برای حل این سؤال از روش متمم استفاده می‌کنیم. (البته حل معمولی مسأله هم خیلی دشوار نمی‌باشد.) فرض می‌کنیم بر روی هیچ‌یک از دو موش انتخابی آزمون مهارت انجام نگرفته باشد. پس داریم:

$$P(A')=\frac{\overbrace{\binom{۴}{۲}}^{\text{انتخاب ۲ تا از ۴ موش دیگر}}}{\binom{۷}{۲}}=\frac{\frac{۴\times ۳}{۲}}{\frac{۷\times ۶}{۲}}=\frac{۶}{۲۱}\Rightarrow P(A)=۱-\frac{۶}{۲۱}=\frac{۱۵}{۲۱}=\frac{۵}{۷}$$

۲۶ در یک بیمارستان ۵ نوزاد در یک روز متولد شده‌اند. با کدام احتمال لااقل دو نفر از آنان دختر است؟

خارج تجربی ۱۸ | پاسخ: ۴

۱) $\frac{۵}{۱۶}$ ۲) $\frac{۳}{۸}$ ۳) $\frac{۷}{۱۶}$ ۴) $\frac{۱۳}{۱۶}$

لااقل ۲ تا از ۵ نوزاد دختر باشد، یعنی ۲ یا ۳ یا ۴ یا ۵ دختر. حالت‌ها زیاد شد، پس از متمم می‌رویم. متمم پیشامد موردنظر این می‌شود که یک دختر داشته باشیم (فرزند اول یا دوم یا ... یا پنجم دختر ⇐ ۵ حالت) یا هیچ دختری نداشته باشیم (همه‌ی فرزندان پسر ⇐ یک حالت).

از طرفی $n(S)=۲\times ۲\times ۲\times ۲\times ۲=۲^۵=۳۲$. داریم:

$$P(A')=P(\text{دختر ۱ یا دختر ۰})=\frac{۶}{۳۲}\Rightarrow P(A)=۱-\frac{۶}{۳۲}=\frac{۲۶}{۳۲}=\frac{۱۳}{۱۶}$$

۲۷ در کیسه‌ای ۳ مهره‌ی سیاه، ۴ مهره‌ی قرمز و ۳ مهره‌ی آبی وجود دارد. از این کیسه ۳ مهره به تصادف خارج می‌کنیم. احتمال این‌که حداقل ۲ مهره همرنگ باشند، کدام است؟

تمرین کتاب درسی | پاسخ: ۴

۱) ۰/۶ ۲) ۰/۴ ۳) ۰/۳ ۴) ۰/۷

حداقل ۲ مهره از ۳ مهره‌ی انتخابی همرنگ باشد، یعنی ۲ مهره یا هر ۳ مهره همرنگ باشد. چون محاسبه‌ی این حالات وقت‌گیر است، از روش متمم مسأله را حل می‌کنیم. متمم پیشامد فوق آن است که ۳ مهره را از رنگ‌های مختلف برداریم، از طرفی فضای نمونه‌ای هم انتخاب ۳ مهره از کل مهره‌ها ($۱۰=۳+۴+۳$ مهره) است. بنابراین:

$$P(A')=\frac{\binom{۳}{۱}\times\binom{۴}{۱}\times\binom{۳}{۱}}{\binom{۱۰}{۳}}=\frac{۳\times ۴\times ۳}{\frac{۱۰!}{۳!۷!}}=\frac{۳\times ۴\times ۳}{\frac{۱۰\times ۹\times ۸\times \cancel{۷!}}{۶\times \cancel{۷!}}}=\frac{۳}{۱۰}\Rightarrow P(A)=۱-\frac{۳}{۱۰}=\frac{۷}{۱۰}=۰/۷$$

۱۱ مسائل پرتاب دو تاس و جمع اعداد رو شده

اگر دو تاس را با هم (یا یک تاس را دو بار) پرتاب کنیم، فضای نمونه‌ای $n(S)=۶\times ۶=۳۶$ عضو دارد و مجموع اعداد رو شده‌ی دو تاس می‌تواند اعداد ۲ یا ۳ یا ... یا ۱۲ باشد. جدول زیر یک روش ساده و روان را برای محاسبه‌ی مجموع اعداد دو تاس بدون نوشتن حالات!!! به شما یاد می‌دهد.

به جدول و توضیحات بعد از آن خوب دقت کنید:

مجموع اعداد دو تاس	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲
$n(A)$	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۵	۴	۳	۲	۱

طبق جدول فوق **مثلاً**: اگر بگویند مجموع دو تاس در چند حالت برابر ۷ می‌شود، جواب برابر ۶ است.

شگفتی جدول:

۱ تا مجموع ۷، تعداد حالات همواره یکی کم‌تر از مجموع خواسته شده است. **مثلاً**: مجموع ۶ دارای $۵=۱-۶$ حالت است.

۲ از مجموع ۸ به بعد، تعداد حالات برابر ۱۳ منهای مجموع خواسته شده است. **مثلاً**: مجموع ۹ دارای $۴=۹-۱۳$ حالت است.

دید ویژه:

۱ سؤال از مجموع اعداد رو شده در پرتاب دو تاس اهمیت ویژه‌ای در کنکور دارد. هم‌چنین کمی بعید است که طراح وارد بحث مجموع اعداد ۳ تاس شود مگر در حد یک سؤال ساده که در کتاب ریاضی ۳ آمده است.

۲ سؤالی که جدیداً از این مبحث در کنکور می‌آید با کلماتی نظیر حداقل یا حداکثر یا مضرب ۴ بودن یا عدد اول بودن همراه است. برای حل سؤال باید ابتدا اعداد مطلوب سؤال را مشخص کنید و سپس از دو ویژگی بیان شده در مورد جدول کمک بگیرید.

۲۸ دو تاس را با هم پرتاب می‌کنیم. با کدام احتمال مجموع دو عدد رو شده، مضرب ۴ است؟

داخل تجربی ۹۲ | پاسخ: ۴

۱) $\frac{۲}{۹}$ ۲) $\frac{۵}{۱۸}$ ۳) $\frac{۵}{۱۲}$ ۴) $\frac{۱}{۴}$

روش اول: تعداد اعضای فضای نمونه‌ای $n(S) = ۳۶$ است. از طرفی مجموع دو عدد مضرب ۴ باشد، یعنی مجموع ۴ یا ۸ یا ۱۲ شود. حال با توجه به جدول درسنامه و ویژگی‌های گفته شده می‌توانیم بدون نوشتن حالات، احتمال‌ها را محاسبه کنیم:

$$P(A) = P(\text{مجموع ۴}) + P(\text{مجموع ۸}) + P(\text{مجموع ۱۲}) = \overset{۴-۱}{\frac{۳}{۳۶}} + \overset{۱۳-۸}{\frac{۵}{۳۶}} + \overset{۱۳-۱۲}{\frac{۱}{۳۶}} = \frac{۹}{۳۶} = \frac{۱}{۴}$$

روش دوم: حالت‌های که در آن‌ها مجموع دو تاس ۴ یا ۸ یا ۱۲ می‌شود را می‌نویسیم:

$$n(A) = \{\underbrace{(۱،۳)،(۲،۲)،(۳،۱)}_{\text{مجموع ۴}}،\underbrace{(۲،۶)،(۳،۵)،(۴،۴)،(۵،۳)،(۶،۲)}_{\text{مجموع ۸}}،\underbrace{(۶،۶)}_{\text{مجموع ۱۲}}\} \xrightarrow{n(A)=۹} P(A) = \frac{۹}{۳۶} = \frac{۱}{۴}$$

۲۹ در پرتاب دو تاس با هم، احتمال آن که مجموع دو عدد رو شده حداکثر ۱۰ شود، کدام است؟

مثال کتاب درسی | پاسخ: ۲

۱) $\frac{۱}{۱۲}$ ۲) $\frac{۱۱}{۱۲}$ ۳) $\frac{۱}{۴}$ ۴) $\frac{۳}{۴}$

مجموع دو تاس حداکثر ۱۰ شود، یعنی مجموع ۲ یا ۳ یا ۴ یا ... یا ۱۰. نوشتن اعضا واقعاً طولانی و وقت‌گیر است، پس از روش متمم استفاده می‌کنیم. متمم این پیشامد، یعنی این‌که مجموع دو تاس ۱۱ یا ۱۲ شود. بنابراین:

$$A' = \{(۵،۶)،(۶،۵)،(۶،۶)\} \Rightarrow P(A') = \frac{۳}{۳۶} = \frac{۱}{۱۲} \Rightarrow P(A) = ۱ - \frac{۱}{۱۲} = \frac{۱۱}{۱۲}$$

۱۲ قانون جمع احتمالات

اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه‌ای S باشند، آن‌گاه احتمال آن که حداقل یکی از پیشامدهای A یا B رخ دهد، $P(A \cup B)$ بوده و فرمول آن به‌صورت زیر است:

$$\boxed{\underbrace{P(A \cup B)}_{\text{احتمال رخداد A یا B}} = P(A) + P(B) - \underbrace{P(A \cap B)}_{\text{احتمال رخداد A و B با هم}}}$$

ریز ویژه: اکثر بچه‌ها نمی‌دانند چه زمانی از فرمول فوق باید استفاده کنند، باید به آن‌ها بگوییم یکی از نشانه‌ها این است که در صورت سؤال «یا» برای جدا کردن دو عمل مختلف می‌آید. **مثلاً:** «چه‌قدر احتمال دارد علی **یا** حسن در کنکور قبول شوند؟» هم‌چنین، یکی دیگر از نشانه‌ها، وجود عبارت «**حداقل یکی از دو**» در صورت مسأله است.

