فصل ۱

استدلال در هندسه

(صفحه‌ی ۱ تا ۴۵ کتاب درسی)

دانش‌آموزان عزیز در تمام فصل‌های این کتاب ابتدا مسائل بدون ستاره کنند و پس از تسلط بر آن‌ها، در صورت صلاحدیدِ دبیر محترم‌شان به سراغ مسائل ستاره‌دار بروند.

استدلال استقرایی

۱- الف) استدلال استقرایی را تعریف کنید.

....

ب) توضیح دهید نتایج حاصل از استدلال استقرایی به لحاظ قطعیت چگونه‌اند؟

....

پ) با یک مثال، به کار بردن روش استدلال استقرایی برای رسیدن به یک حدس کلی را نشان دهید.

....

....

....

ت) مثال دیگری بیاورید که نشان دهد همیشه استدلال استقرایی به یک نتیجه‌ی درست منجر نمی‌شود.

....

....

۲- مفاهیم زیر را تعریف نمایید.

الف) خط‌های همرس

....

ب) اشکال خود ـ متشابه

....

۳- الف) ابتدا یک مثلث متساوی الاضلاع به دلخواه رسم نمایید. سپس وسط ضلع‌های آن را پیدا کرده و به هم وصل کنید.

ب) سه مثلثی را که در گوشه‌ها ایجاد می‌شوند، نگه دارید و مثلث میانی را با سیاه کردن حذف کنید. این فرایند را روی سه مثلث جدید تکرار کنید.

....

....

....

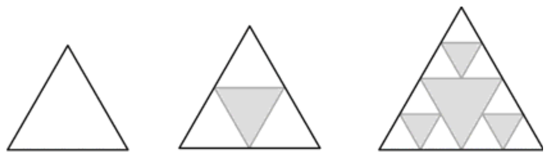
پ) تعداد مثلث‌های سفید را در هر مرحله یادداشت نمایید و با استفاده از استدلال استقرایی تعداد مثلث‌های سفید را در مرحله‌ی n ام حدس بزنید و جدول را کامل کنید. (شکلی که از تکرار این فرآیند ایجاد می‌شود. مثلث سرپینسکی نام دارد.)

مرحله	۰	۱	۲	...	n
تعداد مثلث‌های سفید	۱				

....

....

۴- مثلث متساوی الاضلاعی به ضلع واحد در نظر بگیرید. مطابق شکل وسط‌های اضلاع را به هم وصل کرده، با سیاه کردن و حذف مثلث میانی، سه مثلث جدید در گوشه‌ها ایجاد می‌کنیم. این فرآیند را در چند مرحله ادامه داده و هر بار کل مساحت مثلث‌های باقی‌مانده (سیاه نشده) را حساب کنید. از آن جا فرمولی برای مساحت مثلث‌های باقی‌مانده در مرحله‌ی n اُم حدس زده و نوع استدلال خود را بیان کنید.



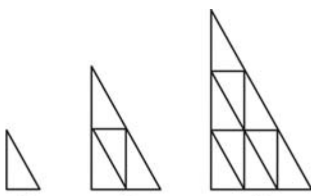
مرحله‌ی (۰)　مرحله‌ی (۱)　مرحله‌ی (۲)

....

....

....

۵- مثلث‌های شکل‌های (۱)، (۲) و (۳) با هم متشابه و مثلث‌های کوچک همه با هم همنهشت هستند. با توجه به شکل‌های مقابل و با استفاده از استدلال استقرایی، جدول زیر را کامل کنید.



(۱)　(۲)　(۳)

شماره شکل	۱	۲	۳	۴	...	n
تعداد مثلث‌های کوچک	۱	۴	۹		...	

....

....

۶- اضلاع مثلث متساوی الاضلاعی را به سه قسمت مساوی تقسیم کنید. روی هر قسمت میانی یک مثلث متساوی‌الاضلاع بنا کنید. پاره‌خط میانی را حذف کنید.

الف) این عمل را در دو مرحله‌ی بعد، روی هر یک از پاره‌خط‌های ایجاد شده انجام دهید (با رسم شکل)؛ سپس جدول زیر را کامل کنید. (اگر این عمل را بی‌نهایت بار تکرار کنیم، شکلی به نام برف‌دانه‌ی کخ ایجاد می‌شود.)

