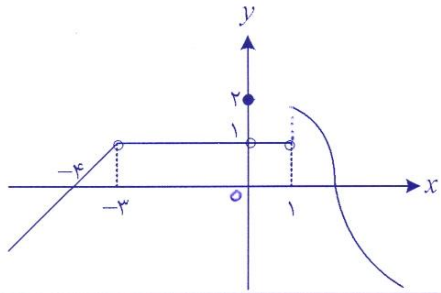


باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهائی درس: حسابان	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: $۱۰\frac{۱}{۲}$	مدت امتحان: ۱۵۰ دقیقه
سال سوم متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۸۶ / ۱۰ / ۲۲		
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال تحصیلی ۱۳۸۶-۱۳۸۷	اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی		

ردیف	سؤالات	نمره
۱	دامنه ی تعریف تابع $f$ با ضابطه ی $f(x) = \frac{x+1}{ x +1} + \sin(\frac{1}{x})$ را تعیین کنید.	۰/۷۵
۲	توابع $f$ و $g$ با ضابطه های $f(x) = \sqrt{x-2}$ و $g(x) = \frac{x}{x+2}$ مفروضند: اولاً: دامنه ی توابع $f$ و $g$ و $\frac{f}{g}$ را تعیین کنید. ثانیاً: در صورت وجود ضابطه ی $\frac{f}{g}$ را بنویسید.	۱/۲۵
۳	به کمک انتقال نمودار تابع $f$ با ضابطه ی $f(x) = \text{Arc sin}(x-1)$ را رسم کرده دامنه و برد آن را تعیین کنید. سپس در صورت وجود مختصات نقاط بحرانی و نقاط ماکزیمم و می نیمم مطلق آن را تعیین کنید.	۲
۴	در صورتی که دو چند جمله ای $۲x^2 - ۵x + ۴$ و $x^2 + ax$ در تقسیم بر $x-1$ هم باقیمانده باشند، مقدار عددی $a$ را مشخص کنید.	۰/۷۵
۵	نشان دهید تابع $f$ با ضابطه ی $f(x) = (1-x)^3$ یک به یک است. سپس ضابطه ی تابع معکوس تابع $f$ را تعیین کنید.	۱/۲۵
۶	با توجه به نمودار تابع $f$ در شکل زیر، حاصل هریک از عبارات زیر را بنویسید. <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: flex-start;"> <div style="text-align: center;"> <p>الف) <math>\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)</math></p> <p>ج) <math>\lim_{x \rightarrow (\frac{1}{2})^-} f(x)</math></p> </div> <div style="text-align: center;"> <p>ب) <math>\lim_{x \rightarrow 1} f(x)</math></p> <p>د) <math>\lim_{x \rightarrow (-3)^+} f(x)</math></p> </div> </div> 	۱
۷	حدود زیر را در صورت وجود محاسبه کنید. <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: flex-start;"> <div style="text-align: center;"> <p>الف) <math>\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{ x -1}</math></p> <p>ج) <math>\lim_{x \rightarrow \pi^-} \cot x</math></p> </div> <div style="text-align: center;"> <p>ب) <math>\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x \sin(x-1)}{1-x}</math></p> <p>د) <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+3}{\sqrt{2x^2-7}}</math></p> </div> </div>	۲/۲۵
۸	معادلات خطوط مجانب قائم و افقی تابع $y = \frac{2-x}{x^2-1}$ را در صورت وجود بنویسید.	۰/۷۵
	« ادامه ی سؤالات در صفحه ی دوم »	

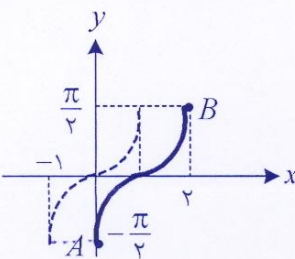
باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهائی درس: حسابان	رشته : ریاضی فیزیک	ساعت شروع : $۱۰\frac{۱}{۲}$	مدت امتحان : ۱۵۰ دقیقه
سال سوم متوسطه	تاریخ امتحان : ۱۳۸۶ / ۱۰ / ۲۲		
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال تحصیلی ۱۳۸۶-۱۳۸۷	اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی		

