اعداد طبیعی، حسابی، صحیح

۱- در جدول زیر، مشخص کنید اعداد داده‌شده هر یک از ویژگی‌های طبیعی‌بودن، حسابی‌بودن و صحیح‌بودن را دارند یا نـه. (مطـابق نمونـه، از نمادهای ☑ و ☒ استفاده کنید.)

	طبیعی	حسابی	صحیح
۰	☒	☑	☑
-۳			
$\frac{۸۵}{۱۷}$			
$\sqrt{۳۶}$			
$-\frac{۱}{۲}$			

۲- درستی یا نادرستی هر یک از عبارت‌های زیر را مشخص کنید.

الف) اگر عددی صحیح باشد، حسابی و طبیعی هم هست.

ب) اعداد صحیح نامنفی، همان اعداد طبیعی‌اند.

ج) فقط یک عدد حسابی وجود دارد که طبیعی نیست.

د) بی‌شمار عدد طبیعی وجود دارد که حسابی نیستند.

۳- الف) a عددی صحیح و غیرطبیعی و b عددی حسابی است؛ دو عدد مانند a و b مثال بزنید طوری که مجموع آن‌ها عددی طبیعی باشد.

ب) دو عدد مثال بزنید که صحیح نباشند ولی حاصل‌جمع آن‌ها صحیح شود.

۴- اخیراً در جنگل‌های آمازون جانوری کشف شده که در بدو تولد ۰/۱ متر طول دارد و در هر سال نیز ۰/۱ متر به طولش اضافه می‌شـود. درسـت زمانی که طول این جانور (برحسب متر) برای سومین بار عددی طبیعی شود، جانور می‌میرد! این جانور به طور طبیعی (!) چند سال عمر می‌کند؟

۵- قیمت یک نوع خودکار ۱۷۰ تومان و قیمت یک نوع مداد ۱۳۰ تومان است. تعدادی خودکار و مداد خریده‌ایم و یک اسکناس ۱۰۰۰ تومـانی بـه فروشنده داده‌ایم. اگر فروشنده ۲۳۰ تومان به ما پس داده باشد، چند خودکار و چند مداد خریده‌ایم؟

۶- الف) x عددی مثبت است؛ x حداقل چند باشد تا $۱۰x-۱۰/۱$ عددی صحیح شود؟

ب) y عددی منفی است؛ y حداکثر چند باشد تا $۱۰y-۱۰/۱$ عددی صحیح شود؟

۷- در هر یک از حالت‌های زیر، مقدار یا مقادیر ممکن برای m را بیابید.

الف) $۰/۰۰۱m$ عدد طبیعی یک‌رقمی است.

ب) $\frac{m}{۲}+\frac{m}{۳}$ عدد طبیعی است.

ج) $۰/۱(m-۱)+۲$ عدد حسابی است اما طبیعی نیست.

د) $m+۳$ عدد صحیح است اما حسابی نیست.

۸- الف) اگر حاصل‌ضرب دو عدد طبیعی ۵۳ شود، حاصل‌جمع آن‌ها چند است؟

ب) اگر حاصل‌ضرب سه عدد طبیعی ۵۳ شود، حاصل‌جمع آن‌ها چند است؟

ج) اگر حاصل‌ضرب سه عدد طبیعی متمایز ۸۲ شود، حاصل‌جمع آن‌ها چند است؟

د) اگر حاصل‌ضرب دو عدد طبیعی بزرگ‌تر از یک، ۸۲ شود، حاصل‌جمع آن‌ها چند است؟

۹- x ، y و z سه عدد صحیح و متمایزند. در هر یک از حالت‌های زیر، مقدار آن‌ها را بیابید.

الف) $xy=۰$ ، $yz=۱۰$ و $y+۲z=۹$.

ب) $xy=۱۱$ و $xz=-۲$.

ج) $xyz=-۵۱$ ، $xz=۱۷$ و $xy=-۳$.

۱۰- a یک عدد طبیعی سه‌رقمی است که مجموع ارقام آن برابر با عدد m است؛ مجموع ارقام عدد $۱۰۰۱۰۰۱a$ چند است؟ (برحسب m)

۱۱- m عددی طبیعی است. اگر $m(m-۵)$ عددی صحیح باشد، اما حسابی نباشد، مقدار یا مقادیر ممکن برای m چیست؟

۱۲- یک حلزون روی مبدأ محور اعداد قرار دارد! او در روز اول تا نقطه‌ی ۱ جلو می‌رود و هر روز سه برابر مسیر روز قبل را در جهت مثبت محور اعداد طی می‌کند. شب‌ها که حلزون می‌خوابد، طوفان او را به عقب برمی‌گرداند به‌گونه‌ای که روی قرینه‌ی نقطه‌ای که در آن قرار داشت، می‌ایستد. پس از چه مدت حلزون به نقطه‌ی نظیر ۶۱ می‌رسد؟

۱۳- الف) اگر اضلاع مستطیلی برحسب سانتی‌متر، اعدادی طبیعی باشند و مساحت مستطیل ۳۰ سانتی‌مترمربع باشد، محیط مستطیل حداقل چند سانتی‌متر است؟

ب) اگر اضلاع یک مکعب مستطیل برحسب سانتی‌متر، اعدادی طبیعی باشند و حجم مکعب مستطیل ۳۰ سانتی‌متر مکعب باشد، حاصل‌جمع اضلاع آن حداقل چند سانتی‌متر است؟

ج) در میان مستطیل‌هایی که محیط آن‌ها ۳۰ سانتی‌متر و طول و عرض آن‌ها برحسب سانتی‌متر اعداد طبیعی هستند، بیشترین مساحت چه‌قدر است؟

اعداد گویا

۱۴- عبارت‌های زیر را با استفاده از کلمات «طبیعی، حسابی، صحیح، گویا» کامل کنید.

الف) هر عدد گویا را می‌توان به صورت تقسیم یک عدد ..... بر یک عدد ..... نمایش داد.

ب) اگر پاره‌خطی را که طولش عددی طبیعی است، به چند قسمت مساوی تقسیم کنیم، تعدادی پاره‌خط به دست می‌آید که طول هر کدام حتماً عددی ..... است.

۱۵- با نوشتن هر یک از عددهای زیر به شکل کسری که صورتش عددی صحیح و مخرجش عددی طبیعی است، نشان دهید این اعداد گویا هستند.

الف) -۱۱۲ ب) $\frac{۰/۰۶}{۰/۷}$ ج) $۱۵/۶۲۴$ د) $-۰/۰۰۵۱\times۱۰^{-۲}$

۱۶- درستی یا نادرستی هر یک از عبارت‌های زیر را مشخص کنید.

الف) هر عدد صحیح، یک عدد گویاست. ب) هر عدد گویا، یک عدد صحیح است.

۱۷- الف) عددی گویا مثال بزنید که طبیعی باشد.

ب) عددی گویا مثال بزنید که صحیح نباشد.

ج) عددی حسابی مثال بزنید که گویا نباشد.

د) سه عدد گویا مثال بزنید که صحیح نباشند ولی حاصل‌ضربشان صحیح شود.

۱۸- در هر یک از موارد زیر، عدد بزرگ‌تر را مشخص کنید.

الف) $\frac{۳}{۷}$ و $\frac{۵}{۷}$ ب) $-\frac{۲}{۵}$ و $-\frac{۲}{۷}$ ج) $\frac{۱۱}{۱۲}$ و $\frac{۱۲}{۱۳}$

د) $-\frac{۱۵}{۸}$ و $-\frac{۱۶}{۹}$ ه) $۳\frac{۴}{۳}$ و $۴\frac{۱}{۳}$ و) $۵\frac{۴}{۵}$ و $۵\frac{۵}{۶}$

۱۹- حاصل کدام عبارت بزرگ‌تر است؟

الف) $-۶\frac{۱}{۳}+۲\frac{۵}{۷}-\frac{۱}{۳}$ ب) $(-\frac{۲}{۳}\times۳\frac{۷}{۸})\div\frac{۱}{۲}$

۲۰- اعداد گویای زیر را از کوچک به بزرگ مرتب کنید.

$\frac{۷}{۸}$, $\frac{۸}{۹}$, $۰/۰۰۰۸۷\times۱۰^{۳}$, ۸۹×۱۰^{-۲}

۲۱- بین $-\frac{۵}{۴}$ و $-\frac{۴}{۵}$ هشت عدد گویا بنویسید.

۲۲- بین $\frac{۱}{۳}$ و $\frac{۲}{۵}$ چند عدد گویا وجود دارد؟ پنج‌تا از این عددها را بنویسید.

۲۳- درستی یا نادرستی هر یک از عبارت‌های زیر را مشخص کنید.

الف) بین ۵/۱ و ۵/۲ عدد گویا وجود ندارد. ب) کوچک‌ترین عدد گویای مثبت، وجود ندارد.

۲۴- a و b دو عدد گویای دلخواهند؛ مشخص کنید هر یک از اعداد گویای زیر، بین دو عدد $\frac{۲a}{۳}$ و $\frac{۴b}{۵}$ قرار دارد یا نه.

الف) $\frac{a}{۳}+\frac{۲b}{۵}$ **ب)** $\frac{a}{۴}+\frac{b}{۲}$ **ج)** $۲a+۴b$ **د)** $\frac{۵a+۱۸b}{۳۰}$

۲۵- a و b دو عدد گویای دلخواه‌اند و $۰<a<b$؛ درستی یا نادرستی هر یک از عبارت‌های زیر را مشخص کنید.

الف) $\frac{a+۱/۱}{b+۱/۱}$ **از ۱ کوچک‌تر است.**

ب) $\frac{a-۱۰۰}{b-۱۰۰}$ **از** $\frac{a}{b}$ **بزرگ‌تر است.**

۲۶- کسرهای روبه‌رو را از کوچک به بزرگ مرتب کنید.