مرحله	۰	۱	۲	...	n
تعداد پاره‌خط‌ها	۳	۱۲			

ب) اگر طول ضلع مثلث متساوی‌الاضلاع در مرحله‌ی (۰) برابر ۱ باشد، محیط شکل حاصل در مرحله‌های (۱) و (۲) را به دست آورید و جدول مقابل را کامل کنید.

مرحله	۰	۱	۲	...	n
محیط	۳				

....

....

☆ ۷- یک نیم‌دایره را در نظر بگیرید. داخل این نیم‌دایره، دو نیم‌دایره که قطر آن‌ها برابر شعاع نیم‌دایره‌ی بزرگ است، به صورت زیر رسم و همین روند را در مرحله‌ی بعد تکرار می‌کنیم. با توجه به شکل‌های زیر، در مرحله‌ی n اُم تعداد نیم‌دایره‌ها چند تا خواهد بود؟

مرحله‌ی (۰) مرحله‌ی (۱) مرحله‌ی (۲)

مرحله	۰	۱	۲	۳	...	n
تعداد نیم‌دایره						

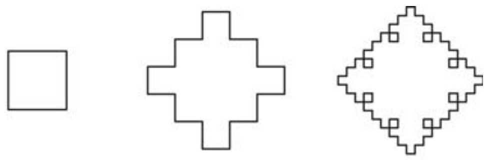
این نتیجه را براساس چه نوع استدلالی به دست آوردیم؟

....

....

....

☆ ۸- مربعی به طول ضلع واحد مفروض است. هر ضلع این مربع را به سه قسمت مساوی تقسیم کرده و سپس روی قسمت میانی یک مربع بنا می‌کنیم و پاره‌خط میانی را حذف می‌نماییم. در مرحله‌های بعد، دستورالعمل فوق را روی هر یک از پاره‌خط‌های ایجاد شده تکرار می‌کنیم. اگر این روند را در مراحل متوالی ادامه دهیم، جدول زیر را کامل کرده و بگویید عبارت‌هایی که برای مرحله‌ی n اُم حدس زده‌اید با چه نوع استدلالی به دست آورده‌اید.



مرحله‌ی (۰) مرحله‌ی (۱) مرحله‌ی (۲)

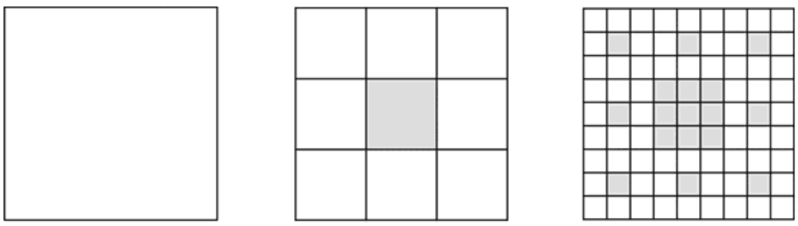
مرحله	۰	۱	۲	۳	...	n
تعداد پاره‌خط‌ها						
محیط شکل حاصل(مجموع طول‌های همه‌ی پاره‌خط‌ها)						

....

....

....

☆ ۹- مربعی را به ضلع واحد در نظر بگیرید. هر ضلع مربع را به سه قسمت مساوی تقسیم کرده، نقاط تقسیم را متقابلاً به هم وصل و سپس مربع وسط را حذف نمایید. در مرحله‌ی دوم به همین ترتیب هر ضلع مربع حاصل را به سه قسمت مساوی تقسیم کرده و مانند مرحله‌ی قبل عمل کنید و این روند را ادامه دهید. با توجه به شکل حاصل، جدول زیر را کامل کنید:



مرحله‌ی (۰) مرحله‌ی (۱) مرحله‌ی (۲)

روش استدلال به کار رفته در این مسأله چه نام دارد؟

مرحله	۰	۱	۲	۳	...	n
تعداد مربع‌های باقی‌مانده						
طول ضلع مربع‌های باقی‌مانده						
کلّ مساحت مربع‌های باقی‌مانده						

....

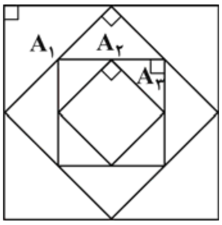
....

....

....

....

....



