

معرفی چند نیروی خاص

نیروی کشسانی فنر

اندازه‌ی نیروی وارد بر فنر تقریباً با تغییر طول فنر متناسب است، یعنی برای آن که تغییر بیش‌تری در طول فنر ایجاد شود، بایستی نیروی بزرگ‌تری به آن وارد شود؛ بنابراین نیروی وارد بر فنر ثابت نیست.

اگر اندازه‌ی نیروی وارد بر فنر را با F_e و اندازه‌ی تغییر طول فنر را با x نشان دهیم، خواهیم داشت:

$$F_e \propto x \Rightarrow F_e = kx$$

k ثابت تناسب است و ثابت فنر نامیده می‌شود. اندازه‌ی ثابت فنر به مشخصات فنر بستگی دارد.

در رابطه‌ی $F_e = kx$ ، نیرو برحسب نیوتون (N)، x برحسب متر (m) و k برحسب نیوتون بر متر ($\frac{N}{m}$) است.

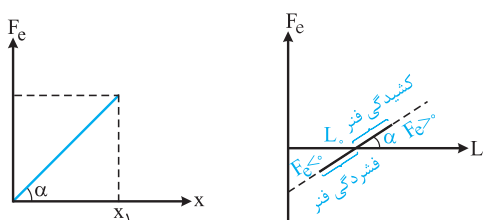
تذکر: چنان‌چه x برحسب سانتی‌متر (cm) تعیین شود، ثابت فنر برحسب نیوتون بر سانتی‌متر ($\frac{N}{cm}$) خواهد بود.

$$\frac{N}{cm} \times 100 \frac{cm}{m} = \frac{N}{m}$$

تذکر: نیروی کشش فنر ($\vec{F}_l$) یعنی نیرویی که دست ما به فنر وارد می‌کند و نیروی کشسانی فنر ($\vec{F}_r$) یعنی نیرویی که فنر به دست ما وارد می‌کند، عمل و عکس‌العمل یکدیگر هستند. بنابراین:

$$\vec{F}_l = -\vec{F}_r \Rightarrow |\vec{F}_l| = |\vec{F}_r|$$

نکته: نمودار نیروی کشسانی فنر برحسب طول و تغییر طول فنر به صورت مقابل رسم می‌شود:

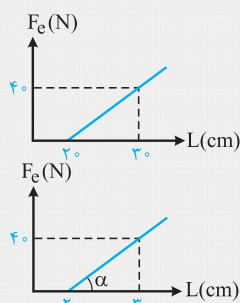


$$F_e = kx \xrightarrow{x = \Delta L = L - L_0} F_e = k\Delta L$$

شیب نمودار نیروی کشسانی فنر برحسب تغییر طول مقدار ثابتی است که برابر با ثابت فنر می‌باشد. هرچه قدرمطلق شیب نمودار بیش‌تر باشد، ثابت فنر نیز بزرگ‌تر است و این به معنی آن است که برای تغییر طول معینی در فنر بایستی نیروی بزرگ‌تری به کار برد.

$$\tan \alpha = \frac{F_e}{\Delta L} = k \quad (\text{ثابت فنر})$$

مثال ۴: نیروی وارد بر فنر برحسب طول فنر مطابق نمودار مقابل است. ثابت این فنر چند $\frac{N}{m}$ است؟



$$k = \tan \alpha = \frac{40 - 0}{30 - 20} = \frac{40}{10} = 4 \frac{N}{cm} \Rightarrow k = 4 \times 100 \frac{N}{m} = 400 \frac{N}{m}$$

پاسخ:

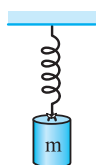
گزینه‌ی (۲) صحیح است.

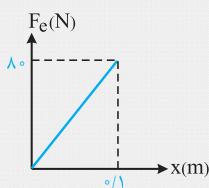
توجه: در دستگاه وزنه- فنر قائم (مطابق شکل)، در حالت تعادل نیروی وارد بر فنر برابر با وزن وزنه‌ی متصل به فنر است.

$$F_e - W = 0 \Rightarrow W = F_e \Rightarrow W = kx \Rightarrow mg = kx$$

(در این حالت جرم فنر ناچیز فرض می‌شود.)

لازم به توضیح است که در دستگاه وزنه- فنر قائم، بایستی وزنه‌ی متصل به فنر به آرامی رها شود، تا دستگاه بدون نوسان، تغییر طول پیدا کند.





مثال ۱۵: نمودار اندازه‌ی نیروی وارد بر یک فنر برحسب طول آن به صورت مقابل رسم شده است. الف) ثابت این فنر را تعیین کنید.

ب) اگر ۲۰ cm طول فنر تغییر کند، نیروی فنر چند نیوتون خواهد بود؟

پاسخ:

$$F_e = kx \Rightarrow k = \frac{F_e}{x} = \frac{80}{0.1} = 800 \frac{N}{m}$$

الف)

$$F_e = kx \Rightarrow F_e = 800 \times 0.2 = 160 N$$

ب)

مثال ۱۶: طول فنر قائمی در حالت عادی ۱۵ cm و ثابت آن ۶۰ $\frac{N}{m}$ است. هنگامی که وزنه‌ای به جرم ۱/۵ kg را به آن بیاویزیم، طول فنر به چند سانتی‌متر خواهد رسید؟ (وزنه را به آرامی رها می‌کنیم تا فنر به آهستگی کشیده شود، $g = 10 \frac{N}{kg}$ و جرم فنر ناچیز است.)

$$F_e = kx \xrightarrow{F_e = W = mg} mg = kx \Rightarrow 1/5 \times 10 = 60 \times x \Rightarrow x = \frac{15}{60} = 0.25 m$$

پاسخ:

$$x = \Delta L = 0.25 m = 25 cm, \Delta L = L_2 - L_1 \Rightarrow 25 = L_2 - 15 \Rightarrow L_2 = 40 cm$$

نکته: به یک فنر قائم با جرم ناچیز یک بار وزنه‌ی m_1 و بار دیگر وزنه‌ی m_2 را می‌آویزیم. در حالت تعادل، طول فنرها به ترتیب به L_1 و L_2 می‌رسد.

$$\begin{cases} m_1 g = k(L_1 - L_0) \\ m_2 g = k(L_2 - L_0) \end{cases} \Rightarrow (m_2 - m_1)g = k(L_2 - L_1)$$

چنانچه طول اولیه‌ی فنر L_0 در نظر گرفته شود، می‌توان نوشت:

مثال ۱۷: به انتهای فنر قائمی با جرم ناچیز یک بار وزنه‌ی ۴۰۰ گرمی و بار دیگر وزنه‌ی ۵۰۰ گرمی می‌آویزیم و سپس وزنه‌ها را به آرامی رها می‌کنیم.

