

پاسخ مسائل تکمیلی فصل چهارم

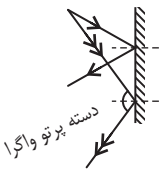
پاسخ ۱ الف) جسمی که نور از آن عبور کند را جسم شفاف و جسمی که نور نمی‌تواند از آن بگذرد را جسم کدر می‌گویند.

ب) جسم شفاف مانند: شیشه، آب، هوا و ...

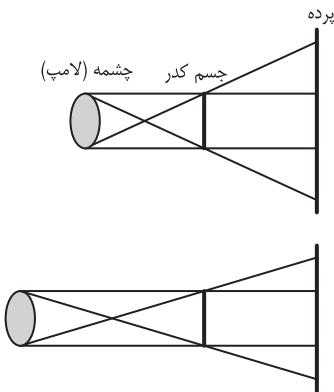
جسم کدر مانند: دیوار، چوب و ...

پاسخ ۲ برای دیدن جسم شرط لازم آن است که نور (بازتابیده) از آن جسم به چشم ما برسد.

پاسخ ۳ مطابق شکل هرگاه دسته پرتو واگرا به آینه‌ی تخت بتابد، دسته پرتو بازتاب واگرا خواهد بود.



پاسخ ۴ مطابق شکل با دور کردن لامپ (چشمه‌ی گسترده) قطر سایه ثابت می‌ماند و پهنای نیم‌سایه کاهش می‌یابد.



پاسخ ۵ با استفاده از چند نورافکن مجاور از تشکیل سایه و نیم‌سایه در محل مورد جراحی جلوگیری می‌شود.

پاسخ ۶ علت آن بازتاب نور خورشید توسط سطح ماه است.

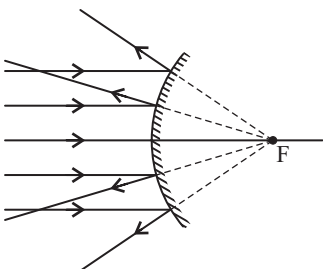
پاسخ ۷ ماه نسبت به زمین و خورشید بسیار کوچک است از این رو سایه‌ی ماه و نیم‌سایه‌ی آن تنها بر بخشی از سطح زمین

می‌افتد. بنابراین خورشید گرفتگی در تمام سطح زمین رو به خورشید رخ نخواهد داد.

پاسخ ۸ زیرا صفحه‌های کاهی غیر صیقلی، نور را در جهت‌های مختلف بازتاب کرده و نور مستقیم به چشم نمی‌رسد و خستگی

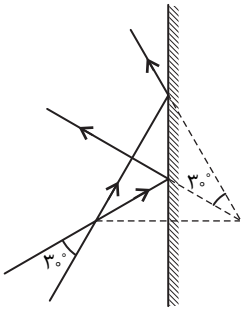
کمتری در چشم ایجاد می‌کند.

پاسخ ۹ پرتوهای بازتاب مطابق شکل واگرا هستند.

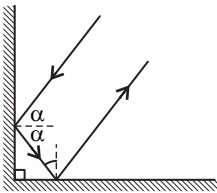


پاسخ ۱۰ اگر زاویه‌ی تابش 25° تغییر کند، زاویه‌ی بازتاب نیز 25° تغییر می‌کند. بنابراین زاویه‌ی بین پرتو تابش و پرتو بازتاب 50° تغییر خواهد کرد.

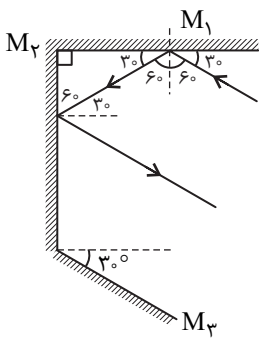
پاسخ ۱۱ زاویه‌ی بین پرتوهای بازتاب نیز 30° خواهد بود. زیرا در آینه‌ی تخت تصویر دقیقاً شبیه جسم است.



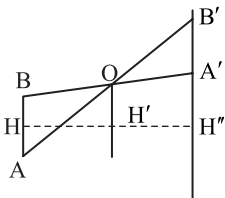
پاسخ ۱۲ زاویه‌ی بین دو آینه 90° است.



