

کتابهای مکتور
مهر و ماه





بر اساس
کتاب درسی
جدید

کتاب جامع حسابان

درسنامه‌ی جامع
آموزش کامل به همراه مثال‌ها و تست‌های نمونه
بررسی تمامی مسائل کتاب درسی
مجموعه‌ی تمرین‌های تشریحی در دو سطح
ارائه بیش از ۳۰۰۰ مسأله متنوع همراه با پاسخ
سؤالات طبقه‌بندی شده‌ی امتحانات نهایی در ۱۰ سال اخیر

مؤلف

مهندس محمدرضا میرجلیلی

کتابهای گستر
مهر و ماه

زندگی صحنه‌ی یکتای هنرمندی ماست

هرکسی نغمه خود خواند و از صحنه رود

صحنه پیوسته به جاست

خرم آن نغمه که مردم بسیارند به یاد

«قسم به قلم و آنچه می‌نویسد.»

سپاس خداوند بی‌همتا که بار دیگر لطف خود را بدرقه‌ی راهم نمود تا بتوانم مجموعه‌ای دیگر با همت ناچیز خود به ثمر برسانم.

کتاب جدید حسابان:

حدود ۱۵ سال از انتشار اولین کتاب درس حسابان می‌گذرد تا اینکه اعضای شورای برنامه‌ریزی کتاب‌های درسی به این نتیجه و جمع‌بندی رسیدند که باید تغییرات اساسی در کتاب حسابان جدید اعمال شود. این تغییرات در راستای تکمیل کتاب‌های درسی ریاضی (۱) و ریاضی (۲) است که رویکرد آن کتاب‌ها را دنبال می‌کند.

در کتاب قبلی دوره‌ی فشرده‌ای شامل حد، پیوستگی، مجانب، مشتق، کاربرد مشتق و انتگرال گنجانده شده بود. تمام حالات رفع ابهام حتی رفع ابهام توابع نمایی که مربوط به ریاضی (۱) دانشگاه‌هاست در چاپ‌های اولیه‌ی کتاب وجود داشت که بعداً از کتاب حذف شد. بخش مقاطع مخروطی و اعداد مختلط هم قبلاً در کتاب حسابان بود که بعداً به هندسه‌ی تحلیلی انتقال داده شد و اعداد مختلط به‌طور کامل از کتاب درسی حذف گردید. در بخش مثلثات و توابع معکوس مثلثاتی بسیار ضعیف کار شده بود که تدریس مطالب آن برای دبیران طی دو ترم بسیار دشوار بود و برای دانش‌آموزان نیز یادگیری این حجم از مطالب عملاً میسر نمی‌شد. این تغییرات کتاب‌های درسی و نظام آموزشی شاید بیش از دانش‌آموزان برای ما مؤلفان کتاب‌های آموزشی دردسر درست می‌کند، چون ما هم مجبوریم با هر تغییر، کتاب‌های جدید بنویسیم. از جمله تغییرات اساسی در کتاب‌های ریاضی از سال‌های گذشته، تغییر کتاب ریاضی (۱) و ریاضی (۲) و اخیراً کتاب حسابان می‌باشد.

کتاب حاضر با کتاب پیشین از لحاظ روش‌های آموزشی تفاوت‌های مهمی دارد. روش آموزش اصلی آن طرح یک مسأله برای آموزش مفاهیم است که دانش‌آموزان به‌طور غیرمستقیم آن مفاهیم را تجربه می‌کنند و سپس با یک نامگذاری و کلیت دادن به آن، مفهوم جدید رسماً ارائه می‌شود.

انتخاب نام «حسابان» برای این کتاب درسی در حقیقت آمیزه‌ای از دو حساب بوده است یکی «حساب دیفرانسیل» و دیگری «حساب انتگرال»، هر چند در گذر زمان، از کتاب درسی حسابان مبحث دوم حذف شده است و در کتاب درسی جدید نیز به مبحث اول، تنها یک فصل اختصاص داده شده است، بنابراین شاید نام حسابان برای این کتاب دیگر مناسب نباشد.

رویکرد جدید آموزش و پرورش در کتاب‌های ریاضی و کاربردی شدن مفاهیم آن از یک طرف و تفاوت در روش‌های آموزش از سوی دیگر در کتاب‌های جدید تألیف ریاضی ما را بر آن داشت تا به تألیف یک کتاب کمک آموزشی جامع حسابان بپردازیم. اثری که پیش روی شماست ثمره‌ی سالها تجربه در تدریس درس حسابان و دیفرانسیل در مدارس و مراکز آموزشی معتبر در استان تهران و دیگر شهرستان‌ها نظیر اراک، اصفهان، اهواز، بندرعباس، شیراز، قم و ... بوده است.