در حالت تعادل طول فنر به ترتیب به ۳۸ cm و ۴۲ cm می‌رسد. طول اولیه‌ی فنر و ثابت فنر به ترتیب چند واحد SI است؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$)

$$\begin{matrix} 50 & 0.22 & 2 & 50 & 0.24 & 4 \end{matrix} \quad \begin{matrix} 25 & 0.22 & 3 \end{matrix} \quad \begin{matrix} 25 & 0.24 & 2 \end{matrix} \quad \begin{matrix} 50 & 0.22 & 1 \end{matrix}$$

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{L_1 - L_0}{L_2 - L_0} \Rightarrow \frac{400}{500} = \frac{38 - L_0}{42 - L_0} \Rightarrow L_0 = 22 cm = 0.22 m$$

پاسخ:

$$(m_2 - m_1)g = k(L_2 - L_1) \Rightarrow (0.5 - 0.4) \times 10 = k(0.42 - 0.38) \Rightarrow k = 25 \frac{N}{m}$$

گزینه‌ی (۳) صحیح است.

مثال ۱۸: نیروی ۱۰۰ نیوتونی در فنر افقی با ثابت k ، تغییر طول ۲۰ cm ایجاد می‌کند. اگر فنر را از وسط نصف کنیم، همان نیرو در فنر تغییر طول ۱۰ cm ایجاد می‌کند. با نصف شدن فنر، ثابت آن چند برابر k شده است؟

$$\begin{matrix} 4 & 4 & 1/4 & 3 & 1/4 \end{matrix} \quad \begin{matrix} 2 & 2 \end{matrix} \quad \begin{matrix} 1 & 1 \end{matrix}$$

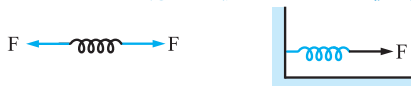
$$\left. \begin{matrix} F = kx \\ F' = k'x' \end{matrix} \right\} \xrightarrow{F=F'} kx = k'x' \Rightarrow k \times 0.2 = k' \times 0.1 \Rightarrow \frac{k'}{k} = 2$$

پاسخ:

گزینه‌ی (۲) صحیح است.

توجه: هنگامی که فنری را n قسمت می‌کنیم، ثابت هر قسمت n برابر ثابت فنر اولیه می‌شود.

نکته: در صورتی که فنری افقی را به دیواری محکم ببندیم و با نیروی F آن را بکشیم، یا از دو طرف، با نیروی یکسان F کشیده یا فشرده کنیم و فنر ساکن باشد، برابند نیروهای وارد بر فنر صفر بوده و نیروهای وارده برابر و در خلاف جهت یکدیگر می‌باشند. بنابراین نیروی کشسانی فنر نیز F می‌باشد.



مثال ۱۹: هریک از دو انتهای فنری را با نیروی ۱۲ N در دو سوی مخالف می‌کشیم. اگر ثابت فنر ۴۰۰ $\frac{N}{m}$ باشد، افزایش طول فنر چند سانتی‌متر خواهد بود؟

$$\begin{matrix} 2 & 4 & 6 & 3 & 3 \end{matrix} \quad \begin{matrix} 0 & 0 \end{matrix}$$

$$F = kx \Rightarrow 12 = 400 \times x \Rightarrow x = \frac{12}{400} = 0.03 m = 3 cm$$

پاسخ:

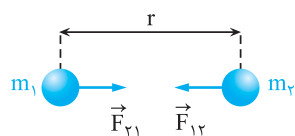
گزینه‌ی (۲) صحیح است.

توجه: اگر دو نیروی متفاوت به دو سر فنر وارد شود، فنر در حال تعادل نخواهد بود و حرکت شتابدار خواهد داشت. در این حالت از قانون دوم نیوتون استفاده می‌کنیم.

نیروی گرانشی

آیا تاکنون از خود پرسیده‌اید که چرا آب در جویبارها به طرف پایین حرکت می‌کند؟ یا چرا وقتی یک جسم را به بالا پرتاب می‌کنیم، پس از مدتی به پایین می‌افتد؟ چرا آب دریاها دچار جزر و مد می‌شود؟ ماه تحت تأثیر چه نیرویی در مدار خود به دور زمین می‌چرخد؟ پاسخ این گونه پرسش‌ها به نیروی گرانشی مربوط می‌شود. نیروی گرانشی بین دو جسم با استفاده از قانون گرانش عمومی به‌دست می‌آید.

قانون گرانش نیوتون: نیروی گرانشی میان دو ذره با حاصل ضرب جرم دو ذره نسبت مستقیم و با مجذور فاصله‌ی آن‌ها از یکدیگر، نسبت وارون دارد.



اگر جرم دو ذره m_1 و m_2 و فاصله‌ی میان آن‌ها مطابق شکل مقابل برابر r باشد، اندازه‌ی نیروی گرانشی میان دو ذره (F) از رابطه‌ی زیر به‌دست می‌آید:

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

در این رابطه G ثابت گرانش عمومی نامیده می‌شود.

$$G = 6.67 \times 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2}$$

در SI یکای جرم، کیلوگرم (kg)، یکای نیرو، نیوتون (N) و یکای فاصله، متر (m) است. و G برابر است با:

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

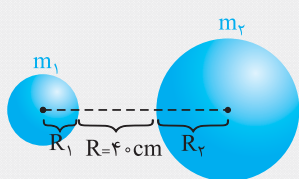
$\vec{F}_{12}$ و $\vec{F}_{21}$ کنش و واکنش یکدیگر هستند، پس:

$$F_{12} = F_{21} = F$$

توجه: منظور از r فاصله‌ی مرکزهای دو جسم است. برای استفاده از رابطه‌ی فوق جرم یک جسم را در مرکز آن متمرکز در نظر می‌گیریم.

توجه: نیروی گرانشی که دو جسم بر یکدیگر وارد می‌کنند، همواره در امتداد خط واصل مرکز دو جسم است.

مثال ۲۰: دو جسم کروی به شکل به شعاع و جرم ($m_1 = 10 \text{ kg}$, $R_1 = 20 \text{ cm}$) و ($m_2 = 80 \text{ kg}$, $R_2 = 40 \text{ cm}$) در فاصله‌ی ۴۰ سانتی‌متری از



یکدیگر واقع‌اند. نیروی گرانشی بین دو جسم چند نیوتون است؟ ($G = 6.67 \times 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2}$)

پاسخ:

$$r = 20 + 40 + 40 = 100 \text{ cm} = 1 \text{ m}$$

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2} = \frac{6.67 \times 10^{-11} \times 10 \times 80}{1^2} = 5.336 \times 10^{-11} \text{ N}$$

تذکر: نیروی گرانشی که دو جسم بر هم وارد می‌کنند، مستقل از جرم‌هایشان بوده و طبق قانون سوم نیوتون با یکدیگر برابر می‌باشد. یعنی اگر جرم دو جسم یکسان هم نباشد، نیروی گرانشی که بر هم وارد می‌کنند برابر است.

توجه: همان‌طور که محاسبه‌ی فوق نشان می‌دهد، نیروی گرانشی بین دو جسم m_1 و m_2 بسیار کوچک است، به همین دلیل این نیروی اندک نمی‌تواند باعث حرکت آن‌ها شود.