دو پیشامد ناسازگار: دو پیشامد A و B را ناسازگار گویند، هرگاه اشتراک آن‌ها تهی باشد. $(A \cap B = \varnothing)$ در این‌صورت داریم:

$$\boxed{P(A \cup B) = P(A) + P(B)}$$

۳۰ احتمال آن که دانش‌آموزی در درس فیزیک قبول شود، ۰/۵۵ و در درس شیمی قبول شود، ۰/۶ است. اگر احتمال آن که حداقل در یکی از دو درس قبول شود، ۰/۷۵ باشد، با کدام احتمال در هر دو درس قبول می‌شود؟

مثال کتاب درسی | پاسخ: ۲

۱) ۰/۳۵ ۲) ۰/۴ ۳) ۰/۴۵ ۴) ۰/۵

حداقل در فیزیک یا شیمی قبول شود، یعنی $P(\text{فیزیک} \overset{\text{یا}}{\cup} \text{شیمی})$ و در هر دو درس قبول شود، یعنی $P(\text{فیزیک} \overset{\text{و}}{\cap} \text{شیمی})$. بنابراین با توجه به قانون جمع احتمالات داریم:

$$P(\text{فیزیک} \cup \text{شیمی}) = P(\text{شیمی}) + P(\text{فیزیک}) - P(\text{فیزیک} \cap \text{شیمی}) \Rightarrow ۰/۷۵ = ۰/۶ + ۰/۵۵ - P(\text{فیزیک} \cap \text{شیمی})$$

$$\Rightarrow P(\text{فیزیک} \cap \text{شیمی}) = ۰/۶ + ۰/۵۵ - ۰/۷۵ = ۰/۴$$

۳۱ دو تاس را با هم می‌اندازیم. احتمال آن‌که مجموع اعداد رو شده‌ی دو تاس ۸ یا اعداد رو شده‌ی هر دو تاس زوج باشد، کدام است؟

مثال کتاب درسی | پاسخ: ۱

۱) $\frac{۱۱}{۳۶}$ ۲) $\frac{۸}{۳۶}$ ۳) $\frac{۹}{۳۶}$ ۴) $\frac{۱۰}{۳۶}$

می‌دانیم تعداد اعضای فضای نمونه‌ای پرتاب دو تاس $n(S) = ۳۶$ است. حال اگر A پیشامد مجموع اعداد ۸ و B پیشامد زوج بودن اعداد باشد، خواسته‌ی مسأله به خاطر کلمه‌ی «یا» که در صورت سؤال آمده $P(A \cup B)$ است. حال ابتدا A و B را می‌یابیم:

$$\begin{cases} A = \{(۲,۶),(۳,۵),(۴,۴),(۵,۳),(۶,۲)\} \\ B = \{(۲,۲),(۲,۴),(۲,۶),(۴,۲),(۴,۴),(۴,۶),(۶,۲),(۶,۴),(۶,۶)\} \end{cases} \Rightarrow A \cap B = \{(۲,۶),(۴,۴),(۶,۲)\}$$

بنابراین با توجه به قانون جمع احتمالات داریم:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{۵}{۳۶} + \frac{۹}{۳۶} - \frac{۳}{۳۶} = \frac{۱۱}{۳۶}$$

۱۳ مسائل پرتاب سکه یا فرزندان خانواده

۱ اگر یک سکه را n بار (یا n سکه را یک بار با هم) پرتاب کنیم، احتمال آمدن دقیقاً k بار «رو» (k بار «پشت») برابر $\frac{\binom{n}{k}}{2^n}$ است.

۲ از آن‌جا که فرزندان هم مانند سکه‌ها دو حالت (دختر یا پسر) دارند، احتمال آن‌که خانواده‌ای n فرزندی، دقیقاً k پسر (k دختر) داشته باشد، مجدداً برابر $\frac{\binom{n}{k}}{2^n}$ است.

۳۲ احتمال این که از چهار فرزند یک خانواده، دو فرزند پسر و دو فرزند دختر باشند، کدام است؟

داخل تجربی ۸۴ | پاسخ: ۳

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{۱}{۳}$ ۳) $\frac{۳}{۸}$ ۴) $\frac{۷}{۱۶}$

منظور سؤال این است که در یک خانواده‌ی ۴ فرزندی با کدام احتمال دقیقاً دو فرزند پسر است. زیرا در این خانواده وقتی دقیقاً دو فرزند پسر است، قطعاً ۲ فرزند دیگر دختر هستند. بنابراین:

$$P(\text{دو فرزند پسر}) = \frac{\binom{۴}{۲}}{۲^۴} = \frac{\frac{۴ \times ۳}{۲}}{۱۶} = \frac{۶}{۱۶} = \frac{۳}{۸}$$

فرار از اشتباه: ذکر کردن لفظ دو پسر و دو دختر در صورت سؤال صرفاً جهت گمراه کردن دانش‌آموز است! بارها دیده شده که دانش‌آموز به اشتباه جواب را به‌صورت $\frac{\binom{۴}{۲}\binom{۴}{۲}}{۲^۴}$ نوشته است!

۳۳ در یک خانواده‌ی ۴ فرزندی با کدام احتمال ۲ فرزند پسر یا ۳ فرزند دختر است؟

داخل تجربی ۹۰ | پاسخ: ۳

۱) $\frac{۳}{۸}$ ۲) $\frac{۹}{۱۶}$ ۳) $\frac{۵}{۸}$ ۴) $\frac{۳}{۴}$

در یک خانواده‌ی ۴ فرزندی، پیشامد ۲ پسر (A) و پیشامد ۳ دختر (B) ناسازگارند. زیرا در این خانواده هم‌زمان ۲ پسر و ۳ دختر نمی‌تواند وجود داشته باشد. بنابراین:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{\overbrace{\binom{۴}{۲}}^{\text{۲ پسر}}}{۲^۴} \overset{\text{یا}}{+} \frac{\overbrace{\binom{۴}{۳}}^{\text{۳ دختر}}}{۲^۴} = \frac{\frac{۴ \times ۳}{۲}}{۱۶} + \frac{۴}{۱۶} = \frac{۶+۴}{۱۶} = \frac{۱۰}{۱۶} = \frac{۵}{۸}$$

۳۴ در پرتاب ۴ سکه‌ی سالم با هم، احتمال این‌که فقط سه سکه «رو» یا فقط سه سکه «پشت» بیاید، کدام است؟

برگرفته از کتاب درسی | پاسخ: ۴

۱) $\frac{۵}{۱۶}$ ۲) $\frac{۷}{۱۶}$

۳) $\frac{۲}{۳}$ ۴) $\frac{۱}{۲}$

در پرتاب ۴ سکه‌ی سالم، پیشامد A، فقط سه سکه «رو» و پیشامد B، فقط سه سکه «پشت» ناسازگارند، بنابراین داریم:

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)=\frac{\overbrace{\binom{4}{3}}^{\text{۳ تا از ۴ سکه «رو»}}}{2^4}\overset{\text{یا}}{+}\frac{\overbrace{\binom{4}{3}}^{\text{۳ تا از ۴ سکه «پشت»}}}{2^4}=\frac{4}{16}+\frac{4}{16}=\frac{8}{16}=\frac{1}{2}$$

۱۴ دو پیشامد مستقل

تعریف: دو پیشامد A و B را مستقل از هم گویند، هرگاه وقوع یکی از آن‌ها در وقوع دیگری تأثیری نداشته باشد. در این صورت داریم:

$$\boxed{P(A\cap B)=P(A)\times P(B)}$$

دید ویژه: در اکثر مسائل قانون جمع احتمالات ، خودمان باید تشخیص دهیم دو پیشامد A و B مستقل هستند و به جای $P(A\cap B)$ در فرمول $P(A\cup B)$، عبارت $P(A)\times P(B)$ را قرار دهیم. از جمله پیشامدهای مستقل مهم که در کتاب درسی مطرح شده‌اند می‌توان به **قبولی افراد در دانشگاه، بهبود بیماری افراد پس از جراحی، تولد و وفات و پرتاب سکه و تاس** اشاره کرد.

نکته: اگر A و B مستقل باشند، آن‌گاه (A و B′)، (B و A′) و (A′ و B′) نیز مستقل از هم هستند و احتمال اشتراک آن‌ها برابر حاصل‌ضرب احتمال‌هایشان است.

۳۵ در گروه زنان ساکن یک روستا ۶۰ درصد آنان تحصیلات ابتدایی و ۲۵ درصد از آنان مهارت قالی‌بافی دارند. اگر یک فرد از این گروه انتخاب شود، با کدام احتمال این فرد تحصیلات ابتدایی یا مهارت قالی‌بافی دارد؟

داخل تجربی ۹۰ | پاسخ: ۱

۱) ۰/۷ ۲) ۰/۷۵ ۳) ۰/۸ ۴) ۰/۸۵

تحصیلات ابتدایی و مهارت قالی‌بافی مستقل از هم هستند. زیرا هیچ ربطی به هم ندارند. پس:

$$P(\text{تحصیلات}\overset{\text{و}}{\cap}\text{قالی‌بافی})=P(\text{تحصیلات})\times P(\text{قالی‌بافی})=0/6\times0/25=0/15\quad(*)$$

از طرفی «یا» یکی از نشانه‌های قانون جمع احتمالات بود، پس احتمال تحصیلات ابتدایی **یا** مهارت قالی‌بافی، همان $P(\text{تحصیلات}\cup\text{قالی‌بافی})$ است. داریم:

$$P(\text{تحصیلات}\overset{\text{یا}}{\cup}\text{قالی‌بافی})=P(\text{تحصیلات})+P(\text{قالی‌بافی})-P(\text{تحصیلات}\overset{\text{و}}{\cap}\text{قالی‌بافی})\overset{(*)}{=\!=}0/6+0/25-0/15=0/7$$

۳۶ در پرتاب دو سکه و یک تاس با هم، احتمال این‌که حداقل یک سکه رو و عدد تاس مضرب ۳ باشد، کدام است؟

خارج تجربی ۹۱ | پاسخ: ۳

۱) $\frac{1}{12}$ ۲) $\frac{1}{6}$ ۳) $\frac{1}{4}$ ۴) $\frac{1}{3}$

پرتاب دو سکه و یک تاس مستقل از هم هستند. پس کافی است احتمال هر کدام از آن‌ها را حساب کرده و سپس جواب‌ها را در هم ضرب کنیم.

