

فصل ۱ راهبردهای حل مسئله

برای حل مسائل ریاضی، راهبردهای (روش‌های) متفاوتی وجود دارد که با تشخیص راهبرد مناسب برای هر مسئله می‌توان آن را به روش بهتری حل کرد. ممکن است یک مسئله را بتوان با راهبردهای متفاوتی حل کرد، اما تشخیص بهترین راهبرد، اهمیت زیادی دارد که فقط در اثر تمرین و تکرار می‌توان به این مرحله‌ی تشخیص و تسلط رسید.

انواع راهبردهای حل مسئله عبارت‌اند از:

۱- رسم شکل ۲- الگوسازی

۳- حذف حالت‌های نامطلوب ۴- الگویابی

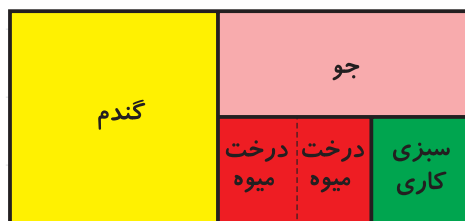
۵- حدس و آزمایش ۶- زیرمسئله

۷- حل (طرح) مسئله‌ی ساده‌تر ۸- روش‌های نمادین (استفاده از معادله یا مدل‌سازی)

اکنون به ترتیب هر یک از روش‌های بالا را با مثال مورد بررسی قرار می‌دهیم.

۱- راهبرد رسم شکل: در این روش سعی می‌کنیم که اطلاعات داده‌شده‌ی مسئله را روی شکل نشان دهیم تا نیاز به

محاسبه و عملیات ریاضی به حداقل مقدار ممکن برسد.



کشاورزی نیمی از زمین خود را گندم کاشت و نیم دیگر را دو قسمت

کرد؛ یک قسمت آن را جو کاشت و قسمت دیگر را به سه قطعه‌ی مساوی

تقسیم کرد و در یک قطعه از این سه قطعه، سبزیجات و در دو قطعه‌ی دیگر

درخت میوه کاشت. او در چه کسری از زمینش سبزیجات کاشته است؟

زمین این کشاورز را با یک مستطیل نشان می‌دهیم، ابتدا آن را به دو نیم تقسیم می‌کنیم و یک قسمت آن را به عنوان

گندم رنگ می‌کنیم. سپس نیمه‌ی دیگر را به دو قسمت مساوی تقسیم می‌کنیم و یک قسمت آن را به عنوان جو رنگ می‌کنیم و

سپس قسمت دیگر را به سه قسمت مساوی تقسیم می‌کنیم و یک قسمت آن را به عنوان سبزیجات و دو قسمت دیگر را به نشانه‌ی

درخت میوه رنگ می‌کنیم. اکنون قسمت مربوط به جو را مانند قسمت پایین و قسمت گندم (سمت چپ) را مانند سمت راست

تقسیم می‌کنیم. به این ترتیب، زمین به ۱۲ قسمت مساوی تقسیم شده که $\frac{1}{12}$ آن مربوط به سبزیجات، $\frac{2}{12}$ یا $\frac{1}{6}$ آن مربوط به

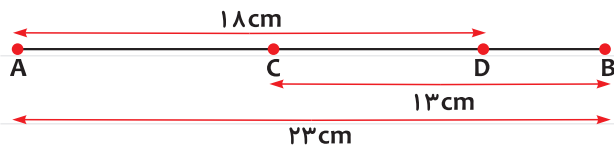
درختان میوه، $\frac{3}{12}$ یا $\frac{1}{4}$ آن مربوط به جو و $\frac{6}{12}$ یا $\frac{1}{2}$ آن مربوط به قسمت گندم است.

روی پاره‌خط AB به طول ۲۳ سانتی‌متر و بین دو نقطه‌ی A و B، نقاط C و D را طوری قرار می‌دهیم که $AD = ۱۸ \text{ cm}$ و

$BC = ۱۳ \text{ cm}$ بشود. طول پاره‌خط CD چند سانتی‌متر است؟

بنابراین شکل را به صورت زیر رسم می‌کنیم.  $AD = 18 \text{ cm}$ است. پس نقطه‌ی D باید به B نزدیک باشد و $BC = 13 \text{ cm}$ پس نقطه‌ی C باید بین نقاط A و D باشد،

$$AD = 18 \text{ cm} \Rightarrow BD = 23 - 18 = 5 \text{ cm}$$



$$BC = 13 \text{ cm} \Rightarrow CD = 13 - 5 = 8 \text{ cm}$$

۲- راهبرد الگو سازی: برای حل بعضی از مسائل مجبوریم همه‌ی حالت‌های ممکن را بنویسیم، اما برای جلوگیری از تکرار یا این که حالتی را از قلم بیندازیم، باید برای نوشتن حالت‌ها، نظم و ترتیب خاصی را رعایت کنیم، این نظم و ترتیب در نوشتن حالت‌های مختلف را، الگوسازی می‌گویند.



در شکل مقابل چند پاره‌خط وجود دارد؟ 

طبق جدول زیر نام پاره‌خط‌ها را به صورت منظم بنویسید. 

پاره‌خط $1 + 2 + 3 + 4 = 10$

مرحله‌ی اول	مرحله‌ی دوم	مرحله‌ی سوم	مرحله‌ی چهارم
AB AC AD AE	BC BD BE	CD CE	DE
عدد ۴	عدد ۳	عدد ۲	عدد ۱

چندتا عدد سه‌رقمی داریم که مجموع رقم‌های آن‌ها ۳ باشد. 

عدد $3 + 2 + 1 = 6$

مرحله‌ی اول صدگان ۱ باشد	مرحله‌ی دوم صدگان ۲ باشد	مرحله‌ی سوم صدگان ۳ باشد
۱۰۲ ۱۱۱ ۱۲۰	۲۰۱ ۲۱۰	۳۰۰
عدد ۳	عدد ۲	عدد ۱

۳- راهبرد حذف حالت‌های نامطلوب: در این روش تمام حالت‌های ممکن را با استفاده از راهبرد الگوسازی می‌نویسیم و حالت‌های نادرست (نامطلوب) را حذف می‌کنیم تا به پاسخ درست با شرایط گفته‌شده در مسئله برسیم.

مجموع سه عدد ۱۱ و حاصل ضرب آن‌ها ۴۰ است؛ آن سه عدد را بیابید. 



ریاضی ۷ ام

ابتدا یک جدول شامل شش ستون رسم می‌کنیم.

پاسخ صحیح	مجموع	حاصل ضرب	عدد سوم	عدد دوم	عدد اول
x	۲۳	۴۰	۲۰	۲	۱
x	۱۵	۴۰	۱۰	۴	۱
x	۱۴	۴۰	۸	۵	۱
x	۱۴	۴۰	۱۰	۲	۲
✓	۱۱	۴۰	۵	۴	۲

بزرگ‌ترین عدد چهاررقمی بخش‌پذیر بر ۱۵ و بدون تکرار ارقام را بنویسید.

می‌دانیم عددی بر ۱۵ بخش‌پذیر است که بر ۳ و ۵ بخش‌پذیر باشد، یعنی رقم یکان آن صفر یا ۵ و مجموع ارقام آن بر

۳ بخش‌پذیر باشد. اکنون یک جدول رسم می‌کنیم.

پاسخ درست	بررسی عدد	عدد
x	بزرگ‌ترین عدد چهاررقمی بدون تکرار ارقام. (این عدد بر ۵ بخش‌پذیر نیست.)	۹۸۷۶
x	یک واحد از عدد ۹۸۷۶ کم می‌کنیم تا عدد حاصل بر ۵ بخش‌پذیر شود، اکنون این عدد بر ۳ بخش‌پذیر نیست.	۹۸۷۵
✓	برای این که عدد بخش‌پذیر بر ۵ باقی بماند، ۵ واحد از عدد ۹۸۷۵ کم می‌کنیم. عدد حاصل مضرب ۳ و در نتیجه مضرب ۱۵ است.	۹۸۷۰

۴- راهبرد الگویابی: در این روش با الگوهای (نمونه‌های) عددی و هندسی سروکار داریم که بین هر دو عدد یا شکل متوالی

در یک سری از اعداد یا اشکال، نظم و رابطه‌ی منطقی خاصی وجود دارد که این نظم برای کل سری باید برقرار باشد.