مثال ۲۱: جرم زمین تقریباً $6 \times 10^{24} \text{ kg}$ و شعاع زمین تقریباً $6.4 \times 10^6 \text{ m}$ است. نیروی گرانشی زمین که به شخصی به جرم 50 kg وارد می‌شود،

تقریباً چند نیوتون است؟ این نیرو چه نام دارد؟ ($G = 6.67 \times 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2}$)

پاسخ: جرم زمین را در مرکز زمین متمرکز فرض می‌کنیم (M_e) و فاصله‌ی جسم تا مرکز زمین را برابر شعاع زمین (R_e) در نظر می‌گیریم.

$$F = G \frac{m \cdot M_e}{R_e^2}$$

پس:

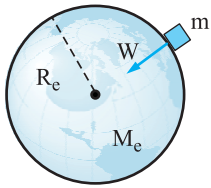
$$F = \frac{6.67 \times 10^{-11} \times 50 \times 6 \times 10^{24}}{(6.4 \times 10^6)^2} = \frac{2001 \times 10^{13}}{4096 \times 10^{12}} = 48.88 \times 10 = 488.8 \text{ N}$$

نیروی گرانشی که زمین بر یک جسم وارد می‌کند، وزن آن جسم بر روی سطح زمین نامیده می‌شود.

نیروی وزن - شتاب گرانش

۱۴۶

وزن یک جسم بر روی سطح زمین، برابر با نیروی گرانشی است که زمین بر جسم وارد می‌کند. معمولاً وزن را با W نشان می‌دهند. اگر جرم جسم را با m ، جرم زمین را با M_e و شعاع زمین را با R_e نشان دهیم:



$$W = F \text{ گرانشی} \quad \text{و} \quad F \text{ گرانشی} = G \frac{M_e m}{R_e^2}$$

$$W = G \frac{M_e m}{R_e^2}$$

می‌دانیم نیرو سبب شتاب گرفتن جسم می‌شود. اگر جسمی به جرم m را در نزدیکی سطح زمین رها کنیم، تحت تأثیر نیروی وزن، به سمت زمین شتاب می‌گیرد و سقوط می‌کند؛ بنابراین براساس قانون دوم نیوتون می‌توان نوشت:

$$F = ma \Rightarrow G \frac{M_e m}{R_e^2} = ma \Rightarrow a = G \frac{M_e}{R_e^2}$$

$$g = G \frac{M_e}{R_e^2}$$

معمولاً شتاب سقوط اجسام را با g نشان می‌دهند و به آن شتاب گرانش می‌گویند.

پرسش: توضیح دهید آیا ممکن است که یک جسم در نزدیکی زمین با شتابی بزرگ‌تر از g رو به پایین حرکت کند؟
پاسخ: بله، چنانچه به غیر از نیروی گرانشی، نیروی دیگری به جسم در امتداد نیروی گرانشی وارد شود.

پرسش: فرض کنید فضانوردی روی یک سیاره فرود آید که در آن $\frac{m}{s^2} = ۱۹/۶$ g است. آیا قدم زدن روی این سیاره در مقایسه با زمین ساده‌تر است یا سخت‌تر؟

پاسخ: سخت‌تر است، زیرا نیروی وزن فضانورد در این سیاره بیش‌تر است؛ بنابراین واکنش این نیرو هم بیش‌تر خواهد بود.

مثال ۲۲: اگر جرم زمین تقریباً $۵/۹۸ \times ۱۰^{۲۴} \text{ kg}$ و شعاع زمین تقریباً $۶/۳۷ \times ۱۰^۶ \text{ m}$ باشد، شتاب گرانش زمین در سطح آن چه قدر است؟

$$(G = ۶/۶۷ \times ۱۰^{-۱۱} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2})$$

$$g = G \frac{M_e}{R_e^2} \Rightarrow g = \frac{۶/۶۷ \times ۱۰^{-۱۱} \times ۵/۹۸ \times ۱۰^{۲۴}}{(۶/۳۷ \times ۱۰^۶)^2} \Rightarrow g \approx ۹/۸ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

پاسخ:

با صرف‌نظر کردن از نیروی مقاومت هوا، همه‌ی اجسام در نزدیکی سطح زمین با شتاب ثابت $g = ۹/۸ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ در راستای قائم سقوط می‌کنند.

مثال ۲۳: جرم و شعاع سیاره‌ای به ترتیب نصف جرم و شعاع کره‌ی زمین است. اندازه‌ی شتاب جاذبه در سطح این سیاره چند $\frac{\text{N}}{\text{kg}}$ است؟

$$(g_e = ۹/۸ \frac{\text{N}}{\text{kg}})$$

$$۹/۴ \quad (۴)$$

$$۱۹/۶ \quad (۳)$$

$$۴/۹ \quad (۲)$$

$$۹/۸ \quad (۱)$$

$$\frac{g_x}{g_e} = \frac{M_x}{M_e} \times \left(\frac{R_e}{R_x}\right)^2, \quad M_x = \frac{1}{2} M_e, \quad R_x = \frac{1}{2} R_e$$

پاسخ:

$$\frac{g_x}{g_e} = \frac{\frac{1}{2} M_e}{M_e} \times \left(\frac{R_e}{\frac{1}{2} R_e}\right)^2 \Rightarrow \frac{g_x}{g_e} = \frac{1}{2} \times ۴ \Rightarrow g_x = ۲g_e \Rightarrow g_x = ۲ \times ۹/۸ = ۱۹/۶ \frac{\text{N}}{\text{kg}}$$

گزینده‌ی (۳) صحیح است.

مثال ۲۴: تا چه ارتفاعی از سطح زمین بر حسب شعاع زمین بالا رویم، تا شتاب گرانش $\frac{1}{16}$ شتاب گرانش در سطح زمین شود؟

(مشابه مسأله کتاب درسی)

پاسخ: شتاب گرانش در سطح زمین را با g_0 و شتاب گرانش در ارتفاع h از سطح زمین را با g_h نشان می‌دهیم.

$$g_0 = G \frac{M_e}{R_e^2}, \quad g_h = G \frac{M_e}{(R_e + h)^2}, \quad \frac{g_h}{g_0} = \frac{G \frac{M_e}{(R_e + h)^2}}{G \frac{M_e}{R_e^2}} \Rightarrow \frac{g_h}{g_0} = \left(\frac{R_e}{R_e + h}\right)^2$$

$$\frac{g_h = \frac{1}{16} g_0}{\frac{1}{16}} = \left(\frac{R_e}{R_e + h}\right)^2 \Rightarrow \frac{1}{16} = \frac{R_e}{R_e + h} \Rightarrow h = 3 R_e$$

نکته: اگر در ارتفاع h از سطح زمین شتاب گرانشی یا وزن $\frac{1}{n}$ برابر سطح زمین باشد، ارتفاع h را می‌توان با رابطه‌ی زیر به‌دست آورد.

$$h = (n-1)R_e$$

$$\frac{1}{n^2} = \frac{1}{16} \Rightarrow n = 4 \Rightarrow h = (4-1)R_e \Rightarrow h = 3R_e$$