احتمال حداقل یک سکه «رو» برابر $\frac{3}{4}$ است، زیرا:

$$S=\{(\text{پپ}),\checkmark(\text{پر}),\checkmark(\text{رپ}),\checkmark(\text{رر})\}\Rightarrow P(A)=\frac{3}{4}$$

احتمال مضرب ۳ آمدن برابر $\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$ است، زیرا:

$$S'=\{1,2,\checkmark 3,4,5,\checkmark 6\}\Rightarrow P(B)=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$$

بنابراین احتمال موردنظر برابر $P(A)\times P(B)=\frac{3}{4}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{4}$ خواهد بود.

۳۷ تاس سالمی را سه بار می‌اندازیم. با کدام احتمال هیچ دو عدد رو شده‌ای مثل هم نمی‌باشند؟

مثال کتاب درسی | پاسخ: ۲

۱) $\frac{4}{9}$ ۲) $\frac{5}{9}$ ۳) $\frac{1}{18}$ ۴) $\frac{17}{18}$

تعداد اعضای فضای نمونه‌ای در ۳ بار پرتاب تاس برابر $n(S)=6\times6\times6$ است. می‌خواهیم هیچ دو عددی یکسان نباشد، پس عدد رو شده در بار اول یکی از اعداد ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶ می‌تواند باشد (۶ حق انتخاب) ولی عدد رو شده در بار دوم هر عددی به جز عدد اول (۵ حق انتخاب) و عدد رو شده در بار سوم هر عددی به جز اعداد بار اول و دوم (۴ حق انتخاب) می‌تواند باشد. پس داریم:

$$\text{احتمال موردنظر}=\frac{6}{6}\times\frac{5}{6}\times\frac{4}{6}=\frac{5}{9}$$

۳۸ احتمال این که روز تولد سه نفر در روزهای مختلف هفته باشد، کدام است؟

تمرین کتاب درسی | پاسخ: ۳

۱) $\frac{۳۴}{۳۵}$ ۲) $\frac{۲۳}{۳۵}$ ۳) $\frac{۳۰}{۴۹}$ ۴) $\frac{۳۱}{۴۹}$

نفر اول می‌تواند در هر کدام از هفت روز هفته متولد شده باشد (۷ حالت)، نفر بعدی در هر روز به جز روز تولد نفر اول (۶ حالت) و نفر سوم در هر روزی به جز روز تولد نفرات اول و دوم (۵ حالت). پس داریم:

$$\text{احتمال موردنظر} = \frac{۷}{۷} \times \frac{۶}{۷} \times \frac{۵}{۷} = \frac{۳۰}{۴۹}$$

۳۹ چهار دانش‌آموز یک کلاس که بر یک نیمکت نشسته باشند، با کدام احتمال ماه تولد حداقل دو نفر آنان یکسان است؟

خارج تجربی ۹۲ | پاسخ: ۲

۱) $\frac{۱۹}{۴۸}$ ۲) $\frac{۴۱}{۹۶}$ ۳) $\frac{۲۳}{۴۸}$ ۴) $\frac{۵۵}{۹۶}$

حداقل ۲ نفر از ۴ نفر، یعنی ۲ نفر یا ۳ نفر یا ۴ نفر ماه تولدشان یکسان باشد. محاسبه‌ی این حالات طولانی و وقت‌گیر است. پس از متمم آن استفاده می‌کنیم که در آن ماه تولد هر ۴ نفر متفاوت است. در پیشامد متمم، نفر اول می‌تواند در هر یک از ۱۲ ماه متولد شده باشد، نفر دوم در هر ماه به جز ماه تولد نفر اول (یکی از ۱۱ ماه باقی‌مانده)، نفر سوم در هر ماه به جز ماه تولد دو نفر اول (یکی از ۱۰ ماه باقی‌مانده) و نفر چهارم در هر ماه به جز ماه تولد سه نفر اول (یکی از ۹ نفر باقی‌مانده). بنابراین:

$$P(A') = \frac{۱۲}{۱۲} \times \frac{۱۱}{۱۲} \times \frac{۱۰}{۱۲} \times \frac{۹}{۱۲} = \frac{۵۵}{۹۶} \Rightarrow P(A) = ۱ - \frac{۵۵}{۹۶} = \frac{۴۱}{۹۶}$$

۴۰ احتمال این که شخص A تا ۲۰ سال دیگر ناراحتی قلبی پیدا کند، ۰/۶ و احتمال این که شخص B تا ۲۰ سال دیگر ناراحتی قلبی پیدا کند، ۰/۷ است. چه‌قدر احتمال دارد که حداقل یکی از آن‌ها تا ۲۰ سال دیگر ناراحتی قلبی پیدا <u>نکنند</u>؟

تمرین کتاب درسی | پاسخ: ۴

۱) ۰/۴ ۲) ۰/۸ ۳) ۰/۴۲ ۴) ۰/۵۸

از روش متمم برای حل استفاده می‌کنیم. حداقل یکی ناراحتی قلبی پیدا نکند، یعنی یکی از آن‌ها ناراحتی پیدا نکند یا هر دو ناراحتی پیدا نکنند و متمم آن وقتی رخ می‌دهد که هر دو ناراحتی قلبی پیدا کنند. یعنی باید $P(A \cap B)$ را بیابیم. از طرفی A و B مستقل‌اند، پس داریم:

$$\text{متمم}: \ P(A \cap B) = P(A) \times P(B) = ۰/۶ \times ۰/۷ = ۰/۴۲ \Rightarrow P(\text{خواسته‌ی مسأله}) = ۱ - ۰/۴۲ = ۰/۵۸$$

۴۱ می‌دانیم ۴۰ درصد ژن‌های تعیین‌کننده‌ی عامل RH خون منفی‌اند. با کدام احتمال در خانواده‌ای دو فرزند از لحاظ خونی دارای یک نوع RH هستند؟

تمرین کتاب درسی | پاسخ: ۱

۱) ۰/۷۳۱۲ ۲) ۰/۵۲ ۳) ۰/۳۲ ۴) ۰/۷۰۵۶

از زیست‌شناسی می‌دانید، برای آن که فردی دارای RH منفی باشد لازم است دو ژن منفی داشته باشد که این ژن‌ها را از هر یک از والدین خود به ارث می‌برد. پس می‌توان منفی بودن هر یک از ژن‌ها را مستقل فرض کرد:

$$P(\text{منفی } RH) = P(\text{هر دو ژن منفی}) = \frac{۴۰}{۱۰۰} \times \frac{۴۰}{۱۰۰} = ۰/۱۶ \Rightarrow P(\text{مثبت } RH) = ۱ - ۰/۱۶ = ۰/۸۴$$

دو فرزند دارای یک نوع RH باشند، یعنی هر دو RH منفی یا هر دو RH مثبت داشته باشند. از طرفی RH فرزندان هم مستقل از هم است. پس داریم:

$$\text{احتمال موردنظر} = P(\text{فرزند اول RH منفی}) \times P(\text{فرزند دوم RH منفی}) \overset{\text{یا}}{+} P(\text{فرزند اول RH مثبت}) \times P(\text{فرزند دوم RH مثبت})$$

$$= ۰/۱۶ \times ۰/۱۶ + ۰/۸۴ \times ۰/۸۴ = ۰/۷۳۱۲$$

ورژن دیگر: احتمال آن که در خانواده‌ای اولین فرزند با RH منفی، فرزند سوم خانواده باشد، چه‌قدر است؟

پاسخ: اگر فرزند سوم، اولین فرزند با RH منفی باشد، نتیجه می‌گیریم که دو فرزند اول و دوم RH مثبت داشته‌اند. بنابراین داریم:

$$\text{احتمال موردنظر} = \underset{\substack{\downarrow \\ \text{فرزند اول} \\ \text{RH مثبت}}}{۰/۸۴} \times \underset{\substack{\downarrow \\ \text{فرزند دوم} \\ \text{RH مثبت}}}{۰/۸۴} \times \underset{\substack{\downarrow \\ \text{فرزند سوم} \\ \text{RH منفی}}}{۰/۱۶} \simeq ۰/۱۱۲۹$$

۴۲ **دو تاس سالم را با هم پرتاب می‌کنیم تا برای اولین بار هر دو عدد رو شده زوج باشند. با کدام احتمال حداکثر در سه پرتاب نتیجه حاصل می‌شود؟**

داخل تجربی ۹۱ | پاسخ: ۲

۱) $\frac{۲۷}{۶۴}$ ۲) $\frac{۳۷}{۶۴}$ ۳) $\frac{۱۹}{۳۲}$ ۴) $\frac{۳۹}{۶۴}$

برای حل سؤال باید صورت سؤال را خوب معنی کنید. احتمال آن که در پرتاب دو تاس سالم هر دو عدد رو شده زوج باشد، برابر است با:

$$\overset{\text{زوج بودن تاس اول}}{\frac{۳}{۶}} \times \overset{\text{زوج بودن تاس دوم}}{\frac{۳}{۶}} = \frac{۱}{۲} \times \frac{۱}{۲} = \frac{۱}{۴}$$