$\frac{۴۵/۵۹۴}{۴۵/۶۹۴}$, $\frac{۴۵۵/۹۴}{۴۵/۶۹۴}$, $\frac{۴۵/۵۹۳}{۴۵۶/۹۳}$, $\frac{۴۵۵/۹۳}{۴۵۶/۹۳}$

۲۷- اگر $\frac{a}{b}=\frac{۵}{۳}$ **و** $\frac{c}{d}=\frac{۵}{۹}$ **باشد، حاصل** $\frac{۲ad+۳bc}{۵bc+۶ad}$ **چیست؟**

پاسخ سؤالات تشریحی فصل اول

۱

اعداد طبیعی، حسابی، صحیح

اعداد طبیعی

وقتی می‌خواهی پول‌هایت را بشماری، با اعداد طبیعی این کار را می‌کنی (البته اگر پولی داشته باشی!). مثلاً موقع شمردن یک دسته اسکناس هزارتومانی، می‌گویی:

۱ ، ۲ ، ۳ ، ۴ ، ... { این‌جا انگشتت را با زبانت خیس می‌کنی! } ... ، ۲۳ ، ۲۴ ، ... ، ۸۹ ، ۹۰ ، ... ، ۹۹، ۱۰۰. تمام شد! تو ۱۰۰ هزار تومان پول داری! خوش به حالت!

پول‌ها تمام‌شدنی‌اند، ولی اعداد طبیعی هیچ‌وقت تمام نمی‌شوند؛ از ۱ شروع می‌شوند و هی یکی‌یکی اضافه می‌شوند:

برو تا ناکجاآباد! تو ریاضی بِهِش میگن: بی‌نهایت. پس برو تا بی‌نهایت! ⟵ ۱,۲,۳,۴,۵,۶,۷,۸,۹,۱۰,۱۱,...

اعداد حسابی

حالا اگر پولی نداشتی چی؟ قبول داری که موجودی‌ات صفر است؟ اگر صفر را هم به اعداد طبیعی اضافه کنی، اعداد حسابی به دست می‌آیند:

۰,۱,۲,۳,۴,...

اعداد صحیح

اخبار که گوش می‌دهی؟ وقتی می‌خواهد دمای شهرها را اعلام کند، بعضی وقت‌ها می‌گوید دمای یک شهر زیر صفر است؛ مثلاً ۲ درجه زیر صفر، که می‌شود (۲−) درجه. (۲−) قرینه‌ی ۲ است. اگر قبل از هر عددی یک علامت منفی بگذاری، قرینه‌ی آن به دست می‌آید. با اضافه‌کردن قرینه‌ی اعداد طبیعی به اعداد حسابی، اعداد صحیح به دست می‌آیند: ...,−۴,−۳,−۲,−۱,۰,۱,۲,۳,۴,...

◀ اعداد طبیعی و حسابی فقط ته نداشتند، ولی همین‌طور که می‌بینی اعداد صحیح نه سر دارند و نه ته! عجب بی‌سروته‌هایی!

خب حالا دیگر پرکردن جدول کاری ندارد:

	طبیعی	حسابی	صحیح	توضیح
۰	✗	✓	✓	صفر تنها عددی است که هم حسابی است هم صحیح ولی طبیعی نیست
−۳	✗	✗	✓	اعداد منفی نه طبیعی‌اند نه حسابی
$\frac{۸۵}{۱۷}$	✓	✓	✓	$\frac{۸۵}{۱۷}$ همان ۵ است! (۸۵=۱۷×۵)
$\sqrt{۳۶}$	✓	✓	✓	$\sqrt{۳۶}$ می‌شود ۶!
$-\frac{۱}{۲}$	✗	✗	✗	کسرها اگر ساده نشوند، نه طبیعی‌اند نه حسابی نه صحیح

۲

الف کاملاً درست نیست! مثلاً ۴− صحیح است ولی نه طبیعی است نه حسابی. در واقع، یک‌جورهایی عکس مطلب گفته‌شده درست است، یعنی **اگر عددی طبیعی یا حسابی باشد، آن‌وقت صحیح هم هست.**

ب نه نه! **اعداد صحیح نامنفی، همان اعداد حسابی‌اند** نه همان اعداد طبیعی! تنها فرقش هم در عدد صفر است؛ صفر صحیح و نامنفی است ولی حسابی است نه طبیعی.

ج درست است؛ **صفر تنها عددی است که حسابی است و طبیعی نیست.**

د نه، درست نیست؛ اتفاقاً هیچ عددی وجود ندارد که طبیعی باشد ولی حسابی نباشد؛ **تمام اعداد طبیعی، حسابی‌اند.**

۳

الف مثلاً $a=-۲$ و $b=۳$. می‌بینید که a صحیح و غیرطبیعی و b حسابی است و $a+b=۱$ هم طبیعی است. کلاً باید مثالی انتخاب کنید که در آن a صحیح و نامثبت (منفی یا صفر) باشد و اگر علامت‌ها را در نظر نگیرید، b بزرگ‌تر باشد (تا جمعشان مثبت و طبیعی شود).

ب مثلاً $\frac{۱}{۳}$ و $\frac{۲}{۲}$ صحیح نیستند اما جمعشان می‌شود $\frac{۱}{۳}+\frac{۲}{۳}=۱$ که صحیح است.

۴

این جانور وقتی یک‌ساله می‌شود، $۰/۱+۰/۱=۰/۲$ متر طول دارد، وقتی دوساله می‌شود $۰/۲+۰/۱=۰/۳$ متر طول دارد و ... کلاً ۰/۱ که در بدو تولد طول داشته، در n سال هم n تا ۰/۱، یعنی $n\times ۰/۱$ متر قد می‌کشد، پس وقتی n ساله می‌شود، طولش برابر با $۰/۱+۰/۱n$ است. حالا می‌خواهیم این عدد برابر با سومین عدد طبیعی یعنی ۳ شود؛ آن‌وقت است که جانور می‌میرد!

$$۰/۱+۰/۱n=۳ \Longrightarrow ۰/۱n=۳-۰/۱ \Longrightarrow ۰/۱n=۲/۹ \Longrightarrow n=۲۹$$

بنابراین جانور کشف‌شده، به طور طبیعی ۲۹ سال عمر می‌کند.

۵

ما ۱۰۰۰ تومان داده‌ایم، فروشنده ۲۳۰ تومان پس داده، بنابراین ۷۷۰ تومان خرید کرده‌ایم. اگر m خودکار و n مداد خریده باشیم، با توجه به این‌که هر خودکار ۱۷۰ و هر مداد ۱۳۰ تومان است، داریم: $۱۷۰m+۱۳۰n=۷۷۰$؛ دو طرف را بر ۱۰ تقسیم می‌کنیم: $۱۷m+۱۳n=۷۷$. حالا چون m و n اعدادی حسابی هستند (تعداد خودکارها و مدادها را نشان می‌دهند)، نتیجه می‌شود $m=۳$ و $n=۲$. نفهمیدید چه‌طوری پیدا شدند؟! این‌جا را ببینید:

$m=۰ \Longrightarrow ۱۳n=۷۷ \Longrightarrow n=\frac{۷۷}{۱۳}$ ✗

$m=۱ \Longrightarrow ۱۷+۱۳n=۷۷ \Longrightarrow n=\frac{۶۰}{۱۳}$ ✗

$m=۲ \Longrightarrow ۳۴+۱۳n=۷۷ \Longrightarrow n=\frac{۴۳}{۱۳}$ ✗

$m=۳ \Longrightarrow ۵۱+۱۳n=۷۷ \Longrightarrow n=۲$ ✓

$m=۴ \Longrightarrow ۶۸+۱۳n=۷۷ \Longrightarrow n=\frac{۹}{۱۳}$ ✗

$m=۵ \Longrightarrow ۸۵+۱۳n=۷۷ \Longrightarrow n=-\frac{۸}{۱۳}$ ✗

$m=۶,۷,۸,\cdots \Longrightarrow n<۰$ ✗

در واقع به m عدد دادیم (۰، ۱، ۲ و ... که تعداد را نشان می‌دهد) و فقط جاهایی را قبول کردیم که n عدد حسابی شد (چون n هم تعداد را نشان می‌دهد و تعداد یک چیز نمی‌تواند کسری یا منفی باشد).

۶

الف ۱۰/۱ عدد صحیح نیست و برای این‌که $۱۰x-۱۰/۱$ صحیح شود، ۱۰x هم باید ۰/۱ داشته باشد (قسمت اعشاری ۱۰x با قسمت اعشاری ۱۰/۱ مساوی باشد) تا وقتی تفریق می‌کنیم، ۰/۱ها با هم خط بخورند و قسمت‌های صحیح بماند. چون x مثبت است و کم‌ترین مقدار آن را می‌خواهیم، ۱۰x باید همان ۰/۱ باشد. در واقع با توجه به مثبت‌بودن x، برای صحیح‌شدن $۱۰x-۱۰/۱$، ۱۰x می‌تواند ۰/۱، ۱/۱، ۲/۱، ۳/۱، ۴/۱ و ... باشد که کوچک‌ترین آن‌ها ۰/۱ است. حالا از $۱۰x=۰/۱$ نتیجه می‌شود $x=۰/۰۱$.

ب در قسمت «الف»، چون ۱۰x مثبت بود، قسمت اعشار ۱۰/۱ از قسمت اعشار ۱۰x کم می‌شد اما در این‌جا، چون ۱۰y منفی است، قسمت اعشار آن با قسمت اعشار ۱۰/۱ جمع می‌شود. پس ۱۰y باید ۰/۹ داشته باشد تا وقتی با ۰/۱ جمع می‌شود، دیگر اعشار ندهد. در واقع، ۱۰y می‌تواند ۰/۹-، ۱/۹-، ۲/۹- و ... باشد. یعنی y می‌تواند ۰/۰۹-، ۰/۱۹-، ۰/۲۹- و ... باشد. خُب با این حساب، حداکثر y می‌شود ۰/۰۹-.

