C وصل است و صفحه‌ی دیگر آنها به نقطه‌ی B و D وصل است.

$$C_T = C_1 + C_2 + C_3 = 2 + 3 + 5 = 10\mu\text{F}$$

پرسش (65): اگر دو صفحه‌ی یک خازن را با یک سیم رسانا به هم وصل کنیم چه اتفاقی می‌افتد؟

پاسخ: یک صفحه دارای بار $-q$ و دیگری دارای بار $+q$ است. با اتصال دو صفحه به هم بارها یک‌دیگر را خنثی می‌کنند و خازن تخلیه می‌شود.

نتیجه: اگر دو صفحه‌ی یک خازن را با یک سیم رسانا به هم وصل کنیم خازن تخلیه شده و اصطلاحاً می‌گوییم اتصال کوتاه رخ می‌دهد در این حالت این خازن از مدار حذف می‌شود.

m مسئله‌ی (37): دو خازن $C_1 = 4\mu\text{F}$ و $C_2 = 6\mu\text{F}$ به‌طور موازی به ولتاژ 100 ولت وصل هستند. دی‌الکتریک خازن C_1 هوا است و دی‌الکتریکی با ضریب $k = 2/25$ صفحه‌های آن قرار می‌دهیم. بار هر یک از خازن‌ها چند برابر می‌شود؟

پاسخ: در حالت اول:

$$V_1 = V_2 = 100\text{V}$$

$$q_1 = C_1 V_1 = 4 \times 100 = 400\mu\text{C}$$

$$q_2 = C_2 V_2 = 6 \times 100 = 600\mu\text{C}$$

در حالت دوم:

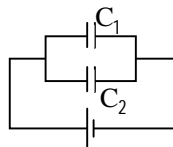
$$V_1 = V_2 = 100V$$

$$C'_1 = k C_1 = 2/25 \times 4 = 9 \mu F$$

$$q'_1 = C'_1 V_1 = 9 \times 100 = 900 \mu C \Rightarrow \frac{q'_1}{q_1} = \frac{900}{400} = \frac{9}{4}$$

$$q'_2 = C'_2 V_2 = 6 \times 100 = 600 \mu C \Rightarrow \frac{q'_2}{q_2} = \frac{600}{600} = 1$$

تست (39): در شکل روبرو اگر بین صفحات خازن C_1 ، دی الکتریک با ضریب k قرار دهیم، بار خازن‌های C_1 و C_2 چگونه تغییر می‌کند؟



(1) هر دو افزایش

(2) هر دو کاهش

(3) q_1 افزایش و q_2 ثابت

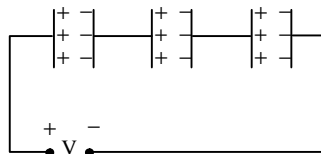
پاسخ: ولتاژ هر دو خازن برابر ولتاژ دو سر باتری و ثابت است. پس داریم:

$$\left. \begin{array}{l} q_1 = C_1 V_1 \\ C_1 \text{ افزایش} \\ V_1 \text{ ثابت} \end{array} \right\} \Rightarrow q_1 \text{ افزایش می‌یابد}$$

$$\left. \begin{array}{l} q_2 = C_2 V_2 \\ C_2 \text{ ثابت} \\ V_2 \text{ ثابت} \end{array} \right\} \Rightarrow q_2 \text{ ثابت می‌ماند}$$

ب - به هم بستن متوالی خازن‌ها

اگر خازن‌ها مطابق شکل به هم وصل باشند می‌گوییم خازن‌ها متوالی یا سری هستند.
در خازن‌های متوالی بار خازن‌ها با هم برابر است.



اگر بار $+q$ از قطب مثبت باتری به صفحه‌ی سمت چپ خازن C_1 جابه‌جا شود روی صفحه‌ی روبروی خازن C_1 ، بار $-q$ القا می‌شود و بارهای $+q$ دفع شده به صفحه‌ی سمت چپ خازن C_2 رفته و بار $-q$ روی صفحه‌ی دیگر خازن القا می‌کند و باعث می‌شود روی صفحه‌ی سمت چپ خازن C_3 بار $+q$ القا شود و روی صفحه‌ی روبروی خازن C_3 بار $-q$ القا می‌شود و بارهای $+q$ دفع شده به قطب منفی باتری می‌روند. پس بار کل مبادله شده توسط باتری با مدار q و بار هر یک از آنها نیز q است.

$$q = q_1 = q_2 = q_3$$

هیچ‌یک از خازن‌ها به‌طور مستقل به ولتاژ وصل نیستند و ولتاژ دو سر مدار برابر مجموع ولتاژ دو سر خازن‌هاست.

$$V = \frac{q}{C_T}$$

اگر C_T ظرفیت معادل باشد با وصل به ولتاژ V بار q در آن ذخیره می‌شود.

$$V = V_1 + V_2 + V_3 \Rightarrow \frac{q}{C_T} = \frac{q}{C_1} + \frac{q}{C_2} + \frac{q}{C_3} \Rightarrow \frac{1}{C_T} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$

* ظرفیت معادل خازن‌های موازی از ظرفیت هر یک از خازن‌ها بیشتر است و ظرفیت معادل خازن‌های متوالی از ظرفیت هر یک از خازن‌ها کمتر است.

پرسش (66): دو خازن به‌طور متوالی به ولتاژ V وصل شده‌اند. ولتاژ کدام یک بیشتر است؟

پاسخ: در رابطه‌ی $V = \frac{q}{C}$ ، بار خازن‌های متوالی با هم برابر بوده و خازنی که ظرفیت کمتر دارد دارای ولتاژ بیشتری خواهد بود. به عبارتی ولتاژ با

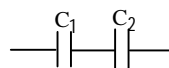
$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{C_1}{C_2}$$

ظرفیت نسبت عکس دارد:

پرسش (67): در خازن‌های سری (متوالی) انرژی ذخیره شده، در کدام خازن بیشتر است؟

پاسخ: در خازن‌های متوالی، بار خازن‌ها برابر است.

$$\left. \begin{array}{l} U_1 = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C_1} \\ U_2 = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C_2} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \frac{C_1}{C_2}$$



پس انرژی خازن‌های متوالی با ظرفیت خازن رابطه‌ی عکس دارد.

و خازنی که دارای ظرفیت بزرگتری است، انرژی کمتری دارد.