پاسخ ۱۳ مطابق شکل پرتو نور به سطح آینه‌ی M_3 نمی‌تابد. زیرا پرتو بازتاب از آینه‌ی M_2 موازی آینه‌ی M_3 است.

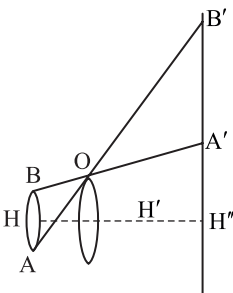


پاسخ ۱۴ ساعت درست همان ۶ است.

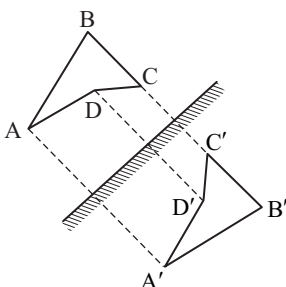


پاسخ ۱۵ مطابق شکل دو مثلث OAB و $OA'B'$ مشابه هستند.

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{H'H''}{HH'} \xrightarrow{HH' = H'H''} \frac{A'B'}{AB} = 2$$

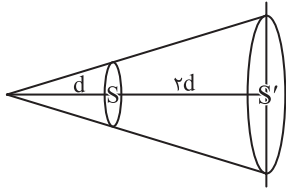


پاسخ ۱۶ کافی است از نقاط مشخص A, B, C, D عمودهایی بر سطح آینه‌ی تخت رسم کرده و به همان اندازه امتداد دهیم تا محل تصویر این نقاط به دست آید و تصویر جسم در آینه مشخص شود.



پاسخ ۱۷ هرگاه جسم به آینه‌ی محدب نزدیک شود، تصویر مجازی آن نیز به آینه‌ی محدب نزدیک شده و تصویر بزرگ‌تر می‌شود و بزرگ‌نمایی به سمت یک میل می‌کند.

پاسخ ۱۸ با توجه به شکل:



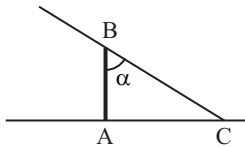
$$\frac{S'}{S} = \left(\frac{2d}{d}\right)^2$$

$$S' = 4S$$

$$S' = 4 \times \pi R^2 \Rightarrow S' = 4 \times 3 \times 0.1 \Rightarrow S' = 0.12 \text{ m}^2 = 1200 \text{ cm}^2$$

پاسخ ۱۹ با توجه به شکل طول سایه‌ی میله‌ی AB برابر است با:

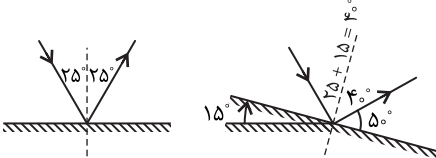
$$\tan \alpha = \frac{AC}{AB} \Rightarrow AC = AB \tan \alpha$$



در حالت اول $\alpha_1 = 60^\circ$ و در حالت دوم $\alpha_2 = 30^\circ$ است.

$$\frac{(AC)_2}{(AC)_1} = \frac{AB \tan 30^\circ}{AB \tan 60^\circ} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{3}}{\sqrt{3}} = \frac{1}{3}$$

پاسخ ۲۰ با توجه به شکل زاویه‌ی بین پرتو بازتاب و سطح آینه در این حالت 50° خواهد بود.



پاسخ ۲۱ زاویه‌ی بین امتداد جسم و آینه را به دست می‌آوریم. که مطابق شکل 110° است،

زاویه‌ی بین امتداد جسم و تصویرش دو برابر زاویه‌ی بین امتداد جسم و آینه است، بنابراین:

$$110 \times 2 = 220$$

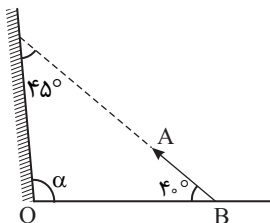
اما زاویه‌ی بین دو خط نمی‌تواند از 220° بیش‌تر باشد و در واقع زاویه‌ی بین جسم و تصویرش برابر است با:

$$360 - 220 = 140^\circ$$

پاسخ ۲۲ راستای جسم بر راستای تصویرش عمود شود یعنی زاویه‌ی بین راستای جسم و

راستای آینه 45° باشد. بنابراین مطابق شکل زاویه‌ی بین آینه با خط OB برابر $\alpha = 180 - (40 + 45) = 95^\circ$