در این کتاب سعی شده است مطابق با شیوه‌ی ارائه‌ی مطالب در کتاب جدید تألیف حسابان گام برداریم تا روش تحلیلی ارائه‌ی مطالب و ساختار آنها حفظ شود.

توضیحاتی درباره‌ی این کتاب:

مطالب این کتاب در ۹ فصل مجزا ارائه شده است که هر فصل شامل بخش‌های زیر می‌باشد:

۱- مقدمه و نمودار درختی فصل

۲- درسنامه‌ی جامع با تفکیک موضوعی و حل مثال‌های مختلف در هر موضوع

فهرست

حد	فصل هشتم
$\lim_{u \rightarrow 0} \frac{\sin u}{u} = 1$	<ul style="list-style-type: none"> درسنامه جامع ۳۳۹ تمرین‌های جامع ۳۹۲ پاسخنامه ۴۰۲

دنباله	فصل اول
$a_n = S_n - S_{n-1}$	<ul style="list-style-type: none"> درسنامه جامع ۹ تمرین‌های جامع ۱۹ پاسخنامه ۲۵

پیوستگی	فصل هشتم
$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$	<ul style="list-style-type: none"> درسنامه جامع ۴۱۱ تمرین‌های جامع ۴۲۷ پاسخنامه ۴۳۳

بخش‌پذیری	فصل دوم
$P(a) \equiv \Rightarrow P(x) = (x-a)Q(x)$	<ul style="list-style-type: none"> درسنامه جامع ۲۹ تمرین‌های جامع ۳۹ پاسخنامه ۴۱

مشتق	فصل نهم
$m_T = f'(x_0)$	<ul style="list-style-type: none"> درسنامه جامع ۴۳۷ تمرین‌های جامع ۴۸۶ پاسخنامه ۵۰۳

بسط دوجمله‌ای	فصل سوم
$(a+b)^n = \sum_{K=0}^n \binom{n}{K} a^{n-K} b^K$	<ul style="list-style-type: none"> درسنامه جامع ۴۳ تمرین‌های جامع ۵۱ پاسخنامه ۵۳

نظریه‌ی معادلات	فصل چهارم
$f(x) \geq ax+b$	<ul style="list-style-type: none"> درسنامه جامع ۵۵ تمرین‌های جامع ۱۰۷ پاسخنامه ۱۱۸

تابع	فصل پنجم
$f \circ f^{-1}(x) = x$	<ul style="list-style-type: none"> درسنامه جامع ۱۲۹ تمرین‌های جامع ۲۱۳ پاسخنامه ۲۳۳

مثلثات	فصل ششم
$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha \neq \tan \alpha \cot \alpha$	<ul style="list-style-type: none"> درسنامه جامع ۲۵۳ تمرین‌های جامع ۳۲۴ پاسخنامه ۳۳۲



بخش پذیری

مقدمه

مبحث بخش پذیری، با همان شیوه‌ای که در کتاب جدید مطرح شده است، در سالهای گذشته نیز به آن پرداخته می‌شده است ولی بیان این فصل در کتاب جدید، به صورت یک مبحث کاربردی مطرح شده است. این فصل، در محاسبه‌ی فاکتورها یا عامل‌های یک چند جمله‌ای مطالب جالبی را ارائه می‌کند به طوری که کاربرد قوانین مربوط به این مبحث در فصل‌های بعدی مثل حد، پیوستگی و مشتق پذیری و حل معادلات با درجه‌های بالاتر از ۲ به وضوح دیده می‌شود. از این فصل در کنکور سراسری و آزاد سالهای گذشته حداکثر یک تست مطرح می‌شده است. اما به دلیل اهمیت این فصل و کاربرد آن در فصل‌های بعدی سعی کنید مطالب این فصل را به طور کامل فرا گیرید.