پس احتمال آن که هر دو عدد رو شده زوج نباشد $\frac{۳}{۴} = \frac{۱}{۴} - ۱$ است. حداکثر در ۳ پرتاب، یعنی یا بار اول هر دو زوج بیاید یا اگر بار اول نشد، بار دوم هر دو زوج بیاید یا اگر بار اول و دوم نشد، بار سوم حتماً هر دو زوج بیاید! بنابراین:

$$P = \underset{\text{بار اول ok}}{\frac{۱}{۴}} \overset{\text{یا}}{+} \underset{\text{بار اول نشد}}{\frac{۳}{۴}} \times \overset{\text{بار دوم ok}}{\frac{۱}{۴}} \overset{\text{یا}}{+} \underbrace{\frac{۳}{۴} \times \frac{۳}{۴}}_{\text{بار اول و دوم نشد}} \times \overset{\text{بار سوم ok}}{\frac{۱}{۴}} = \frac{۱}{۴} + \frac{۳}{۱۶} + \frac{۹}{۶۴} = \frac{۳۷}{۶۴}$$

ترفند ویژه: متمم این‌که حداکثر در سه پرتاب نتیجه حاصل شود، این است که در سه پرتاب اول نتیجه حاصل نشود، یعنی:

$$P(A') = \frac{۳}{۴} \times \frac{۳}{۴} \times \frac{۳}{۴} = \frac{۲۷}{۶۴} \Rightarrow P(A) = ۱ - \frac{۲۷}{۶۴} = \frac{۳۷}{۶۴}$$

۱۵ احتمال شرطی

دو پیشامد A و B را در نظر بگیرید. احتمال رخ دادن A به شرطی که B رخ داده باشد را به‌صورت $P(A|B)$ نمایش داده و از فرمول زیر محاسبه می‌کنند:

$$\boxed{P(A|B) = \frac{n(A \cap B)}{n(B)} = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}}$$

دید ویژه: بارها شده دانش‌آموز پرسیده از کجا بفهمیم مسأله شرطی هست یا نه! باید بگوییم در مسائل شرطی همواره کلماتی مانند «**می‌دانیم که**»، «**فرض کنید**»، «**اگر**» می‌آید و در ادامه‌ی آن خبری درباره‌ی آزمایش می‌دهند، سپس از ما می‌خواهند با توجه به آن خبر، احتمال وقوع چیز دیگری را حساب کنیم. **مثلاً** می‌گویند «$\underbrace{\text{اگر عدد رو شده‌ی تاس، عددی اول باشد}}_{\text{خبر}}$، احتمال فرد بودن آن چه‌قدر است؟»

◄ ***روش:*** خوب دقت کنید! برای حل مسائل شرطی اکثر مواقع از فرمول فوق استفاده نمی‌کنیم، بلکه ابتدا شرط مسأله را روی فضای نمونه‌ای اعمال می‌کنیم و سپس در **فضای نمونه‌ای جدید** به دنبال خواسته‌ی مسأله می‌گردیم. **مثلاً** در پرتاب یک تاس اگر بگویند می‌دانیم عددی زوج آمده است، این شرط باعث می‌شود فضای نمونه‌ای جدید $S = \{۲، ۴، ۶\}$ شود. حال اگر بخواهند احتمال ۲ آمدن را بگوییم، با توجه به فضای نمونه‌ای جدید پاسخ می‌دهیم: $\frac{۱}{۳}$.

◄ ***نکته:*** اگر A و B ناسازگار باشند (یعنی $P(A \cap B) = ۰$)، آن‌گاه $P(A|B) = P(B|A) = ۰$ و اگر A و B مستقل باشند $P(A|B) = P(A)$ و $P(B|A) = P(B)$.

۴۳ **در یک خانواده‌ی سه فرزندی می‌دانیم فرزند اول آن‌ها دختر است. با کدام احتمال، لااقل یکی از فرزندان پسر است؟**

داخل تجربی ۸۷ | پاسخ: ۴

۱) $\frac{۱}{۳}$ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) $\frac{۵}{۸}$ ۴) $\frac{۳}{۴}$

فرزند اول دختر است، پس وضعیت فرزند اول مشخص است. لذا فضای نمونه‌ای جدید را جنسیت دو فرزند دیگر در نظر می‌گیریم. حال می‌خواهیم لااقل یکی از فرزندان پسر باشد، پس احتمال آن با توجه به فضای نمونه‌ای جدید، $\frac{۳}{۴}$ است:

$$S_{\text{جدید}} = \{ \underbrace{\overset{\checkmark}{(\text{پ، پ})} ، \overset{\checkmark}{(\text{د، پ})} ، \overset{\checkmark}{(\text{پ، د})}}_{\text{لااقل ۱ پسر (۱ یا ۲ پسر)}} ، (\text{د، د}) \}$$

۴۴ **خانواده‌ای دارای چهار فرزند است. می‌دانیم که دو فرزند اول آن‌ها پسر است. احتمال آن‌که دو فرزند دیگر این خانواده دختر باشد، کدام است؟**

داخل تجربی ۸۲ | پاسخ: ۲

۱) $\frac{۳}{۱۶}$ ۲) $\frac{۱}{۴}$ ۳) $\frac{۵}{۱۶}$ ۴) $\frac{۳}{۸}$

دو فرزند اول پسر می‌باشد، پس وضعیت دو فرزند اول مشخص است. لذا فضای نمونه‌ای جدید را جنسیت دو فرزند دیگر در نظر می‌گیریم. حال می‌خواهیم هر دو دختر باشند، پس احتمال آن $\frac{۱}{۴}$ است:

S جدید = {(پ، پ) ، (پ، د) ، (د، پ) ، (د، د)}

۴۵ **در یک خانواده‌ی سه فرزندی، می‌دانیم یکی از فرزندان پسر است. با کدام احتمال دو فرزند دیگر، دختر است؟**

خارج تجربی ۸۹ و مشابه خارج تجربی ۸۵ | پاسخ: ۲

۱) $\frac{۳}{۸}$ ۲) $\frac{۳}{۷}$

۳) $\frac{۴}{۷}$ ۴) $\frac{۵}{۸}$

در یک خانواده‌ی ۳ فرزندی، می‌دانیم یکی از فرزندان پسر است. پس این خانواده نمی‌تواند سه دختر داشته باشد و فضای نمونه‌ای به‌صورت زیر در می‌آید:

S جدید = {(پپپ)، (ددپ)، (دپد)، (پدد)، (دپپ)، (پدپ)، (پپد)} ⇒ P (دختر بودن دو فرزند دیگر) = $\frac{۳}{۷}$

۴۶ **یک خانواده‌ی سه فرزندی با کدام احتمال، حداقل دو فرزند دختر دارد، در صورتی که می‌دانیم حداقل یکی از فرزندان، دختر است؟**

خارج تجربی ۸۷ | پاسخ: ۴

۱) $\frac{۳}{۸}$ ۲) $\frac{۵}{۸}$ ۳) $\frac{۳}{۷}$ ۴) $\frac{۴}{۷}$

کلمه‌ی «می‌دانیم» به همراه جمله‌ی خبری بعد از آن، به ما می‌گوید که با احتمال شرطی روبه‌رو هستیم. می‌دانیم حداقل یکی از فرزندان، دختر است. پس این خانواده سه پسر نمی‌تواند داشته باشد و فضای نمونه‌ای جدید را به‌صورت زیر درنظر می‌گیریم. حال با توجه به این فضای نمونه‌ای، احتمال داشتن حداقل ۲ دختر (۲ یا ۳ دختر) برابر است با:

S جدید = {(ددد)، (ددپ)، (دپد)، (پدد)، (دپپ)، (پدپ)، (پپد)} ⇒ P(A) = $\frac{۴}{۷}$

۴۷ **در پرتاب دو تاس با هم، هر دو عدد فرد ظاهر شده‌اند. با کدام احتمال مجموع این دو عدد کم‌تر از ۱۰ می‌باشد؟**

برگرفته از کتاب درسی | پاسخ: ۴

۱) $\frac{۵}{۶}$ ۲) $\frac{۷}{۸}$ ۳) $\frac{۷}{۹}$ ۴) $\frac{۸}{۹}$

خبری در مورد پرتاب دو تاس در صورت مسأله بیان شده است، پس احتمال شرطی می‌باشد. با توجه به آن‌که دو عدد فرد ظاهر شده است، فضای نمونه‌ای جدید را می‌نویسیم.

S جدید = {(۱،۱)،(۱،۳)،(۱،۵)،(۳،۱)،(۳،۳)،(۳،۵)،(۵،۱)،(۵،۳)،(۵،۵)} ⇒ n(S جدید) = ۹

حال در این فضای نمونه‌ای جدید دنبال زوج مرتب‌هایی می‌گردیم که جمع دو مؤلفه‌ی آن‌ها کم‌تر از ۱۰ باشد که از ۹ زوج مرتب فوق، ۸ تا این ویژگی را دارند (همه به جز (۵،۵)). پس داریم:

P(A) = $\frac{۸}{۹}$

۱۶ انتخاب مهره یا کارت یا ... بدون جایگذاری و با جایگذاری

۱ فرض کنید انتخاب مهره از کیسه به‌صورت پی‌درپی (یکی پس از دیگری، پشت سرهم) و بدون جایگذاری باشد.

روش: در هر مرحله از تعداد کل مهره‌ها و از تعداد مهره‌هایی که همرنگ مهره‌ی خروجی‌اند، یکی کم می‌شود و جواب احتمال‌ها را در هم‌ضرب می‌کنیم. **مثلاً:** در کیسه‌ای شامل سه مهره‌ی سفید و چهار مهره‌ی سیاه، اگر سه مهره به طور متوالی خارج کنیم، احتمال این که اولی سفید، دومی سیاه و سومی سفید باشند، برابر است با:

احتمال موردنظر = $\underbrace{\frac{۳}{۷}}_{\text{اولی سفید}} \times \underbrace{\frac{۴}{۶}}_{\text{دومی سیاه}} \times \underbrace{\frac{۲}{۵}}_{\text{سومی سفید}}$

۲ فرض کنید انتخاب مهره از کیسه به‌صورت پی‌درپی و با جایگذاری باشد.