پرسش (68): دو خازن C_1 و C_2 به‌طور متوالی به ولتاژ V وصل شده‌اند. ولتاژ هر یک را بر حسب C_1 و C_2 و V به‌دست آورید:

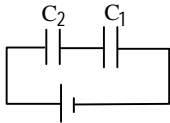
پاسخ:

$$\frac{1}{C_T} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \Rightarrow \frac{1}{C_T} = \frac{C_1 + C_2}{C_1 C_2} \Rightarrow C_T = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$$

$$q_1 = q_2 = q = C_T V = \frac{C_1 C_2 V}{C_1 + C_2}, \quad V_1 = \frac{q_1}{C_1} = \frac{1}{C_1} \times \frac{C_1 C_2 V}{C_1 + C_2} \Rightarrow V_1 = \frac{C_2 V}{C_1 + C_2}$$

$$V_2 = \frac{q_2}{C_2} = \frac{1}{C_2} \times \frac{C_1 C_2 V}{C_1 + C_2} \Rightarrow V_2 = \frac{C_1 V}{C_1 + C_2}$$

تست (40): در شکل روبرو با قرار دادن دی‌الکتریک بین دو صفحه‌ی خازن C_1 که در ابتدا هوا بوده، ولتاژ دو خازن C_1 و C_2 به ترتیب چگونه تغییر می‌کند؟



- (1) هر دو کاهش می‌یابند.
 (2) هر دو افزایش می‌یابند.
 (3) V_1 افزایش و V_2 کاهش می‌یابد.
 (4) V_1 کاهش و V_2 افزایش می‌یابد.
- پاسخ:** گزینه‌ی (4)

می‌دانیم ولتاژ بین دو خازن متوالی به نسبت عکس ظرفیت‌ها تقسیم می‌شود یعنی هر خازنی که ظرفیت بیشتری دارد ولتاژ کمتری به آن می‌رسد. با قرار دادن دی‌الکتریک بین صفحه‌های خازن C_1 ، ظرفیت آن را افزایش می‌دهیم و ولتاژی که به آن می‌رسد کمتر می‌شود. و از آن‌جا که ثابت $V_1 + V_2 = V$ است، با کاهش V_1 ، V_2 افزایش می‌یابد.

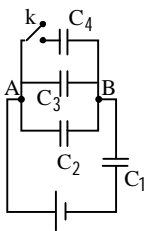
$$\frac{1}{C_T} \uparrow = \frac{1}{C_1} \uparrow + \frac{1}{C_2} \Rightarrow C_T \uparrow \Rightarrow q_T \uparrow = C_T V \Rightarrow V_2 \uparrow = \frac{q_T}{C_2}$$

تست (41): در تست قبل بار خازن‌ها چگونه تغییر می‌کند؟

- (1) هر دو کاهش می‌یابند.
 (2) هر دو افزایش می‌یابند.
 (3) q_1 کاهش و q_2 افزایش می‌یابد.
 (4) q_1 افزایش و q_2 کاهش می‌یابد.
- پاسخ:** گزینه‌ی (2)

با قرار دادن دی‌الکتریک بین صفحات خازن C_1 ، ظرفیت آن زیاد می‌شود و ولتاژی که به آن می‌رسد کمتر می‌شود پس مستقیماً نمی‌توان از روی رابطه‌ی $q_1 = C_1 V_1$ اظهار نظر کرد. با زیاد شدن ظرفیت خازن C_1 ، ظرفیت کل مدار زیاد می‌شود و با توجه به ثابت بودن ولتاژ کل، بار کل مدار افزایش می‌یابد. از آن‌جا که در خازن‌های سری بار هر یک از خازن‌ها با بار کل یکسان است بار هر دو خازن افزایش می‌یابد.

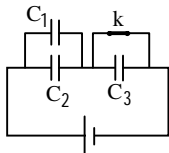
پرسش (69): در مدار روبرو با بستن کلید k ، ظرفیت معادل چه تغییری می‌کند؟



پاسخ: با بستن کلید k ، خازن C_4 به صورت موازی به مدار اضافه شده و ظرفیت معادل مدار افزایش می‌یابد.

$$\left. \begin{aligned} C_{AB} &= C_2 + C_3 \\ \frac{1}{C_T} &= \frac{1}{C_{AB}} + \frac{1}{C_3} \end{aligned} \right\} \xrightarrow[\text{زیاد شدن } C_{AB} \text{ می‌شود}]{\text{بستن کلید باعث}} \frac{1}{C_T} = \frac{1}{C_{AB} \uparrow} + \frac{1}{C_3} \Rightarrow C_T \text{ افزایش می‌یابد}$$

پرسش (70): در مدار روبرو، با باز کردن k ، ظرفیت معادل چه تغییری می‌کند؟



پاسخ: با باز کردن کلید k ، خازن C_3 که ابتدا بر اثر اتصال کوتاه، اثری در مدار نداشته است، به عنوان یک خازن سری به مدار اضافه می‌شود. و باعث کاهش ظرفیت معادل می‌شود.

ضریب C_T یک کسر است که کوچکتر از یک است یعنی C'_T کوچکتر از C_T شده است.

$$C_T = C_1 + C_2 \quad \text{قبل از باز کردن کلید}$$

$$C'_T = \frac{C_3 \times (C_1 + C_2)}{C_3 + C_1 + C_2} = \frac{C_3}{C_3 + C_1 + C_2} \times C_T \quad \text{پس از باز کردن کلید}$$

ضریب C_T یک کسر است که کوچکتر از یک است یعنی C'_T کوچکتر از C_T شده است.

نتیجه: با اضافه کردن یک خازن موازی به مدار، ظرفیت مدار افزایش می‌یابد. با اضافه کردن یک خازن سری به مدار، ظرفیت مدار کاهش می‌یابد. و با زیاد کردن ظرفیت یکی از خازن‌های مدار به هر صورتی که بسته شده، ظرفیت مدار افزایش می‌یابد.

m مسئله (38): به دو سر مجموعه‌ی سه خازن به ظرفیت‌های $C_1 = 6 \mu F$ ، $C_2 = 4 \mu F$ و $C_3 = 2/4 \mu F$ که به‌طور متوالی به یک‌دیگر وصل‌اند، اختلاف پتانسیل 200 ولت را وصل می‌کنیم.