۱. مقدمه

۲. تقسیم چندجمله‌ای

۳. محاسبه‌ی باقیمانده‌ی چندجمله‌ای $P(x)$ بر $(x-a)$

۴. محاسبه‌ی باقیمانده‌ی $P(x)$ بر $g(x)$

۵. بخش پذیری $x^n \pm a^n$ بر $x \pm a$

۶. محاسبه‌ی خارج قسمت تقسیم [روش هورنر]

۷. تمرین‌ها

۱. کتاب درسی

۲. مهارت در ریاضی با تمرین زیاد

۳. مسائل امتحانات نهایی

۴. تمرین‌های سطح بالاتر

سؤال: صفحه‌ی ۳۹ پاسخ: صفحه‌ی ۴۱

سؤال: صفحه‌ی ۳۹ پاسخ: صفحه‌ی ۴۱

سؤال: صفحه‌ی ۳۹ پاسخ: صفحه‌ی ۴۲

سؤال: صفحه‌ی ۴۰ پاسخ: صفحه‌ی ۴۲



پیر دو فرما
Pierre de Fermat

پیر دو فرما

(۱۶۰۱-۱۶۶۵) ریاضی‌دان فرانسوی بود که قضیه آخر فرما، قضیه کوچک فرما و اعداد فرما به نام اوست. او در سال ۱۶۰۱ در نزدیکی شهر «مونتوبن» (Montauban) فرانسه متولد شد. او فرزند یک تاجر چرم بود و تحصیلات اولیه خود را در منزل گذراند. سپس برای احراز پست قضاوت به تحصیل حقوق پرداخت و بعدها به عنوان مشاور در پارلمان محلی شهر تولوز (Toulouse) انتخاب شد.

او با وجود علاقه بسیاری که به ریاضیات داشت هرگز به صورت رسمی و حرفه‌ای به این علم نپرداخت اما با این حال بسیاری او را بزرگ‌ترین ریاضی‌دان قرن هفدهم می‌دانند.

به نام فرما در نظریه اعداد دو قضیه زیبا و مشهور وجود دارد؛ قضیه کوچک و قضیه بزرگ. این دومی، جنجالی‌ترین قضیه تاریخ ریاضیات است که بدون اثبات، در حاشیه‌ی یکی از دست نوشته‌هایش پیدا شد.

این قضیه بیان می‌کند که برای هر عدد صحیح $n > 2$ معادله $a^n + b^n = c^n$ فاقد جواب صحیح مثبت است. فرما

نوشته است: راه اثبات حیرت انگیزی برای این قضیه دارم، حیف که جا نیست! اما متأسفانه هرگز در میان نوشته‌هایش به اثبات قضیه اشاره نکرد. تاریخ همواره در شک ماند که آیا او واقعا اثبات قضیه را می‌دانست؟ این اثبات، ۳۰۰ سال ریاضی‌دان‌های بزرگ جهان را به خود مشغول کرد. در سال ۱۹۰۸ جایزه ۱۰ هزار مارکی برای حل آن تعیین شد. فقط در یک شهر آلمانی، طی ۳ سال، هزاران راه حل طرح شد که بعد از بررسی رد می‌شدند. بعد از جنگ جهانی اول، مبلغ جایزه که به علت تورم، جذابیت خود را از دست داده بود، توسط جامعه ریاضی‌دانان بیشتر شد. سعی در اثبات قضیه، باعث حل مسایل دیگری می‌شد و شاخه‌های جدیدی در ریاضیات به وجود می‌آمد. اما همچنان راه اثبات قضیه به دست نمی‌آمد. تا آن که در سال ۱۹۹۴، قضیه در دانشگاه پرینستون توسط گروهی از ریاضی‌دانان و با استفاده از ریاضیات پیچیده و مدرن اثبات شد و در ۱۹۹۹ راه حل کامل‌تر شد.



بخش پذیری

مقدمه ۱

● **تعریف چندجمله‌ای:** یک چند جمله‌ای تک متغیره بر حسب X و از درجه‌ی n به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$p(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$$

در این نمایش $a_n, a_{n-1}, \dots, a_1, a_0$ اعدادی حقیقی‌اند و $a_n \neq 0$ و n یک عدد طبیعی است.

🔔 **تذکره ۱:** دو چند جمله‌ای در صورتی می‌توانند با هم برابر باشند که:

الف) هر دو از یک درجه باشند که منظور از درجه‌ی چند جمله‌ای، بزرگ‌ترین توان آن چند جمله‌ای است.

ب) ضرایب عبارت‌های با درجه‌ی یکسان با هم مساوی باشند.

مثال آموزشی

● اگر $p(x) = ax^4 + 5bx^3 - 4cx + d$ و $q(x) = 10x^3 - 8x + 6$ و $p(x) = q(x)$ در این صورت مقادیر a, b, c, d را بیابید.