سه عدد بعدی هر یک از الگوهای عددی زیر را بنویسید.

الف) ۲، ۶، ۱۲، ۲۰، ۳۰، ، ،

ب) ۲، ۶، ۹، ۲۷، ۳۰، ، ،

ج) ۱، ۳، ۶، ۱۰، ۱۵، ۲۱، ، ،



۲	۶	۱۲	۲۰	۳۰	۴۲	۵۶	۷۲
1×2	2×3	3×4	4×5	5×6	6×7	7×8	8×9

(الف)

$\times 3$	$+3$	$\times 3$	$+3$	$\times 3$	$+3$	$\times 3$	
۲	۶	۹	۲۷	۳۰	۹۰	۹۳	۲۷۹

(ب)

	+۲	+۳	+۴	+۵	+۶	+۷	+۸	+۹	
۱	۳	۶	۱۰	۱۵	۲۱	۲۸	۳۶	۴۵	

(ج)

با توجه به شکل‌های زیر، در شکل نهم ستاره وجود دارد؟



اگر کمی دقت کنید، متوجه می‌شوید که اعداد مربوط به تعداد ستاره‌ها در هر شکل در واقع رابطه‌ی عددی مربوط به «قسمت ج» در مثال قبل است.

شماره‌ی شکل	روش محاسبه‌ی تعداد ستاره‌ها	تعداد ستاره‌های شکل
۱	۱	۱
۲	۱+۲	۳
۳	۱+۲+۳	۶
⋮	⋮	⋮
۹	۱+۲+۳+⋯+۹	۴۵

۵- راهبرد حدس و آزمایش: در این روش با استفاده از حدس‌های منطقی و متوالی و نتیجه‌گیری از هر حدس با توجه به شرایط مسئله، به جواب می‌رسیم.

در یک پارک تعداد ۲۰ تا گربه و کبوتر هست، اگر مجموع پاهای آن ۶۴ تا باشد، تعداد گربه‌ها و کبوترها را مشخص کنید.

نتیجه‌گیری	آزمایش حدس	تعداد گربه	تعداد کبوتر
چون تعداد پاها از تعداد داده‌شده در مسئله کم‌تر شده، پس باید تعداد گربه‌ها بیشتر و تعداد کبوترها کم‌تر شود.	$۱۰ \times ۲ + ۱۰ \times ۴ = ۶۰$	۱۰	۱۰
باز هم تعداد کبوترها را کم و تعداد گربه‌ها را افزایش می‌دهیم	$۹ \times ۲ + ۱۱ \times ۴ = ۶۲$	۱۱	۹
✓	$۸ \times ۲ + ۱۲ \times ۴ = ۶۴$	۱۲	۸

هنگام تولد فرهاد، پدرش ۳۳ ساله بود، اکنون مجموع سن آن‌ها ۶۱ سال است. فرهاد چندساله است؟

اختلاف سن دو نفر در اثر گذشت زمان همواره ثابت است.

نتیجه‌گیری	مجموع سن آن‌ها (آزمایش کردن)	سن پدرش	سن فرهاد (حدس)
چون ۵۳ از ۶۱ کوچک‌تر است، باید سن هر دو نفر را افزایش داد	$۱۰ + ۴۳ = ۵۳$	$۱۰ + ۳۳ = ۴۳$	۱۰
باز هم باید سن آن‌ها را اضافه کرد	$۱۲ + ۴۵ = ۵۷$	$۱۲ + ۳۳ = ۴۵$	۱۲
✓	$۱۴ + ۴۷ = ۶۱$	$۱۴ + ۳۳ = ۴۷$	۱۴

بنابراین فرهاد ۱۴ ساله و پدرش ۴۷ ساله است.



۶- راهبرد زیر مسئله: در این روش، مسائلی که دارای پیچیدگی یا چندمرحله‌ای هستند را به مسئله‌های ساده‌تر و کوچک‌تر تبدیل می‌کنیم، هر یک از این مسئله‌های کوچک‌تر را زیرمسئله می‌گویند و با حل هر مسئله‌ی کوچک‌تر، گام به گام به جواب نهایی می‌رسیم.

🧐 مهرداد ۱۲۰۰۰ تومان پول داشت. او ۳ دفتر خرید به قیمت هر جلد ۱۵۰۰ تومان، ۴ خودکار خرید، هر یک به قیمت ۸۰۰ تومان و ۳ مداد که قیمت هر کدام ۶۰۰ تومان بود. باقی‌مانده‌ی پول او چند تومان است؟
ابتدا سؤال‌های زیر را طرح و پاسخ هر یک را حساب می‌کنیم.

- الف) مبلغ کل دفترها چند تومان است؟ $3 \times 1500 = 4500$ تومان کل دفترها: تومان
- ب) مبلغ کل خودکارها چند تومان است؟ $4 \times 800 = 3200$ تومان کل خودکارها: تومان
- ج) مبلغ کل مدادها چند تومان است؟ $3 \times 600 = 1800$ تومان کل مدادها: تومان
- د) او به طور کلی چند تومان خرج کرده است؟ کل پولی که مهرداد خرج کرده، تومان $4500 + 3200 + 1800 = 9500$
- ه) باقی‌مانده‌ی پول او چند تومان است؟ باقی‌مانده‌ی پول مهرداد، تومان $12000 - 9500 = 2500$

۷- راهبرد حل مسئله‌ی ساده‌تر: در این روش ابتدا مسئله (مسئله‌هایی) ساده‌تر و مشابه سؤال اصلی را طرح و حل می‌کنیم و سپس با استفاده از همان روش به حل مسئله‌ی اصلی می‌پردازیم.

🧐 مجموع اعداد طبیعی از ۱ تا ۱۰۰ را حساب کنید.
ابتدا به عنوان یک مسئله‌ی ساده‌تر، جمع اعداد طبیعی از ۱ تا ۱۰ را حساب می‌کنیم.

چون اعداد را دوتا دوتا جمع کردیم، بنابراین ۵ تا دسته‌ی دوتایی داریم.

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 = 5 \times 10 = 50$$

اکنون به حل مسئله‌ی اصلی می‌پردازیم.

$$1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 97 + 98 + 99 + 100 = 50 \times 100 = 5050$$

۱۰۰ تا عدد داریم؛ اگر به دسته‌های دوتایی تقسیم کنیم، ۵۰ تا دسته می‌شود.

🧐 حاصل ضرب هر عدد دورقمی در عدد ۱۰۱، دوبار تکرار همان عدد دورقمی می‌شود.

$$59 \times 101 = 5959 \quad 73 \times 101 = 7373$$

۸- راهبرد روش‌های نمادین (استفاده از معادله یا مدل‌سازی): در این روش با استفاده از نمادهای جبری، صورت مسئله را به زبان ریاضی تبدیل می‌کنیم و سپس با استفاده از عملیات ریاضی، مسئله را حل می‌کنیم.

مجموع سه عدد متوالی ۲۷ است، آن سه عدد را بیابید.



فرض می‌کنیم:

$$\begin{aligned} & \text{کوچک‌ترین عدد} : \quad \square \\ & +1 : \quad \square \Rightarrow \square + \square + 1 + \square + 2 = 27 \\ & \text{بزرگ‌ترین عدد} : \quad +2 \end{aligned}$$

اکنون با روش حدس و آزمایش اعداد را می‌یابیم.

نتیجه	مجموع	بزرگ‌ترین عدد	عدد متوسط	کوچک‌ترین عدد
اعداد باید بزرگ‌تر شوند.	۱۸	۷	۶	۵
اعداد باید بزرگ‌تر شوند.	۲۴	۹	۸	۷
✓	۲۷	۱۰	۹	۸

پس سه عدد مورد نظر ۸، ۹ و ۱۰ هستند.