فهمیدید که در قسمت «الف» حداقل داشتیم و در «ب»، حداکثر؟!

۷

الف برای آن‌که ۰/۰۰۱m طبیعی باشد، m باید مضرب طبیعی ۱۰۰۰ باشد، یعنی ۱۰۰۰، ۲۰۰۰، ۳۰۰۰، ... ، ۱۰۰۰۰، ... زیرا ۰/۰۰۱ طبیعی نیست و خنثی‌کننده‌ی آن ۱۰۰۰ است: $۰/۰۰۱\times ۱۰۰۰=۱$. از طرفی، می‌خواهیم ۰/۰۰۱m یک‌رقمی باشد، پس m فقط می‌تواند ۱۰۰۰، ۲۰۰۰، ۳۰۰۰، ... یا ۹۰۰۰ باشد. این‌طوری ۰/۰۰۱m برابر می‌شود با ۱، ۲، ۳، ... یا ۹. (مثلاً m نمی‌تواند ۱۰۰۰۰ باشد، چون ۰/۰۰۱m می‌شود ۱۰ که دیگر یک‌رقمی نیست.)

ب ممکن است بگویید برای آن‌که $\frac{m}{۲}+\frac{m}{۳}$ طبیعی باشد، باید هم $\frac{m}{۲}$ طبیعی باشد هم $\frac{m}{۳}$ و در نتیجه m باید هم مضرب ۲ باشد هم مضرب ۳، پس m باید مضرب ۶ باشد. این درست است، اما غلط است! این‌جایش درست است که اگر m مضرب ۶ باشد، $\frac{m}{۲}+\frac{m}{۳}$ طبیعی می‌شود و این‌جایش غلط است که برای آن‌که $\frac{m}{۲}+\frac{m}{۳}$ طبیعی باشد، m لزوماً نباید مضرب طبیعی ۶ باشد! مثلاً اگر $m=\frac{۶}{۵}$ باشد، $\frac{m}{۲}+\frac{m}{۳}=\frac{۳}{۵}+\frac{۲}{۵}=\frac{۵}{۵}=۱$،

که طبیعی است. کلاً با توجه به این‌که $\frac{m}{۲}+\frac{m}{۳}=\frac{۳m+۲m}{۶}=\frac{۵}{۶}m$، برای طبیعی‌بودن این عبارت، m باید مضرب طبیعی $\frac{۶}{۵}$ باشد. یعنی $\frac{۶}{۵}\times۱$، $\frac{۶}{۵}\times۲$، $\frac{۶}{۵}\times۳$، $\frac{۶}{۵}\times۴$ یا ... که می‌شود $\frac{۶}{۵}$، $\frac{۱۲}{۵}$، $\frac{۱۸}{۵}$، $\frac{۲۴}{۵}$، ۶ یا ... .

ج تنها عددی که حسابی است اما طبیعی نیست، صفر است. پس $۰/۱(m-۱)+۲$ باید صفر باشد.

$$۰/۱(m-۱)+۲=۰ \Longrightarrow ۰/۱(m-۱)=-۲ \xrightarrow{\times۱۰} m-۱=-۲۰ \Longrightarrow m=-۱۹$$

د **«عدد صحیح است اما حسابی نیست» یعنی «عدد صحیح منفی است»، یعنی همان قرینه‌ی اعداد طبیعی!** برای منفی‌بودن $m+۳$، m باید از ۳− کوچک‌تر باشد و چون $m+۳$ صحیح است، m هم صحیح است. اعداد صحیح کوچک‌تر از ۳− این‌ها هستند: ۴−، ۵−، ۶−، ۷− و .... برای آن‌که $m+۳$ صحیح باشد اما حسابی نباشد، m باید یکی از این مقادیر را اختیار کند.

۸

الف ۵۳ عددی اول است و بر هیچ‌یک از اعداد طبیعی جز ۱ و ۵۳ بخش‌پذیر نیست. پس اگر حاصل‌ضرب دو عدد طبیعی ۵۳ شود، آن دو عدد فقط می‌توانند ۱ و ۵۳ باشند. حاصل‌جمع این دو عدد می‌شود $۵۳+۱=۵۴$.

ب پاسخ قسمت «الف» را یک بار دیگر بخوانید! عدد سوم چیزی جز ۱ نمی‌تواند باشد: $۱\times۱\times۵۳=۵۳$ و جواب، $۱+۱+۵۳=۵۵$ است.

ج ۸۲ عدد اول نیست، اما ۲×۴۱ است و ۴۱ اول است! ۴۱ بر هیچ‌یک از اعداد طبیعی جز ۱ و ۴۱ بخش‌پذیر نیست و اگر بخواهیم ۴۱ را به صورت ضرب دو عدد طبیعی بنویسیم، تنها حالت ممکن ۱×۴۱ است. پس اگر بخواهیم ۸۲ را به صورت ضرب سه عدد طبیعی بنویسیم، تنها حالت ممکن $۱\times۲\times۴۱$ نیست!! $۱\times۱\times۸۲$ هم یک امکان دیگر است! اما سؤال گفته عددها باید متمایز باشند، پس این یک امکان دیگر نیست. یعنی جواب این مسئله می‌شود: $۱+۲+۴۱=۴۴$.

د تنها حالت ممکن ۲×۴۱ است. بنابراین جواب مسئله می‌شود $۲+۴۱=۴۳$.

۹

الف **وقتی حاصل‌ضرب x و y صفر شود، حداقل یکی از آن‌ها صفر است.** اما اگر y صفر باشد، yz هم صفر می‌شود که این ممکن نیست، چون سؤال گفته $yz=۱۰$. بنابراین x صفر است. از طرفی، چون حاصل‌ضرب y و z، ۱۰ شده و y و z صحیح‌اند، یکی از حالت‌های زیر را داریم:

«$y=۲, z=۵$» «$y=۱, z=۱۰$» «$y=-۲, z=-۵$» «$y=-۱, z=-۱۰$»

«$y=۵, z=۲$» «$y=۱۰, z=۱$» «$y=-۵, z=-۲$» «$y=-۱۰, z=-۱$»

فقط وقتی «$y=۵, z=۲$»، حاصل $y+۲z$ می‌شود ۹. پس جواب این مسئله «$x=۰$، $y=۵$ و $z=۲$» است.

ب ۱۱ عددی اول است و چون حاصل‌ضرب x و y برابر با ۱۱ شده، یکی از آن‌ها ۱ یا ۱− و دیگری ۱۱ یا ۱۱− است. x نمی‌تواند ۱۱ یا ۱۱− باشد، چون آن وقت دیگر xz، ۲− نمی‌شود (z صحیح است، مسئله این است!). با این حساب، x برابر با ۱ یا ۱− است.

$$x=۱\begin{cases}\xrightarrow{xy=۱۱} y=۱۱\\ \xrightarrow{xz=-۲} z=-۲\end{cases} \qquad x=-۱\begin{cases}\xrightarrow{xy=۱۱} y=-۱۱\\ \xrightarrow{xz=-۲} z=۲\end{cases}$$

مسئله دو جواب دارد: «$x=۱$، $y=۱۱$ و $z=-۲$»، «$x=-۱$، $y=-۱۱$ و $z=۲$».

ج ۱۷ عددی اول است و اگر بخواهیم آن را به صورت ضرب دو عدد صحیح مانند x و z بنویسیم، تنها حالت‌های ممکن ۱×۱۷ و $(-۱)(-۱۷)$ است. پس یکی از مقادیر x و z مساوی با ۱ یا ۱− و دیگری ۱۷ یا ۱۷− است. از طرفی، حاصل‌ضرب x و y برابر با ۳− شده. پس یکی ۱ یا ۱− و دیگری ۳− یا ۳ است. وجه مشترک xz و xy، x است و وجه مشترک دسته‌ی اعداد مورد بحث ۱ یا ۱− است. پس x برابر با ۱ یا ۱− است.

$$x=۱\begin{cases}\xrightarrow{xz=۱۷} z=۱۷\\ \xrightarrow{xy=-۳} y=-۳\end{cases} \qquad x=-۱\begin{cases}\xrightarrow{xz=۱۷} z=-۱۷\\ \xrightarrow{xy=-۳} y=۳\end{cases}$$

اما $xyz=-۵۱$ و در نتیجه فقط حالت «$x=۱$، $z=۱۷$ و $y=-۳$» قابل قبول است. بسیار عالی!

۱۰

یکان a را بگیریم x، دهگان آن را y و صدگانش را z. در این صورت a را به شکل $\overline{xyz}$ نمایش می‌دهند. (خط بالای حروف برای این است که فکر نکنید x، y و z در هم ضرب شده‌اند)

ادامه‌ی کار فقط یک ضرب ساده است!

حاصل یک عدد نه‌رقمی است که سه‌تا رقم x دارد، سه‌تا رقم y و سه‌تا رقم z. مجموع ارقام این عدد $۳x+۳y+۳z$ یا همان $۳(x+y+z)$ است. $x+y+z$ مجموع ارقام عدد a است که سؤال گفته مساوی با m است. با این حساب، مجموع ارقام حاصل $۱۰۰۱۰۰۱a$ می‌شود $۳m$.

$$\begin{array}{r} ۱\circ\circ۱\circ\circ۱ \\ \times \quad x\,y\,z \\ \hline z\circ\circ z\circ\circ z \\ +\ y\circ\circ y\circ\circ y\circ \\ +\ x\circ\circ x\circ\circ x\circ\circ \\ \hline x\,y\,z\,x\,y\,z\,x\,y\,z \end{array}$$

۱۱

صحیح باشد اما حسابی نباشد، یعنی صحیح منفی باشد (همان قرینه‌ی اعداد طبیعی!).

m	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	...
$m(m-۵)$	-۴	-۶	-۶	-۴	۰	۶	۱۴	۲۴	...

