

## معرفی مجموعه و اعضای آن

در ریاضی برای بیان و نمایش دسته‌ای از اشیای مشخص (عضویت این اشیا در مجموعه کاملاً معین باشد) و متمایز (غیر تکراری) از مجموعه استفاده می‌کنیم.

**تعریف:** به هر یک از اشیای مجموعه یک عضو مجموعه می‌گوییم.

**قرار داد:** اعضای مجموعه‌ها را معمولاً داخل  $\{\}$  قرار می‌دهیم و برای نام‌گذاری مجموعه‌ها از حروف بزرگ انگلیسی استفاده می‌کنیم.

۱ کدام یک از عبارت‌های زیر یک مجموعه را مشخص می‌کند؟ (با ذکر دلیل)

(آ) چهار شاعر ایرانی

(ب) حروف الفبای فارسی بدون نقطه

(پ) عددهای طبیعی و زوج یک رقمی

پاسخ: (آ) عبارت «چهار شاعر ایرانی» یک مجموعه را مشخص نمی‌کند، زیرا نام چهار شاعر به‌طور دقیق مشخص نشده‌اند و هر

کس ممکن است چهار شاعر متفاوت را بیان کند. بنابراین اعضا مشخص نیست و سلیقه افراد دخیل است.

(ب) «حروف الفبای فارسی بدون نقطه» مجموعه  $\{ا، ح، د، ر، س، ص، ط، ع، ک، گ، ل، م، و، ه، ی\}$  را مشخص می‌کند.

(پ) «عددهای طبیعی و زوج یک رقمی»، مجموعه  $A = \{۲، ۴، ۶، ۸\}$  را مشخص می‌کند.

(ت) عبارت «سه عدد مربع کامل» یک مجموعه را مشخص نمی‌کند، چون این اعداد به‌طور دقیق مشخص نشده‌اند. ممکن است فردی، مجموعه  $\{۱، ۴، ۹\}$  و فرد دیگری مجموعه  $\{۴۹، ۸۱، ۱۶۹\}$  و... را در نظر بگیرد.

**قرار داد:** اگر  $A$  یک مجموعه و  $a$  عضوی از آن باشد، می‌نویسیم  $a \in A$  و اگر  $b$  عضوی از مجموعه  $A$  نباشد، می‌نویسیم  $b \notin A$

به عنوان مثال، اگر  $A = \{۱، ۲، ۵\}$ ، آن‌گاه  $۵ \in A$  و  $۳ \notin A$

نکته در نمایش مجموعه‌ها، ترتیب نوشتن عضوهای مجموعه، مهم نیست و با جابه‌جایی عضوهای یک مجموعه، مجموعه جدیدی

ساخته نمی‌شود. مثلاً مجموعه  $\{۱، ۳، ۷\}$  با مجموعه  $\{۷، ۱، ۳\}$  یکسان است.

تذکره با توجه به شرط متمایز بودن عضوهای یک مجموعه، به جای  $A = \{۱، ۳، ۱، ۴، ۴، ۵\}$  باید بنویسیم  $A = \{۱، ۳، ۴، ۵\}$

۲ هر یک از مجموعه‌های زیر را با اعضا بنویسید. سپس تعداد عضوهای هر مجموعه را مشخص کنید.

(آ) حروف کلمه «بیان»

(ب) عددهای زوج بین ۷ و ۱۴

(پ) شمارنده‌های طبیعی و اول عدد ۶۰

(ت) شمارنده‌های مربع کامل عدد ۳۶

$A = \{ن، ا، ی، ب\}$

پاسخ: (آ) اگر  $A$  مجموعه حروف کلمه «بیان» باشد، آن‌گاه:

مجموعه  $A$ ، ۴ عضو دارد.

$B = \{۸، ۱۰، ۱۲\}$

(ب) اگر  $B$  مجموعه عددهای زوج بین ۷ و ۱۴ باشد، آن‌گاه:

مجموعه  $B$ ، ۳ عضو دارد.

$۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۱۰، ۱۲، ۱۵، ۲۰، ۳۰، ۶۰$

(پ) شمارنده‌های طبیعی عدد ۶۰ به‌صورت مقابل است:

$C = \{۲، ۳، ۵\}$

اگر  $C$  مجموعه شمارنده‌های طبیعی و اول عدد ۶۰ باشد، آن‌گاه:

مجموعه  $C$ ، ۳ عضو دارد.

$۱، ۲، ۳، ۴، ۶، ۹، ۱۲، ۱۸، ۳۶$

(ت) شمارنده‌های طبیعی عدد ۳۶ به‌صورت مقابل است:

$D = \{۱، ۴، ۹، ۳۶\}$

از بین شمارنده‌ها، اعداد ۱، ۴، ۹ و ۳۶ مربع کامل هستند، لذا اگر  $D$  مجموعه شمارنده‌های مربع کامل ۳۶ باشد، آن‌گاه:

مجموعه  $D$ ، ۴ عضو دارد.

## مجموعه تهی - مجموعه یک‌عضوی

**مجموعه تهی:** اگر در مجموعه‌ای عضو وجود نداشته باشد، آن را مجموعه تهی می‌نامیم و با نماد  $\emptyset$  یا  $\{\}$  نشان می‌دهیم.

**تذکره:** مجموعه تهی با مجموعه‌های  $\{\emptyset\}$  و  $\{\emptyset\}$  که هر کدام دارای یک عضو هستند، متفاوت است.

**مجموعه یک‌عضوی:** هر مجموعه‌ای که فقط یک عضو دارد را مجموعه یک‌عضوی می‌نامند.

**۳** کدام یک از عبارات‌های زیر، مجموعه تهی و کدام یک مجموعه یک‌عضوی را مشخص می‌کند؟

(آ) عددهای طبیعی بین ۵ و ۶ (ب) عددهای صحیح بین -۱ و ۱

(پ) عددهای اول و زوج (ت) عددهای طبیعی یک رقمی و مضرب ۳ که اول باشند.

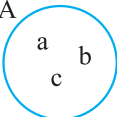
**پاسخ:** (آ) بین ۵ و ۶ عددی طبیعی وجود ندارد، لذا این مجموعه هیچ عضوی ندارد و یک مجموعه تهی است.

(ب) صفر تنها عدد صحیح بین -۱ و ۱ است، لذا یک مجموعه یک‌عضوی  $\{0\}$  داریم.

(پ) عدد ۲ تنها عدد زوج و اول است، لذا یک مجموعه یک‌عضوی  $\{2\}$  داریم.

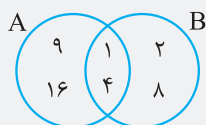
(ت) عدد ۳ تنها عدد یک رقمی مضرب ۳ و اول است، پس یک مجموعه یک‌عضوی  $\{3\}$  داریم.

A



**نمایش مجموعه‌ها با استفاده از نمودار ون:** مجموعه‌ها را می‌توان با استفاده از منحنی‌های بسته نمایش داد؛ به عنوان مثال، مجموعه  $A = \{a, b, c\}$  را با نمودار ون به صورت روبه‌رو نمایش می‌دهیم:

در نمایش مجموعه‌ها به کمک نمودار ون داخل هر ناحیه از نمودار، اعضای آن ناحیه یا تعداد اعضای آن ناحیه را می‌نویسیم.



**۴** با توجه به نمودار ون، مجموعه‌های A و B را با اعضا نوشته و متناظر با هر مجموعه، یک عبارت بنویسید.

**پاسخ:** مجموعه A به صورت  $A = \{1, 4, 9, 16\}$  می‌باشد و مجموعه تمام اعداد طبیعی و مربع کامل کوچک‌تر از ۱۷ است.

مجموعه B به صورت  $B = \{1, 2, 4, 8\}$  است و مجموعه تمام شمارنده‌های طبیعی ۸ می‌باشد.

## خودت حل کن...

**۱** کدام یک از عبارات‌های زیر یک مجموعه را مشخص می‌کند؟ (با ذکر دلیل)

(آ) پنج شهر زیبای جهان (ب) عددهای طبیعی و یک رقمی مضرب ۴

(پ) سه عدد اول (ت) اولین پنج عدد اول دو رقمی

**۲** هر یک از مجموعه‌های زیر را با اعضا بنویسید و تعداد عضوهای هر مجموعه را مشخص کنید.

(آ) حروف کلمه «ریاضیات» (ب) عددهای اول کوچک‌تر از ۲۰

(پ) عددهای صحیح و زوج بین -۱۰ و ۱۰ (ت) شمارنده‌های طبیعی و زوج عدد ۳۰

(ث) مضرب‌های ۱۱ بین ۴۰ و ۸۸ (ج) سه عدد طبیعی متوالی که میانگین آن‌ها برابر ۱۰ باشد.

**۳** متناظر با هر مجموعه، یک عبارت بنویسید.

(آ)  $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$  (ب)  $B = \{3, 5, 7, 11, 13\}$  (پ)  $C = \{\}$

(ت)  $D = \{1, 4, 9, 16, 25, 36\}$  (ث)  $E = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$

**۴** مجموعه  $\{a, b, \{a, b\}, \{b, a\}, \{\}, \emptyset\}$  چند عضو دارد؟

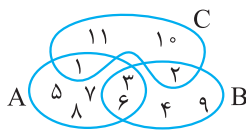
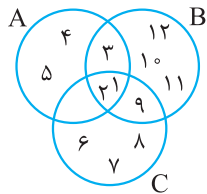
**۵** مجموعه ارقام عدد ۱۲۳۲۱۳۴ را بنویسید. این مجموعه چند عضو دارد؟

۶

کدام یک از مجموعه‌های زیر، مجموعه تهی و کدام یک مجموعه یک‌عضوی است؟  
 (آ) عددهای طبیعی منفی (ب) عددهای اول و زوج (پ) عددهای صحیح منفی بین ۱ و ۵  
 (ت) عددهای فرد طبیعی بین ۳ و ۷ (ث) عددهای طبیعی بین ۱۰ و ۲۰ که هم مضرب ۴ و هم مضرب ۷ باشند.  
 (ج)  $\{-1, 2\}$

۷

با توجه به نمودار ون مقابل، هر یک از مجموعه‌های A، B و C را با اعضا مشخص کنید.



۸

با توجه به نمودار ون مقابل:

(آ) هر یک از مجموعه‌های A، B و C را با اعضا بنویسید.

(ب) کدام عضو هم در مجموعه A و هم در مجموعه B وجود دارد؟

(پ) مجموعه همه عضوهایی که در هر سه مجموعه A، B و C باشند را مشخص کنید.