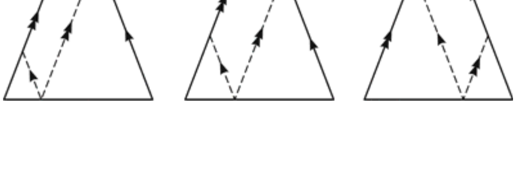
☆ ۱۰- مربعی به ضلع واحد را در نظر بگیرید. مطابق شکل وسط‌های اضلاع مجاور را به هم وصل می‌کنیم تا در داخل مربع، یک مربع جدید و چهار مثلث قائم‌الزاویه ایجاد شود. این فرآیند را تکرار کرده و هر بار مساحت مثلث‌های به دست آمده را محاسبه نمایید. (مثلاً در مرحله‌ی اول، مساحت A_1، در مرحله‌ی دوم، مساحت A_2 و ... را حساب کنید.) با ادامه‌ی این روند فرمولی برای مساحت مثلث‌های به وجود آمده در مرحله‌ی n اُم، A_n، حدس بزنید. این حدس را بر مبنای چه نوع استدلالی بیان می‌کنید؟

۱۱- الف) جدول زیر را با استفاده از استدلال استقرایی کامل کنید:

تعداد ضلع‌ها در چندضلعی محدب	۳	۴	۵	۶	...	n
تعداد قطرهای رسم شده از یک رأس	۰	۱				

ب) با استفاده از رابطه‌ای که بین تعداد ضلع‌ها و تعداد قطرهایی که از یک رأس n ضلعی می‌گذرند، پیدا کرده‌اید، رابطه‌ای را بین تعداد ضلع‌ها و تعداد قطرهایی که از تمام رأس‌های یک n ضلعی می‌گذرند، حدس بزنید.

۱۲- با استفاده از استدلال استقرایی، رابطه‌ای که مجموع زاویه‌های داخلی یک n ضلعی محدب را بیان می‌کند، حدس بزنید و مراحل انجام کار را توضیح دهید.



۱۳- یک نقطه‌ی دلخواه روی قاعده‌ی یک مثلث متساوی‌الساقین در نظر بگیرید. از این نقطه به موازات دو ساق مثلث خطوطی رسم کنید. طول دو پاره‌خط را اندازه‌گیری کرده، سپس مجموع آن‌ها را به دست آورید. با جابه‌جا کردن این نقطه روی قاعده، چه تغییری در اندازه‌ی این مجموع ایجاد می‌شود؟ آیا رابطه‌ای بین این مجموع و اجزای مثلث وجود دارد؟

۱۴- مثلث ABC را به دلخواه رسم کنید. میانه‌های نظیر ضلع‌های AB و BC، یعنی CN و AM را رسم و نقطه‌ی برخورد آن‌ها را P بنامید. ابتدا با اندازه‌گیری طول پاره‌خط‌های AP و PM نسبت‌های $\frac{AP}{AM}$ و $\frac{PM}{AM}$ را به‌دست آورید. سپس با اندازه‌گیری طول پاره‌خط‌های CP و PN نسبت‌های $\frac{CP}{CN}$ و $\frac{PN}{CN}$ را تعیین کنید.

الف) از نسبت‌های به‌دست آمده چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

ب) اگر میانه‌ی نظیر ضلع AC را رسم کنید، سه میانه نسبت به هم چه وضعی دارند؟

۱۵- ابتدا یک مثلث متساوی‌الساقین، یک مثلث قائم‌الزاویه و یک مثلث با زاویه‌ی منفرجه بکشید. سپس ارتفاع‌های هر کدام را رسم نمایید.

الف) نقطه‌ی همرسی ارتفاع‌ها در هر مثلث در کجا قرار دارند؟

ب) اگر همه‌ی مثلث‌ها را از یک نوع (مثلاً همه را قائم‌الزاویه) می‌کشیدیم، آیا می‌توانستیم با استفاده از استدلال استقرایی به یک حدس درست در مورد نقطه‌ی همرسی ارتفاع‌ها برسیم؟

۱۶- با استفاده از استدلال استقرایی، ویژگی‌های شکل حاصل از برخورد نیمسازهای زاویه‌های داخلی یک متوازی‌الاضلاع را پیش‌بینی کنید و چگونگی رسیدن به حدس خود را توضیح دهید.

۱۷- با استفاده از استدلال استقرایی، ویژگی شکل حاصل از برخورد نیمسازهای زاویه‌های داخلی یک ذوزنقه‌ی متساوی‌الساقین را پیش‌بینی کنید.

