

پاسخ مسائل تکمیلی فصل اول

پاسخ ۱



- (الف) به مقدار انرژی مصرف شده در یک زمان معین (مثلاً یک دقیقه) آهنگ مصرف انرژی می‌گویند.
- (ب) به انرژی‌ای که هر جسم به دلیل قرار گرفتن در ارتفاع نسبت به سطح زمین دارد، انرژی پتانسیل گرانشی می‌گویند.
- (پ) در اثر مالش دو سطح روی یک‌دیگر، مقداری انرژی به انرژی درونی دو جسم تبدیل شده ولی چون این انرژی را نمی‌توان عملاً مورد استفاده قرار داد از عبارت «اتلاف انرژی» استفاده می‌شود.
- (ت) به مجموع انرژی‌های ذره‌های تشکیل دهنده‌ی یک جسم، انرژی درونی آن جسم گفته می‌شود.
- (ث) انرژی ذخیره شده در فنر کشیده شده یا فشرده شده را انرژی پتانسیل کشسانی می‌نامند.

الف) درست

پاسخ ۲



- (ب) نادرست - بالا رفتن انرژی درونی یک جسم معمولاً به صورت گرم‌تر شدن آن ظاهر می‌شود و این همیشگی نیست، مانند ذوب یخ $^{\circ}\text{C}$ که در تمام مدت ذوب و دریافت گرما و بالا رفتن انرژی درونی آن، دما ثابت و برابر $^{\circ}\text{C}$ است.
- (پ) نادرست - انرژی لازم برای حرکت اسباب‌بازی‌های کوچکی از انرژی پتانسیل کشسانی فنرهای موجود در آن‌ها تأمین می‌شود.
- (ت) درست - هر چه تغییر طول فنر نسبت به طول اولیه‌اش بیش‌تر باشد، انرژی پتانسیل کشسانی ذخیره شده در آن بیش‌تر است.

پاسخ ۳



الف) چهار برابر (ب) پتانسیل گرانشی (پ) اصطکاک (ت) پتانسیل کشسانی (ث) درونی

پاسخ ۴



توجه کنید که در تمامی موارد مقداری از انرژی بر اثر مالش و اصطکاک بین اجزاء به انرژی درونی تبدیل می‌شود.

- الف) در ساعت کوکی انرژی پتانسیل کشسانی فنر کوک شده به انرژی جنبشی چرخ‌دنده‌ها، عقربه‌ها و ... تبدیل می‌شود.
- (ب) در پدیده‌ی فوتوسنتز که در برگ گیاهان روی می‌دهد انرژی نور خورشید به انرژی شیمیایی تبدیل می‌شود.
- (پ) در لامپ روشن ابتدا انرژی الکتریکی به انرژی درونی تبدیل شده و پس از آن انرژی درونی به انرژی نورانی و گرمایی تبدیل می‌شود.
- (ت) در پنکه‌ی روشن انرژی الکتریکی به انرژی جنبشی تبدیل می‌شود.
- (ث) در سلول خورشیدی انرژی نور خورشید مستقیماً به انرژی الکتریکی تبدیل می‌شود.
- (ج) هنگام سقوط یک جسم انرژی پتانسیل گرانشی به انرژی جنبشی و همچنین بر اثر اصطکاک با هوا بخشی از آن به انرژی درونی تبدیل می‌شود.
- (چ) هنگامی که ظرف پر از آب روی شعله قرار دارد انرژی پتانسیل شیمیایی موجود در سوخت به انرژی درونی آب، ظرف و محیط اطراف تبدیل می‌شود.
- (ح) سماور برقی روشن انرژی الکتریکی را به انرژی درونی آب تبدیل می‌کند.
- (خ) هنگامی که دست‌های خود را به هم مالش می‌دهیم، انرژی جنبشی آن‌ها را به انرژی درونی تبدیل می‌کنیم.
- (د) در پر کردن باتری موبایل یا هر باتری شارژی دیگری، انرژی الکتریکی به انرژی شیمیایی تبدیل می‌شود.

پاسخ ۵



جرم صبحانه‌ی این شخص برابر $250\text{g} = 0.25 \times 1000\text{g}$ است که 90g آن تخم‌مرغ می‌باشد، پس مابقی آن جرم نان مصرف شده است:

از طرف دیگر انرژی به‌دست آمده توسط این شخص با مجموع انرژی‌های شیمیایی موجود در تخم‌مرغ و نان برابر است یعنی با جمع انرژی این دو ماده‌ی غذایی باید به عدد 1252kJ برسیم.