۹

اگر  $A = \{-1, 0, \{-1\}, \{0\}, \{\{0\}\}$  باشد، کدام یک از عبارات‌های زیر درست و کدام یک نادرست است؟

(آ)  $\{0\} \in A$  (ب)  $\{-1, 0\} \in A$  (پ)  $\{-1\} \notin A$  (ت)  $\{0\} \notin A$

۱۰

اگر  $A = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}$  باشد، کدام یک از عبارات‌های زیر درست و کدام یک نادرست است؟

(آ)  $\emptyset \in A$  (ب)  $\{\emptyset, \{\emptyset\}\} \in A$  (پ)  $\{\{\emptyset\}\} \notin A$

## درسنامه ۲

### مجموعه‌های برابر - زیرمجموعه - نمایش مجموعه

#### تساوی مجموعه‌ها

**تعریف:** دو مجموعه A و B برابرند هرگاه هر عضو A، عضوی از B و هر عضو B، عضوی از A باشد و می‌نویسیم  $A = B$

**نکته:** اگر عضوی در A باشد که در B نباشد یا عضوی در B باشد که در A نباشد، مجموعه A با B برابر نیست و می‌نویسیم  $A \neq B$

به عنوان مثال، دو مجموعه  $A = \{1, 2\}$  و  $B = \{2, 1\}$  با هم برابرند.

**۵ جاهای خالی را در مجموعه‌های  $A = \{-\frac{1}{2}, \frac{1}{5}, (\frac{0}{3})^2\}$  و  $B = \{\square, -\frac{\sqrt{4}}{\sqrt{16}}, \frac{1}{5}, (\frac{0}{3})^2\}$  طوری پر کنید که دو مجموعه A و B برابر باشند.**

**پاسخ:** در مجموعه A عضو  $\sqrt{36} = 6$  وجود دارد، چون  $A = B$  است، پس ۶ باید در مجموعه B قرار داشته باشد. همچنین  $(\frac{0}{3})^2 = 0/09$  عضوی از مجموعه B است و چون  $A = B$ ، باید ۰/۰۹ عضوی از مجموعه A باشد. بنابراین:

$$A = \{-\frac{1}{2}, \frac{1}{5}, 0/09, \sqrt{36}\} \quad B = \{6, -\frac{\sqrt{4}}{\sqrt{16}}, \frac{1}{5}, (\frac{0}{3})^2\}$$

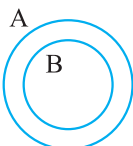
$$\text{دقت کنید که } -\frac{\sqrt{4}}{\sqrt{16}} = -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2} \text{ است.}$$

#### زیرمجموعه

**تعریف:** اگر هر عضو مجموعه B، عضوی از مجموعه A باشد، می‌گوییم مجموعه B

زیرمجموعه A است و می‌نویسیم  $B \subseteq A$

نمایش  $B \subseteq A$  با نمودار ون به صورت مقابل است:



**۶ اگر**  $A = \{-2, 7, 8, 9, 11\}$  و مجموعه  $B$  شامل سه عدد طبیعی متوالی باشد که مجموع آن‌ها ۲۴ است، آیا عبارت  $B \subseteq A$  درست است؟ چرا؟

**پاسخ:** ابتدا مجموعه  $B$  را با عضوهای آن مشخص می‌کنیم. فرض کنیم  $n, n+1, n+2$  سه عضو مجموعه  $B$  باشند، در این صورت مجموع این سه عدد باید برابر ۲۴ باشد. پس:

$$n + (n+1) + (n+2) = 24 \Rightarrow 3n + 3 = 24 \Rightarrow 3n = 21 \Rightarrow n = \frac{21}{3} = 7$$

بنابراین سه عدد متوالی ۷، ۸ و ۹ می‌باشند و در نتیجه مجموعه  $B$  به صورت  $B = \{7, 8, 9\}$  است و با توجه به این‌که هر سه عضو  $B$ ، در مجموعه  $A$  قرار دارند، لذا  $B$  زیرمجموعه  $A$  است و عبارت  $B \subseteq A$  درست می‌باشد.

**۷ همه** زیرمجموعه‌های مجموعه  $A = \{-1, 0, 1\}$  را بنویسید. چه رابطه‌ای بین تعداد اعضای  $A$  و تعداد زیرمجموعه‌های  $A$  وجود دارد؟

**پاسخ:** برای نوشتن همه زیرمجموعه‌های مجموعه  $A$ ، مراحل زیر را طی می‌کنیم:

- (۱) زیرمجموعه با صفر عضو (تنها زیرمجموعه صفر عضوی،  $\emptyset$  است):  
 $\emptyset$
  - (۲) زیرمجموعه‌های یک‌عضوی:  
 $\{-1\}, \{0\}, \{1\}$
  - (۳) زیرمجموعه‌های دو‌عضوی:  
 $\{-1, 0\}, \{-1, 1\}, \{0, 1\}$
  - (۴) زیرمجموعه سه‌عضوی:  
 $\{-1, 0, 1\}$
- بنابراین تمام زیرمجموعه‌های  $A$  به صورت مقابل است:
- $$\emptyset, \{-1\}, \{0\}, \{1\}, \{-1, 0\}, \{-1, 1\}, \{0, 1\}, \{-1, 0, 1\}$$
- $A$  یک مجموعه ۳ عضوی و تعداد زیرمجموعه‌های آن ۸ می‌باشد و داریم:
- $$2^3 = 8$$

**نکته** اگر مجموعه  $A$ ،  $n$  عضو داشته باشد، آن‌گاه  $2^n$  زیرمجموعه دارد.

مثال:  $A = \{0, 1, 2, \{\emptyset\}\} \Rightarrow n = 4 \Rightarrow$  تعداد زیرمجموعه‌ها  $= 2^4 = 2^2 = 16$

**نکته** اگر بتوانیم عضوی در مجموعه  $B$  بیابیم که در مجموعه  $A$  نباشد، می‌گوییم  $B$  زیرمجموعه  $A$  نیست و می‌نویسیم  $B \not\subseteq A$

به عنوان مثال،  $\{a, b\} \not\subseteq \{a, d\}$ ؛ زیرا عضو  $b$  در مجموعه  $B = \{a, b\}$  هست که در مجموعه  $A = \{a, d\}$  وجود ندارد.

**نکته** با توجه به تعریف زیرمجموعه، واضح است که هر مجموعه، زیرمجموعه خودش است، یعنی اگر  $A$  مجموعه‌ای دلخواه باشد، داریم:  $A \subseteq A$

**نکته** مجموعه تهی زیرمجموعه هر مجموعه دلخواه مانند  $A$  است، یعنی  $\emptyset \subseteq A$

**نکته** اگر  $A = B$ ، آن‌گاه  $B \subseteq A$  و  $A \subseteq B$  و برعکس. یعنی اگر  $A \subseteq B$  و  $B \subseteq A$ ، آن‌گاه  $A = B$

### نمایش مجموعه‌های اعداد

گاهی اوقات برای نمایش مجموعه‌ها ویژگی مشترک اعضا را به کمک نمادهای ریاضی نشان می‌دهیم.

به عنوان مثال، هر عدد زوج طبیعی را به صورت  $2k$  مشخص می‌کنیم که در آن  $k$  عددی طبیعی است ( $k \in \mathbb{N}$ ). اگر  $E$  مجموعه اعداد طبیعی زوج باشد، آن‌گاه  $E$  با نمادهای ریاضی به صورت مقابل نمایش داده می‌شود:

$$E = \{2k \mid k \in \mathbb{N}\}$$

توجه کنیم که علامت « $|$ » خوانده می‌شود «به طوری که».

مجموعه‌های اعداد طبیعی فرد و اعداد حسابی با نمادهای ریاضی به صورت زیر می‌باشند:

$$O = \{1, 3, 5, 7, \dots\} = \{2k-1 \mid k \in \mathbb{N}\}$$

مجموعه اعداد طبیعی فرد:

$$W = \{0, 1, 2, 3, \dots\} = \{k-1 \mid k \in \mathbb{N}\}$$

مجموعه اعداد حسابی:

**۸ مجموعه‌های زیر را با نوشتن اعضا مشخص کنید.**

$$B = \{x^2 + 1 \mid x \in \mathbb{Z}, -2 \leq x \leq 1\} \text{ (ب)}$$

$$A = \{2k + 5 \mid k \in \mathbb{N}, k \leq 4\} \text{ (آ)}$$

$$2k + 5, k \in \mathbb{N}, k \leq 4 \xrightarrow{k=1, 2, 3, 4} 2(1) + 5 = 7, 2(2) + 5 = 9, 2(3) + 5 = 11, 2(4) + 5 = 13$$

**پاسخ:** (آ)

$$\Rightarrow A = \{7, 9, 11, 13\}$$

$$x^2 + 1, x \in \mathbb{Z}, -2 \leq x \leq 1 \xrightarrow{x=-2, -1, 0, 1} 5, 2, 1, 2 \Rightarrow B = \{1, 2, 5\}$$

(ب)

درسنامه

مجموعه عددهای گویا

به هر عدد کسری به صورت  $\frac{a}{b}$  که در آن  $a$  و  $b$  عددهای صحیح باشند و  $b \neq 0$  باشد، عدد گویا می‌گوییم. مجموعه عددهای گویا را با  $Q$  نشان می‌دهیم. این مجموعه با نمادهای ریاضی به صورت مقابل تعریف می‌شود:

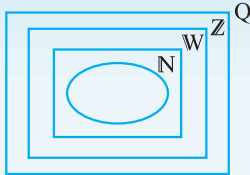
$$Q = \left\{ \frac{a}{b} \mid a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0 \right\}$$

$$a = \frac{a}{1}$$

**نکته** هر عدد صحیح، عددی گویا است، یعنی برای هر عدد صحیح  $a$  داریم:

**نکته** با توجه به مجموعه‌های  $N, W, Z$  و  $Q$  و تعریف زیرمجموعه، رابطه زیر برقرار است:

$$N \subseteq W \subseteq Z \subseteq Q$$



**۹** درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را با ذکر دلیل مشخص کنید.

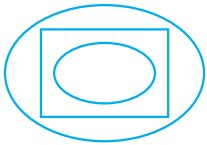
- (آ) هر عدد زوج طبیعی، عددی صحیح است. (ب) عددی حسابی وجود دارد که طبیعی نیست.
- (پ) عددی صحیح وجود دارد که گویا نیست. (ت) بعضی از عددهای گویا، عدد صحیح است.
- پاسخ:** (آ) درست است، زیرا مجموعه اعداد صحیح شامل تمام اعداد زوج طبیعی (۲، ۴، ۶، ...) می‌باشد.
- (ب) درست است، زیرا صفر عددی حسابی است ولی عدد طبیعی نیست.
- (پ) نادرست است، زیرا  $Z \subseteq Q$  و در نتیجه تمام اعداد صحیح یک عدد گویا می‌باشند.
- (ت) درست است، زیرا اعداد  $\dots, \pm 2, \pm 1, 0$  گویا و همچنین عدد صحیح می‌باشند.

خودت حل کن...