◀ **روش:** در هر مرحله تعداد کل مهره‌ها ثابت می‌ماند. در حقیقت برداشتن مهره‌ها تأثیری در تعداد کل آن‌ها ندارد. حال مثال بیان شده را با جایگذاری حل می‌کنیم:

احتمال موردنظر $= \underset{\text{اولی سفید}}{\frac{۳}{۷}} \times \underset{\text{دومی سیاه}}{\frac{۴}{۷}} \times \underset{\text{سومی سفید}}{\frac{۳}{۷}}$

ترفند ویژه: اگر در مسأله از برخی مهره‌های خارج شده اصلاً صحبت نشود، فرض می‌کنیم آن مهره‌ها اصلاً انتخاب نشده‌اند. (مصداق عبارت معروف: کان لم یکن!)

۴۸ **از بین ۳ کارت سفید و ۴ کارت سبز یکسان به تصادف یک کارت بدون جایگذاری بیرون می‌آوریم، سپس کارت دوم را خارج می‌کنیم. با کدام احتمال هر دو کارت هم‌رنگ هستند؟** داخل تجربی ۹۱ | پاسخ: ۳

۱) $\frac{۲}{۷}$ ۲) $\frac{۵}{۱۴}$ ۳) $\frac{۳}{۷}$ ۴) $\frac{۴}{۷}$

هر دو کارت هم‌رنگ، یعنی هر دو سبز یا هر دو سفید باشند. داریم:

$$P = \underset{\text{کارت اول سبز}}{\frac{۴}{۷}} \times \overset{\text{کارت دوم سبز}}{\frac{۳}{۶}} + \underset{\text{کارت اول سفید}}{\frac{۳}{۷}} \times \overset{\text{کارت دوم سفید}}{\frac{۲}{۶}} = \frac{۱۲}{۴۲} + \frac{۶}{۴۲} = \frac{۱۸}{۴۲} = \frac{۳}{۷}$$

۴۹ **در جعبه‌ای ۶ مهره‌ی سفید و ۹ مهره‌ی سیاه موجود است. دو مهره متوالیاً و بدون جای‌گذاری از آن بیرون می‌آوریم. با کدام احتمال بدون توجه به اولین مهره، دومین مهره‌ی خارج‌شده سفید است؟** داخل تجربی ۹۲ | پاسخ: ۴

۱) $\frac{۵}{۱۴}$ ۲) $\frac{۳}{۷}$ ۳) $\frac{۳}{۵}$ ۴) $\frac{۲}{۵}$

طبق ترفند ویژه‌ی درسنامه چون به رنگ اولین مهره اشاره نشده، آن را کنار گذاشته و فکر می‌کنیم مهره‌ی اول از ابتدا انتخاب نشده است. پس داریم:

P (دومین مهره سفید باشد.) = P (اولین مهره سفید باشد.) $= \frac{۶}{۹+۶} = \frac{۶}{۱۵} = \frac{۲}{۵}$

۵۰ **در آزمایشگاهی ۵ موش سفید و ۳ موش سیاه نگهداری می‌شوند. به تصادف متوالیاً سه موش از بین آن‌ها انتخاب می‌شود. با کدام احتمال، اولین موش سفید و سومین موش سیاه است؟** داخل تجربی ۸۸ | پاسخ: ۴

۱) $\frac{۱۱}{۵۶}$ ۲) $\frac{۱۷}{۵۶}$ ۳) $\frac{۱۳}{۵۶}$ ۴) $\frac{۱۵}{۵۶}$

طبق ترفند ویژه‌ی درسنامه چون به رنگ موش دوم اشاره نشده است. پس فرض می‌کنیم موش دوم انتخاب نشده است. انگار فقط دو موش انتخاب کرده‌ایم و می‌خواهیم اولی سفید و بعدی سیاه باشد:

P (اولی سفید) × P (بعدی سیاه) $= \frac{۵}{۸} \times \frac{۳}{۷} = \frac{۱۵}{۵۶}$

۵۱ **در کیسه‌ای ۵ مهره با شماره‌های ۱ تا ۵ وجود دارد. این مهره‌ها را به‌طور تصادفی پی‌درپی و بدون جایگذاری خارج می‌کنیم. با کدام احتمال دو مهره با شماره‌ی فرد متوالیاً خارج <u>نمی‌شود</u>؟** داخل تجربی ۹۲ | پاسخ: ۱

۱) ۰/۱ ۲) ۰/۱۵ ۳) ۰/۲۵ ۴) ۰/۲

برای آن که بتوانید از پس حل این سؤال برآیید، باید مفهوم سؤال را خوب درک کنید. می‌خواهیم دو مهره با شماره‌ی فرد متوالیاً خارج <u>نشود</u>، پس باید ترتیب خارج شدن مهره‌ها با شماره‌های فرد و زوج یکی در میان و به‌صورت زیر باشد:

احتمال = P (اولی فرد) ×P (دومی زوج) ×P (سومی فرد) ×P (چهارمی زوج)×P (پنجمی فرد) $= \frac{۳}{۵} \times \frac{۲}{۴} \times \frac{۲}{۳} \times \frac{۱}{۲} \times \frac{۱}{۱} = \frac{۱}{۱۰} = ۰/۱$

در هر مرحله از تعداد کل مهره‌ها یکی کم می‌شود.

۱۷ قاعده‌ی احتمال کل (نمودار درختی)

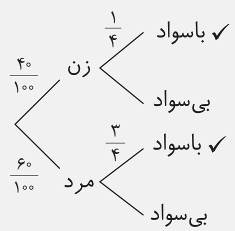
مسائلی که از چند قسمت مختلف تشکیل شده و احتمال هر قسمت در مسأله داده می‌شود و احتمال کل را می‌خواهند، به مسائل قاعـده‌ی احتمال کل معروف‌اند.

دید ویژه: راه شناخت این مسائل که در کنکور اهمیت زیادی داشته‌اند، این است که در اکثر این مسائل کلماتی به‌کار مـی‌رود کـه متضـاد هم هستند، مانند: زن ـ مرد، باسواد ـ بی‌سواد، سالم ـ بیمار و ... . هم‌چنین در برخی از این نوع مسائل مجبـوریم بـرای حـل، مسـأله را بـه چنـد قسمت مختلف تفکیک کنیم. **مثلاً:** انتخاب مهره از چند ظرف داده شده که باید انتخاب مهره از هر کدام از ظرف‌ها را جداگانه انجام دهیم و ... .

◀ **روش:** ابتدا احتمال‌های هر مورد را روی شاخه‌های درخت رسم شده می‌نویسیم، سپس احتمال‌های قسـمت بعـدی را روی شـاخه‌هـای بعدی، مطابق خواسته‌ی مسأله، مشخص می‌کنیم. در انتها اعداد روی شاخه‌های موردنظر را در هم ضرب کرده و سپس جواب‌های حاصـل را با هم جمع می‌کنیم.

◀ **مثال: جامعه‌ای شامل ٪۴۰ زن و ٪۶۰ مرد می‌باشد. $\frac{۱}{۴}$ زنان و $\frac{۳}{۴}$ مردان باسوادند. با چه احتمالی فرد انتخابی از این جامعه باسواد است؟**

پاسخ:



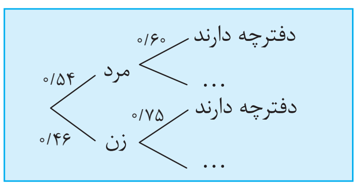
$$\Rightarrow P=\frac{۴}{۱۰۰}\times\frac{۱}{۴}+\frac{۶۰}{۱۰۰}\times\frac{۳}{۴}=۰/۴۶$$

ترفند ویژه: خیلی وقت‌ها بچه‌ها نمی‌دانند چه چیزی را در کدام شاخه بیاورند. باید بگوییم معمـولاً در ایـن مسـائل، چیـزی کـه در انتهای مسأله پرسیده شده است را در شاخه‌ی دوم می‌آوریم. **مثلاً:** در مثال قبل باسواد بودن در شاخه‌ی دوم آمد.

۵۲ در یک روستا ۵۴ درصد جمعیت را مردان و ۴۶ درصد را زنان تشـکیل می‌دهنـد. اگـر ۶۰ درصـد مـردان و ۷۵ درصـد زنـان دفترچه‌ی سلامت داشته باشند، با کدام احتمال یک فرد انتخابی به تصادف از بین آن‌ها، دفترچه‌ی سلامت دارد؟
خارج تجربی ۹۰ و مشابه خارج تجربی ۸۸ | پاسخ: ۲

۱) ۰/۶۵۸ ۲) ۰/۶۶۹ ۳) ۰/۶۸۵ ۴) ۰/۶۹۶

چون در انتها در مورد دفترچه داشتن پرسیده شده است، شاخه‌ی دوم را داشتن دفترچه می‌گیریم:

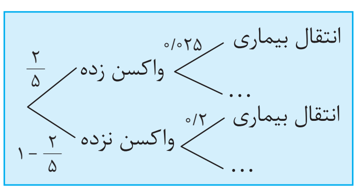


$$\Rightarrow P=\frac{۵۴}{۱۰۰}\times\frac{۶}{۱۰}+\frac{۴۶}{۱۰۰}\times\frac{۷۵}{۱۰۰}=\frac{۳۲۴}{۱۰۰۰}+\frac{۳۴۵}{۱۰۰۰}=\frac{۶۶۹}{۱۰۰۰}=۰/۶۶۹$$

Save time: برای بالا بردن سرعت در این‌گونه مسائل عمداً در کسرهای $\frac{۵۴}{۱۰۰}$ و $\frac{۶}{۱۰}$ و ... صورت و مخرج را با هم ساده نکردیم. زیرا معمولاً در تست‌های کنکور، گزینه‌ها به‌صورت اعشاری داده می‌شوند و لذا بهتر است در کسرها، مخرج توان‌های ۱۰ مثل ۱۰، ۱۰۰، ۱۰۰۰ و ... باشد.