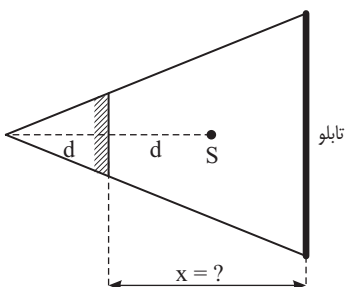
خواهد شد و باید آینه $95 - 60 = 35^\circ$ پادساعتگرد بچرخد.

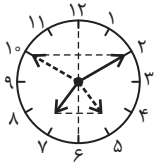


پاسخ ۲۳ با توجه به شکل روبه‌رو:

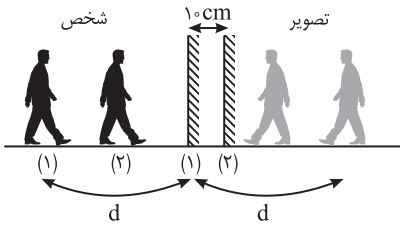
$$\frac{\text{مساحت تابلو}}{\text{مساحت آینه}} = \left(\frac{d+x}{d}\right)^2$$

$$9 = \left(\frac{d+x}{d}\right)^2 \Rightarrow 3 = \frac{d+x}{d} \Rightarrow 3d = d+x \Rightarrow x = 2d$$



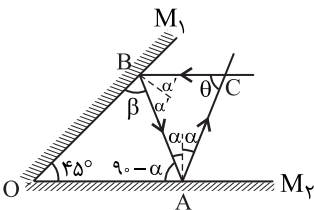


پاسخ ۲۴ مطابق شکل روبه‌رو، در آینه ساعت ۴ و ۵۰ دقیقه دیده می‌شود. (البته کافی است برگ کاغذ را برگردانیم و از پشت به تصویر نگاه کنیم.)



پاسخ ۲۵ وقتی شخص ۵۰ cm به آینه نزدیک می‌شود، تصویر نیز ۵۰ cm به آینه نزدیک می‌شود. وقتی آینه ۱۰ cm از شخص دور می‌شود، تصویر آن ۲۰ cm از آینه دور می‌شود.

بنابراین تصویر ۳۰ cm از محل ابتدایی‌اش در خلاف جهت حرکت شخص جابه‌جا شده است.



$$45^\circ + \beta + 90^\circ - \alpha = 180^\circ \Rightarrow \alpha = \beta - 45^\circ \quad (1)$$

$$\alpha' = 90^\circ - \beta \quad (2)$$

$$2\alpha + 2\alpha' + \theta = 180^\circ \quad (3)$$

پاسخ ۲۶ در مثلث OAB داریم:

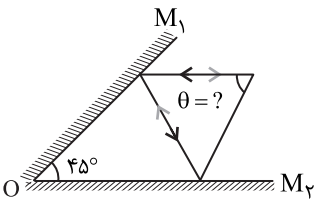
در مثلث ABC داریم:

از سه رابطه‌ی (۱)، (۲) و (۳) خواهیم داشت:

$$2(\beta - 45^\circ) + 2(90^\circ - \beta) + \theta = 180^\circ$$

$$2\beta - 90^\circ + 180^\circ - 2\beta + \theta = 180^\circ \Rightarrow \theta = 90^\circ$$

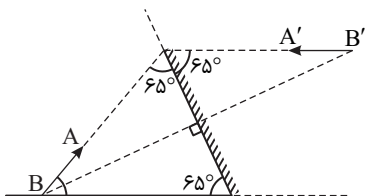
اصلاح صورت سؤال:



پاسخ ۲۷ هرگاه جسم با سرعت v_1 و آینه با سرعت v_2 به هم نزدیک شوند، سرعت انتقال تصویر نسبت به جسم برابر