ردیف	سؤالات	نمره
۹	ضرایب $a$ و $b$ را چنان بیابید که تابع $f$ با ضابطه ی $f(x) = \begin{cases} bx - ۱ & x < ۱ \\ ۳x & x = ۱ \\ a[x] + ۲ & x > ۱ \end{cases}$ در $x_0 = ۱$ پیوسته باشد. ( [ ] نماد جزء صحیح است )	۱
۱۰	مشتق بگیرید. ( ساده کردن مشتق الزامی نیست ) <b>الف)</b> $y = \sin^5 x + \cos(\frac{1}{x^2})$ <b>ب)</b> $y = \sqrt[3]{x}(x^2 - ۱)^7$ <b>ج)</b> $y = \text{Arccot}(x^2 - ۳x)$	۱/۷۵
۱۱	تابع $y = -x^2 + bx + ۳$ مفروض است. $b$ را چنان بیابید که تابع ماکزیممی برابر ۵ داشته باشد.	۰/۷۵
۱۲	جدول تغییرات و نمودار تابع $y = \frac{2x+1}{-x+1}$ را رسم کنید.	۱/۵
۱۳	اگر شعاع دایره ای از ۲ تا ۳ سانتی متر تغییر کند، آهنگ تغییر مساحت آن را تعیین کنید.	۰/۷۵
۱۴	جدول تغییرات و نمودار تابع $y = \sin^2 x - \sin x$ را در بازه ی $[0, 2\pi]$ رسم کنید.	۱/۲۵
۱۵	اگر دو ضلع زاویه ی قائمه در مثلث قائم الزاویه ای $x$ و $y$ باشد و $x + y = 18$ ، در اینصورت $x$ و $y$ را چنان بیابید که مساحت مثلث ماکزیمم شود.	۰/۷۵
۱۶	ضرایب $a$ و $b$ را چنان بیابید که نقطه ی عطف تابع $y = ax^3 + ۳x^2 - b$ به طول ۱ روی محور طول ها واقع باشد.	۱
۱۷	ابتدا نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} x+1 & 0 \leq x < ۱ \\ \frac{x-3}{2} & 1 \leq x < 3 \end{cases}$ را رسم کنید. سپس مقدار $\int_0^3 f(x)dx$ را حساب کنید.	۱/۲۵
	« موفق باشید »	جمع نمره ۲۰



راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس : حسابان	رشته : ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان : ۱۳۸۶ / ۱۰ / ۲۲
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال تحصیلی ۱۳۸۶-۸۷	اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی

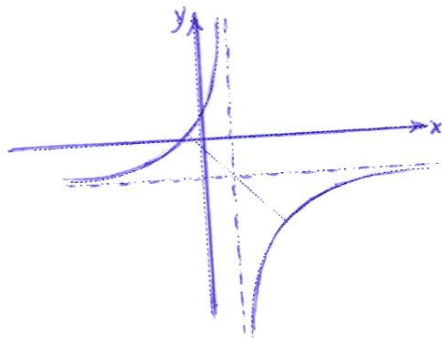
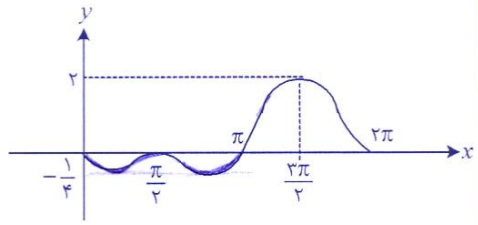
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	$ x  + 1 \neq 0 \quad (0/25) \quad x \neq 0 \quad (0/25) \rightarrow D_f = R - \{0\} \quad (0/25)$	۰/۷۵
۲	<p>اولاً :</p> $D_f : x - 2 \geq 0 \rightarrow D_f = [2, +\infty) \quad (0/25)$ $D_g : x + 2 \neq 0 \rightarrow x \neq -2 \rightarrow D_g = R - \{-2\} \quad (0/25)$ $D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \{x \mid g(x) = 0\} = [2, +\infty) \quad (0/25)$ $(\frac{f}{g})(x) = \frac{\sqrt{x-2}}{x} = \frac{(x+2)\sqrt{x-2}}{x(x+2)} \quad (0/25)$ <p>ثانیاً :</p>	۱/۲۵
۳	<p><math>f(x) = \text{Arc sin}(x - 1)</math></p>  <p><math>-1 \leq x - 1 \leq 1 \rightarrow 0 \leq x \leq 2 \rightarrow D_f = [0, 2] \quad (0/25), R_f = [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}] \quad (0/25)</math></p> <p>نقاط بحرانی <math>A(0, -\frac{\pi}{2})</math> و <math>B(2, \frac{\pi}{2}) \quad (0/5)</math></p> <p>نقاط Max مطلق <math>B(2, \frac{\pi}{2}) \quad (0/25)</math></p> <p>نقاط Min مطلق <math>A(0, -\frac{\pi}{2}) \quad (0/25)</math></p> <p>رسم شکل <math>(0/5)</math></p>	۲
۴	$x - 1 = 0 \rightarrow x = 1$ $p(x) = 2x^2 - 5x + 4 \rightarrow R_1 = p(1) = 2 - 5 + 4 = 1 \quad (0/25)$ $\rightarrow 1 + a = 1 \rightarrow a = 0 \quad (0/25)$ $p'(x) = x^2 + ax \rightarrow R_2 = p'(1) = 1 + a \quad (0/25)$	۰/۷۵
۵	<p><math>f(x) = (1 - x)^3</math></p> $\left. \begin{aligned} f(x_1) &= (1 - x_1)^3 \\ f(x_2) &= (1 - x_2)^3 \\ f(x_3) &= f(x_2) \end{aligned} \right\} \rightarrow (1 - x_1)^3 = (1 - x_2)^3 \rightarrow \dots \rightarrow x_1 = x_2 \quad (0/25)$ <p>پس <math>f</math> یک به یک است و بنابراین معکوس پذیر است <math>(0/25)</math></p> $y = (1 - x)^3 \rightarrow \sqrt[3]{y} = 1 - x \rightarrow x = 1 - \sqrt[3]{y} \rightarrow f^{-1}(x) = 1 - \sqrt[3]{x}, x \in R \quad (0/25)$	۱/۲۵
« ادامه در صفحه ی دوم »		