۵۳ احتمال انتقال بیماری مسری به افرادی که واکسن زده‌اند، ۰/۰۲۵ و احتمال انتقال به افراد دیگر ۰/۲ است. $\frac{۲}{۵}$ کارگران یک کارگـاه واکسن زده‌اند. اگر فرد حامل بیماری به تصادف با یکی از کارگران ملاقات کند، با کدام احتمال، این بیماری منتقل می‌شود؟
داخل تجربی ۸۹ | پاسخ: ۱

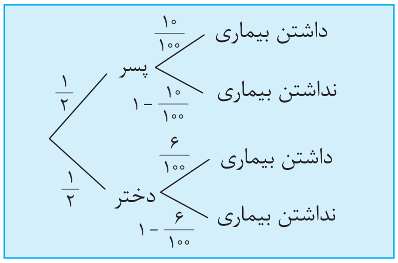
۱) ۰/۱۳ ۲) ۰/۱۴ ۳) ۰/۱۵ ۴) ۰/۱۶



$$\Rightarrow P=\frac{۲}{۵}\times\frac{۲۵}{۱۰۰۰}+\left(۱-\frac{۲}{۵}\right)\times\frac{۲}{۱۰}=\frac{۱}{۱۰۰}+\frac{۶}{۵۰}=\frac{۱}{۱۰۰}+\frac{۱۲}{۱۰۰}=\frac{۱۳}{۱۰۰}=۰/۱۳$$

۵۴ **انتقال نوعی بیماری ارثی از والدین به فرزند پسر ۱۰ درصد و به فرزند دختر ۶ درصد است. با کدام احتمال فرزندی که به دنیا می‌آید این نوع بیماری را <u>ندارد</u>؟** داخل تجربی ۸۳ | پاسخ: ۲

۱) ۰/۹۱ ۲) ۰/۹۲ ۳) ۰/۹۳ ۴) ۰/۹۴



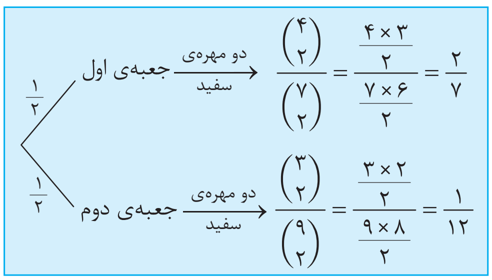
برای آن که فرزند بیماری را نداشته باشد، باید بیماری به صورت ارثی به وی منتقل <u>نشده</u> باشد، بنابراین داریم:

$$\Rightarrow P=\frac{۱}{۲}\times\underbrace{\left(۱-\frac{۱۰}{۱۰۰}\right)}_{\frac{۹۰}{۱۰۰}}+\frac{۱}{۲}\times\underbrace{\left(۱-\frac{۶}{۱۰۰}\right)}_{\frac{۹۴}{۱۰۰}}=\frac{۱}{۲}\left(\frac{۹۰}{۱۰۰}+\frac{۹۴}{۱۰۰}\right)=\frac{۹۲}{۱۰۰}=۰/۹۲$$

۵۵ **در جعبه‌ی اول ۴ مهره‌ی سفید و ۳ مهره‌ی سیاه، در جعبه‌ی دوم ۳ مهره‌ی سفید و ۶ مهره‌ی سیاه موجود است. به تصادف یکی از جعبه‌ها را انتخاب کرده و دو مهره با هم از آن بیرون می‌آوریم. با کدام احتمال هر دو مهره سفید است؟** خارج تجربی ۹۲ | پاسخ: ۱

۱) $\frac{۳۱}{۱۶۸}$ ۲) $\frac{۱۱}{۵۶}$ ۳) $\frac{۱۷}{۸۴}$ ۴) $\frac{۱۳}{۵۶}$

برای حل مجبوریم مسأله را به دو قسمت مختلف تفکیک کنیم (انتخاب مهره از جعبه‌ی اول یا انتخاب از جعبه‌ی دوم). پس از نمودار درختی استفاده می‌کنیم:

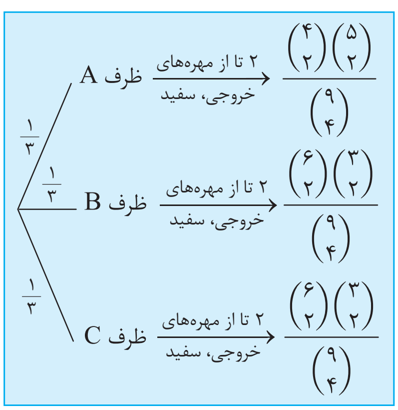


$$\Rightarrow P=\frac{۱}{۲}\times\frac{۲}{۷}+\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۱۲}=\frac{۱}{۲}\overbrace{\left(\frac{۲}{۷}+\frac{۱}{۱۲}\right)}^{\frac{۳۱}{۸۴}}=\frac{۱}{۲}\times\frac{۳۱}{۸۴}=\frac{۳۱}{۱۶۸}$$

۵۶ **ظرف A دارای ۴ مهره‌ی سفید و ۵ مهره‌ی سیاه است و هر یک از دو ظرف یکسان B و C دارای ۶ مهره‌ی سفید و ۳ مهره‌ی سیاه است. به تصادف یکی از سه ظرف را انتخاب کرده و ۴ مهره از آن خارج می‌کنیم. با کدام احتمال دو مهره از مهره‌های خارج شده، سفید است؟** داخل تجربی ۹۳ | پاسخ: ۱

۱) $\frac{۲۵}{۶۳}$ ۲) $\frac{۲۶}{۶۳}$ ۳) $\frac{۱۰}{۲۱}$ ۴) $\frac{۱۱}{۲۱}$

برای حل مجبوریم مسأله را به سه قسمت مختلف تفکیک کنیم (انتخاب از ظرف A یا B یا C) پس از نمودار درختی استفاده می‌کنیم که شاخه‌ی دوم در آن خارج شدن مهره‌ی سفید می‌باشد. دقت کنید شانس انتخاب هر کدام از ظروف یکسان و برابر $\frac{۱}{۳}$ است. پس داریم:



$$P=\frac{۱}{۳}\times\frac{\binom{۴}{۲}\binom{۵}{۲}}{\binom{۹}{۴}}+\frac{۱}{۳}\times\frac{\binom{۶}{۲}\binom{۳}{۲}}{\binom{۹}{۴}}+\frac{۱}{۳}\times\frac{\binom{۶}{۲}\binom{۳}{۲}}{\binom{۹}{۴}}$$

$$=\frac{۱}{۳}\times\frac{\frac{۴\times۳}{۲}\times\frac{۵\times۴}{۲}+\frac{۶\times۵}{۲}\times\frac{۳\times۲}{۲}+\frac{۶\times۵}{۲}\times\frac{۳\times۲}{۲}}{\frac{۹!}{۴!۵!}}$$

$$=\frac{۱}{۳}\times\frac{۶۰+۴۵+۴۵}{\frac{۹\times۸\times۷\times۶\times\cancel{۵!}}{۲۴\times\cancel{۵!}}}=\frac{۱}{۳}\times\frac{۱۵۰}{۱۲۶}=\frac{۲۵}{۶۳}$$

۱۸ متغیر تصادفی

متغیر تصادفی (X) عددی است که در یک آزمایش به هر نتیجه‌ی آزمایش داده می‌شود. **مثلاً**: در پرتاب دو سکه، اگر متغیر تصادفی را تعداد «رو» آمدن‌ها فرض کنیم، آن‌گاه X می‌تواند ۰، ۱ یا ۲ باشد. زیرا در پرتاب دو سکه یا ۰ بار «رو» یا ۱ بار «رو» و یا ۲ بار «رو» ظاهر می‌شود.

جدول توزیع احتمال: فرض کنید بخواهیم جدول توزیع احتمال پرتاب دو سکه را رسم کنیم که در آن X تعداد «رو» آمدن‌ها است. X می‌تواند ۰، ۱ و ۲ باشد. حال احتمال مربوط به X های مختلف را یافته و در جدول، زیر آن می‌نویسیم:

X	۰	۱	۲
$P(X)$	$\frac{\binom{۲}{۰}}{۲^۲}$	$\frac{\binom{۲}{۱}}{۲^۲}$	$\frac{\binom{۲}{۲}}{۲^۲}$

$\Rightarrow$

X	۰	۱	۲
$P(X)$	$\frac{۱}{۴}$	$\frac{۲}{۴}$	$\frac{۱}{۴}$
	$P(X=۰)$	$P(X=۱)$	$P(X=۲)$

نکته: جمع تمام احتمال‌ها در جدول توزیع احتمال همواره برابر **یک** است. یعنی اگر مقادیر X در جدول توزیع احتمال ۰، ۱، ۲، ...، n باشد، داریم:
$$P(۰ \le X \le n) = P(X=۰) + P(X=۱) + \cdots + P(X=n) = ۱$$

مثلاً: در جدول فوق، X برابر ۰، ۱ و ۲ بود و دیدیم که:
$$P(۰ \le X \le ۲) = P(X=۰) + P(X=۱) + P(X=۲) = \frac{۱}{۴} + \frac{۲}{۴} + \frac{۱}{۴} = \frac{۴}{۴} = ۱$$

دید ویژه: از جدول توزیع احتمال هنوز تست‌های طرح نشده‌ی مختلفی وجود دارد. سرعت، فاکتور مهمی در حل تست‌های این بخش است. برای بالا بردن سرعت در سؤالات این بخش بهتر است، ابتدا متغیر X مربوط به سؤال را خوب معنی کرده و سپس به سرعت احتمال‌های مختلف جدول را به‌دست آورید.