حل: چون چند جمله‌ای‌ها مساوی هستند، لذا باید هر دو از درجه‌ی ۲ باشند، بنابراین $a = 0$ و در نتیجه داریم:

$$\begin{cases} 5b = 10 \rightarrow b = 2 \\ -4c = -8 \rightarrow c = 2 \\ d = 6 \end{cases}$$

۲ تقسیم چند جمله‌ای‌ها

در سال پیش دیدیم که با تقسیم یک چند جمله‌ای مانند $p(x)$ بر یک چند جمله‌ای مانند $g(x)$ یک خارج قسمت $q(x)$ و باقی‌مانده‌ی $r(x)$ به دست می‌آید و می‌توان نوشت:

به طور کلی اگر چند جمله‌ای $p(x)$ از درجه‌ی m را بر چند جمله‌ای $g(x)$ از درجه‌ی n ($m \geq n$) تقسیم کنیم و خارج قسمت این تقسیم $q(x)$ و باقیمانده‌ی تقسیم $r(x)$ باشد، واضح است که $q(x)$ از درجه‌ی $(m - n)$ و $r(x)$ همواره از n کمتر است و حداکثر می‌تواند $(n - 1)$ باشد. به تقسیم زیر توجه کنید:

$$\begin{array}{r} 4x^4 - x^3 \\ 4x^4 + 4x^3 \\ \hline -5x^3 \\ -5x^3 - 5x^2 \\ \hline 5x^2 \\ 5x^2 + 5x \\ \hline -5x \end{array} \quad \begin{array}{r} x^2 + x \\ 4x^2 - 5x + 5 \\ \hline \end{array}$$

در این مثال $p(x) = 4x^4 - x^3$ از درجه‌ی ۴ و $g(x) = x^2 + x$ از درجه‌ی ۲ و $q(x) = 4x^2 - 5x + 5$ از درجه‌ی ۲ و $r(x) = -5x$ از درجه‌ی ۱ است و $1 < 2$.

🔔 **تذکره ۲:** هر تقسیم از ۴ قسمت مختلف تشکیل شده است:

باقیمانده $\leftarrow p(x) = g(x)q(x) + r(x) \rightarrow$ مقسوم

خارج قسمت \rightarrow مقسوم‌علیه \leftarrow

به طوری که همواره درجه‌ی باقیمانده از درجه‌ی مقسوم علیه کمتر می‌باشد و مجموع درجات مقسوم علیه و خارج قسمت با درجه‌ی مقسوم برابر است.

۳ محاسبه‌ی باقیمانده‌ی چند جمله‌ای $p(x)$ بر $x - a$

طبق قضیه‌ی تقسیم و نکات گفته شده داریم:

$$p(x) = (x - a)q(x) + r(x) \quad (I)$$

چون مقسوم علیه $(x - a)$ از درجه‌ی اول است بنابراین درجه‌ی $r(x)$ برابر صفر است یعنی $r(x)$ برابر یک عدد می‌باشد. رابطه‌ی (I) به ازای جمیع مقادیر x برقرار است. حال ریشه‌ی مقسوم علیه را محاسبه نموده و آن را در رابطه‌ی (I) قرار می‌دهیم.

$$x - a = 0 \rightarrow x = a \xrightarrow{\text{صفر}} p(a) = \cancel{(a - a)q(x)} + r = 0 + r = r \Rightarrow p(a) = r$$



نکته ۱: برای پیدا کردن باقیمانده‌ی تقسیم بر یک چند جمله‌ای درجه‌ی یک کافی است ریشه‌ی مقسوم علیه را پیدا کرده و در مقسوم جایگذاری کنیم:

$$p(x) = (x-a)q(x) + r \Rightarrow \boxed{r = p(a)}$$

نتیجه‌ی ۱: اگر در تقسیم $p(x)$ بر $(x-a)$ ، $p(a)$ برابر صفر شود، لذا $r = 0$ بوده و در این حالت می‌گوییم $p(x)$ بر $(x-a)$ بخش پذیر است و در این حالت داریم:

$$p(x) = (x-a)q(x)$$

نتیجه‌ی ۲: اگر $p(x)$ یک چند جمله‌ای و $g(x) = ax + b$ (مقسوم علیه) باشند، باقیمانده‌ی تقسیم $p(x)$ بر $ax + b$ برابر است با $p(-\frac{b}{a})$ ، زیرا:

$$ax + b = 0 \Rightarrow x = -\frac{b}{a} \Rightarrow r = p(-\frac{b}{a})$$

مثال آموزشی

• باقیمانده‌ی تقسیم چند جمله‌ای $p(x) = x^3 - 3x^2 + 2$ را بر $x - 2$ به دست آورید.