$2v_1 + 2v_2$ خواهد بود، از این رو:

$$2 \times 5 + 2v = 14 \Rightarrow v = 2 \frac{m}{s}$$



پاسخ ۲۸ با توجه به فرض مسأله تصویر $A'B'$ موازی امتداد افق است بنا بر خاصیت خطوط موازی و مورب، $A'B'$ با امتداد آینه زاویه‌ی 65° می‌سازد، از این رو امتداد جسم AB نیز با آینه زاویه‌ی 65° می‌سازد. بنابراین زاویه‌ی B برابر است با:

$$\hat{B} = 180^\circ - 2 \times 65^\circ = 50^\circ$$

پاسخ ۲۹ بزرگ‌نمایی آینه $m = \frac{A'B'}{AB} = 3$ است. تصویر مستقیم در نتیجه مجازی است و پشت آینه تشکیل می‌شود. بنابراین:

$$\begin{cases} p + q = 40 \\ \frac{q}{p} = 3 \end{cases} \Rightarrow p + 3p = 40 \Rightarrow p = 10 \text{ cm} \Rightarrow q = 30 \text{ cm}$$

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{10} + \frac{1}{30} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{3+1}{30} = \frac{1}{f} \Rightarrow f = 15 \text{ cm} \Rightarrow r = 30 \text{ cm}$$

پاسخ ۳۰

تصویر وارونه بنابراین حقیقی است و آینه مقعر می‌باشد.

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{P_1} + \frac{1}{3P_1} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{4}{3P_1} = \frac{1}{f} \Rightarrow P_1 = \frac{4}{3}f \quad (۱)$$

جسم را ۵ سانتی‌متر به آینه نزدیک کرده و تصویر در بی‌نهایت تشکیل شده است، بنابراین جسم روی کانون قرار گرفته است و خواهیم داشت:

$$P_1 = f + 5 \quad (۲)$$

با توجه به روابط (۱) و (۲):

$$\frac{4}{3}f = f + 5 \Rightarrow \frac{1}{3}f = 5 \Rightarrow f = 15 \text{ cm}$$

پاسخ ۳۱

تصویر وارونه بوده بنابراین تصویر حقیقی و آینه مقعر است. طول تصویر از طول جسم کوچک‌تر است در نتیجه جسم در خارج از C قرار دارد. هنگامی که جسم به مرکز برده می‌شود، تصویر آن نیز به مرکز می‌رود و طول تصویر برابر طول جسم می‌شود.

با توجه به فرض مسأله:

$$\frac{q_1}{p_1} = \frac{1}{4} \Rightarrow p_1 = 4q_1$$

$$\frac{1}{p_1} + \frac{1}{q_1} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{4q_1} + \frac{1}{q_1} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1+4}{4q_1} = \frac{1}{f} \Rightarrow q_1 = \frac{5}{4}f$$

از طرفی داریم:

$$q_2 - q_1 = 12 \Rightarrow 2f - \frac{5}{4}f = 12 \Rightarrow \frac{8f - 5f}{4} = 12 \Rightarrow f = 16 \text{ cm}$$

پاسخ ۳۲

هرگاه بتوان جسم را به محل تصویر منتقل کرد قطعاً تصویر حقیقی است و با انتقال جسم به محل تصویر، تصویر به محل جسم منتقل می‌شود.

$$p_2 = q_1 \Rightarrow q_2 = p_1$$

در این صورت:

$$m_1 = \frac{q_1}{p_1}, \quad m_2 = \frac{q_2}{p_2} = \frac{p_1}{q_1} \Rightarrow m_2 = \frac{1}{m_1}$$

با توجه به فرض مسأله:

$$m_1 = \frac{1}{n} \Rightarrow m_2 = n$$

اکنون به اثبات مسأله می‌پردازیم:

$$\frac{(A'B')_2}{(A'B')_1} = \frac{\frac{(A'B')_2}{AB}}{\frac{(A'B')_1}{AB}} = \frac{\frac{p_2}{p_1}}{\frac{q_1}{p_1}} = \frac{m_2}{m_1} = \frac{n}{\frac{1}{n}} \Rightarrow \frac{(A'B')_2}{(A'B')_1} = n^2$$

پاسخ ۳۳

جسم در فاصله‌ی $p = 5 \text{ cm}$ آینه و طول تصویر آن $\frac{1}{3}$ طول جسم است. چون تصویر کوچک‌تر از جسم است تصویر حقیقی است.