۵۷ **در آزمایشگاهی ۶ موش سیاه و ۴ موش سفید موجود است. به طور تصادفی ۲ موش از بین آن‌ها خارج می‌کنیم. X تعداد موش‌های سفید خارج شده است. بیشترین مقدار در توزیع احتمال آن کدام است؟** (داخل تجربی ۹۱ | پاسخ: ۳)

۱) $\frac{۲}{۵}$ ۲) $\frac{۷}{۱۵}$ ۳) $\frac{۸}{۱۵}$ ۴) $\frac{۳}{۵}$

این تست، تنها سؤالی بود که در کنکور سراسری مستقیماً جدول توزیع احتمال را هدف گرفته بود و سؤال هم اصلاً آسان نبود! طبق مسأله ۲ موش خارج کرده‌ایم و X تعداد موش‌های سفید خروجی است. پس X می‌تواند ۰، ۱ یا ۲ باشد. حال در جدول توزیع احتمال زیر، حالت‌های مختلف بیرون آمدن موش‌های سفید را بررسی می‌کنیم:

X	۰ موش سفید و ۲ موش سیاه ۰	۱ موش سفید و ۱ موش سیاه ۱	۲ موش سفید و ۰ موش سیاه ۲
P	$\frac{\binom{۴}{۰}\binom{۶}{۲}}{\binom{۱۰}{۲}}$	$\frac{\binom{۴}{۱}\binom{۶}{۱}}{\binom{۱۰}{۲}}$	$\frac{\binom{۴}{۲}\binom{۶}{۰}}{\binom{۱۰}{۲}}$

فضای نمونه‌ای انتخاب ۲ موش از ۱۰=۴+۶ موش موجود است.

$\xRightarrow{\text{پس از محاسبه و ساده‌سازی احتمال‌ها}}$

X	۰	۱	۲
P	$\frac{۵}{۱۵}$	$\frac{۸}{۱۵}$	$\frac{۲}{۱۵}$

بیشترین مقدار

۵۸ **جدول توزیع احتمال یک متغیر تصادفی به‌صورت زیر است. مقدار $P(X<۲)$ کدام است؟** (برگرفته از کتاب درسی | پاسخ: ۴)

X	۰	۱	۲	۳
$P(X=x)$	$\frac{a}{۴}$	$\frac{a}{۴}$	$\frac{۱}{۲}$	$\frac{a}{۲}$

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{۱}{۳}$ ۳) $\frac{۳}{۴}$ ۴) $\frac{۱}{۴}$

می‌دانیم مجموع مقادیر احتمال در جدول توزیع احتمال برابر یک است. پس:
$$\frac{a}{۴} + \frac{a}{۴} + \frac{۱}{۲} + \frac{a}{۲} = ۱ \xRightarrow{\times ۴} a + a + ۲ + ۲a = ۴ \Rightarrow ۴a + ۲ = ۴ \Rightarrow ۴a = ۲ \Rightarrow a = \frac{۱}{۲} \quad (*)$$

از طرفی $P(X<۲)$ یعنی $P(X=۰) + P(X=۱)$. با توجه به جدول داریم:
$$P(X<۲) = P(X=۰) + P(X=۱) = \frac{a}{۴} + \frac{a}{۴} = \frac{a}{۲} \overset{(*)}{=} \frac{\frac{۱}{۲}}{۲} = \frac{۱}{۴}$$

۱۹ توزیع دوجمله‌ای

برخی از آزمایش‌ها مثل پرتاب سکه دو حالت دارند. برای حل این مسائل یکی از دو حالت را پیروزی و دیگری را شکست فرض می‌کنیم. حال اگر p را احتمال پیروزی و $1-p$ را احتمال شکست در نظر بگیریم و این آزمایش را n بار تکرار کنیم، آن‌گاه احتمال k بار پیروزی از رابطه‌ی زیر به‌دست می‌آید:

$$P(\text{k بار پیروزی}) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$$

دید ویژه: مسائل این قسمت از پایه ثابت‌های کنکور سراسری محسوب می‌شوند و به راحتی می‌توان بسیاری از آن‌ها را حل نمود. البته آن‌قدر تست‌های مربوط به این مسائل در کنکور تکراری شده بود که جدیداً طراحان کنکور به فکر ترکیب این تست‌ها با سایر بخش‌ها افتاده‌اند. سند این حرف، تست بسیار مهم کنکور خارج از کشور ۹۳ است که در انتهای این فصل آن را آورده‌ایم.

ترفند ویژه: یک نکته‌ی جالب هم که می‌توانید از آن برای شناسایی تست‌های توزیع دوجمله‌ای استفاده کنید این است که این مسائل تاکنون همواره به عنوان آخرین تست بخش احتمال در دفترچه‌ی سؤالات کنکور آمده‌اند. از این نکته می‌توانید برای یافتن تست مربوط به توزیع دوجمله‌ای کمک بگیرید. دیگر چه می‌خواهید!

ورژن سخت‌تر: اگر بخواهند این مسائل را سخت کنند، در صورت مسأله از کلمات «حداقل»، «حداکثر» نیز استفاده می‌کنند که در این صورت باید چند بار از فرمول فوق استفاده کنید یا روش متمم را به کار بگیرید.

۵۹ **احتمال انتقال نوعی بیماری مسری به افراد مستعد برابر ۰/۲ است. اگر ۵ نفر مستعد، با فردی که حامل این بیماری است ملاقات کنند، با کدام احتمال ۳ نفر آنان مبتلا می‌شوند؟**

داخل تجربی ۹۳ و مشابه خارج تجربی ۹۱ | پاسخ: ۲

۱) ۰/۰۲۵۶ ۲) ۰/۰۵۱۲ ۳) ۰/۱۰۲۴ ۴) ۰/۲۰۴۸

انتقال بیماری را «پیروزی» در نظر می‌گیریم. پس $p=\frac{2}{10}$. بنابراین احتمال آن که ۳ نفر از ۵ نفر مستعد مبتلا شوند برابر می‌شود با:

$$P(\text{ابتلای ۳ نفر از ۵ نفر}) = \binom{5}{3}\left(\frac{2}{10}\right)^3\left(1-\frac{2}{10}\right)^2 = \frac{5!}{3!2!}\times\frac{8}{1000}\times\frac{64}{100} = 10\times\frac{512}{100000} = \frac{512}{10000} = 0/0512$$

دید ویژه: تست خارج از کشور ۹۱ دقیقاً شبیه این تست بود! باز هم اهمیت کنکورهای خارج از کشور سال‌های قبل!!

۶۰ **به‌طور متوسط از هر ۱۰ مشتری مراجعه کننده به فروشگاهی ۶ نفر خرید می‌کنند. در فاصله‌ی زمانی معین ۴ مشتری به این فروشگاه مراجعه می‌کنند، با کدام احتمال فقط ۳ نفر از آن‌ها خرید می‌کنند؟**

خارج تجربی ۹۰ | پاسخ: ۳

۱) ۰/۳۱۷۲ ۲) ۰/۳۲۸۲ ۳) ۰/۳۴۵۶ ۴) ۰/۳۶۵۴

خرید هر مشتری را «پیروزی» در نظر می‌گیریم. پس $p=\frac{6}{10}$. بنابراین احتمال آن که فقط ۳ نفر خرید کنند، برابر می‌شود با:

$$P(\text{خرید ۳ نفر از ۴ نفر}) = \binom{4}{3}\left(\frac{6}{10}\right)^3\left(1-\frac{6}{10}\right)^1 = 4\times\frac{216}{1000}\times\frac{4}{10} = \frac{3456}{10000} = 0/3456$$

۶۱ **دانش‌آموزی به هر یک از ۵ پرسش پنج گزینه‌ای به تصادف پاسخ می‌دهد. با کدام احتمال فقط به ۳ پرسش، پاسخ صحیح داده است؟**

داخل تجربی ۹۲ و مشابه داخل ۸۸ و خارج ۹۲ | پاسخ: ۲

۱) ۰/۰۲۵۶ ۲) ۰/۰۵۱۲ ۳) ۰/۰۷۶۸ ۴) ۰/۰۶۲۵

درست پاسخ دادن به هر تست ۵ گزینه‌ای را «پیروزی» در نظر می‌گیریم. چون هر تستی ۵ گزینه دارد و فقط یکی از آن گزینه‌ها جواب است، پس احتمال پیروزی $p=\frac{1}{5}$ است. بنابراین احتمال درست پاسخ دادن فقط به ۳ پرسش از ۵ پرسش برابر می‌شود با:

$$P = \binom{5}{3}\left(\frac{1}{5}\right)^3\left(1-\frac{1}{5}\right)^2 = \frac{5!}{3!2!}\times\left(\frac{1}{5}\right)^3\left(\frac{4}{5}\right)^2 \xrightarrow[\frac{4}{5}=\frac{8}{10}]{\frac{1}{5}=\frac{2}{10}} 10\times\left(\frac{2}{10}\right)^3\left(\frac{8}{10}\right)^2 = 10\times\frac{8}{1000}\times\frac{64}{100} = \frac{512}{10000} = 0/0512$$

Save time: چون گزینه‌ها اعداد اعشاری هستند، کسرهای موجود در پاسخ را به گونه‌ای تغییر دادیم تا در مخرج کسرها مضرب‌های ۱۰ (یعنی ۱۰، ۱۰۰، ...) قرار بگیرند.