راهبرد رسم شکل

۱- $\frac{1}{3}$ دانش‌آموزان کلاسی بسکتبال بازی می‌کنند. $\frac{1}{4}$ بقیه دانش‌آموزان فوتبال بازی می‌کنند. سایر بچه‌ها که تعدادشان ۱۲ نفر است، بازی آن‌ها را تماشا می‌کنند. این کلاس چند دانش‌آموز دارد؟

۲- قورباغه‌ای در ته چاهی به عمق ۱۹ متر افتاده است. او با هر جهش ۵ متر به سمت بالا می‌جهد، اما ۳ متر به سمت پایین سر می‌خورد. پس از چند جهش به بالای چاه می‌رسد؟

۳- توپی را از ارتفاع ۳۲ متری رها می‌کنیم. این توپ در اثر هر برخورد با زمین $\frac{1}{4}$ ارتفاع قبلی‌اش بالا می‌آید، تا لحظه‌ای که توپ برای بار چهارم با زمین برخورد می‌کند، توپ چه مسافتی را برحسب متر طی کرده است؟



۴- اتاقی به شکل مستطیل و به ابعاد ۸ و ۶ متر داریم، فرش به شکل مستطیل را کف این اتاق می‌اندازیم که از هر طرف ۱ متر کف اتاق خالی می‌ماند. مساحت فرش چند متر مربع است؟

۵- در یک مزرعه فقط تعدادی گوسفند و مرغ هست. اگر تعداد آن‌ها روی هم ۱۲ تا و مجموع تعداد پاهای آن‌ها ۴۰ تا باشد، چند گوسفند و چند مرغ در این مزرعه هست؟

۶- کشاورزی نصف زمین خود را درخت سیب، $\frac{1}{4}$ بقیه‌ی زمین را درخت پرتقال و $\frac{2}{3}$ باقی‌مانده‌ی زمین را درخت هلو کاشت. اگر باقی‌مانده‌ی زمینش را درخت گردو بکارد، چه کسری از زمین خود را درخت گردو کاشته است؟

۷- یک مثلث، یک مربع و یک دایره رسم کنید و با توجه به شرایط زیر، اعداد را در داخل آن‌ها قرار دهید.

الف) عدد ۲ در هر سه شکل باشد.

ب) عدد ۳- در مثلث و دایره باشد و در مربع نباشد.

ج) عددهای ۱ و ۵- در مربع و مثلث باشند و در دایره نباشند.

د) مجموع اعداد داخل مثلث صفر شود و مثلث دارای ۶ عدد باشد.

ه) عدد ۵ فقط در مربع و عدد ۴- فقط در مثلث باشد.

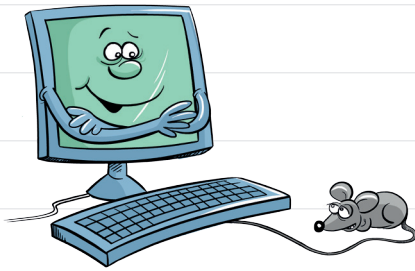
و) دایره دارای چهار عدد باشد و مجموع این چهار عدد نیز صفر باشد.

ز) مربع دارای ۵ عدد باشد و مجموع آن‌ها صفر بشود.

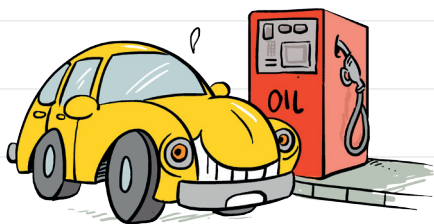
ح) مربع و دایره، دارای ۲ عدد مشترک باشند.

۸- سارا $\frac{1}{3}$ پولش را کتاب و $\frac{1}{3}$ بقیه‌ی پولش را دفتر خرید. اگر ۲۴۰۰ تومان برای او باقی‌مانده باشد، کل پول او چند

تومان بوده است؟



۹- یک ویروس رایانه، روز اول $\frac{1}{3}$ حافظه، روز دوم $\frac{1}{4}$ حافظه‌ی باقی‌مانده از روز قبل و روز سوم $\frac{1}{6}$ حافظه‌ی باقی‌مانده از دو روز قبل را پاک می‌کند. اگر حافظه‌ی اولیه‌ی این رایانه 500 گیگابایت باشد، پس از سه روز چند گیگابایت از حافظه هنوز پاک نشده است؟



۱۰- باک ماشینی بنزین دارد. در پمپ بنزین 14 لیتر بنزین زده شد و هنوز نصف باک خالی است. گنجایش این باک چند لیتر است؟

راهبرد الگوسازی

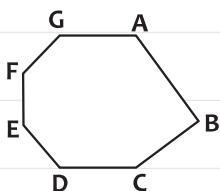
۱- دو عدد صحیح بیابید که حاصل ضرب آن‌ها 12 و مجموع آن‌ها کم‌ترین مقدار ممکن باشد.

۲- با ارقام $2, 3, 5, 7$ تمامی اعداد سه‌رقمی فرد بخش‌پذیر بر 5 را بنویسید.

۳- در شکل مقابل چندتا نیم‌خط و چندتا پاره‌خط هست؟ نام آن‌ها را بنویسید.

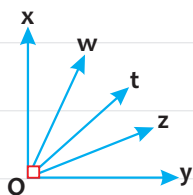


۴- در هفت‌ضلعی شکل زیر تعداد قطرهای آن‌ها حساب کنید.

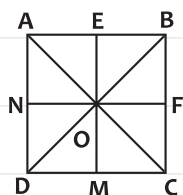


۵- چندتا عدد سه‌رقمی داریم که مجموع ارقام آن‌ها 6 و بر 6 نیز بخش‌پذیر باشند؟

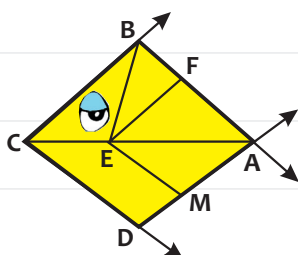




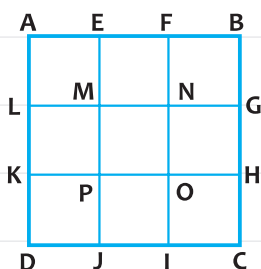
۶- زاویه $\widehat{xOy}$ قائمه (راست) است. چندتا زاویه ی تند در این شکل وجود دارد؟
نام تمامی آن‌ها را با سه حرف بنویسید.



۷- در شکل مقابل نقاط E، F، M و N وسط‌های اضلاع مربع ABCD هستند. نام تمامی مثلث‌ها و دوزنقه‌های شکل را در دو جدول جداگانه بنویسید.



۸- در شکل مقابل نام تمامی نیم خط‌ها و پاره خط‌های شکل را بنویسید.



۹- در شکل زیر چندتا مربع (با هر اندازه‌ای) وجود دارد. نام تمامی آن‌ها را بنویسید.

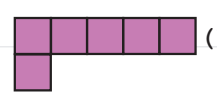
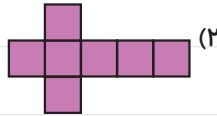
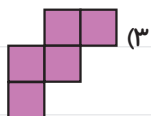
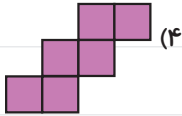
۱۰- با رقم‌های ۰، ۲، ۵ و ۷ تمامی اعداد سه رقمی بخش پذیر بر ۲۵ را بنویسید. (راهنمایی: عددی بر ۲۵ بخش پذیر است که دورقم سمت راست آن دوتا صفر یا ۲۵ یا ۵۰ یا ۷۵ باشد).



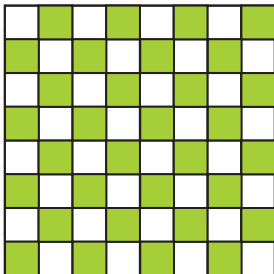
۱۱- در یک اتاق سه لامپ نارنجی و زرد و قرمز هست، به چند طریق توسط این سه لامپ می توان نور اتاق را تنظیم کرد. (هر سه لامپ سالم هستند و برای هر کدام یک کلید جداگانه هست).
(راهنمایی: برای هر لامپ دو حالت وجود دارد، یا روشن است یا خاموش)

راهنبرد حذف حالت‌های نامطلوب

۱- کدام یک از شکل‌های زیر باز شده یا گسترده‌ی یک مکعب هستند؟

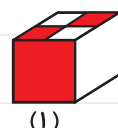
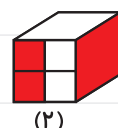
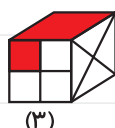
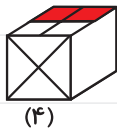
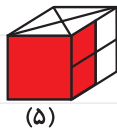
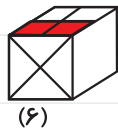
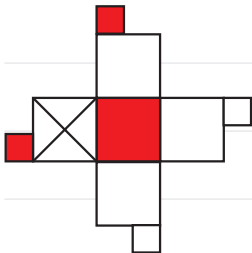


۲- کوچک‌ترین عددی را بیابید که بر تمامی اعداد طبیعی یک‌رقمی به جز ۷ بخش‌پذیر باشد.