مثال بالا را با این رابطه حل می‌کنیم:

مثال ۲۵: جسمی تا ارتفاع ۵ برابر شعاع زمین از سطح زمین فاصله می‌گیرد. جرم و وزن این جسم چند برابر می‌شود؟

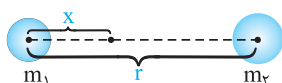
پاسخ: جرم یک جسم مقدار ماده‌ی تشکیل‌دهنده‌ی آن است؛ بنابراین در همه‌ی نقاط، جرم یک جسم مقدار ثابتی است.

$$h = 5R_e, \quad W_h = mg_h, \quad W_0 = mg_0, \quad \frac{W_h}{W_0} = \frac{g_h}{g_0}$$

$$\frac{g_h}{g_0} = \left(\frac{R_e}{R_e + h}\right)^2 \Rightarrow \frac{g_h}{g_0} = \left(\frac{R_e}{R_e + 5R_e}\right)^2 = \left(\frac{R_e}{6R_e}\right)^2 = \frac{1}{36} \Rightarrow g_h = \frac{1}{36} g_0 \Rightarrow W_h = \frac{1}{36} W_0$$

نکته: اگر فاصله‌ی مراکز دو جسم به جرم‌های m_1 و m_2 برابر r باشد و نسبت جرم‌ها $n = \frac{m_2}{m_1} > 1$ باشد، در نقطه‌ای به فاصله‌ی x از جرم کم‌تر،

اندازه‌ی شتاب گرانش صفر است. مکان این نقطه به‌صورت زیر تعیین می‌شود: (این نقطه روی خط واصل مرکز دو جسم و نزدیک به جرم کم‌تر قرار دارد).



$$x = \frac{r}{\sqrt{n} + 1}$$

مثال ۲۶: دو گلوله‌ی کوچک به جرم‌های ۸kg و ۲kg به فاصله‌ی ۳۰cm از یکدیگر قرار دارند. در چند سانتی‌متری از جرم کوچک‌تر شتاب گرانشی صفر است؟

$$\begin{array}{cccc} 5 & (4) & 10 & (3) & 30 & (2) & 20 & (1) \end{array}$$

پاسخ: این نقطه در فاصله‌ی بین خط واصل مراکز دو گلوله و نزدیک به جرم کوچک‌تر است.

$$n = \frac{m_2}{m_1} = \frac{8}{2} = 4 \Rightarrow x_1 = \frac{r}{\sqrt{n} + 1} \Rightarrow x_1 = \frac{30}{\sqrt{4} + 1} = \frac{30}{3} = 10 \text{ cm}$$

گزینه‌ی (۳) صحیح است.

نکته: اگر بین دو جسم با جرم‌های مساوی، $\frac{1}{n}$ از جرم یکی برداشته شده و به جرم دیگر اضافه شود، نیرویی که بر هم وارد می‌کنند $\frac{n^2-1}{n^2}$ برابر می‌شود.

مثال ۲۷: دو جسم با جرم‌های یکسان در فاصله‌ی R به هم نیروی F وارد می‌کنند. اگر نصف جرم یکی از دو جسم را به دیگری منتقل کنیم، نیروی دو جسم در حالت جدید در همان فاصله‌ی R چند برابر F است؟

$$\begin{array}{cccc} \frac{3}{4} & (4) & \frac{4}{3} & (3) & 2 & (2) & \frac{1}{2} & (1) \end{array}$$

$$\frac{1}{n} = \frac{1}{2} \Rightarrow n = 2 \Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{n^2-1}{n^2} = \frac{4-1}{4} = \frac{3}{4} \Rightarrow F' = \frac{3}{4} F$$

پاسخ:

گزینه‌ی (۴) صحیح است.



پرسش‌های جلسه دوم

۱۴۸

۱۱۶

جمله‌های زیر را با کلمه‌های مناسب کامل کنید.
 الف) نیروی گرانشی بین دو ذره با حاصل ضرب جرم دو ذره رابطه‌ی و با مجذور فاصله‌ی بین آن‌ها رابطه‌ی دارد.
 ب) شتاب گرانش یک سیاره به و آن سیاره بستگی دارد.
 پ) در رابطه‌ی $F = kx$ ، مقدار k ثابت و به فنر بستگی دارد.
 ت) بنا به قانون گرانش نیوتون، هر دو جسم یکدیگر را
 ث) نیروی گرانشی میان جسم‌های با جرم قابل ملاحظه نیست.
 ج) آزمایش‌های متعدد نشان می‌دهد که فنر تقریباً با اندازه‌ی نیروی وارد بر آن متناسب است.

۱۱۷

درستی یا نادرستی جملات زیر را مشخص کنید.
 الف) نیرویی که برای فشرده کردن فنر معینی به مقدار معین به کار می‌بریم، بیش‌تر از نیرویی است که برای کشیدن آن فنر به همان مقدار به کار برده می‌شود.
 ب) نیروی گرانشی که دو جسم به یکدیگر وارد می‌کنند، تابع قانون سوم نیوتون است.
 پ) هر چه قدر ثابت فنری بزرگ‌تر باشد، برای متراکم کردن آن نیروی کم‌تر و برای کشیدن آن نیروی بیش‌تری لازم است.
 ت) نیروی گرانشی بین دو جسم، فقط از نوع نیروی جاذبه یا رپایشی است.
 ث) اگر دو طرف یک فنر را با یک نیرو بکشیم، کشیدگی آن بیش‌تر از حالتی است که یک سر آن به دیوار بسته شده و سر دیگر آن با همان نیرو کشیده شود.

۱۱۸

دستگاه وزنه- فنر قائمی را در نظر بگیرید که وقتی وزنه‌ی ۲ کیلوگرمی به آن آویخته می‌شود، طولش به ۲۰ سانتی‌متر و وقتی وزنه‌ی ۴ کیلوگرمی به آن آویخته می‌شود، طولش به ۲۲ سانتی‌متر می‌رسد. ($g = 10 \frac{N}{kg}$ و جرم فنر ناچیز است).
 الف) طول فنر بدون وزنه چه قدر است؟
 ب) ثابت این فنر را تعیین کنید.

۱۱۹

ثابت فنری برابر k است و در حالی که نیروی ۲۰۰ نیوتون به آن وارد می‌شود، طولش ۴۰ سانتی‌متر تغییر می‌کند. فنر را به دو قسمت مساوی تقسیم می‌کنیم و به هر قسمت نیروی ۲۰۰ نیوتونی را وارد می‌کنیم. در این حالت طول فنر ۲۰ سانتی‌متر تغییر می‌کند. ثابت هر یک از فنرها چند برابر شده است؟

۱۲۰

فنر قائمی به طول ۳۰ سانتی‌متر را به نقطه‌ای می‌آویزیم و به انتهای آن کفه‌ای می‌بندیم. اگر در کفه وزنه‌ی ۱۰۰ گرمی قرار دهیم، طول فنر ۳۶ سانتی‌متر می‌شود و اگر وزنه‌ی ۲۰۰ گرمی قرار دهیم، طول آن ۴۰ سانتی‌متر می‌شود. جرم کفه چند گرم است؟ (جرم فنر ناچیز و $g = 10 \frac{N}{kg}$ است).