**۱۱** اگر  $A$  مجموعه اعداد فرد یک رقمی و  $B$  مجموعه اعداد اول یک رقمی باشد، هر یک از دو مجموعه  $A$  و  $B$  را با اعضا بنویسید. آیا این دو مجموعه با هم برابرند؟ چرا؟

**۱۲** اگر دو مجموعه  $\{a, 2, 5\}$  و  $\{b, 2, 4\}$  با هم برابر باشند، مقدار  $a$  و  $b$  را به دست آورید.

**۱۳** اگر  $A = \{(-2)^2, 2\sqrt{9}, -\frac{3}{5}\}$  و  $B = \{6, \square, -\sqrt{\frac{9}{25}}, 3\}$ ، در جاهای خالی چه اعدادی قرار دهیم که دو مجموعه  $A$  و  $B$  برابر باشند؟



**۱۴** اگر  $A = \{-1, 2, -1\}$ ،  $B = \{-1, 2, 0\}$  و  $C = \{-1, 0, 2, 4\}$  سه مجموعه باشند و نمودار مقابل وضعیت آن‌ها را نسبت به هم نشان دهد، آن‌ها را نام‌گذاری کنید.

**۱۵** اگر  $A \subseteq \emptyset$  باشد، مجموعه  $A$  چند عضو دارد؟

**۱۶** تمام زیرمجموعه‌های مجموعه  $A = \{a, b, c, d\}$  را بنویسید.

**۱۷** تمام زیرمجموعه‌های مجموعه  $A = \{a, \{a\}, \{a, \{a\}\}$  را بنویسید.

**۱۸** اگر  $A = \{x, y, \{y\}, \{x\}, x\}$  باشد، تمام زیرمجموعه‌های دو عضوی مجموعه  $A$  را بنویسید.

**۱۹** اگر  $A = \{-2, 0, 1, 4\}$  باشد، تمام زیرمجموعه‌های شامل عضو  $-2$  و فاقد عضو  $0$  را بنویسید.

۲۰ اگر  $A$  مجموعه اعداد اول زوج دورقمی،  $B$  مجموعه اعداد صحیح بین  $-5$  و  $4$ ،  $C = \{-4, 1, 2\}$  و  $D = \{-1, 0, 2\}$  باشند، درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را با ذکر دلیل مشخص کنید.

(آ)  $A \subseteq B$  (ب)  $D \subseteq C$  (پ)  $C \not\subseteq D$  (ت)  $D \subseteq A$   
(ث)  $A \subseteq \{\emptyset\}$

۲۱ اگر  $A = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$  و  $B$  مجموعه تمام زیرمجموعه‌های مجموعه  $A$  باشد، کدام عبارت درست و کدام یک نادرست است؟  
(آ)  $\emptyset \subseteq B$  (ب)  $\{\{\emptyset\}\} \subseteq B$  (پ)  $\{\emptyset, \{\emptyset\}\} \in A$  (ت)  $\{\{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\} \in B$

۲۲ اگر  $A = \{x, \{x\}, \{x, \{x\}\}\}$  باشد، کدام عبارت درست و کدام عبارت نادرست است؟  
(آ)  $\{x\} \in A$  (ب)  $\{x\} \subseteq A$  (پ)  $\{\{x\}\} \in A$  (ت)  $\{x, \{x\}\} \subseteq A$   
(ث)  $\{x, \{x\}\} \in A$

۲۳ اگر  $A = \{2\}$ ،  $B = \{2, \{2\}\}$  و  $C = \{\{2\}, \{2, \{2\}\}\}$ ، کدام رابطه درست و کدام رابطه نادرست است؟  
(آ)  $B \in C$  (ب)  $A \subseteq B$  (پ)  $A \in B$  (ت)  $B \subseteq C$

۲۴ هر یک از مجموعه‌های زیر را با نمادهای ریاضی بنویسید.

(آ)  $A = \{-1, 1, 3, 5, 7\}$  (ب)  $B = \{1, 2, 4, 8, 16\}$  (پ)  $C = \{\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}\}$   
(ت)  $D = \{5, 10, 17, 26\}$  (ث)  $E = \{1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36\}$

۲۵ هر یک از مجموعه‌های زیر را با نوشتن اعضای آن‌ها مشخص کنید.

(آ)  $A = \{3x - 1 \mid x \in \mathbb{W}, x \leq 2\}$  (ب)  $B = \{4x + 2 \mid x \in \mathbb{Z}, -3 \leq x \leq 1\}$   
(پ)  $C = \{\frac{x}{x+2} \mid x \in \mathbb{N}, 2 \leq x \leq 5\}$  (ت)  $D = \{x \mid x \in \mathbb{N}, \frac{18}{x} \in \mathbb{N}\}$

۲۶ هر یک از مجموعه‌های زیر را با نمادهای ریاضی نمایش دهید.

(آ) مجموعه اعداد صحیح بین ۵ و ۱۱  
(ب) مجموعه اعداد صحیح که بر ۴ بخش پذیر هستند.

۲۷ مجموعه  $\{0, 1, 2\}$  با کدام مجموعه زیر برابر است؟

(آ)  $A = \{x \mid x \in \mathbb{W}, 2^x \leq 4\}$  (ب)  $B = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, x^2 \leq 1\}$

۲۸ اگر  $A$  مجموعه حروف کلمه «بینابین» باشد، تعداد عضوهای مجموعه  $A$  با تعداد عضوهای کدام مجموعه زیر برابر است؟

(آ)  $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid -2 \leq x \leq 4\}$  (ب)  $C = \{x^2 \mid x \in \mathbb{N}, x < 5\}$

۲۹ اگر  $A$ ،  $B$  و  $C$  سه مجموعه باشند به طوری که  $A \subseteq B$  و  $B \subseteq C$ ، آیا می‌توان نتیجه گرفت  $A \subseteq C$ ؟ پاسخ خود را با نمودار ون نشان دهید.

۳۰ اگر  $A \not\subseteq B$  و  $B \not\subseteq C$ ، آیا می‌توان نتیجه گرفت  $A \not\subseteq C$ ؟ پاسخ خود را با نمودار ون نشان دهید.

۳۱ درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را با ذکر دلیل مشخص کنید:

(آ) هر عدد طبیعی یک عدد گویا است.  
(ب) هیچ عدد صحیحی وجود ندارد که طبیعی نباشد.  
(پ) اگر عددی عضو مجموعه  $A$  باشد و عضو مجموعه  $B$  نباشد، آن‌گاه  $B$  زیرمجموعه  $A$  نمی‌باشد.

۳۲ تعداد زیرمجموعه‌های هر یک از مجموعه‌های زیر را مشخص کنید.

(آ)  $A = \{-1, 0, 1, 2\}$  (ب)  $B = \{x \in \mathbb{N} \mid x^2 < 5\}$

۳۳ مجموعه  $A$ ،  $n+2$  عضو و ۳۲ زیرمجموعه دارد. مقدار  $n$  را به دست آورید.

۳۴ مجموعه  $A = \{x^2 - x \mid x \in \mathbb{W}, x \leq 5\}$  چند زیرمجموعه غیر تهی دارد؟





## پاسخ پرسش‌های فصل

**پ) C:** مجموعه اعداد مکعب کامل بین ۱۰ و ۲۰ یا مجموعه اعداد طبیعی منفی

**ت) D:** مجموعه اعداد مربع کامل کوچک‌تر از ۴۰

**ث) E:** مجموعه شمارنده‌های طبیعی عدد ۱۲

**۴** دو عضو  $\{a, b\}$  و  $\{b, a\}$  و همچنین دو عضو  $\{\}$  و  $\emptyset$  با هم برابرند، پس مجموعه  $A$  به صورت  $A = \{a, b, \{a, b\}, \{\}\}$  می‌باشد که مجموعه‌ای با ۴ عضو  $a$  و  $b$  و  $\{a, b\}$  و  $\{\}$  است.

**۵** اگر  $A$  مجموعه ارقام عدد ۱۲۳۲۱۳۴ باشد، با توجه به این که در مجموعه‌ها نباید عضو تکراری بنویسیم، مجموعه  $A$  به صورت  $A = \{1, 2, 3, 4\}$  درمی‌آید که یک مجموعه چهار عضوی است.

**۶** **آ)** هیچ عدد طبیعی منفی وجود ندارد، لذا مجموعه «عددهای طبیعی منفی» یک مجموعه تهی است.

**ب)** مجموعه عددهای اول و زوج به صورت  $\{2\}$  است که مجموعه‌ای یک‌عضوی است.

**پ)** هیچ عدد صحیح منفی بین ۱ و ۵ قرار ندارد، لذا مجموعه عددهای صحیح منفی بین ۱ و ۵ یک مجموعه تهی را مشخص می‌کند.

**ت)** مجموعه عددهای فرد طبیعی بین ۳ و ۷، مجموعه  $\{5\}$  است که یک مجموعه یک‌عضوی است.

**ث)** کوچک‌ترین عدد طبیعی که هم مضرب ۴ و هم مضرب ۷ باشد، عدد ۲۸ است که بین ۱۰ و ۲۰ قرار ندارد، لذا مجموعه عددهای طبیعی بین ۱۰ و ۲۰ که هم مضرب ۴ و هم مضرب ۷ باشند، یک مجموعه تهی است.

**ج)** مجموعه  $\{-1, 2\}$  یک مجموعه یک‌عضوی با عضو  $\{-1, 2\}$  است.

**۷**  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  ,  $B = \{1, 2, 3, 9, 10, 11, 12\}$   
 $C = \{1, 2, 6, 7, 8, 9\}$

**۸** **آ)**  $A = \{1, 3, 5, 6, 7, 8\}$  ,  $B = \{2, 3, 4, 6, 9\}$   
 $C = \{1, 2, 10, 11\}$

**ب)** عضوهای ۳ و ۶ هم در  $A$  و هم در  $B$  وجود دارند.

**پ)** هیچ عضوی وجود ندارد که در هر سه مجموعه  $A$ ،  $B$  و  $C$  قرار داشته باشد، بنابراین مجموعه حاصل، مجموعه تهی ( $\emptyset$ ) است.

**۹**  $A$  یک مجموعه ۵ عضوی است که اعضای آن ۰، ۱، -۱،  $\{0\}$ ،  $\{-1\}$  می‌باشند، بنابراین:

**آ)** درست است.

**ب)** نادرست است.

**پ)** درست است. ( $\{-1\}$  عضوی از مجموعه  $A$  نمی‌باشد).

**ت)** نادرست است.

**۱** **آ)** عبارت «پنج شهر زیبای جهان» یک مجموعه را مشخص

نمی‌کند، زیرا نام پنج شهر به‌طور دقیق مشخص نمی‌شود.

**ب)** عبارت «عددهای طبیعی و یک رقمی مضرب ۴»، مجموعه  $A = \{4, 8\}$  را مشخص می‌کند.

**پ)** عبارت «سه عدد اول» یک مجموعه را مشخص نمی‌کند، زیرا ممکن است فردی سه عدد را ۵، ۳، ۲ و فرد دیگری ۱۹، ۷، ۵ و... در نظر بگیرد.