۳- شخصی یکی از خانه‌های شطرنج را در نظر گرفته است (مربع 8×8) با طرح حداقل چند سؤال می‌توان خانه‌ی موردنظر او را یافت؟ (این شخص به سؤال‌ها فقط جواب «بله» یا «خیر» می‌دهد.)

۴- شکل مقابل گسترده‌ی کدام یک از مکعب‌های زیر است؟



۵- ۲۷ تا سکه‌ی طلا یک‌شکل و یک‌اندازه داریم که فقط یکی از آن‌ها تقلبی و کمی سبک‌تر از بقیه است. با یک ترازوی دوکفه‌ای حساس، حداقل با چند بار وزن کردن می‌توان سکه‌ی تقلبی را یافت؟ (راهنمایی: سکه‌ها را به ۳ دسته‌ی ۹ تایی تقسیم کنید و ...)



۶- قلی سه‌تا پسر دارد که حاصل ضرب سن آن‌ها ۳۶ سال و مجموع سن آن‌ها ۱۳ سال است. اگر پسر بزرگ او خیلی به چاقاله‌بادوم علاقه داشته باشد، این پسر چندساله است؟ (راهنمایی: جدول زیر را کامل کنید.)

مجموع سن آن‌ها	سن پسر سوم	سن پسر دوم	سن پسر اول
۳۸	۳۶	۱	۱
۲۱	۱۸	۲	۱
.....			
.....			
.....			



۷- چندتا عدد سه رقمی فرد بزرگ تر از 800 داریم که مضرب 5 و حاصل ضرب رقم هایش صفر باشد؟

۸- چندتا عدد سه رقمی فرد مضرب 45 داریم که تمامی رقم های آن فرد باشد؟

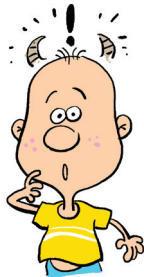
(راهنمایی: عددی که بر 5 و 9 بخش پذیر باشد، بر 45 بخش پذیر است.)

۹- من یک شکل هندسی و دارای خواص زیر هستم، نام من چیست؟

☐ الف) چهارضلعی هستم. ☐ ب) قطرهايم با هم برابرند.

☐ ج) چهارتا زاویه ی راست (قائمه) دارم. ☐ د) زاویه ی بین قطرهايم، نصف زاویه ی نیم صفحه است.

۱۰- این تست نیز مانند هر سؤال چهار گزینه ای دیگر، فقط یک گزینه ی درست دارد؟



☐ ۱) گزینه ی ۲ درست است.

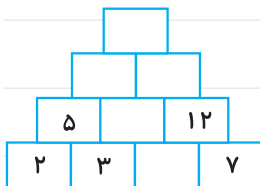
☐ ۲) گزینه ی ۳ درست است.

☐ ۳) گزینه ی ۴ غلط است.

☐ ۴) گزینه ی ۱ غلط است.

راهِبرِ الگویابی

۱- خانه های جدول زیر را طبق الگوی نوشته شده کامل کنید.



۲- به جای علامت سؤال در جدول مقابل طبق الگوی نوشته شده، عدد مناسب قرار دهید.

۱	۳	۲	۶
۴	۲	۱۰	۵
۸	۶	۴	۳
۵	?	۲	۸
۷	۲۱	?	۹

۳- در جدول مقابل به جای علامت سؤال طبق الگوی نوشته شده عدد مناسب قرار دهید.

۳۹	۹۰	۵۱
۸۳	۱۲۳	۴۰
۱۲	۴۱	۲۹
۸۸	۱۸۱	۹۳
۳۷	?	۶۵
۲۱	?	۴۷

۴- سه عدد بعدی هر یک از الگوهای عددی زیر را بنویسید.

(راهنمایی: در قسمت «الف»؛ عددها فرد هستند. در قسمت «ب» از خاصیت «کسرهای مساوی» استفاده کنید.)

الف) ۳, ۱۵, ۳۵, ۶۳, , , ب) $\frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{3}{5}, \frac{2}{3}, \frac{5}{7},$, ,

۵- با توجه به الگوی زیر (تساوی‌ها) در جاهای خالی عدد مناسب بنویسید.

الف) $37 \times 101 = 3737$

ب) $59 \times 101 = 5959$

ج) $453 \times 1001 = 453453$

د) $792 \times 1001 = 792792$

ه) $2543 \times 10001 = 25432543$

و) $1392 \times 10001 = 13921392$

ز) $79 \times 101 =$

ح) $2014 \times 10001 =$

ط) $605 \times 1001 =$

ی) $35 \times 1001 =$

۶- با توجه به الگوی اعداد جدول، جاهای خالی جدول را با اعداد مناسب کامل کنید.

۶	۱۵	۵	
۲	۳	۵	

۷- با توجه به تساوی‌های زیر، جاهای خالی را با عدد مناسب کامل کنید.

الف) $1 + 3 = 2 \times 2 = 4$

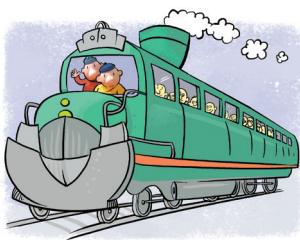
ب) $1 + 3 + 5 = 3 \times 3 = 9$

ج) $1 + 3 + 5 + 7 = 4 \times 4 = 16$

د) $1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 5 \times 5 = 25$

ه) $1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 + 19 =$

و) $1 + 3 + 5 + 7 + \dots + 51 =$



۸- در یک پارک بزرگ، یک قطار تفریحی وجود دارد که در ایستگاه مبدأ (صفر) ایستاده

است. به جز ایستگاه مبدأ، این قطار ۸ ایستگاه دارد، اگر قطار حرکت کند و در ایستگاه

اول ۲ مسافر، در ایستگاه دوم ۳ مسافر، در ایستگاه سوم ۵ مسافر، در ایستگاه چهارم ۱۰

مسافر و در ایستگاه پنجم ۲۰ مسافر سوار کند و هیچ‌کس هم از قطار پیاده نشود:

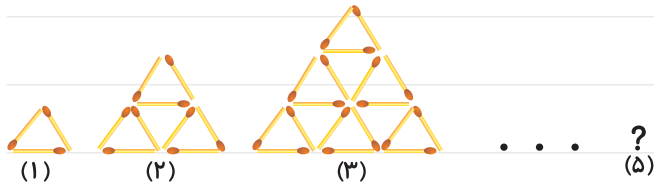
الف) در ایستگاه هفتم چند مسافر سوار قطار می‌شوند؟

ب) در ایستگاه هشتم تمام مسافران قطار چند نفرند؟

(راهنمایی: از جدول زیر استفاده کنید.)

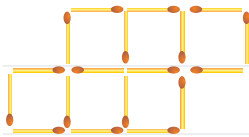
شماره‌ی ایستگاه	(مبدأ)	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸
تعداد مسافرانی که در این ایستگاه سوار می‌شوند.	۰	۲	۳	۵					
تعداد کل مسافران قطار	۰	۲	۵	۱۰					

۹- با توجه به شکل‌های زیر و الگوی به کار رفته در آن‌ها، در شکل پنجم چندتا چوب کبریت به کار رفته است؟



راهربرد حدس و آزمایش

۱- در شکل زیر که با چوب کبریت ساخته شده، فقط یک چوب کبریت بردارید که ۵ مربع هم‌اندازه به ضلع یک چوب کبریت باقی بماند و چوب کبریت اضافی نداشته باشیم؟ (مسئله ۲ تا جواب دارد)

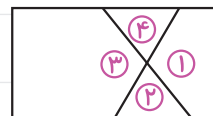


۲- اگر عدد حجم و عدد مساحت کل مکعبی با هم برابر باشند، اندازه‌ی ضلع مکعب چند واحد است؟

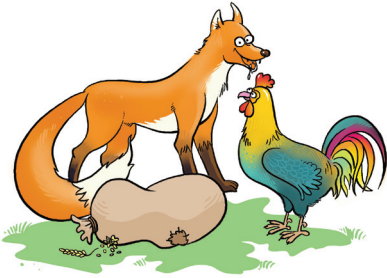
۳- در یک مزرعه روی هم ۳۶ تا مرغ و گاو هست. اگر مجموع تعداد پاهای آن‌ها روی هم ۱۰۴ پا باشد، چند مرغ و چند گاو در این مزرعه هست؟

۴- اختلاف دو زاویه‌ی تند یک مثلث قائم‌الزاویه 18° است. اندازه‌ی هر زاویه را حساب کنید.