۱۲۱

طول فنر قائمی با جرم ناچیز با ثابت $4000 \frac{N}{m}$ بدون وزنه ۸۰ cm است. اگر وزنه‌ی ۴۰۰ نیوتونی به آن بیاویزیم، چند درصد بر طول آن افزوده می‌شود؟

۱۲۲

نیروی گرانشی را که زمین بر ماه وارد می‌کند محاسبه کنید. (جرم زمین $6 \times 10^{24} kg$ ، جرم ماه $7 \times 10^{22} kg$ ، فاصله‌ی مرکز ماه از مرکز زمین $4 \times 10^5 km$ و $\frac{Nm^2}{kg^2} = 6.67 \times 10^{-11}$ است).
 (مسئله‌ی کتاب درسی)

۱۲۳

جرم سیاره‌ای ۲۲۰ برابر جرم زمین و شعاع آن ۱۰ برابر شعاع زمین است. نیروی گرانشی در سطح این سیاره چند برابر نیروی گرانشی در سطح زمین است؟

۱۲۴

روش محاسبه‌ی ضریب ثابت جهانی گرانش عمومی «G» را توضیح دهید. (مشابه فعالیت کتاب درسی)

۱۲۵

فاصله‌ی یک ماهواره از سطح زمین نصف شعاع کره‌ی زمین است. اگر جرم ماهواره ۹۰۰ کیلوگرم باشد، اندازه‌ی نیرویی که زمین بر آن وارد می‌کند، چند نیوتون است؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$)

۱۲۶

جرم جسمی را با ترازو اندازه گرفته‌ایم. ترازو ۸ کیلوگرم را نشان داده است. سپس وزن آن را با نیروسنج اندازه گرفته‌ایم، نیروسنج ۸۰ N را نشان داده است. اگر شعاع متوسط زمین را ۶۴۰۰ km در نظر بگیریم، جرم زمین را حساب کنید. ($G = \frac{20}{3} \times 10^{-11} \frac{Nm^2}{kg^2}$)

پاسخ پرسش‌های جلسه دوم

۱۴۹

۱۱۶

الف) مستقیم- معکوس

ب) جرم- شعاع

پ) مشخصات

۱۱۷

ت) می‌ربایند

ث) کوچک

ج) تغییر طول

۱۱۸

الف) نادرست

ب) درست

پ) نادرست

ت) درست

ث) نادرست

الف)

$$F = kx \begin{cases} F = W = mg \\ x = \Delta L = L - L_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m_1 g = k(L_1 - L_0) \Rightarrow 20 = k(20 - L_0) \\ m_2 g = k(L_2 - L_0) \Rightarrow 40 = k(22 - L_0) \end{cases}$$

$$\frac{20}{20 - L_0} = \frac{40}{22 - L_0} \Rightarrow 80 - 4L_0 = 44 - 2L_0 \Rightarrow 36 = 2L_0 \Rightarrow L_0 = 18 \text{ cm}$$

$$k = \frac{20}{20 - 18} = \frac{20}{2} = 10 \frac{\text{N}}{\text{cm}} = 1000 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

ب)

۱۱۹

$$F = kx \begin{cases} F = F' \\ F = k'x' \end{cases} \rightarrow kx = k'x' \Rightarrow k \times 0.4 = k' \times 0.2 \Rightarrow \frac{k'}{k} = 2$$

۱۲۰

فرض کنید جرم کفه m گرم است. نیرویی که طول فنر را افزایش می‌دهد برابر است با مجموع وزن کفه به همراه وزن وزنه‌ی داخل آن (m')

$$F = kx \Rightarrow F = mg + m'g = (m + m')g$$

$$(1) \rightarrow (m + 0.1)g = kx = k \times 0.06 \Rightarrow \frac{m + 0.1}{m + 0.2} = 0.6 \Rightarrow m = 0.5 \text{ kg} = 50 \text{ g}$$

$$(2) \rightarrow (m + 0.2)g = kx' = k \times 0.1 \Rightarrow \frac{m + 0.2}{m + 0.1} = 1 \Rightarrow m = 0.5 \text{ kg} = 50 \text{ g}$$

۱۲۱

توجه: برای تعیین درصد تغییرات هر کمیتی، تغییرات آن کمیت را بر مقدار اولیه‌اش تقسیم و حاصل را در عدد صد ضرب کنید.

$$F = kx \Rightarrow x = \frac{F}{k} = \frac{400}{4000} = 0.1 \text{ m} = 10 \text{ cm}$$

$$\text{درصد تغییر طول فنر} = \frac{x}{x_1} \times 100 = \frac{10}{80} \times 100 = 12.5\%$$

۱۲۲

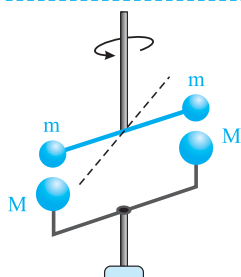
$$F = G \frac{M_m M_e}{r^2} \Rightarrow F = \frac{6.67 \times 10^{-11} \times 7 \times 10^{24} \times 6 \times 10^{24}}{(4 \times 10^5 \times 10^3)^2} \Rightarrow F = \frac{277.2 \times 10^{37}}{16 \times 10^{16}} \Rightarrow F = 17.325 \times 10^{21} \text{ N}$$

۱۲۳

$$F = G \frac{m M_e}{R^2} \Rightarrow \frac{F_x}{F_e} = \frac{m_x}{M_e} \times \left(\frac{R_e}{R_x}\right)^2 \Rightarrow \frac{F_x}{F_e} = \frac{220}{1} \times \left(\frac{1}{10}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{F_x}{F_e} = 220 \times \frac{1}{100} = \frac{220}{100} \Rightarrow F_x = 2.2 F_e$$

۱۲۴



مقدار G را اولین بار هنری کاوندیش اندازه‌گیری نمود. در یک دستگاه به نام ترازوی پیچشی دو جرم مساوی m را به دو سر میله‌ی باریکی متصل می‌کنیم. دو جسم به جرم M را مطابق شکل در نزدیکی m و m قرار می‌دهیم. جاذبه‌ی گرانشی بین جرم‌های کوچک و بزرگ باعث دوران دستگاه (ترازوی پیچشی) می‌شود و می‌توان نیروی بین m و M را اندازه‌گیری نمود. بدین ترتیب:

$$F = G \frac{mM}{r^2} \Rightarrow G = \frac{Fr^2}{mM}$$

۱۲۵

$$\frac{W'}{W} = \frac{g'}{g} = \left(\frac{R_e}{R_e + h}\right)^2 \Rightarrow \frac{W'}{9000} = \left(\frac{R_e}{\frac{3}{2}R_e}\right)^2 \Rightarrow W' = 4000 \text{ N}$$