**ت)**  $2x + 5 = 8 \Rightarrow 2x = 3 \Rightarrow x = \frac{3}{2}$

$x = \frac{3}{2}$  جواب معادله  $2x + 5 = 8$  است و  $\frac{3}{2}$  عددی طبیعی نمی‌باشد، بنابراین عبارت «جواب‌های طبیعی معادله  $2x + 5 = 8$ »، مجموعه  $\{\}$  (تهی) را مشخص می‌کند. پس یک مجموعه است.

**ث)** «اولین پنج عدد اول دو رقمی» مجموعه  $\{11, 13, 17, 19, 23\}$  را مشخص می‌کند.

**۲** **آ)** اگر  $A$  مجموعه حروف کلمه «ریاضیات» باشد، آن‌گاه:

$A = \{ت, ز, ا, ی, ر, د\}$

مجموعه  $A$ ، ۵ عضو دارد.

**ب)** اگر  $B$  مجموعه عددهای اول کوچک‌تر از ۲۰ باشد، آن‌گاه:

$B = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$

مجموعه  $B$ ، ۸ عضو دارد.

**پ)** اگر  $C$ ، مجموعه عددهای صحیح و زوج بین  $-10$  و  $10$  باشد، آن‌گاه:

$C = \{-8, -6, -4, -2, 0, 2, 4, 6, 8\}$

مجموعه  $C$ ، ۹ عضو دارد.

**ت)** شمارنده‌های طبیعی عدد ۳۰ به‌صورت زیر است:

۱، ۲، ۳، ۵، ۶، ۱۰، ۱۵، ۳۰

اگر  $D$  مجموعه شمارنده‌های طبیعی و زوج عدد ۳۰ باشد، آن‌گاه:

$D = \{2, 6, 10, 30\}$

مجموعه  $D$ ، ۴ عضو دارد.

**ث)** اگر  $E$  مجموعه مضرب‌های ۱۱ بین ۴۰ و ۸۸ باشد، آن‌گاه مجموعه  $E = \{44, 55, 66, 77\}$  ۴ عضو دارد. زیرا:

**ج)** اگر  $n+1$  و  $n+2$  سه عدد طبیعی متوالی باشند، آن‌گاه:

$$\frac{n + (n+1) + (n+2)}{3} = 10 \Rightarrow \frac{3n+3}{3} = 10$$

$$\Rightarrow 3n+3=30 \Rightarrow 3n=30-3=27 \Rightarrow n=\frac{27}{3}=9$$

پس اگر  $F$  مجموعه سه عدد طبیعی متوالی با میانگین ۱۰ باشد،

آن‌گاه:  $F = \{9, 10, 11\}$

**۳** **آ)**  $A$ : مجموعه اعداد صحیح بین -۳ و ۳

**ب)**  $B$ : مجموعه اعداد اول و فرد کوچک‌تر از ۱۴ یا مجموعه اعداد اول

بین ۲ و ۱۴

۲۰

ابتدا مجموعه‌های  $A$  و  $B$  را با اعضا مشخص می‌کنیم. تنها عدد زوج و اول، عدد ۲ است، بنابراین هیچ عدد اول زوج دورقمی وجود ندارد، پس مجموعه  $A$ ، مجموعه  $\emptyset$  است ( $A = \emptyset$ ). هم‌چنین مجموعه  $B$  به صورت  $B = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$  می‌باشد.

(آ) درست - زیرا  $\emptyset$  زیرمجموعه هر مجموعه دلخواهی است، پس:

$$A = \emptyset \subseteq B$$

(ب) نادرست - زیرا  $\emptyset \in D$  ولی  $\emptyset \notin C$ .

(پ) درست - زیرا  $1 \in C$  ولی  $1 \notin D$ ، لذا مجموعه  $C$  زیرمجموعه  $D$  نمی‌باشد.

(ت) نادرست - زیرا  $A = \emptyset$  می‌باشد، در نتیجه  $D = \{-1, 0, 2\}$  زیرمجموعه  $\emptyset$  نمی‌باشد.

(ث) درست -  $A = \emptyset$  و  $\emptyset$  زیرمجموعه هر مجموعه دلخواهی مانند  $\{\emptyset\}$  می‌باشد.

۲۱

$A$  یک مجموعه دو عضوی با اعضای  $\emptyset$  و  $\{\emptyset\}$  است.

$$\Rightarrow B = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}$$

(آ) درست - زیرا  $\emptyset$  زیرمجموعه هر مجموعه دلخواهی است.

(ب) درست - زیرا  $\{\emptyset\}$  عضوی از  $B$  است و در نتیجه مجموعه یک عضوی  $\{\{\emptyset\}\}$  زیرمجموعه  $B$  می‌باشد.

(پ) نادرست - زیرا  $\{\emptyset, \{\emptyset\}\} \subseteq A$  می‌باشد نه عضو آن.

(ت) نادرست - زیرا  $B$  یک مجموعه چهار عضوی با اعضای  $\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$  می‌باشد، لذا  $\{\emptyset, \{\emptyset\}\}$  عضوی از مجموعه  $B$  نمی‌باشد.

۲۲

$A$  مجموعه‌ای با سه عضو  $x, \{x\}$  و  $\{x, \{x\}\}$  است، پس:

(آ) درست

(ب) درست است، زیرا  $x \in A$  بنابراین  $\{x\} \subseteq A$

(پ) نادرست

(ت) درست است، زیرا  $x$  و  $\{x\}$  دو عضو مجموعه  $A$  هستند و در نتیجه مجموعه دو عضوی  $\{x, \{x\}\}$  زیرمجموعه‌ای از  $A$  است.

(ث) درست

۲۳

(آ) درست - زیرا مجموعه  $C$  دارای دو عضو  $\{2\}$

و  $B = \{2, \{2\}\}$  می‌باشد.

(ب) درست - زیرا  $2 \in B$  و در نتیجه  $A = \{2\} \subseteq B$  می‌باشد.

(پ) درست - زیرا مجموعه  $B$  شامل عضوهای ۲ و  $A = \{2\}$  می‌باشد.

(ت) نادرست - زیرا  $\{2, \{2\}\} \in C$

۲۴

$$A = \{2k - 1 \mid k \in \mathbb{W}, k \leq 4\}$$

$$B = \{2^x \mid x \in \mathbb{W}, x \leq 4\}$$

$$C = \left\{ \frac{x}{x+1} \mid x \in \mathbb{N}, x \leq 5 \right\}$$

$$D = \{x^2 + 1 \mid x \in \mathbb{N}, 2 \leq x \leq 5\}$$

$$E = \{x \in \mathbb{N} \mid \frac{26}{x} \in \mathbb{N}\}$$

(ث)

۱۰

$A$  مجموعه‌ای با ۳ عضو  $\emptyset, \{\emptyset\}$  و  $\{\{\emptyset\}\}$  است،

بنابراین:

(آ) درست است. (ب) نادرست است. (پ) نادرست است.

۱۱

$$A = \{1, 3, 5, 7, 9\}, B = \{2, 3, 5, 7\}$$

دو مجموعه  $A$  و  $B$  برابر نیستند، زیرا اعضای دو مجموعه یکی نمی‌باشد، به عنوان مثال  $2 \in B$  و  $2 \notin A$

۱۲

اعضای دو مجموعه برابر یکسان است. اگر  $A = \{a, 2, 5\}$

و  $B = \{b, 2, 4\}$  باشند، آن‌گاه:

$$5 \in A, A = B \Rightarrow 5 \in B \Rightarrow b = 5$$

$$4 \in B, A = B \Rightarrow 4 \in A \Rightarrow a = 4$$

۱۳

در مجموعه  $A$ ، عضو  $-8 = (-2)^3$  وجود دارد و

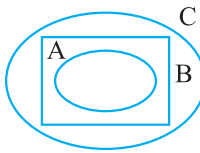
چون  $A = B$  است، پس باید  $-8$  در مجموعه  $B$  قرار داشته باشد. هم‌چنین عدد ۳ عضوی از مجموعه  $B$  است و در نتیجه ۳ باید عضوی از مجموعه  $A$  باشد، پس:

$$A = \{(-2)^3, 3, 2\sqrt{9}, -\frac{3}{5}\}, B = \{6, -8, -\sqrt{\frac{9}{25}}, 3\}$$

$$2\sqrt{9} = 2 \times 3 = 6 \text{ و } -\sqrt{\frac{9}{25}} = -\frac{3}{5} \text{ که باید توجه کنیم}$$

۱۴

با توجه به مجموعه‌های داده



شده،  $A \subseteq B \subseteq C$  می‌باشد و نام‌گذاری مجموعه‌ها به صورت مقابل است:

۱۵

همواره  $\emptyset \subseteq A$  می‌باشد و با توجه به این‌که  $A \subseteq \emptyset$

است، نتیجه می‌گیریم که دو مجموعه  $A$  و  $\emptyset$  با هم برابرند. لذا مجموعه  $A$  عضوی ندارد.

۱۶

$\{\}$ : زیرمجموعه صفر عضوی

$\{a\}, \{b\}, \{c\}, \{d\}$ : زیرمجموعه‌های یک عضوی

$\{a, b\}, \{a, c\}, \{a, d\}, \{b, c\}, \{b, d\}, \{c, d\}$ : زیرمجموعه‌های دو عضوی

$\{a, b, c\}, \{a, b, d\}, \{a, c, d\}, \{b, c, d\}$ : زیرمجموعه‌های سه عضوی

$A = \{a, b, c, d\}$ : زیرمجموعه چهار عضوی

۱۷

$$\{\}, \{a\}, \{\{a\}\}, \{\{a, a\}\}$$

بدون عضو یک عضوی

$$\{a, \{a\}\}, \{a, \{a, a\}\}, \{a, \{a, \{a\}\}\}, \{a, \{a, \{a, a\}\}\}$$

دو عضوی

سه عضوی

۱۸

به دلیل تکراری بودن  $x$ ، مجموعه  $A$  به صورت

$$A = \{x, y, \{y\}, \{x\}\}$$

تمام زیرمجموعه‌های دو عضوی  $A$

$$\{x, y\}, \{x, \{y\}\}, \{x, \{x\}\}, \{y, \{y\}\}, \{y, \{x\}\}, \{\{y\}, \{x\}\}$$

۱۹

بدون در نظر گرفتن عضو صفر همه زیرمجموعه‌های  $A$  را

می‌نویسیم و عضو ۲- را به همه آن‌ها اضافه می‌کنیم. پس زیرمجموعه‌های خواسته شده عبارتند از:

$$\{-2\}, \{-2, 1\}, \{-2, 4\}, \{-2, 1, 4\}$$



۳۳ تعداد زیرمجموعه‌های مجموعه A برابر  $2^{n+3}$  است. بنابراین:

$$2^{n+3} = 32, 32 = 2^5 \Rightarrow 2^{n+3} = 2^5 \Rightarrow n+3 = 5 \Rightarrow n = 2$$

۳۴ مجموعه A را با عضوهای آن می‌نویسیم:

$$x^2 - x, x \in \mathbb{W}, x \leq 5 \xrightarrow{x=0,1,2,3,4,5} 0,0,2,6,12,20$$

$$\Rightarrow A = \{0, 2, 6, 12, 20\}$$

مجموعه A، ۵ عضو دارد و در نتیجه  $2^5 = 32$  زیرمجموعه دارد که یکی از آن‌ها مجموعه  $\emptyset$  است. بنابراین مجموعه A، دارای  $32 - 1 = 31$  زیرمجموعه غیر تهی است.