۵- یک خط صفحه را حداکثر به دو قسمت (دو ناحیه) تقسیم می‌کند، ۲ خط صفحه را حداکثر به چهار قسمت (چهار ناحیه) تقسیم می‌کند. چهار خط صفحه را حداکثر به چند قسمت تقسیم می‌کند؟ (راهنمایی: به شکل‌ها توجه کنید.)



دو خط صفحه را حداکثر به چهار قسمت تقسیم می‌کند. یک خط صفحه را به دو قسمت تقسیم می‌کند.



۶- کشاورزی یک روباه، یک خروس و یک کیسه گندم دارد و می خواهد با قایق کوچکش آن ها را به طرف دیگر رودخانه ببرد، اما قایق فقط می تواند وزن خود کشاورز و یکی از آن ها (خروس یا روباه یا کیسه ی گندم) را تحمل کند. اکنون او چگونه می تواند روباه، خروس و گندم را یکی یکی و همگی را صحیح و سالم به طرف دیگر رودخانه ببرد؟ (مثلاً اگر بار اول کیسه ی گندم را ببرد، تا زمان بازگشت او، روباه خروس را می خورد، و یا اگر اول روباه را با خود ببرد، تا زمان بازگشت او، خروس گندم را می خورد.)

۷- در جمع مقابل هر حرف نشانه ی یک عدد خاص است چندتا عدد سه رقمی به جای BAD می توان قرار داد تا حاصل جمع درست باشد. (راهنمایی: فقط ۳ تا عدد به جای BAD می توان قرار داد یعنی مسئله فقط ۳ تا جواب مختلف دارد!!!!!!)

B A D

+B A D

GOOD

۸- عددی را بیابید که مجموع نصف و ثلث آن ۴ واحد کم تر از خود عدد بشود.

۹- در جمع مقابل، هر یک از شکل های مربع، مثلث و دایره نشانه ی یک رقم هستند که با هم متفاوت اند. رقم های

$$\begin{array}{r} \square \square \square \\ + \square \square \triangle \\ + \square \bigcirc \bigcirc \\ \hline ۲ \quad ۹ \quad ۸ \quad ۴ \end{array}$$

مربوط به هر شکل را بیابید.

راهربرد زیر مسئله

۱- سیم نازکی را به شکل مثلث متساوی الاضلاع درآورديم، اندازه ی هر ضلع آن ۱۶ سانتی متر شد. اگر همین سیم را به شکل مربع درآوریم. مساحت مربع چند سانتی متر مربع می شود؟

۲- پرهام $\frac{1}{3}$ پولش را دفتر و $\frac{1}{4}$ پولش را کتاب خرید، اگر باقی مانده ی پول او ۴۵۰۰ تومان باشد، کل پول او چند تومان بوده است؟

۳- سامان ۳۵۰۰۰ تومان پول دارد، او می‌خواهد ۶ دفتر و با باقی‌مانده‌ی پولش هر چه‌قدر که می‌تواند خودکار بخرد؛ اگر قیمت هر دفتر ۵۲۰۰ تومان و قیمت هر خودکار ۵۰۰ تومان باشد، او چند خودکار می‌تواند بخرد و چند تومان برایش باقی می‌ماند؟

۴- حاصل عبارت زیر را حساب کنید.

$$2 + \frac{2}{3} = 2 + \frac{2}{2 - \frac{2}{3}}$$

۵- کتاب‌فروشی اعلام کرده است که کتاب‌های نو را با ۱۰٪ تخفیف و کتاب‌های کهنه را با ۲۰٪ تخفیف می‌فروشد. اگر فرهاد بخواهد تعدادی کتاب نو به مبلغ ۹۶۰۰۰ تومان و یک کتاب دست دوم به مبلغ ۷۲۰۰ تومان بخرد، چند تومان باید پردازد؟

۶- پس‌انداز هفتگی مریم، ۴۲۰۰ تومان است. او حساب کرد که اگر ۶ هفته پولش را جمع کند، $\frac{2}{3}$ مبلغ پیراهنی را که به آن علاقه دارد، تهیه می‌شود. مبلغ کل پیراهن چند تومان است؟

۷- یک فروشگاه تعاونی ۵ تن برنج را به قیمت ۱۲۵۰۰۰۰۰ تومان خرید و ۲۰۰۰۰۰۰ تومان هم بابت حمل آن پرداخت کرد، این فروشگاه برنج را کیلویی چند تومان باید بفروشد که ۱۸۰۰۰۰۰۰ تومان سود ببرد؟



۸- از هر ۳ کیلو آرد ۵ عدد نان تولید می‌شود، اگر یک نانوا آرد را کیلویی ۷۵۰ تومان بخرد و نان را دانه‌ای ۶۰۰ تومان بفروشد، چندتا نان باید بفروشد تا ۷۲۰۰۰ تومان سود ببرد؟

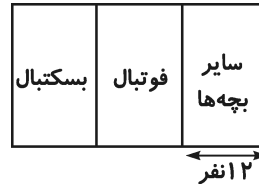


فصل اول: راهبردهای حل مسئله

پرسش‌های تشریحی

تعداد دانش‌آموزان کلاس $12 \times 3 = 36$

۱-



۲-

جهش هشتم

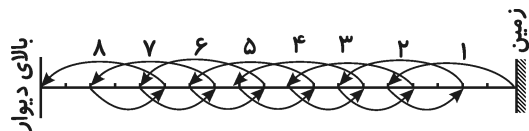
$$7 \times 2 + 5 = 19$$

↓

جهش

۷-

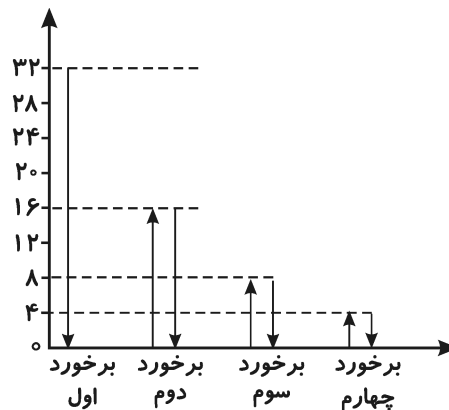
این قورباغه با هر جهش ۲ متر بالا می‌رود و پس از ۸ جهش به بالای دیوار می‌رسد.



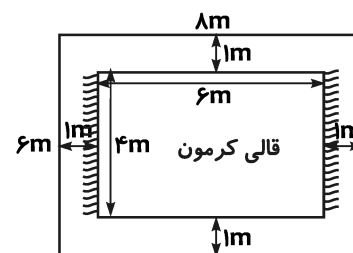
$$32 + 2 \times 16 + 2 \times 8 + 2 \times 4 = 32 + 32 + 16 + 8 = 88 \text{ متر}$$

۳-

۸-

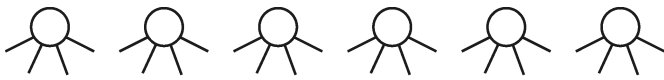


۴-



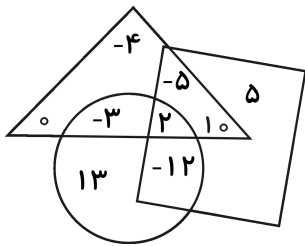
$$6 \times 4 = 24 \text{ متر مربع}$$

۵- ابتدا ۱۲ دایره به نشانه‌ی ۱۲ حیوان رسم می‌کنیم و برای هر کدام ۲ پا قرار می‌دهیم که در مجموع ۲۴ پا می‌شود. اختلاف این ۲۴ پا و ۴۰ پا، مساوی ۱۶ پا است که مربوط به گوسفندان است (چون هر گوسفند ۲ پا بیشتر از مرغ دارد) بنابراین ۱۶ پا را به ۸ تا از حیوانات می‌دهیم، یعنی ۸ گوسفند و ۴ مرغ در این مزرعه هست.