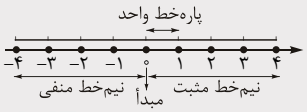
از $m=۵$ به بعد، $m(m-۵)$ صفر یا مثبت است. پس برای آن‌که $m(m-۵)$ صحیح باشد اما حسابی نباشد، m باید یکی از مقادیر ۱، ۲، ۳ یا ۴ باشد. (دقت کنید که سؤال گفته m طبیعی است.)

۱۲

محور اعداد

یک خط راست (افقی) بکش که سر و ته ندارد، اما یک جهت دارد. بهتر است این جهت را از چپ به راست انتخاب کنی؛ پس در سمت راست خط، یک پیکان (فِلِش) بگذار تا جهت چپ به راست را نشان دهد. روی این خط یک نقطه را به عنوان مبدأ و یک پاره‌خط را به عنوان پاره‌خط واحد در نظر بگیر. آن‌چه اکنون داری، محور اعداد است.

عدد نظیر مبدأ را صفر بگیر. با پشت سر هم قراردادن پاره‌خط واحد از مبدأ به سمت راست، نقاطی به دست می‌آیند که نظیر اعداد طبیعی هستند و با پشت سر هم قرار دادن پاره‌خط واحد از مبدأ به سمت چپ، نقاطی به دست می‌آیند که نظیر قرینه‌ی اعداد طبیعی هستند. نیم‌خط سمت راست مبدأ **نیم‌خط مثبت** و نیم‌خط سمت چپ مبدأ **نیم‌خط منفی** نامیده می‌شود. هر عدد که روی نیم‌خط مثبت یعنی در سمت راست صفر قرار دارد، **مثبت** و هر عدد که روی نیم‌خط منفی یعنی در سمت چپ صفر قرار دارد، **منفی** است.



روز اول: حلزون تا نقطه‌ی ۱ جلو می‌رود.

روز دوم: حلزون ۳ واحد جلو می‌رود و به $۲=۳+۱-$ می‌رسد.

روز سوم: حلزون ۹ واحد جلو می‌رود و به $۷=۹+۲-$ می‌رسد.

روز چهارم: حلزون ۲۷ واحد جلو می‌رود و به $۲۰=۲۷+۷-$ می‌رسد.

روز پنجم: حلزون ۸۱ واحد جلو می‌رود و به $۶۱=۸۱+۲۰-$ می‌رسد.

شب اول: حلزون روی قرینه‌ی ۱ یعنی ۱− قرار می‌گیرد.

شب دوم: حلزون روی قرینه‌ی ۲ یعنی ۲− قرار می‌گیرد.

شب سوم: حلزون روی قرینه‌ی ۷ یعنی ۷− قرار می‌گیرد.

شب چهارم: حلزون روی قرینه‌ی ۲۰ یعنی ۲۰− قرار می‌گیرد.

آفرین به پشتکار حلزون! پنج روز و چهار شب طول کشید. فقط مانده‌ام ما سر کار بوده‌ایم یا حلزون!

راستی، بِهِتون نگفتم قرینه چیه؟ خب الان میگم:

قرینه

علامت مثبت، «+» و علامت منفی «−» است. به عنوان مثال، «۲+» عددی مثبت (مثبتِ دو) و «۲−» عددی منفی (منفیِ دو) است.

قرینه‌ی یک عدد مثبت، عددی منفی و قرینه‌ی یک عدد منفی، عددی مثبت است. چون وقتی می‌خواهی عددی را قرینه کنی، فقط باید علامت آن را تغییر دهی. صفر علامتی ندارد، یعنی نه مثبت است نه منفی. قرینه‌ی صفر، خودِ صفر است.

بر روی محور اعداد، فاصله‌ی هر عدد تا مبدأ با فاصله‌ی قرینه‌ی آن عدد تا مبدأ برابر است. ضمناً قرینه‌ی قرینه‌ی هر عدد با خود آن عدد برابر است، یعنی $-(-a)=a$. این به خاطر اینه که منفی در منفی میشه مثبت!

۱۳

الف مساحت مستطیل حاصل‌ضرب ضلع‌هایش است، ضلع‌ها هم که طبیعی‌اند. پس باید جفت‌هایی از اعداد طبیعی را پیدا کنیم که ضربشان می‌شود ۳۰:

۱×۳۰ , ۲×۱۵ , ۳×۱۰ , ۵×۶

در این صورت محیط‌ها می‌شود: $۲(۵+۶)=۲۲$ $۲(۳+۱۰)=۲۶$ $۲(۲+۱۵)=۳۴$ $۲(۱+۳۰)=۶۲$

وقتی ضلع‌ها ۵ و ۶ هستند، یعنی اختلاف ضلع‌ها کم‌تر و مستطیل به مربع شبیه‌تر است، محیط کم‌تر می‌شود. جواب مسئله، ۲۲ است.

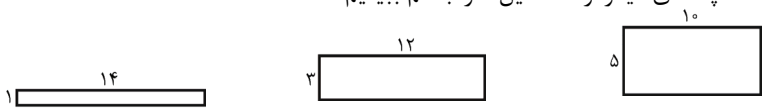
ب حجم مکعب مستطیل حاصل‌ضرب ضلع‌هایش است. پس باید سه‌تایی‌هایی از اعداد طبیعی را پیدا کنیم که ضربشان می‌شود ۳۰:

$۱\times۱\times۳۰$, $۱\times۲\times۱۵$, $۱\times۳\times۱۰$, $۱\times۵\times۶$, $۲\times۳\times۵$

وقتی اختلاف ضلع‌ها کم‌تر است و مکعب مستطیل به مکعب شبیه‌تر است، حاصل‌جمع ضلع‌ها کم‌تر می‌شود. حداقل حاصل‌جمع ضلع‌ها می‌شود:

$۲+۳+۵=۱۰$

ج برای این‌که مساحت مستطیل زیاد شود، باید طول و عرض آن به هم نزدیک باشد (یعنی شبیه مربع بشود). الآن محیط ۳۰ سانتی‌متر است پس مجموع طول و عرض ۱۵ سانتی‌متر بوده؛ بهترین حالت (با توجه به این‌که طول و عرض اعداد طبیعی‌اند) این است که طول و عرض را ۸ و ۷ بگیریم؛ مساحت می‌شود: $۵۶=۸\times۷$. چندتای دیگر از مستطیل‌ها را با هم ببینیم:



مساحت = ۵۰	مساحت = ۳۶	مساحت = ۱۴
محیط = ۳۰	محیط = ۳۰	محیط = ۳۰

آن‌چه در این سؤال یاد گرفتید را (الگوی کلی‌اش را می‌گویم!) ملکه‌ی ذهنتان کنید! (برای رسیدن به حداقل یا حداکثر، شکل هندسی را منظم‌تر و خوشگل‌تر کنید. یعنی مثلاً مستطیل را به مربع نزدیک کنید!)

۱۴

عددهای گویا چه جورین!

اگر بتوانی یک عدد را به شکل یک کسر بنویسی که **صورتش** یک عدد **صحیح** و **مخرجش** یک عدد **طبیعی** باشد، آن عدد **گویا** است. برایت چند مثال می‌زنم تا حسابی روشن شوی.

- $\frac{۱}{۲}$ و $\frac{۱}{۴}$ و $\frac{-۲}{۳}$ و $\frac{-۱۲}{۱۷}$ عدد گویا هستند. $-\frac{۲}{۳}$ و $\frac{۲}{-۳}$ همان $\frac{-۲}{۳}$ هستند (کسری با صورتِ صحیح و مخرج طبیعی)؛ پس این‌ها هم گویا هستند. $\frac{۰/۲}{۰/۳}$ هم مساوی $\frac{۲}{۳}$ و در نتیجه گویاست.
- هر عدد صحیح را می‌توان به شکل کسری با مخرج ۱ نوشت. این هم چند نمونه: $۰=\frac{۰}{۱}$, $-۳=\frac{-۳}{۱}$, $۲=\frac{۲}{۱}$

پس هر عدد صحیح، یک عدد گویاست.

- اعداد اعشاری را می‌توان به شکل کسری با صورتِ صحیح و مخرجِ طبیعی نوشت. مثلاً: $-۰/۰۰۱=\frac{-۱}{۱۰۰۰}$, $۰/۲۵=\frac{۲۵}{۱۰۰}$, $۰/۳=\frac{۳}{۱۰}$

این‌ها هم گویا هستند.

یک دسته گل خوشگل! مؤلفان کتاب درسی جدید می‌گویند اگر در عددی بعد از ممیز تعداد متناهی رقم باشد، بگویید «عدد اعشاری» و اگر بعد از ممیز تعداد نامتناهی رقم باشد، بگویید «بسط اعشاری». این حرف، حرف بدی نیست ولی کم‌تر کتاب ریاضی‌ای پیدا می‌شود که این مطلب را رعایت کرده باشد! به هر حال، طبق این گفته اعداد اعشاری همگی گویا هستند؛ اما حواستان باشد که بسط‌های اعشاری، همگی گویا نیستند؛ اگر بعد از ممیز، تعداد نامحدودی رقم باشد که تکرار منظمی دارند (مثل ۱/۳۲۵۲۵۲۵۰۰۰)، آن عدد را می‌توان به شکل کسر نوشت و گویاست؛ اما اگر بعد از ممیز تعداد نامحدودی رقم وجود داشته باشد که تکرار منظمی ندارند، آن عدد را نمی‌توان به شکل کسر نوشت و گویا نیست. بزرگ‌تر که شدید، حرفم را بهتر می‌فهمید!

الف هر عدد گویا را می‌توان به صورت تقسیم یک عدد صحیح بر یک عدد طبیعی نمایش داد.

ب اگر پاره‌خطی را که طولش عددی طبیعی است، به چند قسمت مساوی تقسیم کنیم، تعدادی پاره‌خط به دست می‌آید که طول هر کدام حتماً عددی گویا است.