۱۸- وسط ضلع‌های چهارضلعی‌های زیر را به طور متوالی به هم وصل می‌کنیم. حدس شما در مورد نام چهارضلعی پدید آمده از وصل کردن وسط‌های ضلع‌های آن‌ها چیست؟

الف) مستطیل　　ب) مربع　　پ) متوازی‌الاضلاع　　ت) لوزی

☆ ۱۹- با استفاده از استدلال استقرایی، شکل حاصل از وصل کردن وسط‌های اضلاع یک چهارضلعی را حدس بزنید.

مثال نقض

۲۰- برای ردّ حدس‌های کلی زیر مثال نقض ارائه کنید. (با رسم شکل)

الف) نقطه‌ی همرسی عمود منصف‌های سه ضلع یک مثلث، همواره داخل مثلث قرار می‌گیرد.

ب) نقطه‌ی همرسی عمود منصف‌های سه ضلع یک مثلث، داخل یا خارج آن واقع است.

پ) ارتفاع‌های هر مثلث، داخل مثلث واقع است.

ت) هر زاویه‌ی خارجی یک چند ضلعی، از هر زاویه‌ی داخلی آن بزرگ‌تر است.

ث) چهارضلعی که دو قطر عمود بر هم دارد، لوزی است.

ج) اگر در یک چهارضلعی اضلاع برابر باشند، مربع است.

۲۱- کدام‌یک از عبارت‌های زیر درست و کدام‌یک نادرست است؟ در صورت نادرست بودن یک مثال نقض پیدا کنید.

الف) اگر دو زاویه مکمل یک‌دیگر باشند، آن‌گاه دو زاویه قائمه هستند.

ب) اگر سه نقطه روی یک خط باشند، آن‌گاه از این سه نقطه فقط یک صفحه می‌گذرد.

پ) متوازی‌الاضلاعی که قطرهایش بر هم عمود باشند، لوزی است.

ت) چهارضلعی که دو قطر مساوی دارد، مستطیل است.

قضیه‌ی شرطی، عکس قضیه‌ی شرطی و قضیه‌ی دو شرطی

۲۲- مفاهیم زیر را تعریف کنید.

الف) قضیه‌ی شرطی

ب) فرض قضیه‌ی شرطی

پ) حکم قضیه‌ی شرطی

ت) عکس قضیه‌ی شرطی

ث) قضیه‌ی دو شرطی

۲۳- در چه صورت یک عبارت شرطی، یک قضیه‌ی شرطی نخواهد بود؟

۲۴- قضیه‌های شرطی زیر را در نظر بگیرید. عکس هر یک از این قضیه‌های شرطی را نوشته و بگویید عکس کدام‌یک از آن‌ها یک قضیه‌ی شرطی است.

الف) مساحت‌های هر دو مثلث همنهشت با هم برابرند.

ب) اگر در دو مثلث، طول ضلع‌ها نظیر به نظیر با هم برابر باشند، آن‌گاه زاویه‌ها نظیر به نظیر با هم برابرند.

پ) اگر سه ضلع مثلث برابر باشند، آن‌گاه هر زاویه‌ی آن 60° است.

ت) مثلثی که دو زاویه‌ی برابر دارد، دارای دو ضلع برابر است.

ث) مستطیل، یک چهارضلعی است که چهار زاویه‌ی قائمه دارد.

ج) در هر مثلث، ضلع مقابل به زاویه‌ی 90°، بزرگ‌ترین ضلع است.

۲۵- قضیه‌های زیر را به صورت قضیه‌های شرطی بنویسید و سپس تعیین کنید عکس آن‌ها قضیه‌ی شرطی است یا نه. در صورتی که یک قضیه نباشد، یک مثال نقض بیاورید.

الف) هر مستطیل یک متوازی‌الاضلاع است.

ب) هر دو مثلث همنهشت دارای مساحت‌های برابر هستند.

پ) در دو مثلث متشابه، ضلع‌های متناظر متناسب هستند.

ت) در مثلث قائم‌الزاویه، عمود منصف‌های ضلع‌ها در وسط وتر همرس می‌شوند.

ث) هرکس در شیراز زندگی می‌کند، در استان فارس است.

۲۶- قضیه‌ی تالس را به صورت قضیه‌ی دوشرطی بنویسید.

۲۷- آیا نتایج زیر از عبارت‌های داده شده حاصل می‌شوند؟ جواب خود را توضیح بدهید.

الف) همه‌ی گل‌ها زیبا هستند میخک نام گل است.

نتیجه: گُل میخک زیبا است.

ب) هوای بعضی شهرها همیشه گرم است. همدان یک شهر است.

نتیجه: هوای همدان بعضی وقت‌ها گرم است.