الف- ظرفیت خازن معادل ب- بار الکتریکی هر خازن پ- ولتاژ دو سر هر خازن را محاسبه کنید.

$$\frac{1}{C_T} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} = \frac{1}{6} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2/4} = \frac{4+6+10}{24} = \frac{20}{24} \Rightarrow C_T = 1/2 \mu F \quad \text{پاسخ: الف)}$$

ب)

$$q_T = C_T V_T = 1/2 \times 200 = 240 \mu C \Rightarrow q_1 = q_2 = q_3 = q_T = 240 \mu C$$

پ)

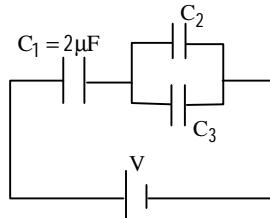
$$V_1 = \frac{q_1}{C_1} = \frac{240}{6} = 40 V$$

$$V_2 = \frac{q_2}{C_2} = \frac{240}{4} = 60 V$$

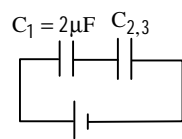
$$V_3 = \frac{q_3}{C_3} = \frac{240}{2/4} = 100 V$$

m مسئله (39): در شکل زیر، اگر انرژی ذخیره شده در خازن C_1 برابر 4 میکروژول و بار خازن C_2 برابر یک میکروکولن باشد،

نسبت $\frac{C_3}{C_2}$ کدام است؟



پاسخ: دو خازن C_2 و C_3 موازی هستند و می‌توان مدار را مجدداً رسم کرد و به جای آن دو خازن معادل آنها را قرار داد:



$$C_{2,3} = C_2 + C_3$$

دو خازن C_1 و $C_{2,3}$ باهم متوالی هستند و دارای بار یکسان هستند:

$$U_1 = \frac{q_1^2}{2C_1} \Rightarrow 4 \times 10^{-6} = \frac{q_1^2}{2 \times 2 \times 10^{-6}} \Rightarrow q_1^2 = 16 \times 10^{-12} \Rightarrow q_1 = 4 \times 10^{-6} C = 4 \mu C$$

$$q_{2,3} = q_1 = 4 \mu C$$

$$\left. \begin{array}{l} q_{2,3} = q_2 + q_3 \\ q_2 = 1 \mu C \end{array} \right\} \rightarrow 4 = 1 + q_3 \Rightarrow q_3 = 3 \mu C$$

دو خازن C_2 و C_3 موازی هستند و V برابر دارند:

$$V_2 = V_3 \Rightarrow \frac{q_2}{C_2} = \frac{q_3}{C_3} \Rightarrow \frac{1}{C_2} = \frac{3}{C_3} \Rightarrow \frac{C_3}{C_2} = 3$$

تست (42): دو خازن مسطح را در نظر بگیرید که دی‌الکتریک اولی شیشه و دومی هواست. در کدام حالت ظرفیت معادل دو خازن بیش‌تر است؟

1) خازن‌ها را موازی بسته و شیشه را از درون خازن اول نیز خارج کنیم.

(2) خازن‌ها را متوالی بسته و درون خازن دوم نیز تیغه‌ی شیشه‌ای قرار دهیم.

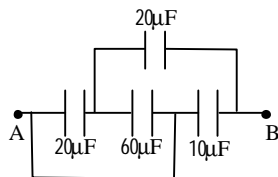
(3) خازن‌ها را متوالی بسته و شیشه‌ی را از درون خازن اول نیز خارج کنیم.

(4) خازن را موازی بسته و درون خازن دوم نیز تیغه‌ی شیشه‌ای قرار دهیم.

پاسخ: گزینه‌ی (4)

در به هم بستن متوالی خازن‌ها، ظرفیت معادل از هر یک از خازن‌ها کوچکتر است ولی در به هم بستن موازی خازن‌ها، ظرفیت معادل برابر جمع ظرفیت خازن‌ها بوده و از هر یک بزرگتر است. پس آن را موازی می‌بندیم. $C_T = C_1 + C_2$. در ضمن سعی می‌کنیم هر یک از ظرفیت‌ها را نیز افزایش دهیم پس بین صفحه‌ی خازن دوم نیز دی‌الکتریک قرار می‌دهیم.

تست (43): ظرفیت معادل بین دو نقطه‌ی A و B چند میکروفاراد است؟



14 (1)

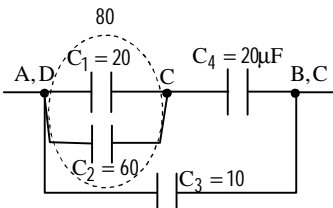
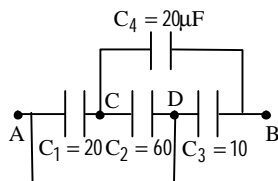
26 (2)

28 (3)

32 (4)

پاسخ: گزینه‌ی (2)

نقاط تقاطع (گره‌ها) را نام‌گذاری می‌کنیم.



مشاهده می‌شود نقطه‌ی D و A با سیم رسانا مستقیماً به هم متصل و هم پتانسیل هستند.

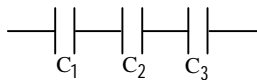
پس مدار را مجدداً رسم می‌کنیم. C_1 و C_2 موازی و حاصل آن‌ها با C_4 متوالی است.

$$C_{1,2,4} = \frac{C_4 \times C_{1,2}}{C_4 + C_{1,2}} = \frac{80 \times 20}{80 + 20} = 16$$

$$C_T = C_3 + C_{1,2,4} = 10 + 16 = 26\mu F$$

m مسئله‌ی (40): در مدار رسم شده انرژی خازن C_2 برابر $0/18 J$ است. انرژی مجموعه چند

ژول است؟



$$C_1 = 3\mu F, C_2 = 6\mu F, C_3 = 9\mu F$$

پاسخ: راه اول: خازن‌ها متوالی هستند و انرژی آن‌ها با ظرفیتشان نسبت عکس دارد:

$$U = \frac{q^2}{2C} \left\{ \begin{array}{l} \text{ثابت } q \end{array} \right\} \rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \frac{C_1}{C_2}, \frac{U_3}{U_2} = \frac{C_2}{C_3}$$

$$\Rightarrow \frac{0/18}{U_1} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \Rightarrow U_1 = 0/36 J \Rightarrow \frac{0/18}{U_3} = \frac{9}{6} = \frac{3}{2} \Rightarrow U_3 = 0/12 J$$

$$U_T = U_1 + U_2 + U_3 = 0/36 + 0/18 + 0/12 = 0/66 J$$

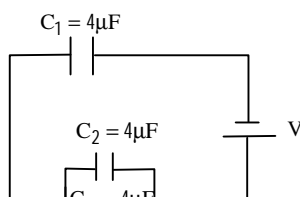
راه دوم: از انرژی خازن C_2 ، بار C_2 و به عبارتی بار مجموعه خازن‌های متوالی به دست می‌آید.