۳۵ اگر A مجموعه دوستان احمد و B مجموعه دوستان حسن باشد، آن‌گاه نمودار ون مقابل را خواهیم داشت:

$$\text{آ} \quad 19 = 4 + 15 = \text{تعداد عضوهای مجموعه A} = \text{تعداد دوستان احمد}$$

$$23 = 15 + 8 = \text{تعداد عضوهای مجموعه B} = \text{تعداد دوستان حسن}$$

ب) تعداد دانش‌آموزانی که دوست حداقل یکی از این دو نفرند برابر است با:

۳۶ فرض کنیم A و B به ترتیب مجموعه دانش‌آموزانی باشند که در رشته‌های فوتبال و والیبال ثبت نام کرده‌اند. در این صورت  $A \cap B$ ، ۱۴ عضو و  $A - B$ ، ۱۳ عضو دارد و نمودار ون مقابل به دست می‌آید:

$$B - A = \text{تعداد عضوهای مجموعه B} - (13 + 14) = 11$$

$$A \cup B = \{2, 3, 4, 5\}, A \cap B = \{2\}, A - B = \{3, 5\}$$

$$B = \{x + 2 \mid x \in A\} = \{x + 2 \mid x = -1, 0, 1, 2\}$$

$$\Rightarrow B = \{-1 + 2, 0 + 2, 1 + 2, 2 + 2\} = \{1, 2, 3, 4\}$$

۱ و ۲ عضوهای مشترک دو مجموعه A و B هستند، لذا:

$$A \cap B = \{1, 2\}$$

هم‌چنین اجتماع دو مجموعه A و B، مجموعه  $A \cup B = \{-1, 0, 1, 2, 3, 4\}$  می‌باشد.

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 7\} \quad \text{آ} \quad 39$$

$$B - C = \{3, 4, 7\} - \{2, 3, 5\} = \{4, 7\} \quad \text{ب)}$$

$$A - B = \{1, 2, 3, 4\} - \{3, 4, 7\} = \{1, 2\} \quad \text{پ)}$$

$$\Rightarrow (A - B) \cup C = \{1, 2\} \cup \{2, 3, 5\} = \{1, 2, 3, 5\}$$

$$A \cap C = \{2, 3\} \Rightarrow (A \cap C) - B = \{2, 3\} - \{3, 4, 7\} = \{2\} \quad \text{ت)}$$

$$A - B = \{1, 2, 3, 4\} - \{3, 4, 7\} = \{1, 2\} \quad \text{ث)}$$

$$C - A = \{3, 4, 5\} - \{1, 2, 3, 4\} = \{5\}$$

$$\Rightarrow (A - B) \cup (C - A) = \{1, 2\} \cup \{5\} = \{1, 2, 5\}$$

$$\{A \cap B = \{3, 4\}\} \Rightarrow (A \cap B) \cup (A \cap C) = \{2, 3, 4\} \quad \text{ج)}$$

$$x \in \mathbb{W}, x \leq 2 \Rightarrow x = 0, 1, 2 \xrightarrow{x^2 - 1} -1, 2, 5 \quad \text{آ} \quad 25$$

$$\Rightarrow A = \{-1, 2, 5\}$$

$$x \in \mathbb{Z}, -3 \leq x \leq 1 \Rightarrow x = -3, -2, -1, 0, 1 \quad \text{ب)}$$

$$\xrightarrow{4x+2} -10, -6, -2, 2, 6 \Rightarrow B = \{-10, -6, -2, 2, 6\}$$

$$x \in \mathbb{N}, 2 \leq x \leq 5 \Rightarrow x = 2, 3, 4, 5 \quad \text{پ)}$$

$$\xrightarrow{\frac{x}{x+2}} \frac{1}{3}, \frac{2}{5}, \frac{3}{4}, \frac{4}{6} \Rightarrow C = \{\frac{1}{3}, \frac{2}{5}, \frac{3}{4}, \frac{4}{6}\}$$

$$x \in \mathbb{N}, \frac{18}{x} \in \mathbb{N} \Rightarrow x = 1, 2, 3, 6, 9, 18 \quad \text{ت)}$$

$$\Rightarrow D = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$$

$$A = \{x \in \mathbb{Z} \mid 5 < x < 11\} \quad \text{آ} \quad 26$$

$$B = \{x \in \mathbb{Q} \mid x < 0\} \quad \text{ب)}$$

پ) هر عدد بخش‌پذیر بر ۴ به صورت  $4k$  است، پس:

$$C = \{4k \mid k \in \mathbb{Z}\}$$

۲۷ هر یک از مجموعه‌های A و B را با اعضا مشخص می‌کنیم:

$$x \in \mathbb{W}, 3^x \leq 4 \xrightarrow{x=0,1,2,3,\dots} 0, 1, 2 \Rightarrow A = \{0, 1, 2\}$$

$$x \in \mathbb{Z}, x^2 \leq 1 \xrightarrow{x=0, \pm 1, \pm 2, \dots} -1, 0, 1 \Rightarrow B = \{-1, 0, 1\}$$

بنابراین مجموعه  $\{0, 1, 2\}$  با مجموعه A برابر است.

۲۸ مجموعه A به صورت  $\{a, n, y, b\}$  می‌باشد که یک مجموعه ۴ عضوی است. هر یک از مجموعه‌های B و C را با اعضا مشخص می‌کنیم:

$$B = \{x \in \mathbb{Z} \mid -2 \leq x \leq 4\} = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$$

$$x^2, x \in \mathbb{N}, x < 5 \xrightarrow{x=1,2,3,4} 1, 4, 9, 16 \Rightarrow C = \{1, 4, 9, 16\}$$

B یک مجموعه ۷ عضوی و C یک مجموعه ۴ عضوی است، پس تعداد عضوهای مجموعه A با C برابر است.

۲۹ بله، با توجه به نمودار ون، مشخص می‌شود که اعضای مجموعه A در مجموعه C قرار دارند و در نتیجه  $A \subseteq C$  می‌باشد.

۳۰ طبق نمودار ون مقابل، دو شرط  $A \not\subseteq B$  و  $B \not\subseteq C$  برقرار است ولی  $A \subseteq C$  می‌باشد.

$$N \subseteq Q \quad \text{آ} \quad 31$$

ب) نادرست است، زیرا  $-1 \in \mathbb{Z}$  و  $-1 \notin \mathbb{N}$

پ) نادرست است، زیرا به عنوان مثال اگر  $A = \{1, 2\}$  و  $B = \{1\}$  در این صورت  $B \subseteq A$  و عضوی در مجموعه A وجود دارد که در مجموعه B نمی‌باشد.

۳۲ اگر مجموعه A، n عضو داشته باشد، آن‌گاه  $2^n$  زیرمجموعه دارد.

آ) مجموعه A یک مجموعه ۴ عضوی است، در نتیجه

$$\text{مجموعه A، } 2^4 = 16 \text{ زیرمجموعه دارد.}$$

ب) ابتدا عضوهای مجموعه B را مشخص می‌کنیم:

$$B = \{x \in \mathbb{N} \mid x^2 < 5\} = \{1, 2\}$$

B یک مجموعه ۲ عضوی است، لذا مجموعه B،  $2^2 = 4$  زیرمجموعه دارد.

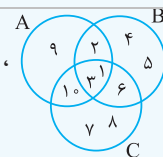
اپسنگاه مرور فصل

کامل کنید.....

- ۱ برای نمایش دسته‌ای از اشیای معین و متمایز از ..... استفاده می‌کنیم. مجموعه
- ۲ مجموعه‌ای که هیچ عضوی نداشته باشد را مجموعه ..... می‌نامیم. تهی
- ۳ اگر همهٔ عضوهای مجموعه  $A$  در مجموعه  $B$  قرار داشته باشند، آن‌گاه می‌نویسیم .....  $A \subseteq B$
- ۴ اشتراک هر مجموعه با مجموعه تهی، برابر مجموعه ..... است. تهی
- ۵ اجتماع دو مجموعه  $Q$  و  $W$  برابر مجموعه ..... است.  $Q$
- ۶ اگر  $A$  مجموعه دلخواهی باشد، آن‌گاه مجموعه  $A - \emptyset$  با مجموعه ..... برابر است.  $A$
- ۷ اگر  $n(A) = 10$  و  $P(A) = \frac{2}{3}$  باشند، آن‌گاه  $n(S) = \dots\dots\dots$  می‌باشد. ۱۵
- ۸ اگر احتمال رخ دادن یک پیشامد  $\frac{2}{5}$  باشد، آن‌گاه احتمال رخ ندادن آن ..... است.  $\frac{3}{5}$

درست یا نادرست.....