پ) هر مربعی یک لوزی است. چهارضلعی $ABCD$ یک لوزی است.

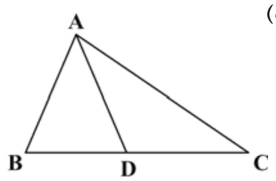
نتیجه: $ABCD$ یک مربع است.

ت) علی برادر حسن است. حسن برادر زهرا است.

نتیجه: علی برادر زهرا است.

برهان خلف

۲۸- مراحل اثبات به روش برهان خلف را توضیح دهید.

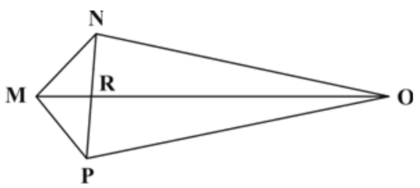


۲۹- در مثلث ABC ، AD نیمساز زاویه‌ی A است. اگر $BD \neq DC$ ، ثابت کنید $AB \neq AC$. (با برهان خلف)

۳۰- با برهان خلف نشان دهید که اگر a ، b و c سه خط راست باشند که $a \parallel b$ و $b \parallel c$ ، آن‌گاه $a \parallel c$.

۳۱- با برهان خلف ثابت کنید: اگر در دو مثلث ABC و $A'B'C'$ ، $AB = A'B'$ ، $AC = A'C'$ و $\widehat{A} \neq \widehat{A}'$ ؛ آن‌گاه $BC \neq B'C'$.

۳۲- در چهارضلعی $MNOP$ ، دو قطر MO و NP یک‌دیگر را در R قطع می‌کنند.



الف) نشان دهید اگر $MP = MN$ و $ON \neq OP$ ، آن‌گاه MO نیمساز زاویه‌ی PMN نیست.

ب) نشان دهید اگر $MP = MN$ و $ON \neq OP$ ، آن‌گاه MO بر NP عمود نیست.

۳۳- با برهان خلف ثابت کنید در هر مثلث:

الف) هر دو نیمساز زاویه‌های داخلی متقاطع‌اند.

ب) هر دو میانه متقاطع‌اند.

پ) هر دو ارتفاع متقاطع‌اند.

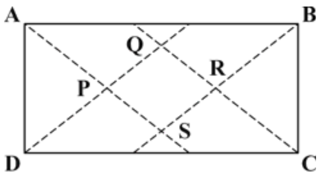
ت) عمودمنصف‌های هر دو ضلع متقاطع‌اند.

۳۴- با برهان خلف ثابت کنید عمودمنصف هر پاره‌خط یکتا است.

استدلال استنتاجی

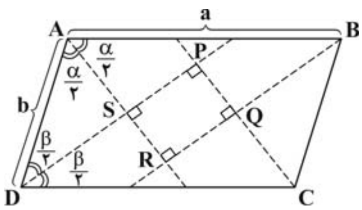
۳۵- با استفاده از استدلال استنتاجی نشان دهید شکل حاصل از برخورد نیمسازهای زاویه‌های داخلی یک مستطیل، مربع است.

۳۶- چهار مورد از حقایقی را که از آن‌ها در استدلال استنتاجی سؤال قبل، استفاده کرده‌اید به طور واضح بنویسید.



۳۷- از تقاطع نیمسازهای زاویه‌های داخلی یک مستطیل یک مربع پدید می‌آید. رابطه‌ی بین طول ضلع این مربع و اضلاع مستطیل را به دست آورید.

☆ ۳۸- نشان دهید شکل حاصل از برخورد نیمسازهای زاویه‌های داخلی هر متوازی‌الاضلاع، یک مستطیل است.



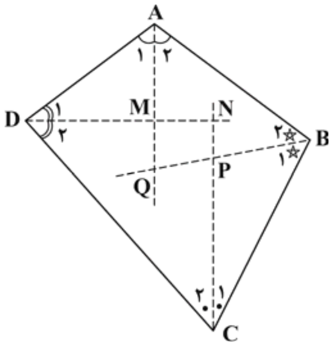
☆ ۳۹- از برخورد نیمسازهای زوایای داخلی هر متوازی‌الاضلاع، یک مستطیل حاصل می‌شـــود. نشان دهید طول اضلاع این مستطیل از رابطه‌های زیر به دست می‌آیند:

$$PS = (a - b)\sin\frac{\alpha}{۲} \quad , \quad SR = (a - b)\sin\frac{\beta}{۲}$$

که در آن a و b طول اضلاع متوازی‌الاضلاع و α و β اندازه‌ی زوایای آن هستند.