۱۲۶

$$W = mg \Rightarrow 80 = 8 \times g \Rightarrow g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$$

$$g = \frac{GM_e}{R_e^2} \Rightarrow M_e = \frac{gR_e^2}{G} \Rightarrow M_e = \frac{10 \times (64 \times 10^5)^2}{6.67 \times 10^{-11}} \Rightarrow M_e = 6.144 \times 10^{24} \text{ kg}$$



تست‌های جلسه دوم

۱۵۰

۲۷۰. به فنری به طول 50cm و ثابت $2000 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ مطابق شکل زیر نیروی 400N وارد می‌کنیم. طول فنر در اثر این نیرو به چند سانتی‌متر می‌رسد؟



۶۰ (۴)

۲۰ (۳)

۴۰ (۲)

۳۰ (۱)

۲۷۱. ورزشکاری دو انتهای فنری را که ثابت آن 250N نیوتون بر متر است کشیده و 40cm سانتی‌متر، افزایش طول در آن ایجاد کرده است. نیرویی که فنر به هر یک از دست‌های او وارد می‌کند چند نیوتون است؟

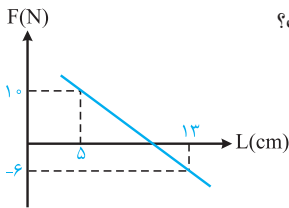
۱۲۳ (۴)

۱۰۰ (۳)

۶۱/۵ (۲)

۵۰ (۱)

۲۷۲. نمودار نیروی کشسانی فنری بر حسب طول آن، مطابق شکل روبه‌رو می‌باشد. ثابت فنر چند نیوتون بر متر است؟



۲ (۱)

۲۰ (۲)

۲۰۰ (۳)

۰/۲ (۴)

۲۷۳. دو طرف یک فنر افقی به طول L و جرم m را با نیروی F می‌کشیم. در حالت تعادل میزان کشش فنر در فاصله $\frac{L}{4}$ از یک انتهای آن چند F است؟

$\frac{1}{2}$ (۴)

$\frac{3}{4}$ (۳)

۱ (۲)

$\frac{1}{4}$ (۱)

۲۷۴. جسمی به جرم m را به فنری قائم با جرم ناچیز می‌آویزیم. طول فنر به 32cm سانتی‌متر می‌رسد. اگر این جسم را در سیاره‌ای که شتاب جاذبه‌ای آن $\frac{2}{3}$ شتاب جاذبه‌ی زمین است، به همین فنر بیاویزیم، طول فنر 26cm سانتی‌متر می‌شود. طول اولیه‌ی فنر چند سانتی‌متر بوده است؟

$24/5$ (۴)

۲۲ (۳)

$20/5$ (۲)

۱۹ (۱)

۲۷۵. اگر فنری را با نیروی ثابت و افقی F بکشیم، طول آن $1/5$ برابر طول اولیه‌اش می‌شود. اگر همین فنر را با نیروی ثابت و افقی $3F$ بکشیم، طول آن چند برابر طول اولیه‌اش می‌شود؟

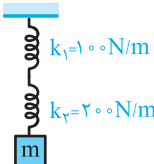
۳ (۴)

$2/5$ (۳)

$2/25$ (۲)

۲ (۱)

۲۷۶. در شکل روبه‌رو، افزایش طول فنر k_1 نسبت به طول عادی‌اش 4cm است. به ترتیب از راست به چپ، جرم وزنه چند کیلوگرم و افزایش طول فنر k_2 نسبت به طول عادی‌اش چند سانتی‌متر است؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$ و جرم هر دو فنر ناچیز است).



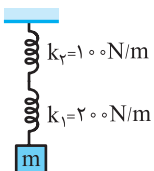
6 و 4 (۲)

2 و 4 (۱)

6 و 8 (۴)

2 و 8 (۳)

۲۷۷. در شکل روبه‌رو، اگر مجموع افزایش طول دو فنر نسبت به طول عادی آن‌ها 3cm باشد، جرم وزنه‌ی متصل به فنر k_1 چند کیلوگرم است؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$ و از جرم دو فنر صرف‌نظر شود).



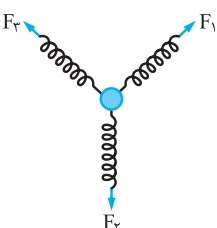
$0/1$ (۱)

$0/2$ (۲)

$0/4$ (۳)

$0/5$ (۴)

۲۷۸. مطابق شکل سه فنر با ثابت‌های برابر $800 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ به حلقه‌ای متصل شده‌اند و حلقه در حالت تعادل قرار دارد. اگر افزایش طول هر فنر 20cm باشد، برآیند دو نیروی $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ چند نیوتون است؟



۱۶ (۱)

۱۶۰ (۲)

۴۰۰ (۳)

۴۰ (۴)

۲۷۹. کدام یک از مطالب زیر درست است؟

(۱) در تمام فضا شتاب گرانش ثابت است.

(۲) نسبت وزن دو جسم در نقاط مختلف سطح زمین همواره ثابت است.

(۳) نسبت وزن دو جسم مانند خود وزن آن‌ها در نقاط مختلف سطح زمین متغیر است.

(۴) در خلأ شتاب گرانش صفر است.

۲۸۰. زمین و خورشید، به بدن ما نیروی گرانشی وارد می‌کنند. اندازه‌ی نیروی گرانشی ناشی از زمین را W و اندازه‌ی نیروی گرانشی ناشی از

خورشید را F می‌نامیم. نسبت $\frac{F}{W}$ به کدام عدد نزدیک‌تر است؟

(جرم زمین $6 \times 10^{24} \text{ kg}$ ، جرم خورشید $2 \times 10^{30} \text{ kg}$ ، فاصله‌ی مرکز زمین تا مرکز خورشید $1.5 \times 10^{11} \text{ m}$ و شعاع زمین $6.4 \times 10^6 \text{ m}$ است.)

(۱) 10^{-2} (۲) 10^{-1} (۳) 10^{-3} (۴) 10^{-4}

۲۸۱. اگر فاصله‌ی مراکز زمین و خورشید سه برابر فاصله‌ی کنونی آن بود، نیروی گرانش خورشید بر زمین نسبت به وضعیت کنونی چه تغییری می‌کرد؟

(۱) $\frac{1}{9}$ برابر می‌شد. (۲) ۲ برابر می‌شد. (۳) $\frac{1}{9}$ برابر می‌شد. (۴) ۹ برابر می‌شد.

۲۸۲. جرم هر یک از دو جسمی را که بر هم نیروی گرانشی F وارد می‌کنند دو برابر و فاصله‌ی بین آن‌ها را دو برابر می‌کنیم. نیروی گرانشی‌ای که به

یکدیگر وارد می‌کنند چند برابر می‌شود؟

(۱) ۴ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) ۲ (۴) ۱

۲۸۳. ماهواره‌ی A به جرم m در ارتفاع R_e از سطح زمین و ماهواره‌ی B به جرم $2m$ در ارتفاع $2R_e$ از سطح زمین، به دور زمین می‌چرخند.