- ۹ عبارت «چهار کتاب رُمان» یک مجموعه را مشخص نمی‌کند. ✓
- ۱۰ مجموعه حروف کلمه «اعضا» یک مجموعه ۳ عضوی است. ✓
- ۱۱ مجموعه  $\emptyset$  با مجموعه  $\{\{\}\}$  برابر است.  $\times (\{\}\in\{\{\}\}\neq\emptyset)$
- ۱۲ مجموعه  $\{\{1,2\},\{1,2\},3\}$  ۳ عضو دارد.  $\times$  (این مجموعه فقط یک عضو  $\{1,2\}$  را دارد.)
- ۱۳ دو مجموعه  $\{3, \sqrt{\frac{25}{9}}, (-1)^2\}$  و  $\{\frac{5}{3}, \sqrt{9}, 2^0\}$  برابرند. ✓
- ۱۴ مجموعه ۳ عضوی، ۸ زیرمجموعه دارد. ✓
- ۱۵ عددی صحیح وجود دارد که گویا نیست.  $\times$  (زیرا  $\mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q}$ )
- ۱۶ اجتماع مجموعه اعداد طبیعی و قرینه آن‌ها، مجموعه اعداد صحیح است.  $\times$  (زیرا عدد صفر در این اجتماع قرار نمی‌گیرد.)
- ۱۷  $A - B$  همواره زیرمجموعه مجموعه  $A$  است. ✓
- ۱۸ اگر  $x \in A \cap B$ ، آن‌گاه  $x \in A - B$   $\times$  (زیرا  $(A \cap B) \cap (A - B) = \emptyset$ )
- ۱۹ اگر  $x \in A \cup B$  و  $x \notin A$ ، آن‌گاه  $x \in B - A$  ✓
- ۲۰ با توجه به نمودار ون، مجموعه  $A \cup C$ ، ۱۰ عضو دارد.  $\times$  ( $A \cup C = \{1, 2, 3, 6, 7, 8, 9, 10\} \Rightarrow n(A \cup C) = 8$ )
- ۲۱ نمایش ون مجموعه  $(A - B) \cup (B - A)$  به صورت  است. ✓
- ۲۲ در پرتاب دو تاس با هم، تعداد حالت‌های ممکن ۳۶ است. ✓
- ۲۳ در پرتاب یک تاس، پیشامدی که عدد رو شده بزرگ‌تر از ۳ باشد، ۴ عضو دارد.  $\times$  ( $A = \{4, 5, 6\}$ )
- ۲۴ دو پیشامد غیر یکسان، احتمال‌های غیر برابر دارند.  $\times$  ( $S = \{1, 2\}, A = \{1\} \neq \{2\} = B, P(A) = P(B) = \frac{1}{2}$ )
- ۲۵ در بین اعداد یک رقمی اول، احتمال انتخاب عدد زوج  $\frac{1}{4}$  است. ✓



# تست‌های پایانی فصل ۱

درسنامه ۱

۱ کدام یک از گزینه‌های زیر، یک مجموعه را می‌سازند؟

- ☐ (۱) سه نفر از خوانندگان معروف ایران  
☐ (۲) سه عدد زوج متوالی  
☐ (۳) پنج کشور زیبای جهان  
☐ (۴) فارغ‌التحصیلان رشته ریاضی دانشگاه شهید بهشتی

۲ در کدام یک از گزینه‌های زیر، عبارت داده شده یک مجموعه را مشخص نمی‌کند؟

- ☐ (۱) اعداد طبیعی دو رقمی  
☐ (۲) چهار عدد کوچک‌تر از ۱۰  
☐ (۳) چهار عدد اول کوچک‌تر از ۱۰  
☐ (۴) اعداد گویا بین ۱ و ۲

۳ کدام یک از مجموعه‌های زیر تهی است؟

- ☐ (۱) اعداد صحیح بین ۲۰ و ۳۰ که بر ۱۴ بخش پذیرند.  
☐ (۲) اعداد گویای اول  
☐ (۳) اعداد اول مضرب ۱۰  
☐ (۴) اعداد حسابی که طبیعی نیستند.

۴ مجموعه  $\{a, b, \{a, b\}, \{b, a\}, \emptyset, \{\}\}$  چند عضو دارد؟

- ☐ (۱) ۳  
☐ (۲) ۴  
☐ (۳) ۵  
☐ (۴) ۶

۵ کدام یک از مجموعه‌های زیر، درست نوشته شده است؟

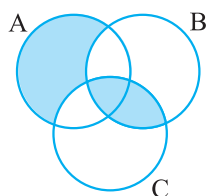
- ☐ (۱)  $\{-2, -1, 0, 1\}$  = مجموعه اعداد صحیح بزرگ‌تر از ۲ و نابیش‌تر از ۲  
☐ (۲)  $\{\dots, 1, 2, \dots, 8\}$  = مجموعه اعداد طبیعی کوچک‌تر از ۹  
☐ (۳)  $\mathbb{R} - 0$  = مجموعه اعداد حقیقی مخالف صفر  
☐ (۴)  $\{0, 1, 2, \dots\}$  = مجموعه اعداد حسابی بزرگ‌تر از ۴-

درسنامه ۲

۶ اگر A مجموعه اعداد اول یک رقمی، B مجموعه اعداد فرد طبیعی و

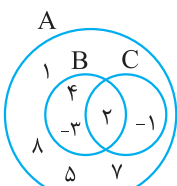
 $C = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, 0 \leq x < 8\}$  باشد، در قسمت رنگی شکل مقابل چند عضو وجود دارد؟

- ☐ (۱) ۲  
☐ (۲) ۳  
☐ (۳) ۴  
☐ (۴) ۵



۷ با توجه به شکل روبه‌رو، کدام گزینه درست است؟

- ☐ (۱)  $-1 \notin A$   
☐ (۲)  $\{4, 7\} \subseteq B$   
☐ (۳)  $\{2\} \subseteq B$   
☐ (۴)  $\{2, -1\} \in C$

۸ اگر  $A = \{\{a, \{a\}\}, a\}$  باشد، چه تعداد از روابط زیر درست هستند؟

- ☐ (۱)  $\{a\} \in A$   
☐ (۲)  $\{a, \{a\}\} \subseteq A$   
☐ (۳)  $a \in A$   
☐ (۴)  $\{\{a\}\} \subseteq A$   
☐ (۵)  $\{a\} \subseteq A$

۹ اگر  $A = \{1, \{1\}\}$ ،  $B = \{\{\{1\}\}, \{1\}, \{1\}\}$  و  $C = \{\{1\}, 1, \{\{1\}\}\}$  باشند، کدام گزینه نادرست است؟

- ☐ (۱)  $A \subseteq C$   
☐ (۲)  $A \in B$   
☐ (۳)  $B \in C$   
☐ (۴)  $B \not\subseteq C$

درسنامه ۳

۱۰ از یک کلاس ۲۳ نفری، تعداد ۱۵ نفر عضو تیم فوتبال و ۱۳ نفر عضو تیم والیبال می‌باشند. با فرض آن‌که هر دانش‌آموز حداقل در یک تیم

عضو باشد، چند نفر فقط عضو تیم والیبال هستند؟

- ☐ (۱) ۳  
☐ (۲) ۶  
☐ (۳) ۸  
☐ (۴) ۱۰

۱۱ اگر  $A = \{x, \{x\}\}$  و  $B = \{\{x, \{x\}\}\}$  باشد، کدام گزینه درست است؟

- ☐ (۱)  $A \cap B = \{x\}$   
☐ (۲)  $A \cap B = \{\{x\}\}$   
☐ (۳)  $A \cap B = \emptyset$   
☐ (۴)  $A \cap B = B$

۱۲ اگر  $A = \{1, \{\}\}$  و  $B = \{\{\}, \{\}\}$  حاصل  $B - A$  کدام است؟

- ☐ (۱)  $\{\}$  ☐ (۲)  $\emptyset$  ☐ (۳)  $B$  ☐ (۴)  $\{\{\}\}$

۱۳ اگر  $A$  مجموعه اعداد طبیعی دو رقمی و  $B = \{x \mid x = 3k, k \in A\}$ ، آنگاه مجموعه  $A \cap B$  چند عضو دارد؟

- ☐ (۱) ۲۱ ☐ (۲) ۲۲ ☐ (۳) ۲۳ ☐ (۴) ۲۴

۱۴ اگر داشته باشیم:  $A = \{1, 2, 5\}$ ،  $B = \{3, 4, x\}$ ،  $C = \{1, 2, 5, 6\}$  و  $C - B = A$ ، مقدار  $x$  کدام است؟

- ☐ (۱) ۲ ☐ (۲) ۶ ☐ (۳) ۵ ☐ (۴) ۴

۱۵ اگر  $A = \{x \mid x \in \mathbb{N}, \frac{12}{x} \in \mathbb{N}\}$  و  $B = \{x^2 \mid x \in \mathbb{Z}, -1 < x \leq 3\}$ ، آنگاه تعداد اعضای مجموعه  $(A - B) \cup (B - A)$  چند برابر تعداد

اعضای مجموعه  $A \cap B$  است؟

- ☐ (۱) ۳ ☐ (۲) ۲/۵ ☐ (۳) ۲ ☐ (۴) ۳/۵

۱۶ اگر  $A = \{2, 4, 6, 8\}$ ،  $B = \{x \mid x \in \mathbb{N}, x < 5\}$  و  $C$  مجموعه اعداد اول یک رقمی باشد، آنگاه کدام مجموعه یک عضوی است؟

- ☐ (۱)  $A - B$  ☐ (۲)  $B \cap C$  ☐ (۳)  $(B \cap C) - A$  ☐ (۴)  $(A \cup B) - C$

۱۷ اگر  $A = \{3n + 2 \mid n \in \mathbb{N}, n < 10\}$  و  $B = \{2n + 5 \mid n \in \mathbb{Z}, n \leq 3\}$  دو مجموعه باشند،  $n(A - B)$  کدام است؟

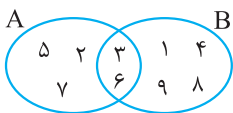
- ☐ (۱) ۷ ☐ (۲) ۶ ☐ (۳) ۵ ☐ (۴) ۴

۱۸ کدام عبارت نادرست است؟

- ☐ (۱) مجموعه  $A - B$  زیرمجموعه مجموعه  $A$  است.  
☐ (۲) اشتراک دو مجموعه  $A$  و  $B$  زیرمجموعه هر یک از دو مجموعه  $A$  و  $B$  است.  
☐ (۳) اجتماع دو مجموعه  $A - B$  و  $B - A$  با مجموعه  $A \cup B$  برابر است.  
☐ (۴) هر یک از دو مجموعه  $A$  و  $B$  زیرمجموعه  $A \cup B$  است.