$$U_2 = \frac{q_2^2}{2C_2} \Rightarrow 0/18 = \frac{q^2}{2 \times 6 \times 10^{-6}} \Rightarrow q^2 = 18 \times 12 \times 10^{-8} \Rightarrow q = \sqrt{18 \times 12} \times 10^{-4} C$$

$$\frac{1}{C_T} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} = \frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{9} = \frac{6+3+2}{18} = \frac{11}{18} \Rightarrow C_T = \frac{18}{11} \mu F$$

$$U_T = \frac{q_T^2}{2C_T} = \frac{18 \times 12 \times 10^{-8}}{2 \times \frac{18}{11} \times 10^{-6}} = 66 \times 10^{-2} \Rightarrow U_T = 0/66 J$$

m مسئله‌ی (41): در شکل مقابل اگر کلید k بسته شود، ولتاژ دو سر خازن C_1 چند برابر می‌شود؟



پاسخ: ابتدا دو خازن C_2 و C_3 موازی یکدیگر بوده و حاصل آنها با C_1 متوالی است.

$$C_{2,3} = C_2 + C_3 = 8$$

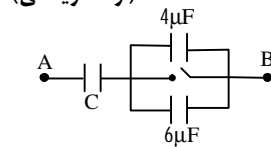
ولتاژ کل V بین خازنهای سری به نسبت عکس ظرفیتها تقسیم میشود.

$$V_1 = \frac{C_{2,3}}{C_1 + C_{2,3}} V = \frac{8}{4 + 8} V = \frac{2}{3} V$$

با وصل کلید k دو صفحه‌ی خازن C_3 به هم و دو صفحه‌ی خازن C_2 نیز به هم وصل میشوند و هر دو حذف میشوند. پس ولتاژ V فقط به خازن C_1 می‌رسد:

$$\frac{V'_1}{V_1} = \frac{V}{\frac{2}{3}V} \Rightarrow \frac{V'_1}{V_1} = \frac{3}{2}$$

تست (44): ظرفیت معادل خازنهای شکل روبه‌رو (بین A و B) در حالت بسته بودن کلید برابر $10\mu F$ است. اگر کلید را باز کنیم ظرفیت معادل خازن‌ها چند میکروفاراد می‌شود؟

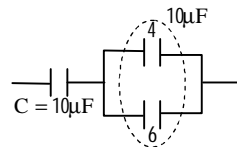


20	(2)	15	(1)
5	(4)	10	(3)

پاسخ: گزینه‌ی (4)

وقتی کلید k بسته است دو خازن 4 و 6 میکروفارادی بر اثر اتصال کوتاه حذف میشوند و ظرفیت مدار فقط برابر خازن $C = 10\mu F$ می‌باشد. پس $C = 10\mu F$ است.

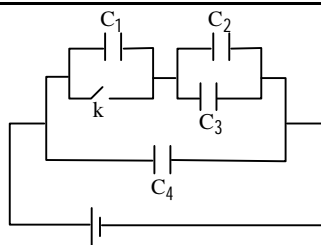
وقتی کلید باز است دو خازن 4 و 6 میکروفارادی موازی و حاصل آنها با C متوالی است.



$$C_T = \frac{C \times 10}{C + 10} = \frac{10 \times 10}{10 + 10} = 5\mu F$$

تست (45): اگر در شکل روبه‌رو کلید k را وصل کنیم، بار الکتریکی خازنهای C_3 و C_4

به ترتیب از راست به چپ چگونه تغییر می‌کند؟



(1) کاهش - ثابت

(2) افزایش - کاهش

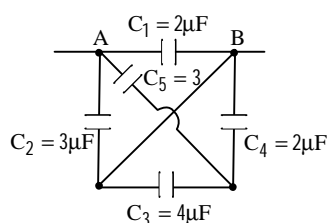
(3) ثابت - کاهش

(4) افزایش - ثابت

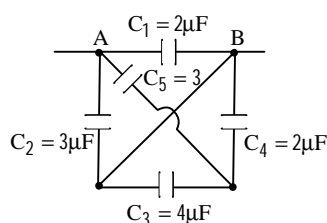
پاسخ: گزینه‌ی (4)

خازن C_4 با کل شاخه‌ی بالا موازی و ولتاژ آنها برابر ولتاژ دو سر باتری است. پس V_4 ثابت بوده و با قطع و وصل کلید k تغییری نمی‌کند و بار آن نیز ثابت می‌ماند.

با وصل کلید k ، خازن C_1 بر اثر اتصال کوتاه شدن دو سر آن از مدار حذف می‌شود و ولتاژ دو سر باتری که در ابتدا بین C_2 و C_3 تقسیم می‌شود، تماماً به $C_{2,3}$ می‌رسد. پس ولتاژ دو خازن C_2 و C_3 افزایش و در نتیجه بار C_3 نیز افزایش می‌یابد.



m مسأله‌ی (42): ظرفیت معادل مدار زیر را بین دو نقطه‌ی A و B محاسبه کنید:

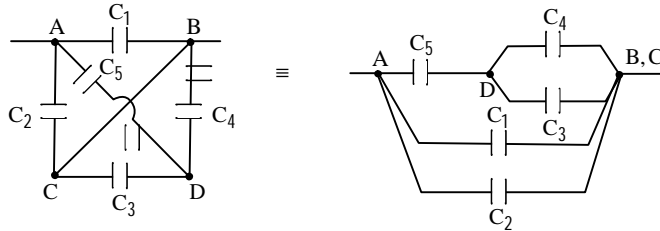


پاسخ: نقاط تقاطع مدار را نام‌گذاری می‌کنیم. دو نقطه‌ی C و B با یک سیم رسانا به هم متصل هستند پس این دو نقطه، هم پتانسیل هستند. مدار را مجدداً رسم می‌کنیم. نقطه‌ی ابتدا A و انتها، B و C می‌باشند و D بین این دو قرار می‌گیرد.

$$C_{3,4} = C_3 + C_4 = 4 + 2 = 6\mu F$$

$$\frac{1}{C_{3,4,5}} = \frac{1}{C_5} + \frac{1}{C_{3,4}} = \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{1}{2} \Rightarrow C_{3,4,5} = 2$$

$$C_T = C_1 + C_2 + C_{3,4,5} = 2 + 3 + 2 = 7\mu F$$

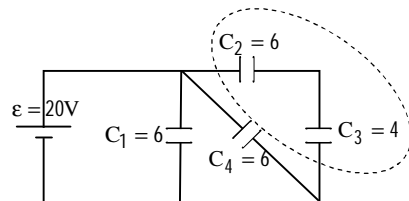


تست (46): در شکل روبه‌رو، بار ذخیره شده در خازن 4 میکروفارادی چند میکروکولن است؟

- (1) 24
(2) 36
(3) 48
(4) 60

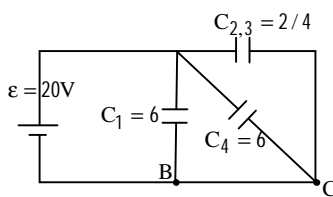
پاسخ: گزینه‌ی (3)

در این نوع مسایل باید مدار را مرحله به مرحله ساده کنیم.



$$C_{2,3} = \frac{C_2 \times C_3}{C_2 + C_3} = 2/4$$

سه خازن C_4 و $C_{2,3}$ و C_1 با هم موازی هستند. (دقت کنید نقطه‌ی B با نقطه‌ی C یکی است). پس ولتاژ همه‌ی آن‌ها برابر 20 ولت است.



$$V_1 = V_{2,3} = V_4 = 20V$$

$$q_{2,3} = C_{2,3} \times V_{2,3} = 2/4 \times 20 = 48\mu C$$

دو خازن C_2 و C_3 متوالی هستند و بار هر یک همان $48\mu C$ است.