$$\frac{q}{p} = \frac{1}{3} \Rightarrow q = \frac{5}{3}$$

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{5} + \frac{1}{\frac{5}{3}} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{4}{5} = \frac{1}{f} \Rightarrow f = \frac{5}{4} \text{ cm}$$

پس از جابه‌جایی جسم:

$$\frac{q_2}{p_2} = \frac{1}{2} \Rightarrow q_2 = \frac{p_2}{2}$$

$$\frac{1}{p_2} + \frac{1}{\frac{p_2}{2}} = \frac{1}{\frac{5}{4}} \Rightarrow \frac{1+2}{p_2} = \frac{4}{5} \Rightarrow p_2 = \frac{15}{4} \text{ cm}$$

$$\Delta p = 5 - \frac{15}{4} = \frac{5}{4} = 1.25 \text{ cm}$$

پاسخ ۳۴ طول تصویر در دو حالت برابر شده است، از این رو:

$$|q| = mp \quad , \quad |q'| = mp'$$

با توجه به معادله‌ی اساسی آینه‌ها:

$$\frac{1}{p} - \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{p} - \frac{1}{mp} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{m-1}{mp} = \frac{1}{f} \Rightarrow p = \frac{m-1}{m} f \quad (1)$$

$$\frac{1}{p'} + \frac{1}{q'} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{p'} + \frac{1}{mp'} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{m+1}{mp'} = \frac{1}{f} \Rightarrow p' = \frac{m+1}{m} f \quad (2)$$

رابطه‌ی (۱) و (۲) را با هم جمع می‌کنیم:

$$p + p' = \left(\frac{m-1}{m} + \frac{m+1}{m} \right) f \Rightarrow p + p' = \left(\frac{m-1+m+1}{m} \right) f$$

$$p + p' = 2f \Rightarrow f = \frac{p+p'}{2}$$

پاسخ ۳۵ باید آینه تصویر مجازی صورت شخص را در ۲۰ سانتی‌متری چشم او ایجاد کند. یعنی: $p + |q| = 20 \text{ cm}$

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{24} \Rightarrow \frac{1}{p} + \frac{1}{20-p} = \frac{1}{24}$$

$$\frac{20-p-p}{20-p-24} = \frac{1}{24} \Rightarrow 480 - 48p = 20p - p^2 \Rightarrow p^2 - 68p + 480 = 0 \Rightarrow (p-60)(p-8) = 0 \Rightarrow \begin{matrix} p=60 \text{ cm} \\ p=8 \text{ cm} \end{matrix}$$

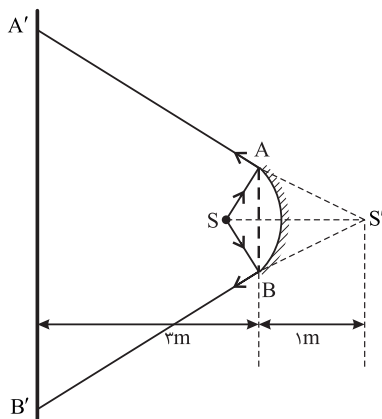
جواب $p=8 \text{ cm}$ معقول است.

پاسخ ۳۶ ابتدا محل تصویر نقطه‌ی نورانی S را در آینه به دست می‌آوریم:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{20} + \frac{1}{q} = \frac{1}{25} \Rightarrow \frac{1}{q} = \frac{4-5}{100} \Rightarrow q = -100 \text{ cm}$$

حال از محل تصویر دو پرتو به لبه‌های آینه رسم کرده، امتداد می‌دهیم. مثلث‌های $S'AB$ و $S'A'B'$ متشابهند:

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{3+1}{1} \Rightarrow \frac{A'B'}{12/5} = 4 \Rightarrow A'B' = 50 \text{ cm}$$



پاسخ ۳۷ فاصله‌ی جسم از تصویر مجازی‌اش $p + |q| = 80 \text{ cm}$ و $\frac{|q|}{p} = \frac{1}{3}$ است. بنابراین:

$$3|q| + |q| = 80 \Rightarrow |q| = 20 \text{ cm} \quad , \quad p = 80 - 20 = 60 \text{ cm}$$