$E = m \times E_c$: انرژی کسب شده

$E_p = 160 \times E_{c_p} = 160 E_{c_p} \text{ kJ}$ نان ، $E_1 = 90 \times 6/8 = 612\text{kJ}$ ، تخم‌مرغ

$$E_{\text{کل}} = E_1 + E_p \Rightarrow 1252 = 612 + 160 E_{c_p} \Rightarrow 160 E_{c_p} = 640 \Rightarrow E_{c_p} = \frac{640}{160} = 4 \frac{\text{kJ}}{\text{g}} \times 1000 = 4000 \frac{\text{J}}{\text{g}}$$

پاسخ ۶



انرژی به دست آمده از سوختن گاز طبیعی و نفت را به دست آورده با هم جمع می‌کنیم و برابر 74865 kJ قرار می‌دهیم:

$M=?$: جرم کل سوخت ، $E = m \times E_c$: انرژی به دست آمده

$$E_1 = \left(\frac{70}{100} \times M\right) \times 47/9 = 33/53 M \text{ kJ} \quad \text{نفت}$$

$$E_2 = \left(\frac{30}{100} \times M\right) \times 54/6 = 16/38 M \text{ kJ} \quad \text{گاز طبیعی}$$

$$E_{\text{کل}} = E_1 + E_2 \Rightarrow 74865 = 33/53 M + 16/38 M = 49/91 M$$

$$\Rightarrow M = \frac{74865}{49/91} = 1500 \text{ g} = 1/5 \text{ kg}$$

پاسخ ۷



این ورزشکار 70 دقیقه ورزش کرده که 30 دقیقه آن صرف نرمش کردن و 40 دقیقه بازی تنیس شده است.

انرژی مصرف شده در بازی تنیس را به دست می‌آوریم:

$$E = P \times t \Rightarrow E = 26/5 \times 40 = 1060 \text{ kJ}$$

انرژی کل مصرفی ورزشکار 1690 kJ بوده است، بنابراین انرژی مصرفی او در مدت 30 دقیقه نرمش برابر است با:

$$1690 - 1060 = 630 \text{ kJ}$$

اکنون می‌توان آهنگ مصرف انرژی در نرمش کردن را به دست آورد:

$$E = P \times t \Rightarrow 630 = P \times 30 \Rightarrow P = 21 \frac{\text{kJ}}{\text{min}}$$

پاسخ ۸



ابتدا انرژی به دست آمده از نان، کره و کاکائو را به دست آورده با هم جمع می‌کنیم:

$$E = m \times E_c \quad \text{انرژی به دست آمده}$$

$$E_1 = 50 \times 11/3 = 565 \text{ kJ} \quad \text{نان}$$

$$E_2 = 20 \times 30/2 = 604 \text{ kJ} \quad \text{کره}$$

$$E_3 = 25 \times 19 = 475 \text{ kJ} \quad \text{کاکائو}$$

$$E_{\text{کل}} = E_1 + E_2 + E_3 = 565 + 604 + 475 = 1644 \text{ kJ} = E_{\text{in}}$$

انرژی مصرفی در دوچرخه‌سواری آرام را به دست می‌آوریم:

$$E = P \times t \quad \text{انرژی مصرف شده}$$

$$E_1 = 23/9 \times (1 \times 60) = 1434 \text{ kJ} \quad \text{دوچرخه‌سواری آرام}$$

انرژی مصرفی در دوچرخه‌سواری با سرعت $21 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ برابر خواهد شد با:

$$E_2 = 1644 - 1434 \Rightarrow E_2 = 210 \text{ kJ}$$

اکنون زمان دوچرخه‌سواری با سرعت $21 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ را می‌توان به دست آورد:

$$E_2 = P_2 \times t_2 \Rightarrow 210 = 42 t_2 \Rightarrow t_2 = 5 \text{ min}$$

پاسخ ۹



انرژی حاصل از گوشت پخته، پلو و سیب‌زمینی پخته را به دست آورده و با هم جمع می‌کنیم:

$$E = m \times E_c \quad \text{انرژی به دست آمده}$$

$$E_1 = 150 \times 9/4 = 1410 \text{ kJ} \quad \text{گوشت پخته}$$

$$E_2 = 200 \times 4/6 = 920 \text{ kJ} \quad \text{پلو}$$

$$E_3 = 50 \times 3/9 = 195 \text{ kJ} \quad \text{سیب‌زمینی پخته}$$

$$E_{\text{کل}} = E_1 + E_2 + E_3 = 1410 + 920 + 195 = 2525 \text{ kJ} \Rightarrow E_{\text{in}} = \frac{25}{100} \times 2525 = 631/25 \text{ kJ}$$

اکنون به کمک بازده و رابطه‌ی انرژی مصرف‌شده در راه رفتن، زمان را به‌دست می‌آوریم: $E = P \times t = 16 \times t \text{ kJ} = E_{\text{out}}$ مصرف‌شده

$$\%Ra = \frac{E_{\text{out}}}{E_{\text{in}}} \times 100 \Rightarrow 20 = \frac{16t}{631/25} \times 100 \Rightarrow 12625 = 1600t \Rightarrow t = \frac{12625}{1600} = 7/9 \text{ min}$$