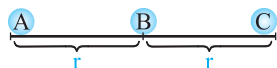
نیروی گرانشی وارد بر ماهواره‌ی A چند برابر نیروی گرانشی وارد بر ماهواره‌ی B است؟ (R_e شعاع کره‌ی زمین است.)

(۱) ۴ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) $\frac{1}{4}$

۲۸۴. در شکل زیر، سه گلوله‌ی A، B و C بر روی یک خط قرار دارند و گلوله‌ی B وسط گلوله‌های A و C قرار دارد. اگر $m_A = m_B = 2m_C$ و

اندازه‌ی برآیند نیروهای گرانشی وارد بر گلوله‌ی B (از طرف دو گلوله‌ی دیگر) F باشد، اندازه‌ی برآیند نیروهای گرانشی وارد بر گلوله‌ی A از

طرف گلوله‌های B و C چند برابر F است؟ (از شعاع گلوله‌ها صرف‌نظر کنید.)



(۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{3}{2}$

(۳) $\frac{7}{4}$ (۴) $\frac{9}{4}$

۲۸۵. جسمی به اندازه‌ی سه برابر شعاع زمین از سطح زمین دور می‌شود. وزن جسم چند برابر وزن آن در سطح زمین می‌شود؟

(۱) $\frac{1}{9}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{16}$ (۴) $\frac{1}{25}$

۲۸۶. شتاب گرانشی در سطح کره‌ی ماه $\frac{1}{6}$ شتاب گرانی در سطح زمین است. جسمی که در سطح زمین 2 kg جرم دارد، در سطح کره‌ی ماه جرمش

چند کیلوگرم است؟

(۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) ثابت می‌ماند.

۲۸۷. اگر به اندازه‌ی نصف شعاع زمین، از سطح زمین بالا برویم و شتاب گرانش را g_1 و بار دیگر به اندازه‌ی نصف شعاع زمین به داخل زمین فرو برویم

و شتاب گرانش را با g_2 نشان دهیم، $\frac{g_1}{g_2}$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{9}$ (۲) $\frac{7}{8}$ (۳) $\frac{9}{11}$ (۴) $\frac{4}{7}$

۲۸۸. شعاع زمین 6400 km است. یک جسم چند کیلومتر باید از سطح زمین دور شود تا وزن جسم 64% برابر وزن آن در سطح زمین شود؟

(۱) 2400 (۲) 1800 (۳) 4200 (۴) 1600

۲۸۹. از روی سطح زمین سفینه‌ای به جرم m به طرف ماه پرتاب می‌شود. اگر فاصله‌ی مرکز زمین و مرکز ماه را با d نمایش دهیم، در چه فاصله‌ای از

مرکز زمین نیروی گرانش ماه و زمین بر این سفینه یکسان می‌شود؟ (جرم زمین 81 برابر جرم ماه است.)

(۱) $\frac{9}{10}d$ (۲) $\frac{1}{9}d$ (۳) $\frac{1}{3}d$ (۴) $\frac{4}{3}d$

۲۷۷- (۲) تغییر طول فنرها نسبت به طول عادی آن‌ها x_1 و x_2 است. با توجه به این که فنرها بدون جرم فرض می‌شوند، نیروی کشسانی در طول هر دوی آن‌ها یکسان است:

$$F_1 = F_2 \Rightarrow k_1 x_1 = k_2 x_2 \Rightarrow 200 x_1 = 100 x_2 \Rightarrow x_2 = 2 x_1$$

$$x = x_1 + x_2 \Rightarrow 3 = x_1 + 2 x_1 \Rightarrow x_1 = 1 \text{ cm}, x_2 = 2 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow F_1 = mg \Rightarrow k_1 x_1 = mg$$

$$\Rightarrow 200 \times \frac{1}{100} = m \times 10 \Rightarrow m = 0.2 \text{ kg}$$

۲۷۸- (۲) طبق قانون اول نیوتون برآیند نیروهای وارد بر حلقه صفر است. یعنی هر نیروی قرینه‌ی برآیند دو نیروی دیگر است.

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = 0 \Rightarrow \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = -\vec{F}_3$$

$$\Rightarrow |\vec{F}_1 + \vec{F}_2| = |\vec{F}_3| = kx = 800 \times \left(\frac{2}{100}\right) = 16 \text{ N}$$

۲۷۹- (۲) در هر نقطه‌ی دلخواه از سطح زمین، شتاب گرانشی برای

$$\frac{W_2}{W_1} = \frac{m_2}{m_1} = \text{ثابت} \quad \text{دو جسم یکسان است، پس:}$$

۲۸۰- (۴)

$$\begin{cases} F = G \frac{Mm}{r^2} \\ F' = W = G \frac{M_e m}{r_e^2} \end{cases} \Rightarrow \frac{F}{W} = \frac{M}{M_e} \times \left(\frac{r_e}{r}\right)^2$$

$$= \frac{2 \times 10^{30}}{6 \times 10^{24}} \times \left(\frac{6/4 \times 10^6}{1/5 \times 10^{11}}\right)^2 = \frac{10^6}{3} \times \left[\left(\frac{6/4}{1/5}\right)^2 \times 10^{-10}\right]$$

$$\frac{F}{W} \approx 6 \times 10^{-4} \Rightarrow \text{این عدد به گزینه‌ی (۴) نزدیک‌تر است.}$$

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2} \Rightarrow \frac{F'}{F} = \left(\frac{r}{r'}\right)^2 \Rightarrow \frac{F'}{F} = \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9} \quad (3) - 281$$

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2} \Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{m'_1}{m_1} \times \frac{m'_2}{m_2} \times \left(\frac{r}{r'}\right)^2 \quad (4) - 282$$

$$\frac{F'}{F} = \frac{2}{1} \times \frac{2}{1} \times \left(\frac{1}{3}\right)^2 = 4 \times \frac{1}{9} = \frac{4}{9}$$

۲۸۳- (۳)

$$\frac{F_A}{F_B} = \frac{G \frac{m \times M_e}{(R_e + h_A)^2}}{G \frac{2m \times M_e}{(R_e + h_B)^2}} = \frac{1}{2} \times \left(\frac{R_e + 2R_e}{R_e + R_e}\right)^2 = \frac{1}{2} \times 4 = 2$$

۲۷۰- (۱) شکل نشان می‌دهد که نیرو باعث کاهش طول فنر می‌شود. علامت منفی برای نیرو به دلیل آن است که جهت آن منفی است.

$$F_e = kx \Rightarrow -400 = 2000x \Rightarrow x = \frac{-400}{2000}$$

$$\Rightarrow x = -\frac{1}{5} \text{ m} = -\frac{1}{5} \times 100 = -20 \text{ cm}$$

$$x = \Delta L = L_2 - L_1 \Rightarrow -20 = L_2 - 50 \Rightarrow L_2 = 30 \text{ cm}$$

۲۷۱- (۳) نیرویی که هر یک از دست‌های شخص به فنر وارد می‌کند، برابر نیروی کشسانی فنر است و از رابطه‌ی $F_e = kx$ به‌دست می‌آید.