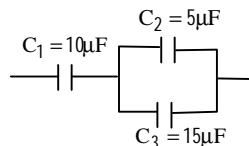
تست (47): در شکل روبه‌رو، اگر بار ذخیره شده در خازن 5 میکروفارادی برابر 40 میکروکولن باشد، اختلاف پتانسیل دو سر مجموعه چند ولت است؟

- (1) 24
(2) 16
(3) 40
(4) 20

پاسخ: گزینه‌ی (1)

دو خازن C_2 و C_3 موازی هستند:

$$V_2 = V_3 = \frac{q_2}{C_2} = \frac{40}{5} = 8V$$



خازن معادل C_2 و C_3 با C_1 متوالی است.

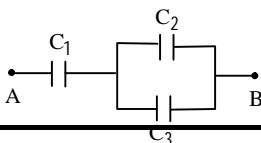
$$\left. \begin{aligned} C_{2,3} &= C_2 + C_3 = 20\mu F \\ V_{2,3} &= 8V \end{aligned} \right\} \rightarrow q_{2,3} = C_{2,3} \times V_{2,3} = 160\mu C$$

$$q_1 = q_{2,3} = 80\mu C \Rightarrow V_1 = \frac{q_1}{C_1} = \frac{80}{10} = 16V, \quad V_T = V_1 + V_{2,3} = 8 + 16 = 24V$$

تست (48): 3 خازن مشابه را به صورت شکل روبه‌رو بسته‌ایم. اگر حداکثر ولتاژ قابل تحمل برای هر خازن 20 ولت باشد، حداکثر ولتاژ

بین A و B چند ولت می‌تواند باشد؟

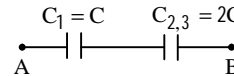
- (1) 30
(2) 40
(3) 50
(4) 60



پاسخ: گزینه‌ی (1)

اگر ولتاژ اعمال شده به دو سر مدار (بین A و B) را V_T بنامیم، ولتاژ هر یک از خازن‌ها بر حسب V_T به‌دست می‌آید:

$$V_1 = \frac{C_{2,3}}{C_1 + C_{2,3}} V_T = \frac{2V_T}{3}, \quad V_{2,3} = \frac{C_1}{C_1 + C_{2,3}} V_T = \frac{V_T}{3}$$

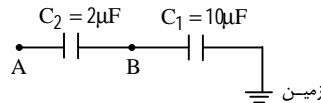


تمام این ولتاژها باید کوچکتر یا حداکثر مساوی 20 ولت باشند. اگر $\frac{2V_T}{3}$ کوچکتر از 20 باشد قطعاً $\frac{V_T}{3}$ نیز کوچکتر از 20 خواهد بود. پس در حل این مسایل ولتاژ خازنی که بیش‌ترین ولتاژ بین تمام خازن‌ها را پیدا می‌کند، مساوی ولتاژ قابل تحمل داده شده می‌گیریم.

$$\frac{2V_T}{3} = 20 \Rightarrow V_T = 30 \text{ V}$$

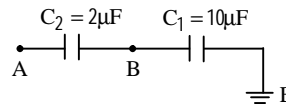
m مسأله‌ی (43): در قسمتی از یک مدار به شکل زیر، پتانسیل نقطه‌ی A

برابر 60 ولت می‌باشد. پتانسیل نقطه‌ی B چند ولت است؟



پاسخ: پتانسیل الکتریکی زمین صفر است.

$$\left. \begin{array}{l} V_A = 60 \text{ V} \\ V_E = 0 \end{array} \right\} V_A - V_E = V_T = 60$$



$$\frac{1}{C_T} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{10} = \frac{5+1}{10} \rightarrow C_T = \frac{10}{6} \mu\text{F}$$

$$q_T = C_T V_T = \frac{10}{6} \times 60 = 100 \mu\text{C} = q_1 = q_2$$

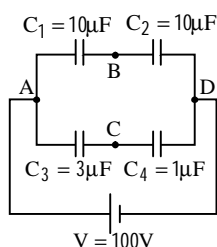
$$V_1 = \frac{q_1}{C_1} = \frac{100}{10} = 10 \text{ V} = V_B - V_E \Rightarrow V_B = 10 \text{ V}$$

توجه: در خازن‌ها باید به این مطلب توجه داشت که اختلاف پتانسیل دو سر خازن برابر است با پتانسیل صفحه‌ی مثبت منهای

$$V = V_+ - V_- \quad \text{پتانسیل صفحه‌ی منفی}$$

در مسایلی که پتانسیل الکتریکی یک نقطه از مدار بررسی می‌شود، باید یک نقطه اتصال با زمین داده شده باشد تا با صفر گرفتن پتانسیل آن، پتانسیل الکتریکی بقیه نقاط را محاسبه کنیم. در غیر این صورت پتانسیل هر نقطه به‌دست نمی‌آید و فقط می‌توان اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو نقطه را محاسبه کرد.

m مسأله‌ی (44): در شکل زیر اختلاف پتانسیل دو نقطه‌ی B و C (یا $V_B - V_C$) را به‌دست آورید:



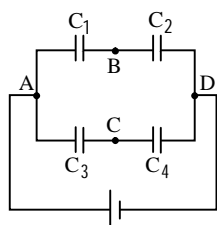
پاسخ: ابتدا اختلاف پتانسیل دو سر خازن C_1 ($V_A - V_B$) و سپس اختلاف پتانسیل دو سر خازن C_3 ($V_A - V_C$) را به‌دست می‌آوریم.