مثلاً اگر پاره‌خطی به طول ۵ را به ۳ قسمت مساوی تقسیم کنیم، طول هر قسمت می‌شود $\frac{۵}{۳}$. یعنی همیشه به نسبت (همان تقسیم!) دو عدد طبیعی (طول پاره‌خط و تعداد قسمت‌ها) می‌رسیم و نسبت دو عدد طبیعی هم همیشه گویاست. البته ممکن است حاصل طبیعی هم باشد (مثلاً اگر پاره‌خطی به طول ۱۲ را به ۴ قسمت مساوی تقسیم کنیم، طول هر قسمت $۳ = \frac{۱۲}{۴}$ است که هم گویاست هم طبیعی)، ولی همیشه این‌طور نیست.

۱۵

الف $-۱۱۲ = \frac{-۱۱۲}{۱}$ (صحیح ← ، طبیعی ←)

ب $\frac{۰/۰۶}{۰/۷} = \frac{۶\times۱۰^{-۲}}{۷\times۱۰^{-۱}} = \frac{۶}{۷}\times\frac{۱۰^{-۲}}{۱۰^{-۱}} = \frac{۶}{۷}\times۱۰^{-۱} = \frac{۶}{۷}\times\frac{۱}{۱۰} = \frac{۶}{۷۰}$ (صحیح ← ، طبیعی ←)

می‌توانستید از همان اول، صورت و مخرج را در ۱۰۰ ضرب کنید!

ج $۱۵/۶۲۴ = \frac{۱۵۶۲۴}{۱۰۰۰} = \frac{۱۹۵۳}{۱۲۵}$ (صحیح ← ، طبیعی ←)

د $-۰/۰۰۵۱\times۱۰^{-۲} = -۰/۰۰۰۰۵۱ = \frac{-۵۱}{۱۰۰۰۰۰۰}$ (صحیح ← ، طبیعی ←)

۱۶

الف درست است؛ هر عدد صحیح، کسری با مخرج ۱ است و گویاست.

ب درست نیست؛ مثلاً $\frac{۱}{۲}$، $-\frac{۷}{۶}$ ، $\frac{۱۱}{۱۵}$ و یک عالمه کسر دیگر که صورتشان بر مخرجشان بخش‌پذیر نیست، گویا هستند ولی صحیح نیستند.

۱۷

الف هر عدد طبیعی را که مثال بزنید، این ویژگی را دارد؛ مثلاً ۲، ۷، ۱۸، ... . چون تمام اعداد طبیعی، گویا هستند.

ب کسرهایی با صورت صحیح و مخرج طبیعی که صورتشان بر مخرجشان بخش‌پذیر نیست، این‌طوری‌اند؛ مثلاً $\frac{۲}{۵}$، $\frac{۷}{۱۹}$، $-\frac{۹}{۸}$ و ... .

ج متأسفم؛ تمام اعداد طبیعی، حسابی و صحیح، گویا هستند.

د مثلاً $\frac{۲}{۳}$، $\frac{۳}{۵}$ و $\frac{۵}{۲}$ صحیح نیستند ولی حاصل‌ضربشان صحیح است: $\frac{۲}{۳}\times\frac{۳}{۵}\times\frac{۵}{۲} = \frac{۲}{۵}\times\frac{۵}{۲} = ۱$

۱۸

الف گرفتی ما رو؟! خب مخرج‌های $\frac{۳}{۷}$ و $\frac{۵}{۷}$ مساوی‌اند و صورت $\frac{۵}{۷}$ بزرگ‌تره، پس $\frac{۵}{۷}$ بزرگ‌تره.

ب اول، منفی‌ها را کنار بگذاریم؛ از دو عدد $\frac{۲}{۵}$ و $\frac{۲}{۷}$ که صورت‌های مساوی دارند، $\frac{۲}{۵}$ که مخرجش کوچک‌تر است، بزرگ‌تر می‌شود! حالا در نهایت، علامت‌های منفی قضیه را وارونه می‌کنند! یعنی در نهایت $-\frac{۲}{۷}$ بزرگ‌تر از $-\frac{۲}{۵}$ است.

هدف از طرح قسمت‌های «الف» و «ب» فقط یک یادآوری بچه‌گانه بود! یعنی کادر زیر:

> در کسرهای مثبت، با افزایش صورت، مقدار کسر افزایش و با افزایش مخرج، مقدار کسر کاهش می‌یابد! پس از دو کسر مثبت با مخرج‌های مساوی، کسری **بزرگ‌تر** است که **صورتش بزرگ‌تر** باشد و از دو کسر با صورت‌های مساوی، کسری بزرگ‌تر است که **مخرجش کوچک‌تر** باشد. کسرهای منفی هم داستانشان وارونه است! (ابتدا علامت منفی را نادیده بگیرید و دست آخر، نتیجه را عوض کنید!)

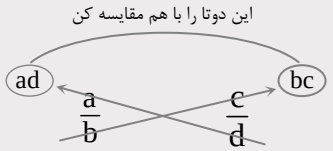
ج

مقایسه‌ی دو کسر

وقتی می‌خواهی دو کسر را با هم مقایسه کنی و ببینی کدام‌یک بزرگ‌تر است، قبل از هر چیز اگر جایی علامت منفی می‌بینی، آن را ببر در صورت کسر. حالا دو راه داری: (البته این دو راه درواقع یکی هستند ولی در دو شکل مختلف!)

راه اول اگر مخرج کسرها مساوی هستند، که هیچ؛ وگرنه صورت و مخرج هر یک را در مخرج دیگری ضرب کن تا بدون آن‌که مقدار کسرها تغییری کند، مخرج آن‌ها مساوی شود. حالا صورت دو کسر را با هم مقایسه کن. از دو کسر که مخرج مساوی دارند، کسری بزرگ‌تر است که صورتش بزرگ‌تر باشد.

راه دوم صورت کسر اول را در مخرج کسر دوم ضرب کن. صورت کسر دوم را هم در مخرج کسر اول ضرب کن. اگر حاصل‌ضرب اول بزرگ‌تر باشد، کسر اول بزرگ‌تر است؛ اگر حاصل‌ضرب دوم بزرگ‌تر باشد، کسر دوم بزرگ‌تر است و اگر دو حاصل‌ضرب مساوی باشند، دو کسر مساوی‌اند.



اگر $ad > bc$ آن‌گاه $\frac{a}{b} > \frac{c}{d}$؛ اگر $ad < bc$ آن‌گاه $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$ و اگر $ad = bc$ آن‌گاه $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.

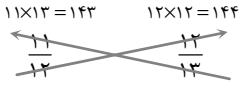
باز هم می‌گویم: یادت نرود علامت‌های منفی را در صورت کسر بگذاری. مثلاً $-\frac{۲}{۳}$ را بنویس $\frac{-۲}{۳}$ و یا $\frac{۴}{-۵}$ را بنویس $\frac{-۴}{۵}$.

● اگر می‌خواهی چند کسر را از کوچک به بزرگ مرتب کنی، راه اول ساده‌تر است ولی در مقایسه‌ی دو کسر اگر مخرج‌ها بزرگ و صورت‌ها کوچک باشد، راه دوم ساده‌تر می‌باشد. در راه دوم، برای مقایسه‌ی چند کسر، باید کسرها را دوتا دوتا مقایسه کنی.

راه اول صورت و مخرج هر کدام از کسرها را در مخرج دیگری ضرب می‌کنیم تا بدون تغییر مقدار کسرها، مخرج‌هایشان مساوی شود:

$$\frac{۱۱}{۱۲} = \frac{۱۱\times۱۳}{۱۲\times۱۳} = \frac{۱۴۳}{۱۵۶} \qquad \frac{۱۲}{۱۳} = \frac{۱۲\times۱۲}{۱۳\times۱۲} = \frac{۱۴۴}{۱۵۶} \qquad ۱۴۳ < ۱۴۴ \Longrightarrow \frac{۱۴۳}{۱۵۶} < \frac{۱۴۴}{۱۵۶} \Longrightarrow \frac{۱۱}{۱۲} < \frac{۱۲}{۱۳}$$

راه دوم طرفین و وسطین می‌کنیم:



$$۱۴۳ < ۱۴۴ \Longrightarrow \frac{۱۱}{۱۲} < \frac{۱۲}{۱۳}$$

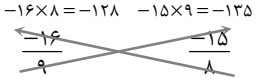
د

راه اول مخرج‌ها را یکی می‌کنیم:

$$-\frac{۱۶}{۹} = -\frac{۱۶\times۸}{۹\times۸} = -\frac{۱۲۸}{۷۲} \qquad -\frac{۱۵}{۸} = -\frac{۱۵\times۹}{۸\times۹} = -\frac{۱۳۵}{۷۲} \qquad ۱۲۸ < ۱۳۵ \Longrightarrow \frac{۱۲۸}{۷۲} < \frac{۱۳۵}{۷۲} \Longrightarrow -\frac{۱۲۸}{۷۲} > -\frac{۱۳۵}{۷۲} \Longrightarrow -\frac{۱۶}{۹} > -\frac{۱۵}{۸}$$

در این روش، هر وقت کسرهای منفی داشتید، اول علامت منفی را کنار بگذارید و آخر کار، نتیجه را برعکس کنید! در واقع، اگر $a < b$ آن‌گاه $-a > -b$.