۶۲ احتمال انتقال ویروس از فرد بیمار به افراد مستعد ۰/۱ است. اگر این بیمار با ۴ فرد مستعد ملاقات کند، با کدام احتمال ۲ یا ۳ نفر از آنان مبتلا می‌شوند؟

داخل تجربی ۸۷ | پاسخ: ۲

۱) ۰/۰۴۸۲ ۲) ۰/۰۵۲۲ ۳) ۰/۰۵۶۴ ۴) ۰/۰۵۹۴

ابتلا به بیماری (انتقال ویروس) را «پیروزی» در نظر می‌گیریم. پس $p=\frac{۱}{۱۰}$. بنابراین احتمال آن که ۲ یا ۳ نفر از ۴ نفر به بیماری مبتلا شوند برابر است با:

$$P=\underbrace{\binom{۴}{۲}\left(\frac{۱}{۱۰}\right)^{۲}\left(۱-\frac{۱}{۱۰}\right)^{۲}}_{\text{۲ پیروزی}}+\underbrace{\binom{۴}{۳}\left(\frac{۱}{۱۰}\right)^{۳}\left(۱-\frac{۱}{۱۰}\right)^{۱}}_{\text{۳ پیروزی}}=\frac{۴\times ۳}{۲}\times\frac{۱}{۱۰۰}\times\frac{۸۱}{۱۰۰}+۴\times\frac{۱}{۱۰۰۰}\times\frac{۹}{۱۰}$$

$$=\frac{۴۸۶}{۱۰۰۰۰}+\frac{۳۶}{۱۰۰۰۰}=\frac{۵۲۲}{۱۰۰۰۰}=۰/۰۵۲۲$$

۶۳ از نوعی بذر که ۸۰ درصد آنان جوانه می‌زنند، ۵ عدد کاشته شده است. با کدام احتمال، حداقل دو عدد از آن‌ها جوانه می‌زند؟

داخل تجربی ۸۹ و مشابه داخل تجربی ۸۲ | پاسخ: ۱

۱) ۰/۹۹۳۲۸ ۲) ۰/۹۹۳۶۰ ۳) ۰/۹۴۲۰۸ ۴) ۰/۹۵۱۲۰

جوانه زدن بذر را «پیروزی» در نظر می‌گیریم، پس $p=\frac{۸}{۱۰}$. از طرفی حداقل ۲ تا از ۵ بذر، یعنی ۲ یا ۳ یا ۴ یا ۵ بذر جوانه بزند که محاسبه‌ی آن وقت‌گیر است. پس از متمم استفاده می‌کنیم که در آن یک بذر جوانه زده یا هیچ بذری جوانه نزده است:

$$\text{احتمال متمم}=\binom{۵}{۰}\left(\frac{۸}{۱۰}\right)^{۰}\left(۱-\frac{۸}{۱۰}\right)^{۵}+\binom{۵}{۱}\left(\frac{۸}{۱۰}\right)^{۱}\left(۱-\frac{۸}{۱۰}\right)^{۴}=۱\times۱\times\left(\frac{۲}{۱۰}\right)^{۵}+۵\times\frac{۸}{۱۰}\times\left(\frac{۲}{۱۰}\right)^{۴}=\frac{۳۲}{۱۰^{۵}}+\frac{۶۴۰}{۱۰^{۵}}=\frac{۶۷۲}{۱۰^{۵}}$$

$$\Rightarrow \text{احتمال موردنظر}=۱-\frac{۶۷۲}{۱۰^{۵}}=۱-۰/۰۰۶۷۲=۰/۹۹۳۲۸$$

۶۴ پدر و مادری هر یک دارای یک ژن رنگ چشم مغلوب (b) و یک ژن رنگ چشم غالب (B) اند. اگر این پدر و مادر دارای سه فرزند باشند، با کدام احتمال فقط یکی از فرزندان دارای رنگ چشم مغلوب است؟

خارج تجربی ۸۶ با تغییر | پاسخ: ۳

۱) $\frac{۹}{۶۴}$ ۲) $\frac{۹}{۳۲}$ ۳) $\frac{۲۷}{۶۴}$ ۴) $\frac{۹}{۱۶}$

از زیست‌شناسی می‌دانیم که برای به‌دست آوردن رنگ چشم مغلوب یا غالب حالات مقابل را داریم:

مغلوب	bb	bB	غالب
غالب	Bb	BB	
		غالب	

$$\Rightarrow P(\text{رنگ چشم مغلوب})=P(bb)=\frac{۱}{۴}$$

در حقیقت، فضای نمونه‌ای ۴ حالت bb ، bB ، Bb و BB دارد که فقط در حالت bb رنگ چشم مغلوب خواهد شد. پس احتمال آن $\frac{۱}{۴}$ است. حال اگر مغلوب بودن رنگ چشم را «پیروزی» فرض کنیم، احتمال آن که فقط یکی از ۳ فرزند رنگ چشم مغلوب داشته باشد، برابر است با:

$$P=\binom{۳}{۱}\left(\frac{۱}{۴}\right)^{۱}\left(۱-\frac{۱}{۴}\right)^{۲}=۳\times\frac{۱}{۴}\times\frac{۹}{۱۶}=\frac{۲۷}{۶۴}$$

یک توضیح کوتاه: صورت اصلی تست از دید اساتید زیست‌شناسی اشتباه بود!! به‌همین خاطر ما آن را کمی تغییر داده‌ایم.

۶۵ آزمایشی فقط دو نتیجه‌ی شکست و پیروزی دارد. احتمال پیروزی $\frac{۳}{۴}$ است و X تعداد پیروزی‌ها در ۱۶ بار تکرار این آزمایش است. $P(۰\leq X\leq ۱۶)$ کدام است؟

داخل تجربی ۸۵ | پاسخ: ۴

۱) $\left(\frac{۳}{۴}\right)^{۱۶}$ ۲) $۱-\left(\frac{۱}{۴}\right)^{۱۶}$ ۳) $۲\binom{۱۶}{۸}\left(\frac{۳}{۴}\right)^{۸}$ ۴) ۱

X در جدول توزیع احتمال می‌تواند ۰، ۱، ۲، ...، ۱۶ باشد. از طرفی می‌دانیم جمع تمام احتمال‌ها در این جدول برابر یک است. بنابراین:

$$P(X=۰)+P(X=۱)+P(X=۲)+\cdots+P(X=۱۶)=۱\Rightarrow P(۰\leq X\leq ۱۶)=۱$$

ورژن پیشرفته: **آزمایشی مشابه، ۱۶ بار انجام شده است. اگر احتمال پیروزی برابر $\frac{۳}{۴}$ و X تعداد پیروزی‌ها باشد، در این صورت $P(۰ < X \le ۱۶)$ را بیابید.**

پاسخ: با توجه به پاسخ داده شده : $P(۰ \le X \le ۱۶) = ۱ \Rightarrow P(X=۰) + \underbrace{P(X=۱) + \dots + P(X=۱۶)}_{P(۰<X\le ۱۶)} = ۱$

$\Rightarrow P(۰ < X \le ۱۶) = ۱ - P(X=۰)$

از طرفی $P(X=۰)$ یعنی در ۱۶ بار آزمایش، صفر بار پیروز شویم. احتمال پیروزی $\frac{۳}{۴}$ است، پس احتمال شکست $۱-\frac{۳}{۴}=\frac{۱}{۴}$ بوده و داریم:

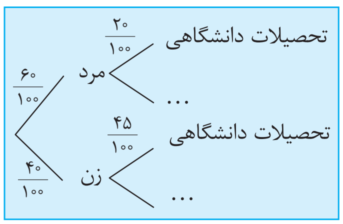
$$P(۰ < X \le ۱۶) = ۱ - \binom{۱۶}{۰}\left(\frac{۳}{۴}\right)^۰\left(\frac{۱}{۴}\right)^{۱۶} = ۱ - ۱ \times ۱ \times \left(\frac{۱}{۴}\right)^{۱۶} = ۱ - \left(\frac{۱}{۴}\right)^{۱۶}$$

۶۶ **شصت درصد از کارکنان سازمانی مرد و چهل درصد آنان زن هستند. می‌دانیم که ۲۰ درصد از مردان و ۴۵ درصد از زنان تحصیلات دانشگاهی دارند. اگر به تصادف ۳ نفر از بین آنان انتخاب شود، با کدام احتمال ۲ نفر آنان، تحصیلات دانشگاهی دارند؟**

خارج تجربی ۹۳ | پاسخ: ۱

۱) ۰/۱۸۹ ۲) ۰/۱۹۲ ۳) ۰/۱۹۶ ۴) ۰/۱۹۸

ابتدا به کمک نمودار درختی احتمال این که از بین افراد بیان شده، فردی تحصیلات دانشگاهی داشته باشد را می‌یابیم:



$$\Rightarrow P\,(\text{داشتن تحصیلات دانشگاهی}) = \frac{۶۰}{۱۰۰} \times \frac{۲۰}{۱۰۰} + \frac{۴۰}{۱۰۰} \times \frac{۴۵}{۱۰۰} = \frac{۱۲}{۱۰۰} + \frac{۱۸}{۱۰۰} = \frac{۳۰}{۱۰۰} = \frac{۳}{۱۰}$$

حال اگر داشتن تحصیلات دانشگاهی را «پیروزی» فرض کنیم، آن‌گاه $p = \frac{۳}{۱۰}$ است. بنابراین احتمال آن که ۲ نفر از ۳ نفر تحصیلات دانشگاهی داشته باشند، برابر می‌شود با:

$$P\,(\text{داشتن تحصیلات دانشگاهی ۲ نفر از ۳ نفر}) = \binom{۳}{۲}\left(\frac{۳}{۱۰}\right)^۲\left(۱-\frac{۳}{۱۰}\right)^۱ = ۳ \times \frac{۹}{۱۰۰} \times \frac{۷}{۱۰} = \frac{۱۸۹}{۱۰۰۰} = ۰/۱۸۹$$

دید ویژه: یک ترکیب عالی و جالب! برای اولین بار بود که در کنکور، نمودار درختی (احتمال کل) و توزیع دوجمله‌ای با هم ترکیب شده بودند! به زودی احتمالاً شاهد تست‌های ترکیبی (مانند این سؤال) در سؤالات احتمال کنکور خواهیم بود.

یادداشت