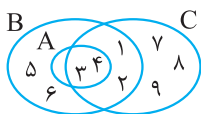
۱۹ اگر  $A$  زیرمجموعه  $B$  باشد، آنگاه کدام گزینه درست است؟

- ☐ (۱)  $(A \cap B) \cup B = A$  ☐ (۲)  $(A \cap B) \cup A = B$  ☐ (۳)  $(A \cap B) \cup A = A$  ☐ (۴)  $(A \cup B) \cap B = A$



۲۰ با توجه به شکل مقابل، اجتماع دو مجموعه  $A - (A - B)$  و  $B - (B - A)$  چند عضو دارد؟

- ☐ (۱) ۱ ☐ (۲) ۲ ☐ (۳) ۳ ☐ (۴) ۴



۲۱ با توجه به شکل مقابل، مجموعه  $(A - B) \cup (C - A)$  چند عضو دارد؟

- ☐ (۱) ۳ ☐ (۲) ۴ ☐ (۳) ۵ ☐ (۴) ۶

۲۲ اگر  $A$  مجموعه اعداد طبیعی فرد یک رقمی و  $B$  مجموعه اعداد اول یک رقمی باشد،  $A - B$  دارای چه تعداد زیرمجموعه است؟

- ☐ (۱) ۴ ☐ (۲) ۳ ☐ (۳) ۲ ☐ (۴) ۱

۲۳ کدام یک از احکام زیر، نادرست است؟

- ☐ (۱)  $\mathbb{N} \cap \mathbb{W} = \mathbb{N}$  ☐ (۲)  $\mathbb{W} - \mathbb{N} = \emptyset$  ☐ (۳)  $\mathbb{N} - \mathbb{W} = \emptyset$  ☐ (۴)  $\mathbb{W} \cup \mathbb{N} = \mathbb{W}$

۲۴ کدام یک از احکام زیر نادرست است؟

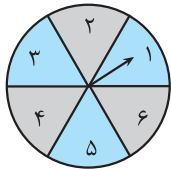
- ☐ (۱)  $\mathbb{Z} \cup \mathbb{N} = \mathbb{Z}$  ☐ (۲)  $\mathbb{Z} \cap \mathbb{Q} = \mathbb{Z}$  ☐ (۳)  $\mathbb{W} - \{\emptyset\} = \mathbb{N}$  ☐ (۴)  $\mathbb{Q} - \mathbb{Z} = \mathbb{N}$

۲۵ اگر  $A = \{\emptyset, \{2\}\}$  و  $B = \{\{\emptyset\}, 2\}$  باشد، تعداد زیرمجموعه‌های  $A \cap B$  کدام است؟

- ☐ (۱) ۲ ☐ (۲) ۱ ☐ (۳) ۴ ☐ (۴) ۱۶

۲۶ هر یک از اعداد دو رقمی کوچک‌تر از ۴۰ را روی کارت‌های یکسان و به‌طور جداگانه می‌نویسیم و آن‌ها را درون کیسه‌ای قرار می‌دهیم. سپس یک کارت به‌طور تصادفی بیرون می‌آوریم. احتمال آن‌که عدد روی کارت مضرب ۵ باشد، کدام است؟

☐ (۱)  $\frac{4}{15}$ 
☐ (۲)  $\frac{7}{30}$ 
☐ (۳)  $\frac{1}{6}$ 
☐ (۴)  $\frac{1}{5}$



۲۷ عقربه‌ای مطابق شکل مقابل و به تصادف پس از به حرکت درآمدن روی یکی از ۶ ناحیه شکل می‌ایستد و عددی را نشان می‌دهد. چه قدر احتمال دارد عقربه عددی کوچک‌تر از ۳ را نشان دهد؟

☐ (۱)  $\frac{1}{6}$ 
☐ (۲)  $\frac{2}{3}$ 
☐ (۳)  $\frac{1}{2}$ 
☐ (۴)  $\frac{1}{3}$

۲۸ در جعبه‌ای ۳ مهره سفید، ۵ مهره سیاه، ۴ مهره زرد و ۲ مهره سبز وجود دارد. یک مهره به تصادف از درون جعبه بیرون می‌آوریم، احتمال آن‌که رنگ مهره نه سفید و نه زرد باشد، کدام است؟

☐ (۱)  $\frac{1}{2}$ 
☐ (۲)  $\frac{6}{14}$ 
☐ (۳)  $\frac{8}{14}$ 
☐ (۴)  $\frac{9}{14}$

۲۹ در یک خانواده با دو فرزند، احتمال آن‌که حداقل یکی از فرزندان دختر باشد، کدام است؟

☐ (۱)  $\frac{3}{4}$ 
☐ (۲)  $\frac{1}{2}$ 
☐ (۳)  $\frac{1}{4}$ 
☐ (۴)  $\frac{1}{3}$

۳۰ یک تاس را دو بار پرتاب می‌کنیم. احتمال آن‌که مجموع دو عدد رو شده برابر ۵ باشد، کدام است؟

☐ (۱)  $\frac{1}{18}$ 
☐ (۲)  $\frac{1}{12}$ 
☐ (۳)  $\frac{1}{9}$ 
☐ (۴)  $\frac{5}{36}$

۳۱ یک تاس را دو بار پرتاب می‌کنیم. احتمال آن‌که دقیقاً یکی از اعداد رو شده ۲ باشد، کدام است؟

☐ (۱)  $\frac{11}{36}$ 
☐ (۲)  $\frac{5}{18}$ 
☐ (۳)  $\frac{1}{4}$ 
☐ (۴)  $\frac{2}{9}$

۳۲ یک سکه و یک تاس را با هم پرتاب می‌کنیم. احتمال آن‌که سکه «پشت» و تاس عدد ۵ بیاید، کدام است؟

☐ (۱)  $\frac{1}{3}$ 
☐ (۲)  $\frac{1}{4}$ 
☐ (۳)  $\frac{1}{12}$ 
☐ (۴)  $\frac{1}{6}$

۳۳ درون کیسه‌ای ۳ مهره سفید با شماره‌های ۱ تا ۳ و در کیسه‌ای دیگر ۴ مهره سیاه با شماره‌های ۱ تا ۴ وجود دارد. از هر کیسه مهره‌ای به تصادف بیرون می‌آوریم. احتمال آن‌که شماره هر دو مهره کم‌تر از ۳ باشد، کدام است؟

☐ (۱)  $\frac{1}{4}$ 
☐ (۲)  $\frac{1}{3}$ 
☐ (۳)  $\frac{1}{6}$ 
☐ (۴)  $\frac{3}{4}$

## پایان فصل ۱

۳ (۴ ۳ ۲ ۱)

گزینه (۱): عدد ۲۸ عددی صحیح بین ۲۰ و ۳۰ است و بر ۱۴ بخش‌پذیر می‌باشد. پس این مجموعه مخالف تهی است.  
گزینه (۲): همه اعداد اول، گویا هستند. در واقع مجموعه اعداد گویای اول، همان مجموعه اعداد اول و در نتیجه مخالف تهی است.  
گزینه (۳): مضارب طبیعی عدد ۱۰ عبارتند از ۱۰، ۲۰، ۳۰ و ... که هیچ کدام اول نیستند بنابراین این مجموعه تهی است.  
گزینه (۴): عدد صفر، عددی حسابی است که طبیعی نمی‌باشد. پس این مجموعه نیز غیر تهی است.

۱ (۴ ۳ ۲ ۱)

در گزینه‌های (۱)، (۲) و (۳) بنابر سلیقه افراد می‌توان عضوهایی را مشخص کرد و یک مجموعه نیستند ولی در گزینه (۴) اعضای مجموعه به‌طور مجزا و منحصر به فرد مشخص است.

۲ (۴ ۳ ۲ ۱)

چهار عدد کوچک‌تر از ۱۰، یک مجموعه را تشکیل نمی‌دهد. زیرا اعضای آن کاملاً مشخص نیستند. مثلاً ممکن است فردی مجموعه {۱، ۲، ۳، ۴} و فرد دیگری مجموعه {۲، ۳، ۴، ۵} را در نظر بگیرد.

۴ ۳ ۲ ۱ ۴

در مجموعه‌ها، تکرار عضو بی‌تأثیر است و با توجه به این که دو عضو  $\{a, b\}$  و  $\{b, a\}$  یکسان و هم‌چنین  $\emptyset$  و  $\{\}$  یکی می‌باشند، بنابراین مجموعه به صورت  $\{a, b, \{a, b\}, \emptyset\}$  درمی‌آید که یک مجموعه ۴ عضوی می‌باشد.

۴ ۳ ۲ ۱ ۵

گزینه (۱):

$\{-1, 0, 1, 2\}$  = مجموعه اعداد صحیح بزرگ‌تر از  $-2$  و نابیش‌تر از  $2$

گزینه (۲):  $\{1, 2, 3, \dots, 8\}$  = مجموعه اعداد طبیعی کوچک‌تر از  $9$

گزینه (۳):  $\mathbb{R} - \{0\}$  = مجموعه اعداد حقیقی مخالف صفر

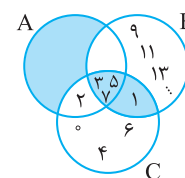
۴ ۳ ۲ ۱ ۶

ابتدا هر مجموعه را با اعضا مشخص می‌کنیم:

$A = \{2, 3, 5, 7\}$ ,  $B = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, \dots\}$

$C = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

حال کافی است اعضای مجموعه‌ها را در نمودار ون و در محل مناسب بنویسیم:



با توجه به شکل، قسمت رنگی شامل ۴ عضو است.

۴ ۳ ۲ ۱ ۷

دقت کنید که:

$7 \notin B \Rightarrow \{4, 7\} \not\subseteq B$  و  $\{2, -1\} \notin C$ ,  $\{2, -1\} \subseteq C$

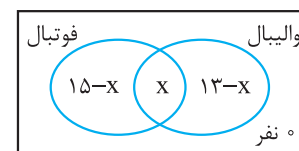
۴ ۳ ۲ ۱ ۸

روابط  $\{a\} \subseteq A$  و  $a \in A$  صحیح هستند.

۴ ۳ ۲ ۱ ۹

مجموعه  $A = \{\{\}, \{1\}\}$  یک زیرمجموعه  $C$  است، بنابراین گزینه (۱) صحیح است.  $A = \{\{\}, \{1\}\}$  عضو مجموعه  $B$  است، بنابراین گزینه (۲) صحیح است. هم‌چنین مجموعه  $C$ ، عضو  $\{\{\}, \{1\}\}$  را ندارد، لذا  $B \notin C$  و در نتیجه گزینه (۳) نادرست است. مجموعه  $B$  زیرمجموعه  $C$  نمی‌باشد، پس گزینه (۴) درست است.

۴ ۳ ۲ ۱ ۱۰



دانش‌آموزان کلاس

فرض کنیم که  $x$  نفر، هم عضو تیم فوتبال و هم عضو تیم والیبال باشند، با توجه به این که هر دانش‌آموز حداقل در یک تیم عضو است، داریم:

$$15 - x + x + 13 - x = 23 \Rightarrow 28 - x = 23 \Rightarrow x = 5$$

در نتیجه  $13 - 5 = 8$  نفر فقط عضو تیم والیبال هستند.

۴ ۳ ۲ ۱ ۱۱

مجموعه‌های  $A$  و  $B$  هیچ اشتراکی با هم ندارند. دقت کنید که  $A \in B$  می‌باشد اما  $A \cap B = \emptyset$

۴ ۳ ۲ ۱ ۱۲

مجموعه  $B$ ، یک مجموعه یک‌عضوی است که  $\{\{1\}\}$  عضو آن می‌باشد و این عضو در مجموعه  $A$  وجود ندارد، بنابراین:  $B - A = B$

۴ ۳ ۲ ۱ ۱۳

ابتدا دو مجموعه  $A$  و  $B$  را با اعضایشان مشخص می‌کنیم:

$A = \{10, 11, 12, 13, 14, \dots, 99\}$

$B = \{x \mid x = 3k, k \in A\} = \{x \mid x = 3k, k = 10, 11, 12, \dots, 99\}$

$= \{30, 33, 36, \dots, 297\}$

در نتیجه  $A \cap B$ ، مجموعه اعداد مضرب ۳ است که بزرگ‌تر یا مساوی ۳۰ و کوچک‌تر یا مساوی ۹۹ می‌باشند، یعنی:

$A \cap B = \{30, 33, 36, \dots, 96, 99\}$

$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$   
 $3 \times 10 \quad 3 \times 11 \quad 3 \times 12 \quad 3 \times 32 \quad 3 \times 33$

$$\Rightarrow n(A \cap B) = (33 - 10) + 1 = 24$$

۴ ۳ ۲ ۱ ۱۴

طبق فرض، داریم:

$$C - B = A \Rightarrow \{1, 2, 5, 6\} - \{3, 4, x\} = \{1, 2, 5\} \Rightarrow x = 6$$

عدد ۶ باید در هر دو مجموعه باشد تا حذف شود.