حل:

$$x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2$$

$$r = p(2) = (2)^3 - 3(2)^2 + 2 = 8 - 12 + 2 = -2$$

• مقدار a را چنان تعیین کنید که چند جمله‌ای $p(x) = 4x^2 - ax + 2$ بر $(2x-1)$ بخش پذیر باشد.

حل:

$$2x - 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2} \Rightarrow r = p(\frac{1}{2}) = 0 \quad \text{شرط بخش پذیری:}$$

$$p(\frac{1}{2}) = 4(\frac{1}{2})^2 - a(\frac{1}{2}) + 2 = 0 \Rightarrow 1 - \frac{1}{2}a + 2 = 0 \Rightarrow 1 + 2 = \frac{1}{2}a \Rightarrow a = 6$$

• اگر باقیمانده‌ی تقسیم $P(x) = 3x^2 - 4x + 2$ و $S(x) = ax^2 + 2x^2 - x$ بر $(x+1)$ برابر باشد، مقدار a را بیابید.

حل:

$$x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1$$

$$\begin{cases} r_1 = P(-1) = 3(-1)^2 - 4(-1) + 2 = 9 \\ r_2 = S(-1) = a(-1)^2 + 2(-1)^2 - (-1) = -a + 3 \end{cases} \Rightarrow r_1 = r_2 \Rightarrow 9 = -a + 3 \Rightarrow a = -6$$

• هرگاه باقیمانده‌ی تقسیم $p(x) = 2x^4 - 3ax^2 + ax - 1$ بر $(x+1)$ برابر -3 باشد، آن‌گاه باقیمانده‌ی تقسیم $p(x)$ بر $(x-2)$ را به دست آورید.

حل:

$$x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1 \Rightarrow r = p(-1) = -3$$

$$p(-1) = 2(-1)^4 - 3a(-1)^2 + a(-1) - 1 = 2 - 3a - a - 1 = 1 - 4a$$

$$1 - 4a = -3 \Rightarrow -4a = -4 \Rightarrow a = 1 \Rightarrow p(x) = 2x^4 - 3x^2 + x - 1$$

حال برای محاسبه‌ی باقیمانده‌ی تقسیم $p(x)$ بر $x - 2$ داریم:

$$r = p(2) = 2(2)^4 - 3(2)^2 + 2 - 1 = 32 - 12 + 2 - 1 = 21$$

• هرگاه باقیمانده‌ی تقسیم چند جمله‌ای $P(x)$ بر $(x-5)$ برابر 3 و باقیمانده‌ی تقسیم آن بر $(x+3)$ برابر -13 باشد، باقیمانده‌ی تقسیم $P(x)$ بر

$x^2 - 2x - 15$ را دست آورید؟

حل:

$$x^2 - 2x - 15 = (x-5)(x+3)$$

با تجزیه‌ی $x^2 - 2x - 15$ داریم:

چون مقسوم علیه، یک چند جمله‌ای درجه‌ی ۲ است، لذا باقیمانده‌ی تقسیم حداکثر می‌تواند یک عبارت درجه‌ی اول باشد. باقیمانده تقسیم را به صورت $r(x) = ax + b$ در نظر می‌گیریم که در آن a و b اعدادی حقیقی‌اند که باید آن‌ها را تعیین کنیم. (ممکن است $a = 0$ باشد و r یک عدد ثابت شود و ممکن است $a \neq 0$ و r یک چند جمله‌ای درجه‌ی یک شود).

$$P(x) = (x-5)(x+3)q(x) + ax + b$$

طبق قضیه‌ی تقسیم داریم:

از طرفی می‌دانیم باقیمانده‌ی تقسیم $P(x)$ بر $x - 5$ برابر 3 است، پس طبق قضیه‌ی گفته شده داریم: $P(5) = 3$