$$\left. \begin{array}{l} V_{AD} = 100 \Rightarrow V_1 = \frac{C_2}{C_1 + C_2} V_{AD} = \frac{10}{20} \times 100 \Rightarrow V_1 = V_A - V_B = 50 \text{ V} \\ V_3 = \frac{C_4}{C_3 + C_4} V_{AD} = \frac{1}{4} \times 100 \Rightarrow V_3 = V_A - V_C = 25 \text{ V} \end{array} \right\} \Rightarrow V_B - V_C = -25 \text{ V}$$

دقت کنید که ترتیب نوشتن ولتاژ دو سر خازن، پتانسیل صفحه‌ی مثبت، منهای صفحه‌ی منفی باشد. علامت بار صفحه‌های خازن با توجه به قطب‌های باتری به‌دست می‌آید.

m مسأله‌ی (45): چه رابطه‌ی بین ظرفیت خازن‌ها در شکل زیر برقرار باشد

تا دو نقطه‌ی B و C هم‌پتانسیل شوند؟



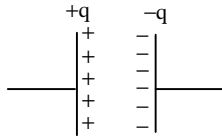
پاسخ:

$$\left. \begin{aligned} V_A - V_B = V_{C_1} &= \frac{C_2}{C_1 + C_2} V_{AD} \\ V_A - V_C = V_{C_3} &= \frac{C_4}{C_3 + C_4} V_{AD} \\ V_B = V_C &\Rightarrow V_{C_1} = V_{C_3} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{C_2}{C_1 + C_2} V_{AD} = \frac{C_3}{C_3 + C_4} V_{AD}$$

$$\Rightarrow \frac{C_2}{C_1 + C_2} = \frac{C_3}{C_3 + C_4} \Rightarrow \frac{C_1 + C_2}{C_2} = \frac{C_3 + C_4}{C_3} \Rightarrow 1 + \frac{C_2}{C_1} = 1 + \frac{C_4}{C_3} \Rightarrow \frac{C_2}{C_1} = \frac{C_4}{C_3} \text{ یا } C_2 C_3 = C_1 C_4$$

* به مدار فوق پل و تستون گفته می‌شود. در این مدار ضرب ظرفیت خازن‌ها که به صورت ضربدری قرار گرفته‌اند برابر بوده و اختلاف پتانسیل نقطه‌ی B و C صفر است. اگر خازن دیگر بین دو نقطه‌ی B و C قرار گیرد پر نمی‌شود و بودن یا حذف شدن آن تأثیری در مدار ندارد.

پرسش (71): اگر بین دو صفحه‌ی خازنی که فاصله‌ی صفحه‌های آن‌ها d و دی‌الکتریک آن هوا می‌باشد یک صفحه‌ی رسانا به ضخامت d' قرار دهیم ظرفیت خازن چه تغییری می‌کند؟



پاسخ: ابتدا ظرفیت خازن C می‌باشد:

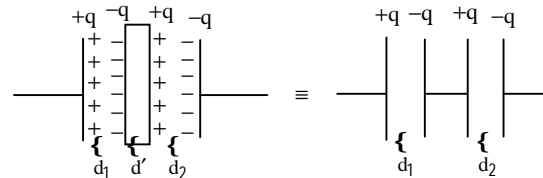
$$C = \frac{\epsilon_0 A}{d}$$

با قرار دادن رسانا بین دو صفحه، روی سطح رسانا بار مخالف القا می‌شود و خازن به دو خازن تبدیل می‌شود که باهم متوالی هستند:

$$C_1 = \frac{\epsilon_0 A}{d_1}$$

$$C_2 = \frac{\epsilon_0 A}{d_2}$$

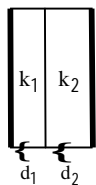
$$\frac{1}{C'} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{d_1}{\epsilon_0 A} + \frac{d_2}{\epsilon_0 A} = \frac{d_1 + d_2}{\epsilon_0 A} = \frac{d - d'}{\epsilon_0 A} \Rightarrow C' = \frac{\epsilon_0 A}{d - d'}$$



پس ظرفیت خازن افزایش می‌یابد.

نتیجه: قرار دادن یک رسانا به ضخامت d' بین دو صفحه‌ی یک خازن، مانند این است که صفحه‌های خازن را به اندازه‌ی d' به هم نزدیک کرده‌ایم و ظرفیت افزایش می‌یابد و مکان قرار دادن صفحه نیز اهمیتی ندارد و می‌توان آن را به اندازه‌ی دلخواه به یکی از صفحه‌ها نزدیک کرد. ضمناً اگر ضخامت رسانا ناچیز باشد تأثیری روی ظرفیت نمی‌گذارد.

پرسش (72): اگر فضای بین دو صفحه را توسط دو دی‌الکتریک مطابق شکل پر کنیم، ظرفیت خازن چقدر خواهد شد؟



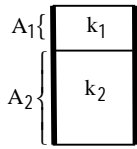
پاسخ: می‌توان این خازن را به صورت دو خازن متوالی با دی‌الکتریک‌های k1 و k2 دانست:

$$C_1 = \frac{k_1 \epsilon_0 A}{d_1}, \quad C_2 = \frac{k_2 \epsilon_0 A}{d_2}$$

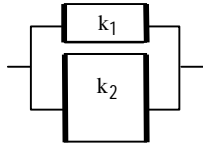
$$\frac{1}{C_T} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{d_1}{k_1 \epsilon_0 A} + \frac{d_2}{k_2 \epsilon_0 A} = \frac{k_2 d_1 + k_1 d_2}{k_1 k_2 \epsilon_0 A} \Rightarrow C_T = \frac{k_1 k_2 \epsilon_0 A}{k_2 d_1 + k_1 d_2}$$

ممکن است این اشکال مطرح شود که بین دو دی‌الکتریک رسانایی وجود ندارد و چگونه می‌توان خازن را به دو خازن تبدیل کرد؟ می‌توانیم با اشاره به نتیجه‌ی پرسش قبل این اشکال را بر طرف کرد. بدین ترتیب که اگر رسانایی با ضخامت بسیار کم بین دو دی‌الکتریک k1 و k2 قرار دهیم

اثری روی ظرفیت خازن ندارد.