۴ ۳ ۲ ۱ ۱۵

$A = \{x \mid x \in \mathbb{N}, \frac{12}{x} \in \mathbb{N}\} = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$

$B = \{3^x \mid x \in \mathbb{Z}, -1 < x \leq 3\} = \{3^x \mid x = 0, 1, 2, 3\}$

$= \{3^0, 3^1, 3^2, 3^3\} = \{1, 3, 9, 27\}$

$A - B = \{2, 4, 6, 12\}$ ,  $B - A = \{9, 27\}$

$$\Rightarrow (A - B) \cup (B - A) = \{2, 4, 6, 9, 12, 27\}, A \cap B = \{1, 3\}$$

بنابراین تعداد اعضای مجموعه  $(A - B) \cup (B - A)$ ، برابر تعداد اعضای مجموعه  $A \cap B$  است.

۴ ۳ ۲ ۱ ۱۶

داریم:  $B = \{x \mid x \in \mathbb{N}, x < 5\} = \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $C = \{2, 3, 5, 7\}$

$A - B = \{6, 8\}$  و  $B \cap C = \{2, 3\}$

در نتیجه:

$$(B \cap C) - A = \{2, 3\} - \{2, 4, 6, 8\} = \{3\}$$

$$(A \cup B) - C = \{1, 2, 3, 4, 6, 8\} - \{2, 3, 5, 7\} = \{1, 4, 6, 8\}$$

۴ ۳ ۲ ۱ ۱۷

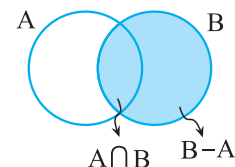
$A = \{3n + 2 \mid n \in \mathbb{N}, n < 10\} = \{5, 8, 11, 14, 17, 20, 23, 26, 29\}$

$B = \{2n + 5 \mid n \in \mathbb{Z}, n \leq 3\} = \{\dots, 3, 5, 7, 9, 11\}$

$$\Rightarrow A - B = \{5, 8, 11, 14, 17, 20, 23, 26, 29\} - \{\dots, 3, 5, 7, 9, 11\}$$

$$= \{8, 14, 17, 20, 23, 26, 29\} \Rightarrow n(A - B) = 7$$

۴ ۳ ۲ ۱ ۱۸



با توجه به نمودار ون مقابل، اجتماع دو مجموعه  $A \cap B$  و  $B - A$  برابر مجموعه  $B$  است.

۴ ۳ ۲ ۱ ۱۹

اگر  $A \subseteq B$  باشد، آن‌گاه  $A \cap B = A$  و  $A \cup B = B$  خواهد بود، پس داریم:

$$\underbrace{(A \cap B) \cup B}_A = A \cup B = B, \quad \underbrace{(A \cap B) \cup A}_A = A \cup A = A$$

$$\underbrace{(A \cup B) \cap B}_B = B \cap B = B$$



۲۸ ۱ ۲ ۳ ۴

درون جعبه ۱۴ مهره قرار دارد. درون جعبه  
 $۷ = ۵ + ۲$  مهره که نه سفید است و نه زرد، موجود است. پس  
 سبز سیاه  
 احتمال مطلوب برابر  $\frac{۱}{۴} = \frac{۷}{۱۴}$  است.

۲۹ ۱ ۲ ۳ ۴

S: تمام حالت‌های داشتن دو فرزند  
 $\Rightarrow S = \{(د, د), (د, پ), (پ, د), (پ, پ)\} \Rightarrow n(S) = ۴$   
 A: حداقل یکی از فرزندان دختر  
 $\Rightarrow A = \{(د, د), (د, پ), (پ, د)\} \Rightarrow n(A) = ۳$   
 $\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۳}{۴}$

۳۰ ۱ ۲ ۳ ۴

تعداد تمام حالت‌های ممکن در پرتاب دو بار یک تاس  $۶^۲ = ۳۶$  است.  
 پس:  $n(S) = ۳۶$   
 A: پیشامدی که جمع دو عدد رو شده برابر ۵ است.  
 $\Rightarrow A = \{(۱, ۴), (۲, ۳), (۳, ۲), (۴, ۱)\} \Rightarrow n(A) = ۴$   
 $\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۴}{۳۶} = \frac{۱}{۹}$

۳۱ ۱ ۲ ۳ ۴

تعداد تمام حالت‌های ممکن در پرتاب دو بار یک تاس  $۶^۲ = ۳۶$  است.  
 لذا:  $n(S) = ۳۶$   
 A: دقیقاً یکی از اعداد رو شده ۲ باشد.  
 $\Rightarrow A = \{(۱, ۲), (۲, ۱), (۳, ۲), (۲, ۳), (۴, ۲), (۲, ۴), (۵, ۲), (۲, ۵), (۶, ۲), (۲, ۶)\} \Rightarrow n(A) = ۱۰$   
 $\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۱۰}{۳۶} = \frac{۵}{۱۸}$

۳۲ ۱ ۲ ۳ ۴

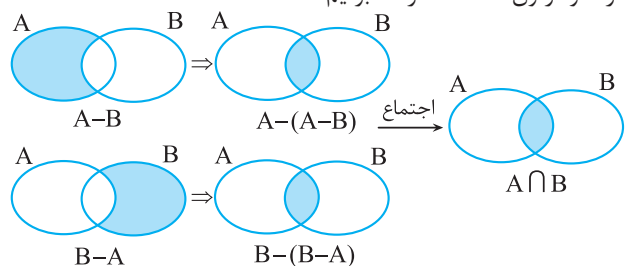
حالت‌های ممکن به صورت زیر است:  
 $S = \{(۱, ۱), (۱, ۲), \dots, (۱, ۶), (۲, ۱), (۲, ۲), \dots, (۲, ۶), (۳, ۱), (۳, ۲), \dots, (۳, ۶), (۴, ۱), (۴, ۲), \dots, (۴, ۶), (۵, ۱), (۵, ۲), \dots, (۵, ۶), (۶, ۱), (۶, ۲), \dots, (۶, ۶)\}$   
 $\Rightarrow n(S) = ۱۲$   
 $A = \{(۵, ۱), (۵, ۲), \dots, (۵, ۶)\}$   
 $\Rightarrow n(A) = ۱ \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۱}{۱۲}$

۳۳ ۱ ۲ ۳ ۴

تمام حالت‌های ممکن به صورت زیر است (عدد اول شماره مهره سفید و عدد دوم شماره مهره سیاه):  
 $S = \{(۱, ۱), (۱, ۲), (۱, ۳), (۱, ۴), (۲, ۱), (۲, ۲), (۲, ۳), (۲, ۴), (۳, ۱), (۳, ۲), (۳, ۳), (۳, ۴)\} \Rightarrow n(S) = ۱۲$   
 شماره هر دو مهره کمتر از ۳ باشد.  
 $\Rightarrow A = \{(۱, ۱), (۱, ۲), (۲, ۱), (۲, ۲)\} \Rightarrow n(A) = ۴$   
 $\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۴}{۱۲} = \frac{۱}{۳}$

۲۰ ۱ ۲ ۳ ۴

ساده‌ترین روش برای حل این سؤال، این است که ناحیه مورد نظر را در نمودار ون داده شده رنگ بزنیم:



با توجه به شکل بالا و شکل صورت سؤال، در ناحیه رنگ شده فقط دو عضو قرار دارد.

۲۱ ۱ ۲ ۳ ۴

ابتدا در نمودار ون داده شده ناحیه خواسته شده را رنگ می‌زنیم:  
 توجه کنید که چون  $A \subseteq B$  است، پس  $A - B = \emptyset$  می‌باشد.  
 و با توجه به شکل ۵ عضو در ناحیه سایه‌زده قرار دارند.

۲۲ ۱ ۲ ۳ ۴

ابتدا دو مجموعه A و B را با اعضایشان می‌نویسیم:  
 $A = \{۱, ۳, ۵, ۷, ۹\} \Rightarrow A - B = \{۱, ۹\}$   
 $B = \{۲, ۳, ۵, ۷\} \Rightarrow A - B = \{۱, ۹\}$   
 $\Rightarrow ۲^۲ = ۴$  (تعداد اعضا) = تعداد زیرمجموعه‌ها

۲۳ ۱ ۲ ۳ ۴

می‌دانیم که:  
 $W = N \cup \{۰\} \Rightarrow N \subseteq W$   
 $W - N = \{۰, ۱, ۲, ۳, \dots\} - \{۱, ۲, ۳, ۴, \dots\} = \{۰\}$

۲۴ ۱ ۲ ۳ ۴

اگر  $A \subseteq B$ ، آن‌گاه  $A \cap B = A$  و  $A \cup B = B$   
 $N \subseteq W \subseteq Z \subseteq Q$

در مورد گزینه (۴) دقت کنید که  $\frac{۱}{۲} \in Q - Z$  است اما  $\frac{۱}{۲} \notin N$  پس این گزینه نادرست است.

۲۵ ۱ ۲ ۳ ۴

A و B هیچ عضو مشترکی ندارند، بنابراین:  
 $A \cap B = \{\} \Rightarrow A \cap B$  تعداد زیرمجموعه‌های  $۲^۰ = ۱$

۲۶ ۱ ۲ ۳ ۴

مجموعه همه حالت‌های ممکن به صورت  $S = \{۱۰, ۱۱, ۱۲, ۱۳, \dots, ۳۹\}$  است که تعداد اعضای آن برابر  $n(S) = ۳۰$  است.

A: پیشامدی که عدد روی کارت مضرب ۵ است.  
 $\Rightarrow A = \{۱۰, ۱۵, ۲۰, ۲۵, ۳۰, ۳۵\}$   
 $\Rightarrow n(A) = ۶ \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۶}{۳۰} = \frac{۱}{۵}$

۲۷ ۱ ۲ ۳ ۴

$S = \{۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶\} \Rightarrow n(S) = ۶$   
 A: عقربه عددی کوچک‌تر از ۳ را نشان دهد.  
 $\Rightarrow A = \{۱, ۲\} \Rightarrow n(A) = ۲ \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۲}{۶} = \frac{۱}{۳}$