به همین ترتیب $P(-3) = -13$ ، با جایگذاری این مقادیر در رابطه‌ی فوق داریم:

$$\begin{cases} P(5) = 3 \Rightarrow \frac{\text{صفر}}{(5-5)(5+3)q(5)} + 5a + b = 3 \Rightarrow 5a + b = 3 \\ P(-3) = -13 \Rightarrow \frac{\text{صفر}}{(-3-5)(-3+3)q(-3)} - 3a + b = -13 \Rightarrow -3a + b = -13 \xrightarrow{\times(-1)} 3a - b = 13 \end{cases}$$

با تشکیل دستگاه از دو معادله‌ی فوق داریم:

$$\begin{cases} 5a + b = 3 \\ 3a - b = 13 \end{cases} \Rightarrow 8a = 16 \Rightarrow a = 2 \Rightarrow 5 \times 2 + b = 3 \Rightarrow b = 3 - 10 = -7 \Rightarrow r(x) = ax + b = 2x - 7$$



• اگر باقیمانده‌ی تقسیم $P(x)$ بر $x^2 - 9$ برابر $2x + 11$ باشد،

الف) باقیمانده‌ی $P(x)$ بر $x - 3$ را بیابید.

ب) باقیمانده‌ی $P(x)$ بر $x + 3$ را بیابید.

ج) باقیمانده‌ی $P(x+1)$ بر $x + 4$ را بیابید.

حل: طبق قضیه‌ی تقسیم داریم:

$$P(x) = (x^2 - 9)q(x) + \underbrace{2x + 11}_{r(x)} \Rightarrow P(x) = (x - 3)(x + 3)q(x) + \underbrace{2x + 11}_{r(x)}$$

$$x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3 \Rightarrow r_1 = P(3) = 0 + \underbrace{2 \times 3 + 11}_{r(3)} = 17 \quad \text{الف)}$$

$$x + 3 = 0 \Rightarrow x = -3 \Rightarrow r_2 = P(-3) = 0 + \underbrace{2(-3) + 11}_{r(-3)} = 5 \quad \text{ب)}$$

ج) به کمک رابطه‌ی فوق ابتدا $P(x+1)$ را تشکیل می‌دهیم، یعنی در این رابطه به جای x عبارت $(x+1)$ را جایگزین می‌کنیم:

$$P(x+1) = (x+1-3)(x+1+3)q(x+1) + 2(x+1) + 11$$

$$P(x+1) = (x-2)(x+4)q(x+1) + 2x + 13$$

$$x + 4 = 0 \Rightarrow x = -4 \Rightarrow r_3 = \underbrace{(-4-2)}_{\text{صفر}} \underbrace{(-4+4)}_{\text{صفر}} q(-4+1) + 2(-4) + 13 \Rightarrow r_3 = 0 - 8 + 13 = 5$$



تست نمونه

• اگر عبارت $x^3 + ax^2 + bx - 2$ بر $x - 2$ بخش‌پذیر بوده و باقیمانده‌ی تقسیم آن بر $x - 1$ برابر ۷ باشد مقدار a کدام است؟

-۱۲ (۴)

-۱۱ (۳)

۱۲ (۲)

۱ (۱)

حل: با فرض $P(x) = x^3 + ax^2 + bx - 2$ داریم:

$$\begin{cases} P(2) = 0 \Rightarrow 8 + 4a + 2b - 2 = 0 \Rightarrow 4a + 2b = -6 \\ P(1) = 7 \Rightarrow 1 + a + b - 2 = 7 \Rightarrow a + b = 8 \end{cases}$$

حال این دو رابطه را در یک دستگاه قرار می‌دهیم:

$$(-2) \times \begin{cases} 4a + 2b = -6 \\ a + b = 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4a + 2b = -6 \\ -2a - 2b = -16 \end{cases} \xrightarrow{\text{جمع دو رابطه}} 2a = -22 \Rightarrow a = -11$$

بنابراین گزینه‌ی «۳» پاسخ صحیح است.

• اگر باقیمانده‌ی تقسیم $P(x)$ بر $x - 5$ برابر ۱۰ باشد، آن‌گاه باقیمانده‌ی تقسیم $P(x^2 + 1)$ بر $x - 2$ برابر کدام است؟

۵ (۴)

۱۵ (۳)

۲۰ (۲)

۱۰ (۱)

حل: طبق قضیه‌ی تقسیم داریم:

$$P(x) = (x - 5)q(x) + r \Rightarrow r = P(5) = 10$$

حال قضیه‌ی تقسیم را برای $P(x^2 + 1)$ با مقسوم‌علیه $(x - 2)$ به صورت زیر می‌نویسیم:

$$P(x^2 + 1) = (x - 2)Q(x) + R \xrightarrow{x=2} P(2^2 + 1) = (2 - 2)Q(2) + R \Rightarrow P(5) = R \Rightarrow R = 10$$

بنابراین گزینه‌ی «۱» پاسخ صحیح است.