☆ ۴۰- ثابت کنید اوساط اضلاع هر چهارضلعی محدب، رئوس یک متوازی‌الاضلاع هستند. محیط این متوازی‌الاضلاع را برحسب طول قطرهای چهارضلعی به دست آورید.

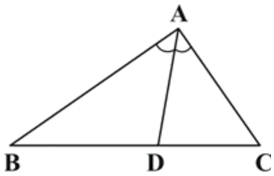
☆ ۴۱- ثابت کنید از برخورد نیمسازهای زاویه‌های داخلی هر چهارضلعی محدب، چهارضلعی به وجود می‌آید که زاویه‌های مقابل آن مکمل‌اند. (چهارضلعی محاطی)



۴۲- نشان دهید در هر مثلث نیمساز هر زاویه‌ی داخلی، ضلع روبه‌رو به آن زاویه را به نسبت دو ضلع زاویه قطع می‌کند.

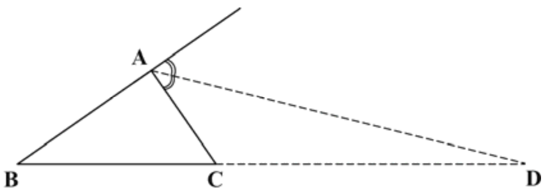
$$\frac{AB}{AC}=\frac{BD}{DC}$$

(از رأس B یا C خطی به موازات نیمساز (AD) رسم کرده و از قضیه‌ی تالس استفاده کنید.)



۴۳- ثابت کنید نیمساز هر زاویه‌ی خارجی مثلث، ضلع روبه‌رو به آن زاویه را به نسبت دو ضلع آن زاویه تقسیم می‌کند.

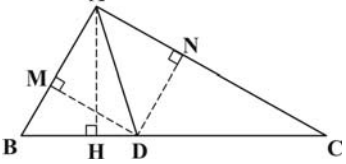
$$\frac{DC}{DB}=\frac{AC}{AB}$$



۴۴- با انجام مراحل زیر، نشان دهید در هر مثلث، نیمساز داخلی هر زاویه ضلع مقابل به آن زاویه را به نسبت دو ضلع زاویه قطع می‌کند.

در مثلث ABC ، AH ارتفاع و AD نیمساز است. مساحت مثلث ABD و ACD را به ترتیب با S و S' نشان می‌دهیم.

الف) با در نظر گرفتن BD و CD به عنوان قاعده‌ی این مثلث‌ها، نسبت $\frac{S}{S'}$ را به دست آورید.

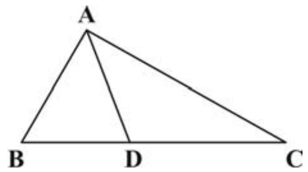


ب) از D عمودهایی بر اضلاع AB و AC رسم کنید و پای آن‌ها را به‌ترتیب M و N بنامید. DM و DN چه رابطه‌ای با هم دارند؟

پ) با در نظر گرفتن AB و AC به عنوان قاعده‌ی مثلث‌های ABD و ACD، نسبت $\frac{S}{S'}$ را به دست آورید.

ت) از مقایسه‌ی نسبت‌ها در قسمت‌های (الف) و (پ) چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

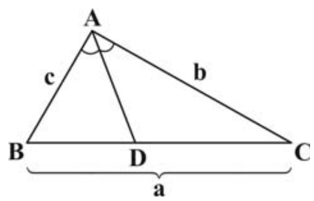
☆ ۴۵- ثابت کنید اگر در مثلثی پاره‌خط گذرنده از رأس A، ضلع مقابل به زاویه‌ی A را به نسبت اضلاع زاویه‌ی A قطع کند، آن پاره‌خط نیمساز زاویه‌ی A است.



فرض: $\frac{BD}{DC}=\frac{AB}{AC}$

حکم: AD نیمساز است.