۶- کل زمین به ۸ قسمت تقسیم شده و یک قسمت آن درخت گردو است؛ پس این کشاورز در $\frac{1}{8}$ زمین خود درخت گردو کاشته است.

هلو	پرتقال	درخت
هلو	گردو	سیب



دفتر	۲۴۰۰ تومان
باقی‌مانده	
باقی‌مانده	

$$2400 \div 2 = 1200 \text{ تومان}$$

$$1200 \times 6 = 7200 \text{ تومان سارا، تومان}$$

۹-

حافظه‌ی پاک‌شده‌ی روز سوم	حافظه‌ی پاک‌شده‌ی روز دوم	حافظه‌ی پاک‌شده‌ی روز اول
پاک‌نشده	پاک‌نشده	پاک‌نشده
پاک‌نشده	پاک‌نشده	پاک‌نشده
پاک‌نشده	پاک‌نشده	پاک‌نشده

$$500 \div 12 \approx 42 \text{ گیگابایت}$$

$$42 \times 5 = 210 \text{ گیگابایت}$$

۱۰-

خالی
خالی
بنزین زده شده (۱۴ لیتر)
بنزین اولیه

$$14 \times 4 = 56 \text{ لیتر کل باک، گنجایش}$$

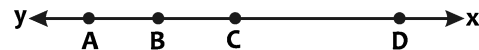
۱- دو عدد مورد نظر ۱- و ۱۲- هستند.

مجموع	عدد دوم	عدد اول
۱۳ ✓	-۱۲	-۱
۸ ✗	-۶	-۲
۷ ✗	-۴	-۳

۲-

ی	د	ص
۵	۲	۳
۵	۳	۳
۵	۵	۳
۵	۷	۳

ی	د	ص
۵	۲	۷
۵	۳	۷
۵	۵	۷
۵	۷	۷

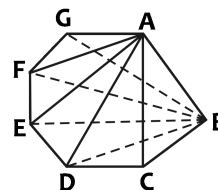


۳-

پاره خط (۶ تا) AB, AC, AD, BC, BD, CD

نیم خط (۸ تا) AX, Ay, Bx, By, Cx, Cy, Dx, Dy

۴- AC, AD, AE, AF, BD, BE, BF, BG, CE, CF, CG, DF, DG, EG



۵-

۶۰۰	۱۵۰	۴۲۰	۱۱۴	۱۳۲	۳۳۰	۲۲۲
	۵۱۰	۴۰۲		۳۱۲		
		۲۰۴				
		۲۴۰				

نکته: عددی بر ۶ بخش پذیر است که هم بر ۲ و هم بر ۳ بخش پذیر باشد. باید ببینیم که عدد ۶ را به چند طریق می توان به صورت مجموع سه رقم نوشت، که رقم ها کوچک تر یا مساوی خودش باشند.

$$۰+۰+۶=۶$$

$$۰+۱+۵=۶$$

$$۱+۱+۴=۶$$

$$۰+۲+۴=۶$$

$$۲+۲+۲=۶$$

$$۱+۲+۳=۶$$

$$۳+۳+۰=۶$$

۶- ۹ زاویه

$\hat{x}o\hat{w}$, $\hat{x}o\hat{t}$, $\hat{x}o\hat{z}$, $\hat{w}o\hat{t}$, $\hat{w}o\hat{z}$, $\hat{w}o\hat{y}$, $\hat{t}o\hat{z}$, $\hat{t}o\hat{y}$, $\hat{z}o\hat{y}$

۷-

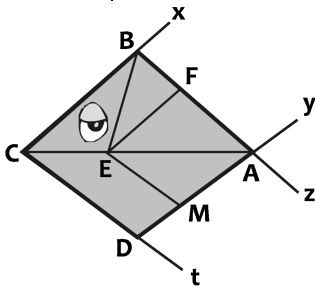
مثلث ها OAE, OAN, OBE, OBF, OCF, OCM, ODM, ODN, OAB, OBC, OCD, OAD, ABC, BCD, CDB, DAB

دوازنه ها OABF, OBAN, OBCM, OCBE, OFCD, OCDN ODAE, OADM

۸-

نیم خط ها Bx, Cx, Ay, My, Dy, Bz, Fz, Az, Ct, Dt

پاره خط ها AB, AF, BF, AD, AM, MD, AE, AC, EC, BE, EF, EM, BC, CD



۹- راه حل کلی یافتن تعداد کل مربع ها:

$$۱ \times ۱ + ۲ \times ۲ + ۳ \times ۳ = ۱۴$$

چون روی هر ضلع مربع بزرگ، سه تا مربع کوچک هست.

(AEML), (EFNM), (FBGN), (LMPK), (MNOP), (NGHO),

(kPJD), (POIJ), (OHCI), (AFOK), (EBHP), (LNID),

(MGCJ), (ABCD)

$$۲۰۰-۵۰۰-۷۰۰$$

۱۰-

$$۲۲۵-۵۲۵-۷۲۵$$

$$۲۵۰-۵۵۰-۷۵۰$$

$$۲۷۵-۵۷۵-۷۷۵$$

۱۱- حالت های روشن بودن لامپ ها را می نویسیم:

(نارنجی و قرمز) - (نارنجی و زرد) - (قرمز و زرد) - (نارنجی) -

(زرد) - (قرمز) ۷ حالت → (نارنجی و قرمز و زرد)

راهبرد حذف حالت های نامطلوب



۱- گزینه ی ۴

گزینه ی (۱): نادرست است چون دو وجهی که علامت * دارند روی هم قرار می گیرند. گزینه ی (۲) به این دلیل نادرست است که گسترده ی مکعب از ۶ مربع تشکیل می شود. گزینه ی (۳) هم نادرست است زیرا یک وجه کم است.

۵- مرحله‌ی اول: سکه‌ها را به سه دسته‌ی ۹ تایی تقسیم می‌کنیم و دو تا از دسته‌ها را وزن می‌کنیم، اگر وزن این دو دسته مساوی باشد، سکه‌ی تقلبی در دسته‌ی سوم است و اگر وزن یکی از این دسته‌ها سبک‌تر باشد، سکه‌ی تقلبی در آن دسته است. پس دسته‌ی ۹ تایی حاوی سکه‌ی تقلبی معلوم و دو دسته‌ی دیگر حذف می‌شوند.

مرحله‌ی دوم: دو تا از سه سکه‌ی مشخص‌شده را روی ترازو در دو کفه قرار می‌دهیم. اگر وزن آن‌ها مساوی شد، سکه‌ی بیرونی تقلبی است در غیر این صورت، سکه‌ی سبک‌تر تقلبی است. یعنی با چند مرحله وزن کردن، سکه‌ی تقلبی مشخص می‌شود (که حداقل ۲ مرتبه است).

۶- ۹ ساله

مجموع سن آن‌ها	سن پسر سوم	سن پسر دوم	سن پسر اول
۳۸ ✕	۳۶	۱	۱
۲۱ ✕	۱۸	۲	۱
۱۶ ✕	۱۲	۳	۱
۱۴ ✕	۹	۴	۱
۱۳ ✓	۶	۶	۱
۱۱ ✕	۶	۳	۲
۱۳ ✓	۹	۲	۲
۱۰ ✕	۴	۳	۳

جواب مسئله

توجه کنید در این حالت پسر بزرگ وجود ندارد.

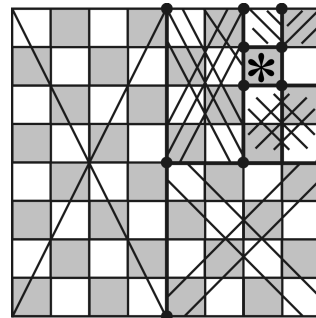
۷- چون عدد باید فرد و بر ۵ بخش‌پذیر باشد، پس رقم یکان حتماً باید ۵ باشد. بنابراین اعداد سه رقمی با یکان صفر حذف می‌شوند. چون حاصل ضرب رقم‌ها باید صفر باشد، پس یکی از رقم‌ها باید صفر باشد (یعنی دهگان صفر است)، بنابراین دو عدد داریم: ۹۰۵-۸۰۵.