نتیجه‌ی ۳: هرگاه باقیمانده‌ی $P(x)$ بر $(x - a)(x - b)$ برابر $r(x)$ باشد، آن‌گاه:

الف) باقیمانده‌ی تقسیم $P(x)$ بر $(x - a)$ برابر است با: $r(a)$

ب) باقیمانده‌ی تقسیم $P(x)$ بر $(x - b)$ برابر است با: $r(b)$



مثال آموزشی

• اگر باقیمانده‌ی تقسیم $P(x)$ بر $(x^2 + 1)$ برابر ۳ باشد، باقیمانده‌ی $P(x)$ بر $x^4 - x^2 + 1$ را بیابید.

$$x^4 + 1 = (x^2)^2 + 1^2 = \underbrace{(x^2 + 1)(x^2 - x^2 + 1)}_{\text{اتحاد چاق و لاغر}}$$

حل: دقت کنید که:

طبق قضیه‌ی تقسیم داریم:

$$P(x) = (x^2 + 1)q(x) + 3 \Rightarrow P(x) = (x^2 + 1)(x^2 - x^2 + 1)q(x) + 3$$

حال اگر عبارت $(x^2 + 1)q(x)$ را مساوی $Q(x)$ در نظر بگیریم، داریم:

$$P(x) = (x^4 - x^2 + 1)Q(x) + 3$$

پس می‌توان نتیجه گرفت که باقیمانده‌ی تقسیم $P(x)$ بر $(x^4 - x^2 + 1)$ برابر ۳ است.



تمرین های کتاب درسی

مسائل صفحه ی ۱۰ و ۱۱

۱. $P(x)$ یک چندجمله ای درجه ۲ است و ضریب بزرگ ترین توان آن ۱ است. در هریک از حالت های زیر $P(x)$ را به گونه ای تعیین کنید که در شرایط مورد نظر صدق کند.
الف) $P(1) = 0, P(2) = 0$
ب) $P(0) = 0, P(1) = 1$
ج) $P(-1) = 2, P(2) = -1$
۲. مقدار m را چنان بیابید که چندجمله ای $P(x) = x^3 - mx^2 - x + 4$ بر $2x + 1$ بخش پذیر باشد.
۳. در چندجمله ای $P(x) = x^3 + ax^2 + x + b$ ، a و b را طوری بیابید که باقی مانده ی تقسیم آن بر $x - 1$ برابر ۴ بوده و بر $x + 2$ بخش پذیر باشد.
۴. m و n را چنان بیابید که چندجمله ای $P(x) = x^3 + mx^2 + nx + 6$ بر $x^2 - 5x + 6$ بخش پذیر باشد.
۵. نشان دهید عبارت $x - 2$ یک فاکتور (عامل) $f(x) = x^3 + 2x^2 - 5x - 6$ است. سپس معادله ی $f(x) = 0$ را حل کنید.
۶. a را چنان بیابید که یک جواب معادله ی $x^2 - 2x^2 + ax + 2 = 0$ برابر ۲ باشد. سپس جواب های دیگر معادله را به دست آورید.