اکنون می‌توان فاصله‌ی کانونی و سپس شعاع را به دست آورد:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{60} - \frac{1}{20} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1-3}{60} = \frac{1}{f} \Rightarrow f = -30 \text{ cm} \Rightarrow r = 2|f| = 60 \text{ cm}$$

پاسخ ۳۸ در حالت اول داریم:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{p_1} - \frac{1}{p_2} = \frac{-1}{f} \Rightarrow p_1 = f$$

در حالت دوم داریم:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{p_2} - \frac{1}{p_1} = \frac{-1}{f} \Rightarrow p_2 = 2f$$

با توجه به فرض مسأله:

$$p_2 - p_1 = 20 \text{ cm} \Rightarrow 2f - f = 20 \Rightarrow f = 20 \text{ cm}$$

پاسخ ۳۹ ابتدا محل تصویر را در آینه‌ی محدب به دست آورده از محل تصویر دو پرتو به

لبه‌های آینه‌ی محدب رسم کرده امتداد می‌دهیم تا به دیوار برسد.

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{28} + \frac{1}{q} = \frac{-1}{21} \Rightarrow \frac{1}{q} = \frac{-4-3}{84} \Rightarrow q = -12 \text{ cm}$$

تصویر مجازی پشت آینه و در فاصله‌ی ۱۲ cm است.

مثلث‌های $S'AB$ و $S'A'B'$ متشابه هستند.

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{28+12}{12} \Rightarrow \frac{20}{AB} = \frac{40}{12} \Rightarrow AB = D = 6 \text{ cm}$$

پاسخ ۴۰ ابتدا طول تصویر در هر آینه را به دست آورده سپس بر هم تقسیم می‌کنیم:

آینه‌ی محدب:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{f} - \frac{1}{|q|} = -\frac{1}{f} \Rightarrow \frac{-1}{|q|} = \frac{-3}{f} \Rightarrow |q| = \frac{f}{3}$$

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{|q|}{p} \Rightarrow \frac{A'B'}{AB} = \frac{f}{3} \Rightarrow A'B' = \frac{2}{3} AB \quad (۱)$$

آینه‌ی مقعر:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{f} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{q} = \frac{1}{f} - \frac{2}{f} \Rightarrow q = f$$

$$\frac{A''B''}{AB} = \frac{|q|}{p} \Rightarrow \frac{A''B''}{AB} = \frac{f}{f} \Rightarrow A''B'' = 2AB \quad (۲)$$

روابط (۱) و (۲) بر هم تقسیم می‌کنیم.

$$\frac{A'B'}{A''B''} = \frac{\frac{2}{3} AB}{2AB} \Rightarrow \frac{A'B'}{A''B''} = \frac{1}{3}$$

راه حل اول: ابتدا فاصله‌ی تصویر از آینه و سپس به کمک بزرگ‌نمایی طول تصویر را به دست می‌آوریم:

پاسخ ۴۱

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{4f} - \frac{1}{|q|} = \frac{-1}{f} \Rightarrow \frac{-1}{|q|} = \frac{-4-1}{4f} \Rightarrow |q| = \frac{5}{4} f$$

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{|q|}{p} \Rightarrow \frac{A'B'}{25} = \frac{\frac{5}{4} f}{4f} \Rightarrow A'B' = 5 \text{ cm}$$

راه حل دوم:

$$P = 4f \Rightarrow n = 4$$

$$m = \frac{1}{n+1} = \frac{1}{4+1} = \frac{1}{5}$$

$$m = \frac{A'B'}{AB} \Rightarrow \frac{1}{5} = \frac{A'B'}{25} \Rightarrow A'B' = 5 \text{ cm}$$

پاسخ ۴۲

از آن جا که آینه محدب است، تصویر مجازی و کوچک تر از جسم خواهد بود و هم چنین در فاصله ی کانونی تشکیل خواهد شد. هر چه جسم به آینه نزدیک تر باشد، تصویر آن هم به آینه نزدیک تر خواهد بود. نقطه ی A به آینه نزدیک تر است، بنابراین تصویر آن یعنی نقطه ی A نیز به آینه نزدیک تر خواهد بود.