پاسخ ۱۰

اصلاح صورت سؤال: ورزشکاری با انرژی به‌دست آمده از خوردن $0/25 \text{ kg}$ غذا می‌تواند نیم ساعت پیاده‌روی و 10 دقیقه شنا کند. چنانچه

بازده بدن این ورزشکار 25% باشد، آهنگ مصرف انرژی در شنا چند کیلوژول بر دقیقه است؟ $P = 9 \frac{\text{kJ}}{\text{min}}$ پیاده‌روی، $E_c = 6/8 \frac{\text{kJ}}{\text{g}}$ غذا

با فرض این‌که انرژی شیمیایی موجود در غذایش $6/8 \frac{\text{kJ}}{\text{g}}$ است، خواهیم داشت:

$$E = m \times E_c \Rightarrow E = (0/25 \times 1000) \times 6/8 \Rightarrow E = 170 \text{ kJ}$$

بازده بدن این ورزشکار 25% است. بنابراین مقدار انرژی که صرف پیاده‌روی و شنا شده است برابر است با:

$$\%Ra = \frac{E_{\text{out}}}{E_{\text{in}}} \times 100 \Rightarrow 25 = \frac{E_{\text{out}}}{170} \times 100 \Rightarrow E_{\text{out}} = 425 \text{ kJ}$$

با توجه به آهنگ مصرف انرژی که $9 \frac{\text{kJ}}{\text{min}}$ فرض شده است، مقدار انرژی مصرف شده در نیم ساعت پیاده روی برابر خواهد شد با:

$$E = Pt \Rightarrow E = 9 \times 30 = 270 \text{ kJ}$$

بنابراین مقدار $425 - 270 = 155 \text{ kJ}$ انرژی صرف 10 دقیقه شنا شده است. آهنگ مصرف انرژی در شنا برابر خواهد شد با:

$$E = Pt \Rightarrow 155 = P \times 10 \Rightarrow P = 15/5 \frac{\text{kJ}}{\text{min}}$$

انرژی جنبشی هر دو جسم را نوشته و بر هم تقسیم می‌کنیم:

پاسخ ۱۱

$$K = \frac{1}{2} mv^2$$

$$\frac{K_1}{K_2} = \frac{\frac{1}{2} \times m_1 \times v_1^2}{\frac{1}{2} \times m_2 \times v_2^2} = \frac{m \times v^2}{2m \times (\frac{v}{2})^2} = \frac{m \times v^2}{2m \times \frac{v^2}{4}} = \frac{1}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

با توجه به رابطه‌ی انرژی جنبشی و داده‌های مسأله، خواهیم داشت:

پاسخ ۱۲

$$v_2 = v_1 + 4 \quad (1), \quad K_2 = 9K_1, \quad K = \frac{1}{2} mv^2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} mv_2^2 = 9 \times \frac{1}{2} mv_1^2 \Rightarrow v_2^2 = 9v_1^2 \Rightarrow v_2 = 3v_1 \quad (2)$$

با توجه به رابطه‌ی (۱) و (۲) می‌توان نوشت:

$$3v_1 = v_1 + 4 \Rightarrow 2v_1 = 4 \Rightarrow v_1 = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

ابتدا انرژی حاصل از سوختن نیم لیتر بنزین را به‌دست می‌آوریم:

پاسخ ۱۳

$$E = V \times E_c = 0/5 \times 3/2 \times 10^7 = 1/6 \times 10^7 \text{ J} = E_{\text{in}}$$

انرژی کسب شده

حال انرژی جنبشی خودرو را بر حسب جرم آن حساب می‌کنیم:

$$K = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} \times m \times 40^2 = \frac{1}{2} \times m \times 1600 = 800m \text{ J} = E_{\text{out}}$$

به کمک تعریف بازده، جرم خودرو را به‌دست می‌آوریم:

$$\%Ra = \frac{E_{\text{out}}}{E_{\text{in}}} \times 100 \Rightarrow 10 = \frac{800m}{1/6 \times 10^7} \times 100 \Rightarrow m = \frac{1/6 \times 10^8}{80000} = 2000 \text{ kg}$$

پاسخ ۱۴

K_P : انرژی جنبشی خودروی سواری، K'_1 : انرژی جنبشی ثانویه اتوبوس، K_1 : انرژی جنبشی اولیه اتوبوس
 $v_P = 40 \frac{m}{s}$: سرعت خودروی سواری، $v'_1 = v_1 + 10$: سرعت ثانویه اتوبوس، $v_1 = ?$: سرعت اولیه اتوبوس

$$K_1 = \frac{1}{2} K_P, K'_1 = K_P \Rightarrow K_1 = \frac{1}{2} K'_1 \Rightarrow \frac{1}{2} M v_1^2 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} M v_1'^2$$