پرسش (73): اگر فضای بین دو صفحه را توسط دو دی الکتریک مطابق شکل پر کنیم، ظرفیت خازن چقدر خواهد شد؟



پاسخ: می توان این خازن را به صورت دو خازن موازی با دی الکتریک های k_1 و k_2 دانست:

$$C_1 = \frac{k_1 \epsilon_0 A_1}{d}, \quad C_2 = \frac{k_2 \epsilon_0 A_2}{d}$$

$$C_T = C_1 + C_2 = \frac{k_1 \epsilon_0 A_1}{d} + \frac{k_2 \epsilon_0 A_2}{d} \Rightarrow C = \frac{(k_1 A_1 + k_2 A_2) \epsilon_0}{d}$$

تست (49): بین صفحات دو خازن دی الکتریکی با ضریب $k = 2$ قرار دارد. خازن را به مولد وصل کرده و سپس از آن جدا می کنیم. سپس فاصله ی دو صفحه را از هم دو برابر می کنیم. ولتاژ خازن چند برابر می شود؟

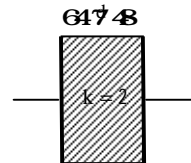
$$\frac{3}{2} \quad (1) \quad 2 \quad (2) \quad 3 \quad (3) \quad 4 \quad (4)$$

پاسخ: گزینه ی (3)

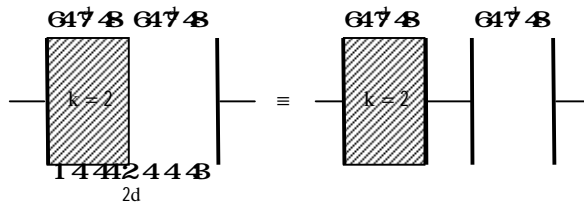
از آن جا که خازن از مولد جدا شده، بار آن ثابت بوده و ولتاژ به نسبت عکس ظرفیت تغییر می کند.

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{C_1}{C_2}$$

پس به محاسبه ی C_2 می پردازیم.



$$C_1 = \frac{2 \epsilon_0 A}{d}$$



$$\frac{1}{C_2} = \frac{1}{\frac{2 \epsilon_0 A}{d}} + \frac{1}{\frac{\epsilon_0 A}{d}} = \frac{3d}{2 \epsilon_0 A}$$

$$\Rightarrow C_2 = \frac{2 \epsilon_0 A}{3d} = \frac{1}{3} \times \frac{2 \epsilon_0 A}{d} = \frac{C_1}{3} \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{C_1}{C_2} = 3$$

اتصال صفحات دو خازن

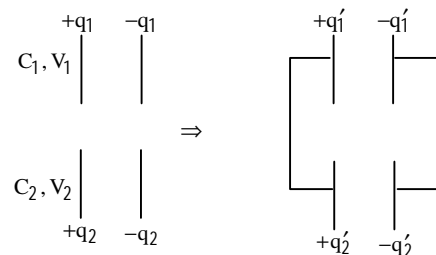
اگر دو خازن را جداگانه پر کرده و جدا کنیم، سپس صفحات آن دو را به هم وصل کنیم آنقدر مبادله ی بار بین دو صفحه ی متصل شده ادامه می یابد که هم پتانسیل و بار آنها همنام شود. در این صورت دو خازن با هم موازی محسوب می شوند. اتصال صفحه ها ممکن است در ابتدا بین صفحه های همنام یا ناهمنام رخ دهد. پس ظرفیت معادل $C_T = C_1 + C_2$ است و بار کل نیز با استفاده از پایستگی بار به دست می آید.

اتصال صفحه های همنام

بعد از تماس طبق پایستگی بار داریم: $q'_1 + q'_2 = q_1 + q_2$

و ولتاژ دو خازن با هم برابر است:

$$V' = \frac{q'_1 + q'_2}{C_1 + C_2} \Rightarrow V' = \frac{q_1 + q_2}{C_1 + C_2} = \frac{q'_1}{C_1} = \frac{q'_2}{C_2}$$



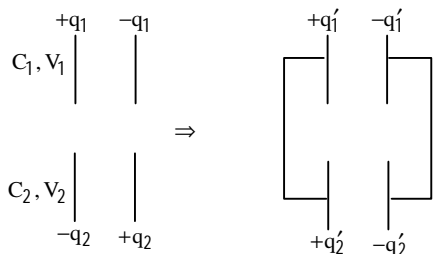
با داشتن ولتاژ دو خازن بعد از اتصال (V') می توان بار هر یک را نیز بعد از اتصال به دست آورد. (q'_1, q'_2)

اتصال صفحه‌های ناهمنام (یا فرض $q_1 > q_2$)

قانون پایستگی بار الکتریکی $q_1 + q'_1 = q_2 - q'_2$

در این حالت بارهای $+q_1$ و $-q_2$ همدیگر را خنثی کرده و باقیمانده که $q_1 - q_2$ است روی دو صفحه تقسیم می‌شوند و روی هر صفحه بار q'_1 و q'_2 باقی می‌ماند.

$$V' = \frac{q'_1 + q'_2}{C_1 + C_2} \Rightarrow V' = \frac{|q_1 - q_2|}{C_1 + C_2} = \frac{q'_1}{C_1} = \frac{q'_2}{C_2}$$



m مسئله (46): خازنی به ظرفیت $C_1 = 6\mu\text{F}$ را با ولتاژ 500V باردار کرده و بعد از جدا کردن از مولد، دو سر آن را به خازن $C_2 = 4\mu\text{F}$ که بدون بار است، وصل می‌کنیم. بعد از رسیدن به تعادل، ولتاژ مشترک آن‌ها چند ولت است و بار هر کدام چند میکروکولن است؟
پاسخ:

$$C_1 = 6\mu\text{F}, V_1 = 500\text{V} \Rightarrow q_1 = C_1 V_1 = 6 \times 500 = 3000\mu\text{C}$$

$$C_2 = 4\mu\text{F}, q_2 = 0$$

$$q_T = q_1 + q_2 = 3000 + 0 = 3000\mu\text{C}$$

$$V' = \frac{q_1 + q_2}{C_1 + C_2} = \frac{3000}{6 + 4} = 300\text{V}$$

$$V' = \frac{q'_1}{C_1} \Rightarrow 300 = \frac{q'_1}{6} \Rightarrow q'_1 = 1800\mu\text{C}, \quad V' = \frac{q'_2}{C_2} \Rightarrow 300 = \frac{q'_2}{4} \Rightarrow q'_2 = 1200\mu\text{C}$$

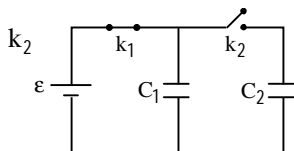
m مسئله (47): دو خازن $3\mu\text{F}$ و $2\mu\text{F}$ به ترتیب دارای بار الکتریکی 350 میکروکولن و 250 میکروکولن می‌باشند. صفحه‌های ناهمنام آن را به هم وصل می‌کنیم. بار خازن‌ها پس از تعادل چند میکروکولن است؟
پاسخ:

$$q_T = q'_1 + q'_2 = q_1 - q_2 = 350 - 250 = 100\mu\text{C}$$

$$V' = \frac{q_T}{C_T} = \frac{q_1 - q_2}{C_1 + C_2} = \frac{100}{5} = 20\text{V}$$

$$V' = \frac{q'_1}{C_1} \Rightarrow 20 = \frac{q'_1}{2} \Rightarrow q'_1 = 40\mu\text{C}, \quad V' = \frac{q'_2}{C_2} \Rightarrow 20 = \frac{q'_2}{3} \Rightarrow q'_2 = 60\mu\text{C}$$