۸- یکان حتماً باید ۵ باشد، پس تمامی رقم‌های غیر ۵ برای یکان حذف می‌شوند. مجموع رقم‌های عدد سه‌رقمی بخش‌پذیر بر ۹ حداکثر باید ۲۷ باشد که این‌جا امکان‌پذیر نیست چون یکی از رقم‌ها ۵ است. پس مجموع رقم‌ها باید ۱۸ یا ۹ بشود، بنابراین اعداد مورد نظر عبارت‌اند از: دو عدد

۲۲۵، ۴۰۵، ۴۹۵، ۹۴۵، ۵۸۵، ۸۵۵، ۶۷۵، ۷۶۵، ۱۳۵، ۳۱۵

۲- این عدد باید بر ۲ و ۵ بخش‌پذیر باشد، پس رقم یکان آن صفر و تمامی رقم‌های غیر صفر، از یکان حذف می‌شوند. چون این عدد باید بر ۴ بخش‌پذیر باشد و یکان آن صفر است، پس دهگان آن باید رقم زوج باشد، بنابراین تمامی رقم‌های فرد از دهگان حذف می‌شوند. چون عدد باید کوچک‌ترین باشد، رقم صدگان را ۱ فرض می‌کنیم، بنابراین دهگان عدد باید ۸ بشود (چون عدد باید بر ۹ هم بخش‌پذیر باشد) یعنی عدد باید ۱۸۰ باشد، اما این عدد بر ۸ بخش‌پذیر نیست، پس رقم دهگان را ۶ و رقم صدگان را ۳ در نظر می‌گیریم یعنی ۳۶۰؛ این عدد بر تمامی اعداد یک رقمی طبیعی به جز ۷ بخش‌پذیر است.

۳-



(فرض می‌کنیم که این شخص، خانه‌ای را که با * مشخص شده، در نظر گرفته باشد). مرحله‌ی اول: ابتدا شکل را به صورت ستونی (عمودی) به دو قسمت مساوی تقسیم می‌کنیم و می‌پرسیم که خانه‌ی مورد نظر او در سمت چپ قرار دارد؟ او می‌گوید: خیر. بنابراین خانه‌های سمت چپ حذف می‌شوند.

مرحله‌ی دوم: اکنون قسمت سمت راست را از وسط و به صورت افقی به دو قسمت مساوی تقسیم می‌کنیم و می‌پرسیم که آیا خانه‌ی مورد نظر او در بالای این قسمت قرار دارد؟ او می‌گوید: بله. بنابراین خانه‌های قسمت پایین حذف می‌شوند.

مرحله‌ی سوم: اکنون قسمت $\frac{1}{4}$ سمت راست بالای شکل را به صورت عمودی به دو قسمت مساوی تقسیم می‌کنیم و می‌پرسیم: آیا خانه‌ی مورد نظر او در قسمت چپ قرار دارد؟ او می‌گوید: خیر. بنابراین مربع‌ها (خانه‌های) این قسمت نیز حذف می‌شوند و به همین ترتیب ادامه می‌دهیم و با ۶ سؤال به جواب می‌رسیم.

۴- اگر وجه قرمز رنگ قاعده باشد، وجهی که از ۴ مربع کوچک تشکیل شده است باید وجه مقابل به این قاعده باشد و مربع‌های کوچک به صورت  کنار هم قرار می‌گیرند؛ پس گزینه‌های (۱) و (۲) و (۳) و (۵) غلط هستند. دو مربع کوچک قرمز رنگ باید در مجاورت وجه ضربدری  قرار گیرند. پس گزینه‌ی (۴) هم غلط و گزینه‌ی (۶) درست است.

۹- مربع

۳- الگو: عدد وسطی هر ستون از مجموع دو عدد ستون‌های کناری

حاصل می‌شود. برای مثال:

$$123 = 13 + 40$$

$$\text{اول ؟} = ٦٥ + ٣٧ = ١٠٢ \quad \text{دوم ؟} = ٤٧ + ٢١ = ٦٨$$

٤- $9 \times 11, 11 \times 13, 13 \times 15$
 الف) $3, 15, 35, 63, 99, 143, 195$
 $\begin{matrix} \swarrow & \downarrow & \searrow & \swarrow \\ 1 \times 3 & 3 \times 5 & 5 \times 7 & 7 \times 9 \end{matrix}$

ب) $\frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{3}{5}, \frac{2}{3}, \frac{5}{7}, \frac{3}{4}, \frac{7}{9}, \frac{4}{5}$

در واقع الگو به این صورت است:

$$\frac{1}{3}, \frac{2}{4}, \frac{3}{5}, \frac{4}{6}, \frac{5}{7}, \frac{6}{8}, \frac{7}{9}, \frac{8}{10}$$

اکنون در این الگو، کسرهایی را که می‌توانیم ساده‌تر کنیم، شکل

ساده شده ی آن ها را می نویسیم.

- 5

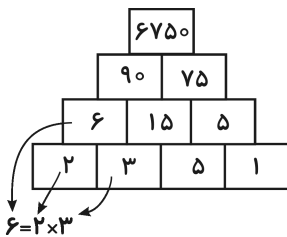
ج) $۲۰۱۴ \times ۱۰۰۰ = ۲۰۱۴۲۰۱۴$

b) $6.5 \times 1001 = 6.565$

5) $35 \times 1001 = 35035 \rightarrow 35 = \underline{035}$

این عدد به ظاهر سه رقمی است.

۶- الگو: هر عدد خانه‌ی بالایی از حاصل ضرب دو عدد خانه‌های



ه) $1+3+5+7+9+11+13+15+17+19 = 10 \times 10 = 100 - 7$
تعداد اعداد ۱۰ تا است.

9) $1 + 3 + 5 + 7 + \dots + 51 = 26 \times 26 = 676$

تعداد عددهای فرد از ۱ تا ۵۱، ۲۶ عدد است. $\frac{51-1}{2} + 1 = 26$

۲۶×۲۶=۶۷۶

۸- الف) ۸۰ نفر. (تعداد مسافرانی که در هر ایستگاه سوار می‌شوند، برابر است با مجموع مسافرانی که قبلاً سوار شده‌اند).

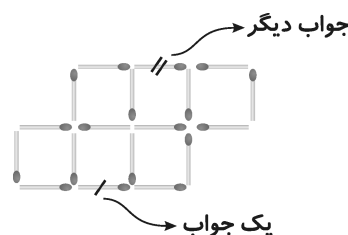
(ب) ۳۲۰ نفر۔ (تمامی اعداد سطر وسط را با هم جمع می‌کنیم.)

شماره‌ی ایستگاه	(مبدأ)	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸
تعداد مسافرانی که در این ایستگاه سوار می‌شوند.	۰	۲	۳	۵	۱۰	۲۰	۴۰	۸۰	۱۶۰
تعداد کل مسافران قطار	۰	۲	۵	۱۰	۲۰	۴۰	۸۰	۱۶۰	۳۲۰

۹- $(1+2+3+4) \times 3 = 30$: تعداد چوب کبریت‌های شکل (۴)

تعداد چوب کبریت‌های شکل (۵) $= 3 \times (1 + 2 + 3 + 4 + 5) = 45$

$$(1): 1 \times 3 = 3 \qquad (2): \underbrace{3 \times 3 = 9}_{1+2} \qquad (3): \underbrace{6 \times 3 = 18}_{1+2+3}$$



نتیجه	عدد مساحت کل	عدد حجم	اندازه‌ی ضلع
×	$6 \times 4 \times 4 = 96$	$4 \times 4 \times 4 = 64$	۴
×	$6 \times 5 \times 5 = 150$	$5 \times 5 \times 5 = 125$	۵
✓	$6 \times 6 \times 6 = 216$	$6 \times 6 \times 6 = 216$	۶

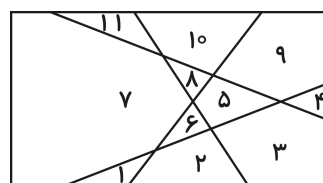
نتیجه	مجموع تعداد پاها (آزمایش)	تعداد گاوها	تعداد مرغ‌ها
چون مجموع تعداد پاها بیشتر شده، پس تعداد گاوها را کم می‌کنیم.	$16 \times 2 + 20 \times 4 = 112$	۲۰	۱۶
باز هم تعداد گاوها را کم می‌کنیم.	$18 \times 2 + 18 \times 4 = 108$	۱۸	۱۸
جواب درست است.	$20 \times 2 + 16 \times 4 = 104$	۱۶	۲۰

۴- نکته: دو زاویه‌ی تند مثلث قائم‌الزاویه متمم‌اند، یعنی مجموع آن‌ها 90° است.