☆ ۴۶- در مثلث ABC با طول اضلاع a، b و c، اگر AD نیمساز زاویه‌ی A باشد، نشان دهید:

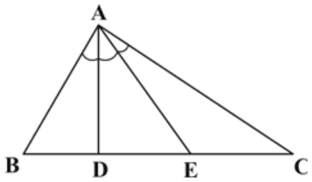


$$BD=\frac{ac}{c+b}\ ,\ DC=\frac{ab}{c+b}$$

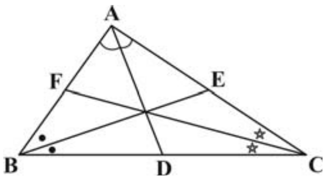
۴۷- سه ضلع مثلثی ۸، ۱۲ و ۱۵ سانتی‌متر می‌باشند. اندازه‌ی پاره‌خط‌هایی که نیمساز درونی زاویه‌ی بزرگ‌تر مثلث بر ضلع مقابل آن پدید می‌آورد را تعیین کنید. (پاسخ: ۶ و ۹ سانتی‌متر)

۴۸- در مثلث ABC، میانه‌ی AM و نیمسازهای دو زاویه‌ی AMB و AMC را رسم کنید. این دو نیمساز اضلاع AB و AC را قطع می‌کنند. این نقاط را به ترتیب P و Q بنامید. سپس ثابت کنید دو خط PQ و BC با هم موازی‌اند.

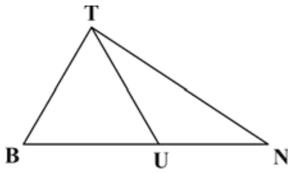
☆ ۴۹- در مثلث ABC، پاره‌خط‌های AD و AE زاویه‌ی A را به سه قسمت مساوی تقسیم کرده‌اند. ثابت کنید: $\frac{BD}{CE} = \frac{AB \, . \, AD}{AC \, . \, AE}$



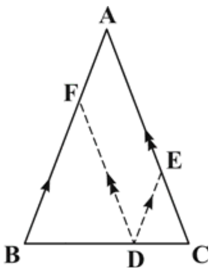
☆ ۵۰- نقاط D، E و F به ترتیب پای نیمسازهای زوایای A، B و C از مثلث ABC هستند. نشان دهید: $\frac{AF}{FB} \times \frac{BD}{DC} \times \frac{CE}{EA} = 1$



۵۱- در شکل مقابل، با فرض $BT = BU$، ثابت کنید $B\hat{T}N > T\hat{U}B$.

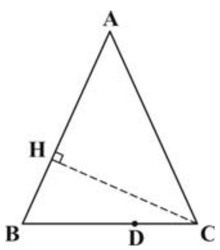


۵۲- با استفاده از استدلال استنتاجی ثابت کنید اگر از یک نقطه‌ی اختیاری روی قاعده‌ی یک مثلث متساوی‌الساقین دو خط به موازات دو ساق رسم کنیم تا آن‌ها را قطع کنند، آن‌گاه مجموع طول پاره‌خط‌های ایجاد شده برابر طول ساق مثلث خواهد بود. $(DE + DF = AC)$



۵۳- با استفاده از استدلال استنتاجی ثابت کنید مجموع فاصله‌های هر نقطه درون مثلث متساوی‌الاضلاع از سه ضلع آن مقداری ثابت است. آن مقدار ثابت را به دست آورید.

۵۴- با انجام مراحل زیر، ثابت کنید مجموع فاصله‌های هر نقطه روی قاعده‌ی یک مثلث متساوی‌الساقین از دو ساق، مقداری ثابت است و این مقدار ثابت را به‌دست آورید.



الف) مثلث متساوی‌الساقین ABC و نقطه‌ی دلخواه D را روی قاعده‌ی آن در نظر بگیرید و از D عمودهای DE و DF را بر ساق‌های AB و AC رسم کنید.

ب) از A به D وصل کرده و مساحت $\overset{\Delta}{ABC}$ را به صورت مجموع مساحت‌های $\overset{\Delta}{ABD}$ و $\overset{\Delta}{ACD}$ بنویسید.

پ) حال ارتفاع وارد بر یکی از ساق‌های مثلث (CH) را رسم کرده و مساحت مثلث ABC را با استفاده از این ارتفاع بنویسید.

....

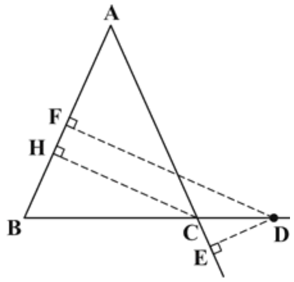
....

ت) از مقایسه‌ی روابط به دست آمده در دو قسمت (ب) و (پ) چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

....

....