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس : حسابان	رشته : ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان : ۱۳۸۶ / ۱۰ / ۲۲
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال تحصیلی ۱۳۸۶-۸۷	اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۶	چون چپ و راست مساوی نیستند حد ندارد الف) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 1$ (۰/۲۵) ب) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 1$ (۰/۲۵) ج) $\lim_{x \rightarrow (\frac{1}{2})^-} f(x) = 1$ (۰/۲۵) د) $\lim_{x \rightarrow (-3)^+} f(x) = 1$ (۰/۲۵)	۱
۷	الف) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{ x -1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{x-1} = 1$ (۰/۲۵) ب) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x \sin(x-1)}{1-x} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x}{x-1} \times \frac{\sin(x-1)}{x-1} = -1$ (۰/۲۵) ج) $\lim_{x \rightarrow \pi^-} \cot x = \lim_{x \rightarrow \pi^-} \frac{\cos x}{\sin x} = \frac{-1}{0^+} = -\infty$ (۰/۲۵) د) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+3}{\sqrt{2x^2-4}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x(1+\frac{3}{x})}{\sqrt{2x^2(1-\frac{4}{2x^2})}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{\sqrt{2}x} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ (۰/۲۵)	۲/۲۵
۸	$y = \frac{2-x}{x^2-1}$ $D = R - \{1, -1\}$ $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 0 \rightarrow y = 0$ مجانب افقی (۰/۲۵) $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2-x}{x^2-1} = \pm\infty$ , $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{2-x}{x^2-1} = \mp\infty \rightarrow x = 1$ و $x = -1$ مجانب قائم (۰/۵)	۰/۷۵
۹	شرط پیوستگی f در $x = 1$ ، $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = f(1)$ (۰/۲۵) $b-1 = a+2 = 3$ (۰/۲۵) $\rightarrow b = 4$ و $a = 1$ (۰/۵)	۱
۱۰	الف) $y' = 5 \sin^4 x \cos x + \frac{2}{x^3} \sin(\frac{1}{x})$ (۰/۲۵) ب) $y' = \frac{1}{3\sqrt{x^3}} (x^2-1)^3 + 3 \times 2x(x^2-1)^2 \times \frac{1}{2\sqrt{x}}$ (۰/۲۵) ج) $y' = \frac{-(2x-3)}{1+(x^2-3x)^2}$ (۰/۲۵)	۱/۷۵
۱۱	روش اول : $y = -x^2 + bx + 3$ $y_{Max} = 5 \rightarrow \frac{4ac-b^2}{4a} = 5 \rightarrow \frac{-12-b^2}{-4} = 5 \rightarrow b = \pm 2\sqrt{2}$ (۰/۵) روش دوم : $y' = -2x + b = 0 \rightarrow x = \frac{b}{2}$ (۰/۲۵) $5 = -\frac{b^2}{4} + \frac{b^2}{2} + 3 \rightarrow 2 = \frac{-b^2 + 2b^2}{4} \rightarrow b^2 = 8 \rightarrow b = \pm 2\sqrt{2}$ (۰/۵)	۰/۷۵
	« ادامه در صفحه ی سوم »	