راه دوم علامت‌های منفی را می‌بریم در صورت و بعد طرفین و وسطین می‌کنیم:



$$-۱۲۸ > -۱۳۵ \Longrightarrow -\frac{۱۶}{۹} > -\frac{۱۵}{۸}$$

ه یک‌وقت نگویید $۴\frac{۱}{۳}$ یعنی ۴ و خُرده و $۳\frac{۴}{۳}$ هم یعنی ۳ و خُرده، پس $۴\frac{۱}{۳}$ از $۳\frac{۴}{۳}$ بزرگ‌تر است! حواستان باشد که در $۳\frac{۴}{۳}$، قسمت $\frac{۴}{۳}$ از ۱ بزرگ‌تر است! اصلاً این دو عدد مساوی‌اند؛ ببینید:

$$۴\frac{۱}{۳} = \frac{۴\times۳+۱}{۳} = \frac{۱۳}{۳} \qquad ۳\frac{۴}{۳} = \frac{۳\times۳+۴}{۳} = \frac{۱۳}{۳}$$

و کافی است $\frac{۴}{۵}$ را با $\frac{۵}{۶}$ مقایسه کنید:

$$۲۴ < ۲۵ \Longrightarrow \frac{۴}{۵} < \frac{۵}{۶}$$

پس $۵\frac{۴}{۵}$ از $۵\frac{۵}{۶}$ کوچک‌تر است.

۱۹

عبارت «الف» : $۶\frac{۱}{۳}=\frac{۶\times۳+۱}{۳}=\frac{۱۹}{۳}$, $۲\frac{۵}{۷}=\frac{۲\times۷+۵}{۷}=\frac{۱۹}{۷}$ $\quad -۶\frac{۱}{۳}+۲\frac{۵}{۷}-\frac{۱}{۳}=-\frac{۱۹}{۳}+\frac{۱۹}{۷}-\frac{۱}{۳}=\frac{-۱۳۳+۵۷-۷}{۲۱}=-\frac{۸۳}{۲۱}$

عبارت «ب» : $(-\frac{۲}{۳}\times۳\frac{۷}{۸})\div\frac{۱}{۲}=(-\frac{۲}{۳}\times\frac{۳۱}{۸})\div\frac{۱}{۲}=(-\frac{۱}{۳}\times\frac{۳۱}{۴})\times۲=-\frac{۳۱}{۶}$

$-۴۹۸ \quad -۶۵۱$

$-\frac{۸۳}{۲۱} \quad -\frac{۳۱}{۸}$

$-۴۹۸>-۶۵۱ \Longrightarrow -\frac{۸۳}{۲۱}>-\frac{۳۱}{۶}$

پس حاصل عبارت «الف» از حاصل عبارت «ب» بزرگ‌تر است.

۲۰

$۶۳ \quad ۶۴$

$\frac{۷}{۸} \quad \frac{۸}{۹}$

$۶۳<۶۴ \Longrightarrow \frac{۷}{۸}<\frac{۸}{۹}$

$۰/۰۰۰۸۷\times۱۰^{۳}=۰/۸۷$

$۸۹\times۱۰^{-۲}=۰/۸۹$

$\Longrightarrow ۰/۸۷<۰/۸۹$

$۸۰۰ \quad ۸۰۱$

$\frac{۸}{۹} \quad \frac{۸۹}{۱۰۰}$

$۸۰۰<۸۰۱ \Longrightarrow \frac{۸}{۹}<\frac{۸۹}{۱۰۰} \Longrightarrow \frac{۸}{۹}<۰/۸۹$

$۷۰۰ \quad ۶۹۶$

$\frac{۷}{۸} \quad \frac{۸۷}{۱۰۰}$

$۷۰۰>۶۹۶ \Longrightarrow \frac{۷}{۸}>\frac{۸۷}{۱۰۰} \Longrightarrow ۰/۸۷<\frac{۷}{۸}$

بنابراین ترتیب اعداد به این شکل است:

$$۰/۰۰۰۸۷\times۱۰^{۳}<\frac{۷}{۸}<\frac{۸}{۹}<۸۹\times۱۰^{-۲}$$

۲۱

وقتی می‌خواهی بین دو عدد گویای کسری، n تا عدد گویای دیگر بنویسی، اول مخرج‌ها را مساوی کن (برای این کار، صورت و مخرج هر کدام را در مخرج دیگری ضرب کن)، بعد صورت و مخرج هر کسر را در n+۱ ضرب کن (البته همیشه نیازی به این کار نیست؛ وقتی این کار را بکن که بعد از یکی‌کردن مخرج‌ها، اختلاف صورت‌ها بیشتر از n یعنی بیشتر از تعداد اعداد گویایی که می‌خواهی بنویسی، نباشد). حالا اگر به کوچک‌ترین صورت، یکی یکی اضافه کنی تا به بزرگ‌ترین صورت برسی، کسرهای موردنظرت را پیدا می‌کنی.

مخرج‌ها را یکی می‌کنیم؛ برای این کار، صورت و مخرج هر کدام از کسرها را در مخرج دیگری ضرب می‌کنیم:

$$-\frac{۴}{۵}=-\frac{۴\times۴}{۵\times۴}=-\frac{۱۶}{۲۰} \quad , \quad -\frac{۵}{۴}=-\frac{۵\times۵}{۴\times۵}=-\frac{۲۵}{۲۰}$$

$-\frac{۲۵}{۲۰}$ از $-\frac{۱۶}{۲۰}$ کوچک‌تر است و اعداد گویای زیر بین این دو عدد قرار دارند:

$$-\frac{۲۴}{۲۰}=-\frac{۶}{۵} \quad , \quad -\frac{۲۳}{۲۰} \quad , \quad -\frac{۲۲}{۲۰}=-\frac{۱۱}{۱۰} \quad , \quad -\frac{۲۱}{۲۰} \quad , \quad -\frac{۲۰}{۲۰}=-۱ \quad , \quad -\frac{۱۹}{۲۰} \quad , \quad -\frac{۱۸}{۲۰}=-\frac{۹}{۱۰} \quad , \quad -\frac{۱۷}{۲۰}$$

(چون اختلاف صورت‌ها یعنی ۱۶ و ۲۵ مساوی ۹ بود و ما فقط ۸ عدد می‌خواستیم، دیگر صورت و مخرج را در $n+۱=۸+۱=۹$ ضرب نکردیم. ولی مثلاً اگر می‌خواستیم ۹، ۱۰، ۱۱ یا ... عدد گویا بین دو عدد $-\frac{۱۶}{۲۰}$ و $-\frac{۲۵}{۲۰}$ بنویسیم، صورت و مخرجشان را در n+۱ ضرب می‌کردیم.)

۲۲

بین $\frac{۱}{۳}$ و $\frac{۲}{۵}$ بی‌شمار عدد گویا وجود دارد. **کلاً بین هر دو عدد گویا بی‌شمار عدد گویا هست.**

$$\frac{۱}{۳}=\frac{۱\times۵}{۳\times۵}=\frac{۵}{۱۵} \quad , \quad \frac{۲}{۵}=\frac{۲\times۳}{۵\times۳}=\frac{۶}{۱۵}$$

چون اختلاف صورت‌ها $۶-۵=۱$ است و ما ۵ عدد می‌خواهیم، صورت و مخرج‌ها را در $n+۱=۵+۱=۶$ ضرب می‌کنیم:

$$\frac{۵}{۱۵}=\frac{۵\times۶}{۱۵\times۶}=\frac{۳۰}{۹۰} \quad , \quad \frac{۶}{۱۵}=\frac{۶\times۶}{۱۵\times۶}=\frac{۳۶}{۹۰}$$

حالا خیلی راحت می‌بینیم که اعداد گویای زیر، بین دو عدد فوق‌اند:

$$\frac{۳۱}{۹۰} \quad , \quad \frac{۳۲}{۹۰}=\frac{۱۶}{۴۵} \quad , \quad \frac{۳۳}{۹۰}=\frac{۱۱}{۳۰} \quad , \quad \frac{۳۴}{۹۰}=\frac{۱۷}{۴۵} \quad , \quad \frac{۳۵}{۹۰}=\frac{۷}{۱۸}$$

البته به جای کار بالا، می‌توانستیم بگوییم اعداد زیر، بین $\frac{۵}{۱۵}$ و $\frac{۶}{۱۵}$ هستند (این یک روش دیگر است!):

$$\frac{۵/۱}{۱۵}=\frac{۵۱}{۱۵۰}=\frac{۱۷}{۵۰} \quad , \quad \frac{۵/۲}{۱۵}=\frac{۵۲}{۱۵۰}=\frac{۲۶}{۷۵} \quad , \quad \frac{۵/۳}{۱۵}=\frac{۵۳}{۱۵۰} \quad , \quad \frac{۵/۴}{۱۵}=\frac{۵۴}{۱۵۰}=\frac{۹}{۲۵} \quad , \quad \frac{۵/۵}{۱۵}=\frac{۵۵}{۱۵۰}=\frac{۱۱}{۳۰}$$

۲۳

الف درست نیست؛ مثلاً ۵/۱۲، ۵/۱۳۶، ۵/۱۹۹۹ عددهایی گویا بین ۵/۱ و ۵/۲ هستند. کلاً بین هر دو عدد، یک‌عالمه (بی‌شمار!) عدد گویای دیگر وجود دارد.

ب درست است؛ ببینید، وقتی بین هر دو عدد، یک‌عالمه عدد گویا وجود دارد، شما هر عددی را به عنوان کوچک‌ترین عدد گویای مثبت معرفی کنید، باز عددی گویا بین صفر و عدد شما وجود خواهد داشت؛ یعنی عدد گویای مثبتی کوچک‌تر از عدد شما که ادعا کرده بودید کوچک‌ترین عدد مثبت است! پس عدد من می‌شود کوچک‌ترین عدد مثبت! ولی باز یک نفر دیگر، عددی گویا بین صفر و عدد من پیدا می‌کند و عدد او می‌شود کوچک‌ترین عدد مثبت! و این داستان ادامه دارد ... پس کوچک‌ترین عدد گویای مثبت وجود ندارد.