۵۵- با انجام مراحل زیر، نشان دهید تفاضل فواصل هر نقطه روی امتداد قاعده‌ی یک مثلث متساوی‌الساقین از دو ساق، با ارتفاع وارد بر ساق مثلث برابر است.



الف) مثلث متساوی‌الساقین ABC را در نظر بگیرید. قاعده‌ی BC را از طرف C امتداد داده و بر امتداد آن نقطه‌ی دلخواه D را در نظر گرفته و از آن عمودهای DF و DE را به‌ترتیب بر AB و AC رسم می‌کنید.

ب) از رأس A به D وصل کرده و مساحت مثلث ABD را به صورت مجموع مساحت‌های دو مثلث ABC و ACD بنویسید.

....

....

....

پ) مساحت مثلث ABD را با استفاده از ارتفاع DF بنویسید.

....

....

....

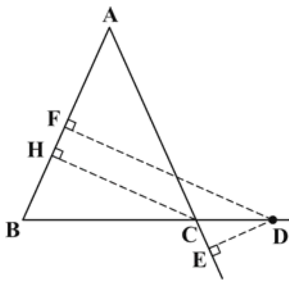
ت) از مقایسه‌ی قسمت‌های (ب) و (پ) چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

....

....

....

۵۶- بدون استفاده از مساحت‌ها، ثابت کنید تفاضل فواصل هر نقطه روی امتداد قاعده‌ی یک مثلث متساوی‌الساقین از دو ساق، مقداری ثابت است و این مقدار ثابت با اندازه‌ی ارتفاع وارد بر ساق مثلث برابر است. $(DF - DE = CH)$



....

....

....

....

....

پاسخ‌نامه‌ی کلیدی آزمون‌های چهارگزینه‌ای

فصل اول

۱-	۲
۲-	۳
۳-	۱
۴-	۲
۵-	۳
۶-	۱
۷-	۲
۸-	۲
۹-	۲
۱۰-	۴
۱۱-	۱
۱۲-	۲
۱۳-	۳
۱۴-	۴
۱۵-	۴
۱۶-	۲
۱۷-	۴
۱۸-	۴
۱۹-	۳
۲۰-	۱

فصل دوم

۱-	۲
۲-	۳
۳-	۳
۴-	۳
۵-	۳
۶-	۴
۷-	۴
۸-	۱
۹-	۴
۱۰-	۱
۱۱-	۴
۱۲-	۳
۱۳-	۴
۱۴-	۲
۱۵-	۲
۱۶-	۳
۱۷-	۲
۱۸-	۳
۱۹-	۳
۲۰-	۴
۲۱-	۳
۲۲-	۳
۲۳-	۱
۲۴-	۴
۲۵-	۲
۲۶-	۲
۲۷-	۴
۲۸-	۴
۲۹-	۱
۳۰-	۳
۳۱-	۴
۳۲-	۴
۳۳-	۳
۳۴-	۲

فصل دوم

۳۵-	۳
۳۶-	۲
۳۷-	۴
۳۸-	۳
۳۹-	۴
۴۰-	۲
۴۱-	۴
۴۲-	۳
۴۳-	۴
۴۴-	۴
۴۵-	۲
۴۶-	۴
۴۷-	۴
۴۸-	۳
۴۹-	۲
۵۰-	۳
۵۱-	۱
۵۲-	۳

فصل سوم

۱-	۱
۲-	۳
۳-	۴
۴-	۱
۵-	۱
۶-	۴
۷-	۲
۸-	۳
۹-	۲
۱۰-	۱
۱۱-	۲
۱۲-	۳
۱۳-	۲
۱۴-	۲
۱۵-	۱
۱۶-	۲
۱۷-	۱
۱۸-	۱
۱۹-	۳
۲۰-	۳
۲۱-	۴
۲۲-	۳

فصل چهارم

۱-	۳
۲-	۴
۳-	۲
۴-	۲
۵-	۴
۶-	۱
۷-	۲
۸-	۴
۹-	۴
۱۰-	۳
۱۱-	۴
۱۲-	۳
۱۳-	۲
۱۴-	۳
۱۵-	۴
۱۶-	۱
۱۷-	۴
۱۸-	۴
۱۹-	۳
۲۰-	۴
۲۱-	۱
۲۲-	۳
۲۳-	۲
۲۴-	۴
۲۵-	۱
۲۶-	۳
۲۷-	۱
۲۸-	۱
۲۹-	۴
۳۰-	۴
۳۱-	۱
۳۲-	۴
۳۳-	۴
۳۴-	۴