نتیجه	اختلاف	زاویه‌ی کوچک	زاویه‌ی بزرگ
اندازه‌ی زاویه‌ی بزرگ را کم می‌کنیم.	2°	35°	55°
جواب درست است.	18°	36°	54°

۵- ۱۱ قسمت

توجه کنید که هر خط باید تمامی خطوط قبلی را قطع کند و از نقطه‌ی برخورد خط‌های قبلی نگذرد.



۶- مرحله‌ی اول: خروس را به طرف دیگر رودخانه می‌برد. مرحله‌ی دوم: باز می‌گردد و روباه را به طرف دیگر می‌برد و خروس را به این طرف باز می‌گرداند. مرحله‌ی سوم: گندم را به سمت دیگر (سمتی که روباه هست) می‌برد. مرحله‌ی چهارم (آخر): باز می‌گردد و خروس را به سمت دیگر می‌برد.

۷۲۰	۸۳۰	۹۴۰
+۷۲۰	+۸۳۰	+۹۴۰
۱۴۴۰	۱۶۶۰	۱۸۸۰

BAD باید عدد سه‌رقمی بزرگ‌تر از ۴۹۹ باشد، زیرا اگر کوچک‌تر از ۵۰۰ باشد، مجموع دو عدد، عدد چهاررقمی نمی‌شود. چون یکان‌های هر سه عدد D است، پس D فقط می‌تواند

صفر باشد. $A + A$ عددی زوج می‌شود، پس O زوج است. چون $B + B$ مساوی GO یعنی یک عدد زوج دورقمی می‌شود پس $B > 5$ و باید بزرگ‌تر از صفر و کوچک‌تر از ۵ باشد. چون اگر $A = 5$ باشد، آن‌گاه $O = D$ می‌شود و اگر $A > 5$ باشد، آن‌گاه به مجموع $B + B$ یک واحد اضافه می‌شود و GO فرد می‌شود که این غیر ممکن است. ضمناً $A = 1$ و $B = 6$ نمی‌تواند باشد، چون در این صورت $A = G$ می‌شود.

۸- نکته: عددیایی که حدس می‌زنیم باید هم بر ۲ و هم بر ۳ بخش‌پذیر باشند؛ در واقع باید مضرب ۶ باشند.

نتیجه	اختلاف عدد با مجموع نصف و ثلثش	مجموع نصف و ثلث عدد	ثلث عدد	نصف عدد	عدد
×	$6 - 5 = 1$	$3 + 2 = 5$	۲	۳	۶
×	$12 - 10 = 2$	$6 + 4 = 10$	۴	۶	۱۲
×	$18 - 15 = 3$	$9 + 6 = 15$	۶	۹	۱۸
✓	$24 - 20 = 4$	$12 + 8 = 20$	۸	۱۲	۲۴

۹- چون مجموع سه عدد سه‌رقمی از ۲۷۰۰ بیشتر شده، پس این سه عدد باید از ۹۰۰ بزرگ‌تر باشند، بنابراین $\square = 9$ است و داریم: $3 \times 9 = 27$. چون دو رقم سمت چپ حاصل جمع ۲۹ است، پس دو واحد از مجموع دهگان‌های سه عدد به ستون صدگان باید اضافه شود، پس: $\square + \square + \square = 28$. نمی‌تواند ۹ باشد، چون □ ۹ است پس باید $\square = 8$ باشد که در این صورت دو واحد از مجموع رقم‌های یکان، باید به ستون دهگان اضافه شود، یعنی $\square + \square + \square = 24$ که در نتیجه $\Delta = 7$ می‌شود.

۱- ابتدا سؤال‌های زیر را مطرح می‌کنیم:

(الف) برای محاسبه‌ی مساحت مربع به چه چیز نیاز داریم؟ به اندازه‌ی ضلع مربع

 (ب) اندازه‌ی ضلع مربع را چگونه می‌توان یافت؟ از روی محیط مربع
 (ج) آیا اندازه‌ی محیط مربع را داریم! بله. طول سیم، مساوی محیط مربع است.

(د) طول سیم را چگونه می‌توان محاسبه کرد؟ از روی محیط مثلث متساوی‌الاضلاع

 محیط مثلث یا محیط مربع یا طول سیم $16 \times 3 = 48 \text{ cm}$

 اندازه‌ی ضلع مربع $48 \div 4 = 12 \text{ cm}$

 مساحت مربع $12 \times 12 = 144 \text{ cm}^2$

۲- (الف) پرهام چه کسری از پولش را خرج کرده است؟

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$$

(ب) چه کسری از پول او باقی مانده است؟

$$\frac{6}{6} - \frac{5}{6} = \frac{1}{6}$$

(ج) کل پول او چند تومان است؟

$$\frac{1}{6} = \frac{4500}{x} \Rightarrow x = 4500 \times 6 = 27000 \text{ تومان}$$

 ۳- (الف) قیمت ۶ دفتر چند تومان است؟ $6 \times 5200 = 31200$

(ب) بعد از خرید دفترها، چند تومان برای او باقی می‌ماند؟

$$35000 - 31200 = 3800 \text{ تومان}$$

(ج) او چند خودکار می‌تواند بخرد؟

$$\frac{3800}{500} = 7 \text{ خودکار}$$

باقی می‌ماند $\rightarrow$ تومان ۳۰۰

$$2 + \frac{2}{3} = \frac{8}{3} \text{ پاسخ صورت کسر} \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{8}{3} \\ \frac{4}{3} \end{array} \right. \Rightarrow \frac{4}{3} = 2 \text{ پاسخ کل کسر}$$

حاصل مخرج کسر $2 - \frac{2}{3} = \frac{4}{3}$

$$2 + \frac{2}{3} = 2 + 2 = 4$$

۵- (الف) فرهاد برای خرید کتاب‌های نو، چند تومان باید بپردازد؟

$$96000 \times 90\% = 96000 \times \frac{90}{100} = 86400 \text{ تومان}$$

(ب) او برای خرید کتاب دست دوم چند تومان باید بپردازد؟

$$72000 \times 80\% = 72000 \times \frac{80}{100} = 57600 \text{ تومان}$$

(ج) او به طور کلی چند تومان باید بپردازد؟

$$86400 + 57600 = 144000 \text{ تومان}$$

۶- (الف) مریم در ۶ هفته، چند تومان پس‌انداز می‌کند!

$$6 \times 4200 = 25200 \text{ تومان}$$

(ب) مبلغ کل پیراهن چند تومان است؟

$$\frac{2}{3} = \frac{25200}{x} \Rightarrow x = \frac{25200 \times 3}{2} = 37800 \text{ تومان}$$

۷- (الف) این فروشگاه برای خرید و حمل برنج چند تومان

$$12500000 + 2000000 = 14500000 \text{ تومان}$$

(ب) کل مبلغ حاصل از فروش برنج، چند تومان باید باشد؟

$$12500000 + 1800000 = 14300000 \text{ تومان}$$

(ج) مبلغ فروش هر کیلو برنج چند تومان باید باشد؟

$$14300000 \div 5000 = 2860 \text{ تومان}$$

۸- (الف) هزینه‌ی تولید ۵ عدد نان، چند تومان است؟

$$3 \times 750 = 2250$$

 (ب) مبلغ فروش ۵ عدد نان، چند تومان است؟ $600 \times 5 = 3000$

 (ج) سود ۵ عدد نان چند تومان است؟ $3000 - 2250 = 750$

(د) او چند عدد نان باید بفروشد؟

$$\frac{5}{750} = \frac{x}{22500} \Rightarrow x = \frac{72000 \times 5}{750} = 480 \text{ عدد نان}$$

۹- (الف) چند نقطه روی شکل وجود دارد که فاصله‌ی آن از

 خط d ، ۲ سانتی‌متر است؟ بی‌شمار. در واقع تمامی نقاط روی خط d' ، که موازی d است.

 (ب) چند نقطه وجود دارد که از نقطه‌ی A به فاصله‌ی $1/5$

 سانتی‌متر است؟ بی‌شمار، تمامی نقاط روی دایره‌ی C ، به شعاع $1/5$ سانتی‌متر و به مرکز A .

 (ج) نقاط مورد نظر کدام‌اند؟ محل برخورد خط d' و دایره‌ی C یعنی نقاط M و N .