$$F_e = kx \Rightarrow F_e = 2500 \times \frac{40}{100} \Rightarrow F = 1000 \text{ N}$$

۲۷۲- (۳) تغییر طول فنر با نیروی وارد بر فنر متناسب است. در محدوده‌ای که طول فنر از ۵ سانتی‌متر به ۱۳ سانتی‌متر رسیده است، نیروی فنر از ۱۰ N به ۶ N تغییر کرده است.

$$|\Delta F| = |-6 - 10| = 16 \text{ N}, \quad x = 13 - 5 = 8 \text{ cm}$$

$$\Delta F = k \Delta x \Rightarrow 16 = k \times 8 \times 10^{-2} \Rightarrow k = 200 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

۲۷۳- (۲) چون فنر در حال تعادل است، برآیند نیروهای وارد بر هر قطعه‌ی آن صفر است. پس کشش فنر در طول آن F است.

$$kx = mg \Rightarrow \frac{x_2}{x_1} = \frac{g'}{g} \Rightarrow \frac{26 - L_0}{32 - L_0} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5} \quad (4) - 274$$

$$32 - L_0 = 130 - 5L_0 \Rightarrow 4L_0 = 98 \Rightarrow L_0 = 24.5 \text{ cm}$$

$$F = kx \Rightarrow \begin{cases} F_1 = k(x_1 - x_0) \Rightarrow F = k(x_1 - x_0) \\ F_2 = k(x_2 - x_0) \Rightarrow 3F = k(x_2 - x_0) \end{cases} \quad (3) - 275$$

$$\frac{x_1 = 1/5 x_0}{F} \rightarrow \frac{3F}{F} = \frac{k(x_2 - x_0)}{k(1/5 x_0 - x_0)}$$

$$\Rightarrow 3 = \frac{x_2 - x_0}{-4/5 x_0} \Rightarrow 1/5 x_0 = x_2 - x_0 \Rightarrow x_2 = 2/5 x_0$$

$$k_1 \text{ نیروی کشسانی فنر } F_1 = k_1 x_1 \quad (1) - 276$$

$$\Rightarrow F_1 = 1000 \times \frac{4}{100} = 40 \text{ N}$$

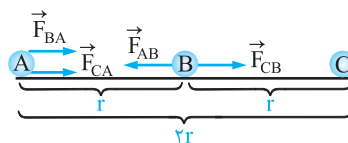
چون فنرها سبک یعنی بدون جرم در نظر گرفته می‌شوند، بنابراین نیروی کشسانی فنر k_2 نیز ۴ نیوتون خواهد بود.

$$F_2 = k_2 x_2 \Rightarrow 4 = 2000 \times x_2 \Rightarrow x_2 = 0.002 \text{ m} = 2 \text{ mm}$$

$$\Rightarrow 4 = m \times 10 \Rightarrow m = 0.4 \text{ kg}$$

در حال تعادل: $F = W$ و $W = 4 \text{ N}$

(۴) - ۲۸۴



$$F_{AB} = F_{BA} = G \frac{m_A m_B}{r_{AB}^2} = G \frac{\gamma m \times \gamma m}{r^2} = \gamma G \frac{m^2}{r^2}$$

$$F_{CA} = F_{AC} = G \frac{m_C m_A}{r_{CA}^2} = G \frac{m \times \gamma m}{(\gamma r)^2} = \frac{1}{\gamma} G \frac{m^2}{r^2}$$

$$F_{CB} = G \frac{m_C m_B}{r_{CB}^2} = G \frac{m \times \gamma m}{r^2} = \gamma G \frac{m^2}{r^2}$$

$$\Rightarrow F_{AB} = F_{BA}, \quad F_{CB} = \frac{F_{AB}}{\gamma}, \quad F_{CA} = \frac{F_{AB}}{\lambda}$$

$$F_{TB} = F_{AB} - F_{CB} = F_{AB} - \frac{F_{AB}}{\gamma} = \frac{1}{\gamma} F_{AB}$$

$$F_{TA} = F_{BA} + F_{CA} = F_{AB} + \frac{1}{\lambda} F_{AB} = \frac{9}{\lambda} F_{AB}$$

$$\frac{F_{TA}}{F_{TB}} = \frac{\frac{9}{\lambda} F_{AB}}{\frac{1}{\gamma} F_{AB}} \xrightarrow{F_{TB}=F} \frac{F_{TA}}{F} = \frac{9}{4} \Rightarrow F_{TA} = \frac{9}{4} F$$

(۳) - ۲۸۵

در آن نقطه وزن جسم $\frac{1}{n}$ برابر وزن جسم در سطحزمین است. مقدار n به صورت زیر به دست می آید:

$$h = (n-1)R_e \xrightarrow{h=\gamma R_e} \gamma R_e = (n-1)R_e \Rightarrow n = 4$$

$$W' = \frac{W}{n^2} \Rightarrow W' = \frac{W}{4^2} \Rightarrow W' = \frac{1}{16} W$$

(۴) - ۲۸۶

شتاب گرانشی ماه $\frac{1}{6}$ شتاب گرانش در سطح زمین است،پس وزن یک جسم در سطح ماه $\frac{1}{6}$ سطح زمین می باشد. ولی در تمام نقاط جهان جرم جسم مقدار ثابتی است.

(۱) - ۲۸۷

$$h = \frac{1}{\gamma} R_e \Rightarrow r = R_e + h = \frac{\gamma}{\gamma} R_e$$

$$\frac{g_1}{g_0} = \left(\frac{R_e}{r}\right)^2 \Rightarrow \frac{g_1}{g_0} = \frac{4}{9} \quad (1)$$

$$r = R_e - \frac{R_e}{\gamma} = \frac{R_e}{\gamma}, \quad \frac{g_2}{g_0} = \left(\frac{R_e}{\frac{R_e}{\gamma}}\right)^2 = 4 \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow \frac{\frac{g_1}{g_0}}{\frac{g_2}{g_0}} = \frac{\frac{4}{9}}{4} = \frac{1}{9} \Rightarrow \frac{g_1}{g_2} = \frac{1}{9}$$

(۴) - ۲۸۸

$$W_\gamma = 0.64 W_1 \Rightarrow G \frac{M_e \times m}{(R_e + h)^2} = 0.64 G \frac{M_e \times m}{R_e^2}$$

$$\Rightarrow 64(R_e + h)^2 = 100 R_e^2 \Rightarrow 8(R_e + h) = 10 R_e$$

$$\Rightarrow h = \frac{1}{4} R_e \Rightarrow h = \frac{1}{4} \times 6400 \Rightarrow h = 1600 \text{ km}$$

(۱) - ۲۸۹

(نیروی ماه بر سفینه) $F_1 = F_\gamma$ (نیروی زمین بر سفینه)

$$\frac{GM_e m}{x^2} = \frac{GM_{\text{ماه}} m}{(d-x)^2}$$

$$\frac{1}{x^2} = \frac{1}{(d-x)^2} \Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{1}{d-x} \Rightarrow x = \frac{1}{2} d$$