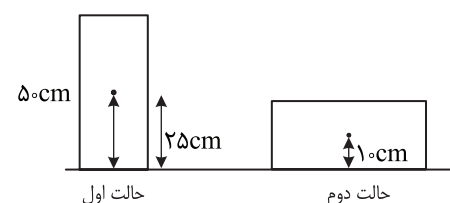
$$\Rightarrow v_1^2 = \frac{1}{2} v_1'^2 \xrightarrow{\text{چون}} v_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} v_1' \Rightarrow 2v_1 = v_1' = v_1 + 10 \Rightarrow v_1 = 10 \frac{m}{s}$$

$$K_1 = \frac{1}{2} K_P \Rightarrow \frac{1}{2} M v_1^2 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} m v_P^2 \Rightarrow M \times 10^2 = \frac{1}{2} \times m \times 40^2$$

$$\Rightarrow M \times 100 = \frac{1}{2} \times m \times 1600 \Rightarrow 100 M = 800 m \Rightarrow \frac{M}{m} = \frac{800}{100} = 8$$

در حل این مسأله باید گرانشگاه جسم را در نظر بگیریم.

پاسخ ۱۵



$$U = mgh \Rightarrow \begin{cases} U_1 = 2/5 \times 10 \times \left(\frac{1}{2} \times \frac{50}{100}\right) = 6/25 J \\ U_P = 2/5 \times 10 \times \left(\frac{1}{2} \times \frac{20}{100}\right) = 2/5 J \end{cases}$$

$$\Delta U = U_P - U_1 = 2/5 - 6/25 = -3/25 J$$

علامت منفی بیانگر کاهش انرژی پتانسیل گرانشی به دلیل کاهش ارتفاع نقطه‌ی ثقل جسم است.

پاسخ ۱۶

برای استفاده از رابطه‌ی انرژی جنبشی باید توجه داشته باشیم که جرم جسم بر حسب کیلوگرم و انرژی جنبشی بر حسب ژول باشد، یعنی در این‌جا انرژی جنبشی را برابر $100 J = 100 \times 10^3$ قرار می‌دهیم، به این ترتیب سرعت بر حسب متر بر ثانیه به دست می‌آید:

$$K = \frac{1}{2} m v^2$$

$$100 = \frac{1}{2} \times 8 \times v^2 \Rightarrow 100 = 4 \times v^2 \Rightarrow v^2 = \frac{100}{4} = 25 \Rightarrow v = \sqrt{25} = 5 \frac{m}{s}$$

انرژی جنبشی هر کدام را نوشته سپس بر هم تقسیم می‌کنیم:

پاسخ ۱۷

$$K_A = 3 K_B, v_A = \frac{1}{2} v_B, m_B = ? m_A$$

$$\frac{K_B}{K_A} = \frac{\frac{1}{2} m_B v_B^2}{\frac{1}{2} m_A v_A^2} \Rightarrow \frac{K_B}{3 K_B} = \frac{m_B}{m_A} \times \frac{v_B^2}{\left(\frac{1}{2} v_B\right)^2} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{m_B}{m_A} \times \frac{v_B^2}{\frac{1}{4} v_B^2} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{m_B}{m_A} \times 4 \Rightarrow \frac{m_B}{m_A} = \frac{3}{4} = \frac{3}{12}$$

بنا بر قانون پایستگی انرژی، مجموع انرژی جنبشی دو گلوله قبل و بعد از برخورد یکسان است، بنابراین با توجه به فرض‌های

پاسخ ۱۸

مسأله خواهیم داشت:

$$m_P = \frac{1}{2} m_1 \Rightarrow m_1 = m, m_P = \frac{1}{2} m$$

$$E = E' \Rightarrow K_1 + K_P = K'_1 + K'_P \Rightarrow \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + 0 = \frac{1}{2} m_1 v_1'^2 + \frac{1}{2} m_P v_P'^2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times m \times v^2 = \frac{1}{2} \times m \times \left(\frac{v}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} \times \frac{m}{2} \times v_P'^2 \Rightarrow \frac{3}{8} \times m v^2 = \frac{1}{4} \times m v_P'^2 \Rightarrow v_P'^2 = \frac{3}{2} v^2 \Rightarrow v_P' = \sqrt{\frac{3}{2}} v$$

با استفاده از رابطه‌ی انرژی پتانسیل گرانشی با معلوم بودن مقادیر جرم، شتاب گرانشی و انرژی پتانسیل گرانشی می‌توانیم ارتفاع جسم از سطح زمین را تعیین کنیم، فقط باید توجه کنیم که در این روابط یکای SI کمیت‌ها را به کار ببریم:

پاسخ ۱۹

$$U = mgh \Rightarrow (6 \times 1000) = 3 \times 10 \times h \Rightarrow 6000 = 30 h$$

$$\Rightarrow h = \frac{600}{30} = 200 m \div 1000 = 0.2 km$$

پاسخ ۲۰: برای محاسبه‌ی نسبت جرم جسم A به جرم جسم B، با استفاده از رابطه‌ی انرژی پتانسیل گرانشی، انرژی پتانسیل گرانشی جسم A را بر انرژی پتانسیل گرانشی جسم B تقسیم می‌کنیم و اطلاعات مسأله را جایگزین می‌کنیم:

$$U_A = \Delta U_B, h_A = 2h_B, m_A = ? m_B$$

$$\frac{U_A}{U_B} = \frac{m_A g h_A}{m_B g h_B} \Rightarrow \frac{\Delta U_B}{U_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \frac{2h_B}{h_B} \Rightarrow \Delta = \frac{m_A}{m_B} \times 2 \Rightarrow \frac{m_A}{m_B} = \frac{\Delta}{2} = 2/5$$