۲۴

سؤال زیبایی است و در عین حال، آموزنده. برای حلش هم دو نکته بیشتر لازم نیست:

- میانگین هر دو عدد، بین آن دو عدد قرار دارد.
- اگر $\frac{a}{b}$ و $\frac{c}{d}$ دو کسر متمایز باشند، $\frac{a+c}{b+d}$ همیشه بین آن‌هاست.

الف یک چیز جالب:

$$\frac{\frac{۲a}{۳}+\frac{۴b}{۵}}{۲}=\frac{\frac{۲a}{۳}}{۲}+\frac{\frac{۴b}{۵}}{۲}=\frac{a}{۳}+\frac{۲b}{۵}$$

دیدید که $\frac{a}{۳}+\frac{۲b}{۵}$ میانگین $\frac{۲a}{۳}$ و $\frac{۴b}{۵}$ است، پس بین آن‌ها قرار دارد.

ب یک چیز جالب دیگر:

$$\frac{۲a}{۳},\frac{۴b}{۵}\xrightarrow[\text{جمع مخرج‌ها}]{\text{جمع صورت‌ها}}\frac{۲a+۴b}{۳+۵}=\frac{۲a+۴b}{۸}=\frac{a}{۴}+\frac{b}{۲}$$

پس $\frac{a}{۴}+\frac{b}{۲}$ هم بین $\frac{۲a}{۳}$ و $\frac{۴b}{۵}$ است.

ج در مورد $۲a+۴b$ چیز جالبی نداریم (جز این‌که سه برابر $\frac{۲a}{۳}$ با پنج برابر $\frac{۴b}{۵}$ جمع شده!) این عدد می‌تواند بین $\frac{۲a}{۳}$ و $\frac{۴b}{۵}$ باشد یا نباشد. مثلاً اگر $a=۰$ و $b=۵$ باشد، $\frac{۲a}{۳}=۰$، $\frac{۴b}{۵}=۴$ و $۲a+۴b=۲۰$ که می‌بینیم ۲۰ بین ۰ و ۴ نیست. اما اگر $a=-۳$ و $b=\frac{۵}{۴}$ باشد، $\frac{۲a}{۳}=-۲$، $\frac{۴b}{۵}=۱$ و $۲a+۴b=-۱$ که می‌بینیم ۱- بین ۲- و ۱ قرار دارد. پس در مورد این قسمت نمی‌توان نظر قطعی داد.

د یک چیز جالب:

$$\frac{(\frac{a}{۳}+\frac{۲b}{۵})+\frac{۴b}{۵}}{۲}=\frac{\frac{a}{۳}+\frac{۶b}{۵}}{۲}=\frac{a}{۶}+\frac{۳b}{۵}=\frac{۵a+۱۸b}{۳۰}$$

در قسمت «الف» دیدیم $\frac{a}{۳}+\frac{۲b}{۵}$ میانگین $\frac{۲a}{۳}$ و $\frac{۴b}{۵}$ بود و بین آن‌ها قرار داشت. حالا هم دیدیم $\frac{۵a+۱۸b}{۳۰}$ میانگین $\frac{a}{۳}+\frac{۲b}{۵}$ و $\frac{۴b}{۵}$ است، پس بین آن‌ها قرار دارد. بنابراین $\frac{۵a+۱۸b}{۳۰}$ بین $\frac{۲a}{۳}$ و $\frac{۴b}{۵}$ قرار دارد.

۲۵

گفتیم اگر $\frac{a}{b}$ و $\frac{c}{d}$ دو کسر متمایز باشند، $\frac{a+c}{b+d}$ بین آن است. خب حالا ببینید ربطش به این سؤال چیست؛ قبل از آن، دقت کنید که:

$$۰<a<b\Longrightarrow\frac{a}{b}<۱$$

الف

$$\frac{a}{b}<۱\quad,\quad\frac{۱/۱}{۱/۱}=۱\Longrightarrow\frac{a}{b}<\frac{۱/۱}{۱/۱}\Longrightarrow\frac{a}{b}<\frac{a+۱/۱}{\underbrace{b+۱/۱}_{\text{جمع صورت‌ها تقسیم بر جمع مخرج‌ها}}}<\frac{۱/۱}{۱/۱}=۱$$

ب

$$\frac{a}{b}<۱\quad,\quad\frac{-۱۰۰}{-۱۰۰}=۱\Longrightarrow\frac{a}{b}<\frac{-۱۰۰}{-۱۰۰}\Longrightarrow\frac{a}{b}<\frac{a-۱۰۰}{\underbrace{b-۱۰۰}_{\text{جمع صورت‌ها تقسیم بر جمع مخرج‌ها}}}<\frac{-۱۰۰}{-۱۰۰}=۱$$

«الف» و «ب» هر دو، درست هستند. البته در فصل نهم، وقتی خواص نامساوی‌ها را خواندید، این سؤال را خیلی راحت‌تر حل می‌کنید.

۲۶

کسرها را به ترتیب از چپ به راست، کسر اول، دوم، سوم و چهارم می‌نامیم. در دو کسر اول، مخرج‌ها مساوی است و صورت کسر دوم از کسر اول بزرگ‌تر است؛ بنابراین کسر دوم از کسر اول بزرگ‌تر است. در دو کسر آخر نیز مخرج‌ها مساوی است و صورت کسر چهارم از کسر سوم بزرگ‌تر است؛ بنابراین کسر چهارم از کسر سوم بزرگ‌تر است. حالا کسرهای اول و چهارم را با هم مقایسه می‌کنیم؛ ممیزها را بگذاریم کنار. در واقع، اگر صورت و مخرج کسر اول را در ۱۰۰۰ ضرب کنیم، حاصل کسر تغییری نمی‌کند و می‌شود $\frac{۴۵۵۹۴}{۴۵۶۹۴}$ و اگر صورت و مخرج کسر چهارم را در ۱۰۰ ضرب کنیم، بدون آن‌که حاصل کسر تغییری کند، می‌شود $\frac{۴۵۵۹۳}{۴۵۶۹۳}$. حالا اگر فرض کنیم $a = ۴۵۵۹۳$ و $b = ۴۵۶۹۳$، کسر اول می‌شود $\frac{a+۱}{b+۱}$ و کسر چهارم می‌شود $\frac{a}{b}$. **در حالت کلی، اگر** $۰ < a < b$، **یعنی** $\frac{a}{b} < ۱$، **آن‌گاه** $\frac{a}{b} < \frac{a+۱}{b+۱} < ۱$. (در سؤال قبل، مشابه این نکته را توجیه کردیم.)

با این حساب، کسر اول از کسر چهارم بزرگ‌تر است. خب ترتیب کسرها روشن شد: کسر دوم > کسر اول > کسر چهارم > کسر سوم

یعنی:

$$\frac{۴۵/۵۹۳}{۴۵۶/۹۳} < \frac{۴۵۵/۹۳}{۴۵۶/۹۳} < \frac{۴۵/۵۹۴}{۴۵/۶۹۴} < \frac{۴۵۵/۹۴}{۴۵/۶۹۴}$$

۲۷

سعی می‌کنیم ارتباطی بین ad و bc پیدا کنیم:

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{۵}{۳} \times \frac{۹}{۵} \Longrightarrow \frac{ad}{bc} = ۳ \Longrightarrow ad = ۳bc$$

حالا در کسری که می‌خواهیم حاصل آن را به دست آوریم، به جای ad، ۳bc می‌گذاریم:

$$\frac{۲ad + ۳bc}{۵bc + ۶ad} \xrightarrow{ad = ۳bc} = \frac{۲(۳bc) + ۳bc}{۵bc + ۶(۳bc)} = \frac{۶bc + ۳bc}{۵bc + ۱۸bc} = \frac{۹\cancel{bc}}{۲۳\cancel{bc}} = \frac{۹}{۲۳}$$

راه‌حل تستی این سؤال هم این بود که فرض کنید $a = ۵$، $b = ۳$، $c = ۵$ و $d = ۹$. البته در امتحان تشریحی اگر از این فرض‌ها بکنید، نمره‌تان هم فرضی داده می‌شود! این کارها را فقط در آزمون‌های تستی می‌توانید انجام دهید.

تست‌های فصل اول

۱- اعداد ۱۸ و ۲۴ در نمایش رومی به‌ترتیب به‌صورت XVIII و XXIV هستند. اگر C در نمایش رومی، معادل ۱۰۰ در نمایش دهدهی باشد، نمایش رومی عدد ۹۴ چگونه است؟

۱) VIC ۲) CXIV ۳) XCIV ۴) IVC

۲- نقاط A، B و C روی محور اعداد قرار دارند، به‌گونه‌ای که A نظیر نقطه‌ی $1-\sqrt{2}$ است، B روی نیم‌خط منفی و C روی نیم‌خط مثبت قرار دارد. اگر طول پاره‌خط‌های AB و BC به‌ترتیب $\frac{1}{2}$ و $\sqrt{2}$ باشد، C نظیر چه عددی است؟

۱) $\frac{1}{2}$ ۲) $\frac{3}{2}$ ۳) $\frac{3}{2}+\sqrt{2}$ ۴) $\frac{3}{2}-\sqrt{2}$

۳- کدام از بقیه بیشتر است؟

۱) تعداد اعداد طبیعی بین ۱ و ۱۰۰ ۲) تعداد اعداد صحیح بین ۱۰− و ۱۰

۳) تعداد اعداد گویای بین $\frac{1}{3}$ و $\frac{1}{2}$ ۴) تعداد اعداد صحیح بین $\frac{1}{3}$ و $\frac{7}{3}$

۴- در کدام گزینه، هر سه عدد بین $\frac{4}{11}$ و $\frac{5}{11}$ قرار دارند؟

۱) $\frac{19}{33}, \frac{16}{33}, \frac{13}{33}$ ۲) $\frac{9}{22}, \frac{14}{33}, \frac{15}{44}$ ۳) $\frac{19}{44}, \frac{9}{22}, \frac{17}{44}$ ۴) $\frac{9}{22}, \frac{8}{22}, \frac{7}{22}$