تست (50): در مدار شکل روبه‌رو دو خازن C_1 و C_2 مشابه‌اند و خازن C_2 در ابتدا خالی است. اگر کلید k_1 را باز کنیم و سپس کلید k_2 را ببندیم، انرژی خازن C_1 چند برابر می‌شود؟



$$\frac{1}{2} \quad (2)$$

$$\frac{1}{4} \quad (1)$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \quad (3)$$

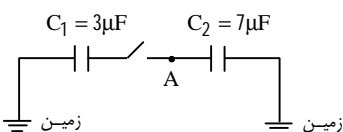
$$1 \quad (4)$$

پاسخ: گزینه‌ی (1)

ابتدا خازن C_1 دارای بار $q_1 = C_1 \varepsilon$ و $q_2 = 0$ است. پس از باز کردن k_1 ، باتری از مدار خارج می‌شود و با بستن k_2 ، خازن C_1 و C_2 به هم وصل شده، بار آن‌ها در جابه‌جا می‌شود، تا ولتاژ دو سر خازن‌ها برابر شود.

$$q_T = q_1 + q_2 = q'_1 + q'_2 \Rightarrow q_T = C_1 V' + C_2 V' \xrightarrow{q_T = C_1 \varepsilon} C_1 \varepsilon = 2C V' \Rightarrow V' = \frac{\varepsilon}{2}$$

$$\frac{U'_1}{U_1} = \frac{\frac{C_1 V'^2}{2}}{\frac{C_1 V_1^2}{2}} = \frac{C(\frac{\varepsilon}{2})^2}{C(\varepsilon)^2} = \frac{1}{4}$$



m مسئله (48): در شکل روبه‌رو خازن $C_2 = 7\mu\text{F}$ ابتدا خالی و خازن

$C_1 = 3\mu F$ با ولتاژ 500 ولت پر شده است. با وصل کلید چقدر بار الکتریکی از نقطه‌ی A عبور می‌کند؟

پاسخ: با وصل کلید، دو صفحه‌ی میانی دو خازن به هم وصل می‌شوند. دو صفحه‌ی دیگر نیز عملاً به هم متصل‌اند، زیرا زمین رسانا بوده و مانند این است که دو صفحه‌ی دیگر با یک رسانا به هم متصل هستند. پس این دو خازن پس از اتصال کلید، موازی محسوب می‌شوند.

$$\left. \begin{aligned} q_1 &= C_1 V_1 = 3 \times 500 = 1500 \mu C \\ q_2 &= 0 \end{aligned} \right\} q_T = q_1 + q_2 = 1500 \mu C$$

$$C_T = C_1 + C_2 = 3 + 7 = 10 \mu F$$

$$V' = \frac{q_T}{C_T} = \frac{1500}{10} = 150 V$$

این ولتاژ، هر دو خازن است.

$$V' = \frac{q'_1}{C_1} \Rightarrow q'_1 = 150 \times 3 = 450 \mu C$$

$$V' = \frac{q'_2}{C_2} \Rightarrow q'_2 = 150 \times 7 = 1050 \mu C$$

از روی تغییر بار هر خازن می‌توان مقدار انتقال بار بین دو صفحه که همان بار عبوری از نقطه‌ی A است را به دست آورد.

$$|\Delta q_1| \text{ یا } |\Delta q_2| = |\Delta q_1| \text{ یا } |\Delta q_2| = |450 - 1500| \text{ یا } |1050 - 0| = 1050 \mu C$$

m مسئله‌ی (49): خازن C_1 و C_2 را به ترتیب با ولتاژهای V_1 و V_2 ($V_2 \neq V_1$) پر کرده، سپس صفحه‌های همنام آن‌ها را به هم وصل می‌کنیم. انرژی مجموعه‌ی دو خازن را قبل و بعد از اتصال مقایسه کنید.

پاسخ:

$$U_1 = \frac{C_1 V_1^2}{2}, U_2 = \frac{C_2 V_2^2}{2} \Rightarrow U_1 = \frac{C_1 V_1^2}{2} + \frac{C_2 V_2^2}{2}$$

$$V' = \frac{q_1 + q_2}{C_1 + C_2} = \frac{C_1 V_1 + C_2 V_2}{C_1 + C_2}$$

$$U'_T = \frac{C_T V'^2}{2} = \frac{(C_1 + C_2)}{2} \times \left(\frac{C_1 V_1 + C_2 V_2}{C_1 + C_2} \right)^2 = \frac{(C_1 V_1 + C_2 V_2)^2}{2(C_1 + C_2)} \Rightarrow U'_T = \frac{C_1^2 V_1^2 + C_2^2 V_2^2 + 2C_1 C_2 V_1 V_2}{2(C_1 + C_2)}$$

می‌توان نشان داد که $U'_T < U_T$ است.

$$U'_T < U_T \Rightarrow \frac{C_1^2 V_1^2 + C_2^2 V_2^2 + 2C_1 C_2 V_1 V_2}{2(C_1 + C_2)} < \frac{C_1 V_1^2 + C_2 V_2^2}{2}$$

$$\Rightarrow C_1^2 V_1^2 + C_2^2 V_2^2 + 2C_1 C_2 V_1 V_2 < (C_1 V_1^2 + C_2 V_2^2)(C_1 + C_2)$$

$$\Rightarrow C_1^2 V_1^2 + C_2^2 V_2^2 + 2C_1 C_2 V_1 V_2 < C_1^2 V_1^2 + C_1 C_2 V_1^2 + C_2 C_1 V_2^2 + C_2^2 V_2^2$$

$$\Rightarrow 2C_1 C_2 V_1 V_2 < C_1 C_2 V_1^2 + C_1 C_2 V_2^2 \Rightarrow 2V_1 V_2 < V_1^2 + V_2^2 \Rightarrow 0 < V_1^2 + V_2^2 - 2V_1 V_2$$

$$\Rightarrow 0 < (V_1 - V_2)^2$$

نامساوی آخر همیشه درست است پس نامساوی اول $U'_T < U_T$ نیز همیشه درست است.

به عبارتی همیشه در اتصال دوبه‌دوی صفحه‌های دو خازن، اتلاف انرژی رخ می‌دهد.