پاسخ ۲۱: با توجه به قانون پایستگی انرژی، انرژی پتانسیل گرانشی جسم به انرژی جنبشی تبدیل می‌شود، بنابراین:

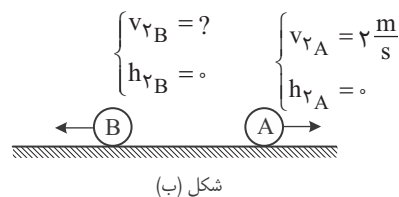
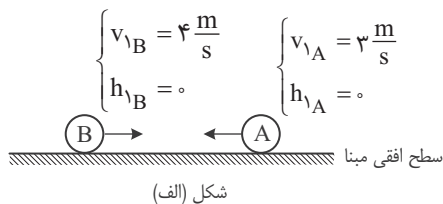
$$E_1 = E_2 \Rightarrow U_1 = K_2 \Rightarrow mgh_1 = \frac{1}{2}mv_2^2$$

$$\Rightarrow m \times 10 \times 45 = \frac{1}{2} \times m \times v_2^2 \Rightarrow v_2^2 = 900 \Rightarrow v_2 = \sqrt{900} = 30 \frac{m}{s}$$

پاسخ ۲۲: با در نظر گرفتن شکل مقابل برای این مسأله، می‌دانیم که با سقوط جسم، ارتفاع و انرژی پتانسیل گرانشی آن کاهش و در مقابل سرعت و انرژی جنبشی آن افزایش می‌یابد و در این میان جسم به موقعیتی می‌رسد که انرژی جنبشی نصف انرژی پتانسیل گرانشی می‌گردد. با توجه به نبود اتلاف انرژی رابطه‌ی قانون پایستگی انرژی را به صورت زیر به کار می‌بریم:

$$\begin{aligned} E_1 &= E_2 \\ K_1 + U_1 &= K_2 + U_2 = K_2 + 2K_2 = 3K_2 \Rightarrow \frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_1 = 3 \times \frac{1}{2}mv_2^2 \\ \text{را از طرفین تساوی حذف می‌کنیم} &\rightarrow \frac{1}{2} \times 10^2 + 10 \times 40 = 3 \times \frac{1}{2} \times v_2^2 \\ \Rightarrow 50 + 400 &= \frac{3}{2}v_2^2 \Rightarrow v_2^2 = \frac{450}{3} = 150 \Rightarrow v_2 = \sqrt{150} = 10\sqrt{3} \frac{m}{s} \approx 17/3 \frac{m}{s} \end{aligned}$$

پاسخ ۲۳: برای وضعیت اولیه و ثانویه دستگاه که از دو گلوله‌ی A و B تشکیل شده است شکل‌های (الف) و (ب) را در نظر می‌گیریم. در شکل (الف) گلوله‌ها دارای انرژی جنبشی هستند و با در نظر گرفتن سطح افقی به عنوان سطح مبنای انرژی پتانسیل گرانشی، انرژی پتانسیل گرانشی آن‌ها برابر صفر است. پس از برخورد آن‌ها به یک‌دیگر، در شکل (ب) نیز گلوله‌ها دارای انرژی جنبشی خواهند بود و بنا بر قانون پایستگی انرژی، مجموع انرژی جنبشی دو جسم قبل و بعد از برخورد با هم برابر است.



گلوله‌ها یکسانند پس جرم برابر دارند. $m_A = m_B = m$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}m_A v_{1A}^2 + \frac{1}{2}m_B v_{1B}^2 &= \frac{1}{2}m_A v_{2A}^2 + \frac{1}{2}m_B v_{2B}^2 \\ \Rightarrow \frac{1}{2} \times m \times 3^2 + \frac{1}{2} \times m \times 4^2 &= \frac{1}{2} \times m \times 2^2 + \frac{1}{2} \times m \times v_{2B}^2 \end{aligned}$$

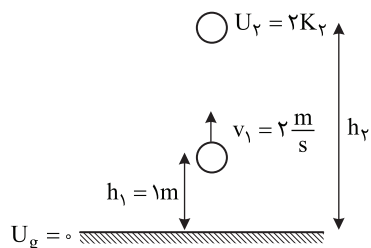
$$\xrightarrow{\text{را از طرفین تساوی ساده می‌کنیم}} 9 + 16 = 4 + v_{2B}^2 \Rightarrow v_{2B}^2 = 25 - 4 = 21 \Rightarrow v_{2B} = \sqrt{21} \approx 4/6 \frac{m}{s}$$