۵- کدام‌یک از اعداد گویای زیر، بین دو عدد گویای $\frac{23}{25}$ و $\frac{25}{27}$ نیست؟

۱) $\frac{622}{675}$ ۲) $\frac{62/3}{67/5}$ ۳) $\frac{208}{225}$ ۴) $\frac{20/9}{22/5}$

۶- کدام کسر از بقیه بزرگ‌تر است؟

۱) $\frac{11}{12}$ ۲) $\frac{111}{112}$ ۳) $\frac{1111}{1112}$ ۴) $\frac{11111}{11112}$

۷- کدام گزینه نادرست است؟

۱) $0/4 < \sqrt{2}-1$ ۲) $3/4 < 2\sqrt{3}$ ۳) $\frac{1}{11} < 0/0909$ ۴) $\frac{2}{9} < 0/223$

۸- اگر a عددی گویا و b و c اعدادی گنگ باشند، کدام گزینه حتماً عددی گنگ است؟

۱) $a+b+c$ ۲) abc ۳) ab ۴) $a+b$

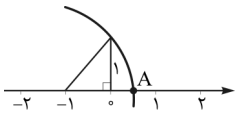
۹- اگر a عددی گنگ و m و $ma+2a$ اعدادی گویا باشند، مقدار m چیست؟

۱) صفر ۲) ۱− ۳) ۲− ۴) m وجود ندارد

۱۰- اگر اعداد m و n صحیح متمایز باشند و عدد $\frac{m\sqrt{2}+n\sqrt{2}+1}{m-n}$ گویا باشد، کدام مورد صحیح است؟

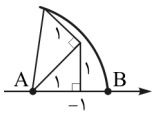
۱) $m=n$ ۲) $m=-n$ ۳) $m+n=1$ ۴) $m+n+\sqrt{2}=0$

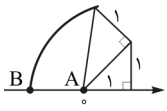
۱۱- در محور اعداد روبه‌رو، نقطه‌ی A چه عددی را نشان می‌دهد؟



۱) $\sqrt{2}$ ۲) $1-\sqrt{2}$ ۳) $\sqrt{2}+1$ ۴) $\sqrt{2}-1$

۱۲- در کدام‌یک از شکل‌های زیر، نقطه‌ی B عدد $1-\sqrt{3}$ را نشان می‌دهد؟ (در همه‌ی شکل‌ها، A نقطه‌ای است که کمان حول آن زده شده است.)

۱) 

۲) 

۳)

۴)

۱۳- کدام‌یک مقدار تقریبی بهتری برای حاصل عبارت $\frac{\sqrt{170}\times 3/25}{\sqrt{35}}$ است؟

۱) ۷/۹۱ ۲) ۷/۰۴ ۳) ۶/۲۱ ۴) ۵/۹۲

۱۴- کدام‌یک از اعداد زیر، تقریب بهتری برای حاصل عبارت $\sqrt{۶۵}-۸$ است؟

۱) ۰/۰۵ ۲) ۰/۰۶ ۳) ۰/۰۷ ۴) ۰/۰۸

۱۵- قدرمطلق کدام عدد از بقیه بزرگ‌تر است؟

۱) $۱-\frac{۱}{\sqrt{۲}}$ ۲) $۱-\frac{۱}{\sqrt{۳}}$ ۳) $-\frac{۱}{\sqrt{۲}}$ ۴) $-\frac{۱}{\sqrt{۳}}$

۱۶- حاصل کدام عبارت از بقیه بزرگ‌تر است؟

۱) $|۲-۳(۱-\pi)|$ ۲) $|۱-\sqrt{۲}|$ ۳) $|\sqrt{۳}-\sqrt{۵}|$ ۴) $|-۵۰(۳-\pi)|$

۱۷- اگر قسمت صحیح اعداد a و $a+\sqrt{۲}$ به‌ترتیب ۵ و ۷ باشد، قسمت اعشاری عدد a کدام‌یک از اعداد زیر می‌تواند باشد؟

۱) ۰/۵۹ ۲) ۰/۵۸ ۳) ۰/۵۷ ۴) ۰/۵۶

۱۸- قسمت صحیح قدرمطلق کدام عدد با بقیه مساوی نیست؟

۱) $-(۲+\sqrt{۳})$ ۲) $-۲\sqrt{۲}$ ۳) $\sqrt{۳}-\sqrt{۲}-۳$ ۴) $۱-\pi$

۱۹- حمید $\frac{۱}{۳}$ از شبانه‌روز را استراحت می‌کند، ۵ ساعت در مدرسه است، ۲۵ درصد شبانه‌روز را به مطالعه اختصاص می‌دهد، $\frac{۱}{۸}$ شبانه‌روز را به کارهای متفرقه می‌پردازد و بقیه‌ی شبانه‌روز را ورزش می‌کند؛ حمید در یک شبانه‌روز، چند ساعت ورزش می‌کند؟

۱) ۰/۵ ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۲۰- ماده‌ی A و B را با هم مخلوط کرده‌ایم؛ اگر به این مخلوط، ۲۰ گرم از ماده‌ی A اضافه کنیم، ماده‌ی A، ۳۰٪ مخلوط حاصل را شامل می‌شود و اگر به مخلوط جدید، ۱۰۰ گرم از ماده‌ی B اضافه کنیم، ماده‌ی B، ۸۰٪ مخلوط جدید را شامل می‌شود. درصد ماده‌ی A در مخلوط اولیه چند بوده است؟

۱) ۴۰ ۲) $\frac{۲}{۷}$ ۳) $\frac{۲}{۹}$ ۴) $\frac{۲۰۰}{۹}$

۲۱- یک لکه روغن روی آب افتاده و به صورت دایره‌ای بزرگ می‌شود. لحظه‌ای می‌رسد که شعاع دایره برابر با ۴ سانتی‌متر شده و در لحظه‌ای بعد شعاع ۲۵ درصد (نسبت به لحظه‌ی اول) افزایش می‌یابد. مساحت لکه چه‌قدر افزایش می‌یابد؟ (فرض کنید $\pi=۳/۱۴$)

۱) ۳/۱۴ ۲) ۲۸/۲۶ ۳) ۹/۴۲ ۴) ۷۸/۵

۲۲- حاصل کدام گزینه از بقیه بزرگ‌تر است؟

۱) $(۰/۰۲\div۰/۰۸)+۳/۹۱\times۱۰^{۳}$ ۲) $۵/۲\times۱۰^{۳}-۳/۴\times۱۰^{۳}$

۳) $۷/۶۸\times۱۰^{۳}+۳/۴۲\times۱۰^{۳}$ ۴) $۳۲/۵\times۱۰^{۳}-۳۲/۵\times۱۰^{۲}$

۲۳- حاصل کدام عبارت از بقیه بیشتر است؟

۱) $۸+۲\times۴\div۴+۲\times۸$ ۲) $۸+۲\div۴\times۴+۲\div۸$ ۳) $۸\div۲\times۴+۴\div۲\times۸$ ۴) $۸\times۲\div۴+۴\times۲\div۸$

۲۴- در عبارت «۵ □ ۵ □ ۵ □ ۵ □ ۵» به جای مربع‌ها به‌ترتیب از چپ به راست، چه نمادهایی قرار دهیم تا حاصل ۳۰ نشود؟

۱) × ÷ + × ۲) × + ÷ × ۳) + × ÷ × ۴) ÷ + × +

۲۵- در عبارت $a*(b*c)=(a*b)*c$ به جای * کدام‌یک از چهار عمل اصلی را قرار دهیم تا رابطه‌ی حاصل برای هر سه عدد حقیقی a، b و c برقرار باشد؟

۱) فقط + و × و ÷ ۲) فقط + و × ۳) فقط + و − ۴) هر چهار عمل اصلی + و − و × و ÷

۲۶- کدام گزینه عبارت «حاصل‌ضرب یک عدد در قرینه‌ی عدد دیگر، برابر است با قرینه‌ی حاصل‌ضرب آن دو عدد» را به زبان ریاضی و با استفاده از حروف a و b نشان می‌دهد؟

۱) $a(-b)=(-a)b$ ۲) $-(ab)=-ab$ ۳) $a(-b)=-ab$ ۴) $a(-b)=(-b)a$

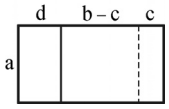
۲۷- می‌خواهیم بگوییم «اگر حاصل‌ضرب دو عدد حقیقی برابر با صفر باشد، آن‌گاه حداقل یکی از آن دو عدد برابر با صفر است». بدین منظور، باید بگوییم «اگر a و b دو عدد حقیقی باشند و $ab=۰$، آن‌گاه .....».

۱) $a=b=۰$ ۲) $a=۰$ و $b=۰$ ۳) $a=۰$ یا $b=۰$ ۴) $a=۰$ یا $b=۰$

۲۸- نمایش ریاضی حاصل‌جمع اعداد طبیعی فرد از اولین عدد فرد تا nاُمین عدد فرد، کدام است؟ (n عدد طبیعی است.)

۱) $۱+۳+۵+\cdots+n$ ۲) $۱+۳+۵+\cdots+۲n$ ۳) $۱+۳+۵+\cdots+(۲n-۱)$ ۴) $۱+۳+۵+\cdots+(۲n+۱)$

۲۹- با توجه به شکل روبه‌رو درستی کدام تساوی را می‌توان نشان داد؟



۱) $a(b+d)=ab+ad$ ۲) $a(b+c+d)=ab+ac+ad$

۳) $a(b-c-d)=ab-ac-ad$ ۴) $a(b-c+d)=ab-ac+ad$

۳۰- عبارت $۱+a+b+ab$ با فاکتورگیری به کدام صورت درمی‌آید؟

۱) $(a+۱)(a+b)$ ۲) $(a-۱)(a-b)$ ۳) $(b+۱)(a+۱)$ ۴) $ab(a+b)$