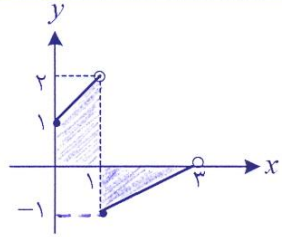
راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس : حسابان	رشته : ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان : ۱۳۸۶ / ۱۰ / ۲۲
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال تحصیلی ۱۳۸۶-۸۷	اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱۲	$y = \frac{2x+1}{-x+1} \quad D = R - \{1\}$ $x \rightarrow \pm\infty \Rightarrow y = -2$ $y = \pm\infty \Rightarrow x = 1 \quad \text{مجانبتها (۰/۵)}$ $y' = \frac{2(-x+1) - (-1)(2x+1)}{(-x+1)^2} = \frac{3}{(-x+1)^2} > 0 \quad (۰/۲۵)$ <table border="1" style="margin-top: 20px;"> <tr> <td>x</td> <td><math>-\infty</math></td> <td><math>-\frac{1}{2}</math></td> <td>۰</td> <td>۱</td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td>y'</td> <td colspan="4">+</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td><math>-\infty</math></td> <td><math>-\infty</math></td> <td><math>-\infty</math></td> <td><math>+\infty</math></td> <td><math>-\infty</math></td> </tr> </table> <p style="text-align: center;">جدول (۰/۵)</p>  <p style="text-align: center;">شکل (۰/۲۵)</p>	x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	۰	۱	$+\infty$	y'	+				+	y	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	۱/۵						
x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	۰	۱	$+\infty$																					
y'	+				+																					
y	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$																					
۱۳	$S = \pi R^2 \rightarrow \begin{cases} R_1 = 2 \rightarrow S_1 = 4\pi \\ R_2 = 3 \rightarrow S_2 = 9\pi \end{cases} \quad (۰/۵)$ $\text{آهنگ تغییر} = \frac{S_2 - S_1}{R_2 - R_1} = \frac{9\pi - 4\pi}{3 - 2} = 5\pi \quad (۰/۲۵)$	۰/۷۵																								
۱۴	$y = \sin^2 x - \sin x$ $y' = 2 \sin x \cos x - \cos x = 0 \rightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} \rightarrow y = 0 \\ x = \frac{3\pi}{2} \rightarrow y = 2 \\ x = \frac{\pi}{6} \rightarrow y = -\frac{1}{4} \\ x = \frac{5\pi}{6} \rightarrow y = -\frac{1}{4} \end{cases} \quad (۰/۲۵)$ <p><math>x = 0 \rightarrow y = 0</math>  <math>y = 0 \rightarrow x = 0, \pi, 2\pi, \frac{\pi}{2}</math></p>  <p style="text-align: center;">رسم شکل (۰/۲۵)</p> <table border="1" style="margin-top: 20px;"> <tr> <td>x</td> <td>۰</td> <td><math>\frac{\pi}{6}</math></td> <td><math>\frac{\pi}{2}</math></td> <td><math>\frac{5\pi}{6}</math></td> <td><math>\pi</math></td> <td><math>\frac{3\pi}{2}</math></td> <td><math>2\pi</math></td> </tr> <tr> <td>y'</td> <td>—</td> <td>+</td> <td>—</td> <td>+</td> <td>—</td> <td>+</td> <td>—</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>۰</td> <td><math>-\frac{1}{4}</math></td> <td>۰</td> <td><math>-\frac{1}{4}</math></td> <td>۰</td> <td>۲</td> <td>۰</td> </tr> </table> <p style="text-align: center;">جدول (۰/۷۵)</p>	x	۰	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{6}$	$\pi$	$\frac{3\pi}{2}$	$2\pi$	y'	—	+	—	+	—	+	—	y	۰	$-\frac{1}{4}$	۰	$-\frac{1}{4}$	۰	۲	۰	۱/۲۵
x	۰	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{6}$	$\pi$	$\frac{3\pi}{2}$	$2\pi$																			
y'	—	+	—	+	—	+	—																			
y	۰	$-\frac{1}{4}$	۰	$-\frac{1}{4}$	۰	۲	۰																			
	« ادامه در صفحه ی چهارم »																									



راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس : حسابان	رشته : ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان : ۱۳۸۶ / ۱۰ / ۲۲
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال تحصیلی ۱۳۸۶-۸۷	اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۵	$S = \frac{xy}{2}, \quad x + y = 18 \rightarrow y = 18 - x$ $S = 9x - \frac{x^2}{2} \rightarrow S' = 9 - x = 0 \rightarrow x = 9 \rightarrow y = 9$ <p style="text-align: center;">(۰/۲۵)</p>	۰/۷۵
۱۶	$A \Big _0^1 \text{ عطف} \rightarrow 0 = a + 3 - b \quad (۰/۲۵)$ $y' = 3ax^2 + 6x \rightarrow \begin{cases} y'' = 6ax + 6 \\ x = 1 \end{cases} \rightarrow 0 = 6a + 6 \rightarrow a = -1, b = 2$ <p style="text-align: center;">(۰/۲۵)      (۰/۲۵)</p>	۱
۱۷	$\int_0^3 f(x)dx = \int_0^1 f(x)dx + \int_1^3 f(x)dx =$ $\frac{(1+2) \times 1}{2} - \frac{1 \times 2}{2} = \frac{1}{2}$ <p style="text-align: center;">(۰/۲۵)      (۰/۲۵)      (۰/۲۵)</p>  <p style="text-align: right;">رسم شکل (۰/۵)</p>	۱/۲۵
	جمع نمره	۲۰

با سلام

مصححین گرامی ، لطفاً برای روش های حل درست دیگر بارم را به تناسب تقسیم فرمایید .