پاسخ ۲۴: سطح افقی گذرنده از نقطه‌ی C را می‌توانیم به عنوان سطح مبنای افقی در نظر بگیریم و ارتفاع نقاط B و C را نسبت به آن $h_1 = h_C = 0$, $h_2 = h_B = 1/25 m$, $v_1 = v_C = ?$ بسنجیم.

$$\Rightarrow E_C = E_B \Rightarrow K_C + U_C = K_B + U_B \Rightarrow \frac{1}{2}mv_C^2 + 0 = 0 + mgh_B$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times v_C^2 = 10 \times 1/25 \Rightarrow v_C^2 = 25 \Rightarrow v_C = \sqrt{25} = 5 \frac{m}{s}$$

پاسخ ۲۵ در شرایط خلأ اتلاف انرژی وجود ندارد و مجموع انرژی جنبشی و پتانسیل در همه‌ی نقاط مسیر برابر است. بنابراین:



$$K_1 + U_1 = K_2 + U_2 \Rightarrow \frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_1 = K_2 + 2K_2 \Rightarrow \frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_1 = 3K_2 \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2} \times m \times 2^2 + m \times 10 \times 1 = 3 \times \frac{1}{2}mv_2^2 \Rightarrow 2m + 10m = \frac{3}{2}mv_2^2 \Rightarrow 12 = \frac{3}{2}v_2^2$$

$$v_2^2 = 8 \Rightarrow v_2 = 2\sqrt{2} \frac{m}{s}$$

حال با توجه به فرض مسأله ($U_2 = 2K_2$)، ارتفاع h را به دست می‌آوریم:

$$mgh_2 = 2K_2 \Rightarrow mgh_2 = 2 \times \frac{1}{2} \times m \times (2\sqrt{2})^2 \Rightarrow 10h_2 = 8 \Rightarrow h_2 = 0.8m$$

پاسخ ۲۶ بنا بر قانون پایستگی انرژی، مجموع انرژی پتانسیل و انرژی جنبشی گلوله در نقاط (۱) و (۲) با هم برابر است (سطح زمین را مبنای انرژی پتانسیل در نظر می‌گیریم):

$$E_1 = E_2 \Rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2 \Rightarrow 0 + mgh_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 + mgh_2$$

$$\Rightarrow m \times 10 \times \left(\frac{8}{10}\right) = \frac{1}{2} \times m \times v_2^2 + m \times 10 \times \left(\frac{3}{10}\right)$$

$$\Rightarrow 8 = \frac{1}{2}v_2^2 + 3 \Rightarrow \frac{1}{2}v_2^2 = 5 \Rightarrow v_2^2 = 10 \Rightarrow v_2 = \sqrt{10} \approx 3.2 \frac{m}{s}$$

پاسخ ۲۷ با توجه به قانون پایستگی انرژی باید مجموع انرژی جنبشی و پتانسیل گلوله در تمام نقاط با هم برابر باشد:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2 \Rightarrow K_1 + 0 = K_2 + U_{2e}$$

از طرفی طبق فرض مسأله، انرژی جنبشی در نقطه‌ی مورد نظر $\frac{1}{4}$ انرژی پتانسیل کشسانی است:

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{U_{2e}}{4} + U_{2e} \Rightarrow \frac{1}{2} \times \left(\frac{8}{10}\right) \times 10^2 = \frac{5}{4}U_{2e}$$

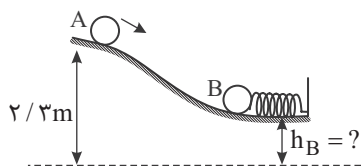
$$\Rightarrow 40 = \frac{5}{4}U_{2e} \Rightarrow U_{2e} = 32J \Rightarrow K_2 = \frac{1}{4} \times 32 = 8J$$

$$K_2 = \frac{1}{2}mv_2^2 \Rightarrow 8 = \frac{1}{2} \times \left(\frac{8}{10}\right) \times v_2^2 \Rightarrow v_2^2 = 20 \Rightarrow v_2 = \sqrt{20} \approx 2\sqrt{5} \approx 4.5 \frac{m}{s}$$

پاسخ ۲۸ در نقطه‌ی A، انرژی جسم برابر مجموع انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل آن است:

$$E_A = mgh_A + \frac{1}{2}mv_A^2 = 1 \times 10 \times 2/3 + \frac{1}{2} \times 1 \times (2)^2 \Rightarrow E_A = 23 + 2 = 25J$$

در نقطه‌ی B که فشردگی فنر بیشینه است و جسم به طور لحظه‌ای ساکن است، انرژی جسم برابر مجموع انرژی پتانسیل گرانشی و انرژی پتانسیل کشسانی است:



$$E_B = mgh + U_e = 1 \times 10 \times h + 15$$

بنا بر قانون پایستگی انرژی، باید انرژی E_B و E_A با هم برابر باشند:

$$E_A = E_B \Rightarrow 25 = 10h_B + 15 \Rightarrow h_B = 1m$$

پاسخ ۲۹ ابتدا انرژی پتانسیل گرانشی ذخیره شده در ۵/۰ تن آب را به دست می‌آوریم:

$$U_1 = mgh_1 = (0.5 \times 1000) \times 10 \times 30 = 150000 \text{ J}$$

۲۰٪ این انرژی تلف می‌شود و ۸۰٪ آن به انرژی الکتریکی تبدیل می‌شود:

$$U_2 = \frac{80}{100} U_1 = \frac{80}{100} \times 150000 = 120000 \text{ J} = 120 \text{ kJ}$$

$$E = 120 \times 3600 = 432000 \text{ kJ}$$

بنابراین انرژی الکتریکی تولیدشده در مدت یک ساعت برابر خواهد شد با:

هنگام رها شدن توپ، انرژی پتانسیل گرانشی آن برابر است با:

پاسخ ۳۰

$$U_1 = mgh_1 = \left(\frac{100}{1000}\right) \times 10 \times 25 = 25 \text{ J}$$

۵J از این انرژی به انرژی درونی تبدیل می‌شود و ۲۰J از آن پس از برخورد به زمین و برگشت گلوله به انرژی پتانسیل گرانشی تبدیل می‌شود،

$$U_2 = mgh_2 \Rightarrow 20 = 0.1 \times 10 \times h_2 \Rightarrow h_2 = 20 \text{ m}$$

بنابراین:

$$U_A = mgh_A$$

هنگام رها شدن، انرژی پتانسیل گرانشی جسم در نقطه‌ی A برابر است با:

پاسخ ۳۱

با پایین آمدن جسم، ۲۵٪ انرژی پتانسیل گرانشی هدر رفته و ۷۵٪ آن به انرژی جنبشی تبدیل شده است:

$$K_B = \frac{75}{100} U_A \Rightarrow \frac{1}{2} mv_B^2 = \frac{3}{4} mgh_A \Rightarrow \frac{1}{2} \times (6)^2 = \frac{3}{4} \times 10 \times h_A \Rightarrow h_A = 2/4 \text{ m}$$

در نقطه‌ی A انرژی جسم برابر است با:

پاسخ ۳۲

$$E_A = K_1 + U_1 = \frac{1}{2} mv_1^2 + mgh_1 + U_{1e} = \frac{1}{2} \times 1 \times 5^2 + 1 \times 10 \times 3 + 20 = 12/5 + 30 + 20 = 62/5 \text{ J}$$

در نقطه‌ی B انرژی جسم برابر است با:

$$E_B = K_2 + U_2 = \frac{1}{2} mv_2^2 + mgh_2 + U_{2e} = \frac{1}{2} \times 1 \times 3^2 + 1 \times 10 \times 5 + 0 = 4/5 + 50 = 54/5 \text{ J}$$

انرژی تلف شده برابر است با:

$$W = E_1 - E_2 = 62/5 - 54/5 = 8 \text{ J}$$

با توجه به چشم‌پوشی از اتلاف انرژی، قانون پایستگی انرژی را بین این دو موقعیت به کار می‌بریم:

پاسخ ۳۳

$$\begin{cases} \text{موقعیت اولیه (رها شده)} \\ v_1 = 0 \\ h_1 = 80 \text{ cm} = 0.8 \text{ m} \\ U_{1e} = 15 \text{ J} \end{cases} \quad \begin{cases} \text{موقعیت ثانویه} \\ v_2 = ? \\ h_2 = 50 \text{ cm} = 0.5 \text{ m} \\ U_{2e} = 0 \end{cases} \quad m = 400 \text{ g} = 0.4 \text{ kg}$$

$$E_1 = E_2 \Rightarrow K_1 + U_{1g} + U_{1e} = K_2 + U_{2g} + U_{2e} \Rightarrow 0 + mgh_1 + U_{1e} = \frac{1}{2} mv_2^2 + mgh_2 + 0$$

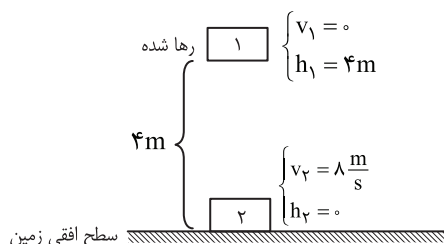
$$\Rightarrow 0.4 \times 10 \times 0.8 + 15 = \frac{1}{2} \times 0.4 \times v_2^2 + 0.4 \times 10 \times 0.5 \Rightarrow 3/2 + 15 = 0.2 v_2^2 + 2 \Rightarrow 18/2 = 0.2 v_2^2 + 2$$

$$\Rightarrow 0.2 v_2^2 = 16/2 \Rightarrow v_2^2 = \frac{16/2}{0.2} = 81 \Rightarrow v_2 = \sqrt{81} = 9 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

مطابق شکل روبه‌رو، جعبه در مکان (۱) تنها دارای انرژی پتانسیل گرانشی و در مکان (۲) دارای انرژی جنبشی است و تفاوت

پاسخ ۳۴

این دو انرژی، انرژی تلف شده می‌باشد:



$$E_1 = U = mgh_1 = 2 \times 10 \times 4 = 80 \text{ J}$$

$$E_2 = K = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} \times 2 \times 8^2 = 64 \text{ J}$$

$$\Delta E = E_1 - E_2 = 80 - 64 = 16 \text{ J}$$

اکنون با تقسیم ΔE بر E ، درصد اتلاف انرژی را به دست می‌آوریم:

$$\frac{\Delta E}{E_1} \times 100 = \frac{16}{80} \times 100 = 20\%$$

با محاسبه‌ی مجموع انرژی جنبشی و پتانسیل اولیه‌ی گلوله در نقطه‌ی A، مجموع انرژی جنبشی و پتانسیل ثانویه‌ی گلوله در نقطه‌ی B و با استفاده از قانون پایستگی انرژی، تفاضل این دو انرژی یعنی انرژی تلف شده در این مسیر خمیده را به دست می‌آوریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} v_1 = 0 \\ h_1 = 10 \text{ m} \end{array} \right. \quad \text{موقعیت ثانویه (B)} \quad \left\{ \begin{array}{l} K_2 = 1 \text{ J} \\ h_2 = 2 \text{ m} \end{array} \right. \quad \text{موقعیت اولیه (A): رها شده}$$

$$E_1 = K_1 + U_1 = \frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_1 = 0 + \left(\frac{100}{1000}\right) \times 10 \times 10 = 10 \text{ J}$$

$$E_2 = K_2 + U_2 = K_2 + mgh_2 = 1 + \left(\frac{100}{1000}\right) \times 10 \times 2 = 3 \text{ J}$$

$$\Delta E = E_1 - E_2 = 10 - 3 = 7 \text{ J}$$

بنابراین ۷ ژول انرژی، به انرژی درونی تبدیل شده است.

شکل مقابل را برای سقوط این جسم در نظر می‌گیریم. مجموع انرژی جنبشی و پتانسیل اولیه‌ی آن را در نقطه‌ی (۱) به دست می‌آوریم و با کاستن اتلاف انرژی ۱۶ J از آن، انرژی جنبشی ثانویه‌ی جسم را در نقطه‌ی (۲) تعیین می‌کنیم و با استفاده از آن سرعت جسم را در نقطه‌ی (۲) به دست می‌آوریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} v_1 = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ h_1 = 7 \text{ m} \end{array} \right.$$

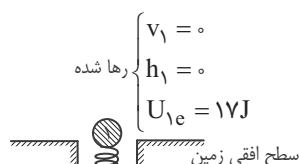
$$m = 200 \text{ g} = 0.2 \text{ kg}$$

$$E_1 = K_1 + U_1 = \frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_1 = \frac{1}{2} \times 0.2 \times 10^2 + 0.2 \times 10 \times 7 = 10 + 14 = 24 \text{ J}$$

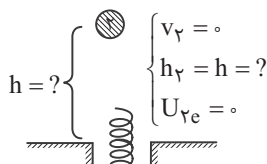
$$W = E_1 - E_2 \Rightarrow 16 = 24 - E_2 \Rightarrow E_2 = 24 - 16 = 8 \text{ J}$$

$$E_2 = K_2 = \frac{1}{2}mv_2^2 \Rightarrow 8 = \frac{1}{2} \times 0.2 \times v_2^2 \Rightarrow 8 = 0.1v_2^2 \Rightarrow v_2^2 = \frac{80}{1} = 80 \Rightarrow v_2 = \sqrt{80} \approx 8.9 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

شکل‌های (الف) و (ب) را برای موقعیت اولیه‌ی توپ روی سطح زمین و موقعیت ثانویه‌ی توپ در نقطه‌ی اوج در نظر می‌گیریم، با محاسبه‌ی انرژی مکانیکی مجموعه در این دو موقعیت و در نظر گرفتن مقدار اتلاف انرژی که برابر ۵ J است، می‌توانیم حداکثر ارتفاع توپ را از سطح زمین تعیین کنیم. توجه کنید که در حداکثر ارتفاع توپ از سطح زمین سرعت توپ و انرژی پتانسیل کشسانی فتر صفر خواهد بود.



شکل (الف)



شکل (ب)

$$E_1 = K_1 + U_{1g} + U_{1e} = 0 + 0 + 17$$

$$E_2 = K_2 + U_{2g} + U_{2e} = 0 + mgh + 0 = 3h$$

$$W = E_1 - E_2 \Rightarrow 5 = 17 - 3h \Rightarrow 3h = 12 \Rightarrow h = 4 \text{ m}$$