مهارت در ریاضی با تمرین زیاد



۱. باقی مانده ی تقسیم $p(x) = x^4 + ax^3 + 3x + 1$ بر $x - 2$ مساوی (-3) می باشد، a را بیابید.
۲. اگر عبارت $p(x) = x^4 + x^2 + ax + b$ بر $x^2 + x - 2$ بخش پذیر باشد، مقدار b را بیابید.
۳. اگر $ax^3 + bx^2 + 5x - 1$ بر $x - 1$ بخش پذیر باشد و باقی مانده ی آن بر $x + 1$ مساوی ۴ باشد، a و b را پیدا کنید.
۴. اگر باقی مانده ی تقسیم $f(x)$ بر $x - 1$ و $x + 2$ به ترتیب ۵ و (-4) باشد آن گاه باقی مانده ی تقسیم $f(x)$ بر $x^2 + x - 2$ پیدا کنید.
۵. اگر باقی مانده ی تقسیم $p(x)$ بر $x - 2$ و $x - 4$ به ترتیب ۴ و ۶ باشند، باقی مانده ی تقسیم $p(x)$ بر $x^2 - 6x + 8$ را بیابید.
۶. باقی مانده ی تقسیم عبارت $x^3 - 5x^2 + 6x - 1$ را بر $x^2 + x$ پیدا کنید.
۷. اگر باقی مانده ی تقسیم $ax^4 + bx^3 - 6x^2 + 2x - 5$ بر $x^2 + 1$ مساوی $3x + 8$ باشد، a و b را پیدا کنید.
۸. اگر $f(x) = (x^2 - 2x)q(x) + 3x^2 + 5$ آن گاه باقی مانده ی تقسیم $f(x)$ را بر $x^2 - 2x$ پیدا کنید.
۹. اگر باقی مانده ی تقسیم $f(x)$ بر $x^2 - 9$ مساوی $4x + 13$ باشد، آن گاه باقی مانده ی تقسیم $f(x - 2)$ بر $x - 5$ را پیدا کنید.
۱۰. اگر باقی مانده ی تقسیم $f(x)$ بر $x - a$ مساوی R_1 و بر $x - b$ برابر R_2 باشد، آن گاه باقی مانده ی تقسیم $f(x)$ را بر $(x - a)(x - b)$ پیدا کنید.
۱۱. باقی مانده ی تقسیم $x^9 - 4x^5 + x^3 - x + 1$ را بر $x^2 + 1$ بیابید.
۱۲. دو عبارت $x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$ و $x^2 - 3x + m$ در تقسیم بر $x + 1$ باقی مانده ی مشترک دارند، مقدار m را بیابید.
۱۳. مجموع ضرایب خارج قسمت تقسیم $x^{18} + x^{17} + x^{16} + \dots + x + 1$ بر $(x + 1)$ چقدر است؟
۱۴. باقی مانده ی تقسیم عبارت $a^{21} + b^{21}$ بر $a^7 + b^3$ چقدر است؟
۱۵. چند جمله ای درجه دومی را بیابید که باقی مانده ی تقسیم آن بر $(x + 1)$ و $(x - 1)$ مساوی ۳ باشد و بر $x - 4$ بخش پذیر باشد.
۱۶. اگر باقی مانده ی تقسیم $p(x)$ و $q(x)$ بر $x^2 + x + 1$ به ترتیب $(2x - 3)$ و $(x + 4)$ باشد، باقی مانده ی تقسیم $p(x) \cdot q(x)$ بر $x^2 + x + 1$ چقدر است؟
۱۷. ثابت کنید $x^{3a} + x^{3b+1} + x^{3c+2}$ بر عبارت $x^2 + x + 1$ بخش پذیر است. $(a, b, c \in \mathbb{N})$
۱۸. اگر باقی مانده ی تقسیم $f(x)$ بر $(x + 1)$ و $(x - 1)$ و $(x + 2)$ به ترتیب صفر و ۱ و -1 باشد باقی مانده ی تقسیم $f(x)$ را بر $(x + 2)(x + 1)(x - 1)$ را بیابید.
۱۹. فرض کنیم $f(x) = (2 - x)^{2007} + ax + b$ ؛ مقادیر a و b را چنان بیابید که $f(x)$ بر $x - 1$ بخش پذیر بوده و باقی مانده ی تقسیم آن بر $x - 3$ برابر ۶ باشد.

سوالات امتحان نهایی



۱. اگر باقی مانده ی تقسیم چندجمله ای $p(x)$ بر x مساوی ۲ و بر $x + 2$ مساوی ۱ باشد، باقی مانده ی تقسیم $p(x)$ بر $x^2 + 2x$ را به دست آورید. (۱ نمره)



۲. مقدار k را طوری تعیین کنید که عبارت $8x^3 + 4x^2 - kx - 8$ بر $2x - 1$ بخش پذیر باشد. (خرداد ۸۸) (نمره ۰/۷۵)
۳. هرگاه باقی مانده‌ی تقسیم چندجمله‌ای $f(x)$ بر $x + 3$ و $x - 2$ به ترتیب ۷ و ۲ باشد، باقی مانده‌ی تقسیم $f(x)$ بر $x^2 + x - 6$ را به دست آورید. (۱/۲۵ نمره) (دی ۸۸)
۴. اگر باقی مانده‌ی تقسیم تابع چندجمله‌ای $f(x)$ بر $x + 2$ و $x - 3$ به ترتیب ۱ و ۲ باشد، باقی مانده‌ی تقسیم $f(x)$ بر $x^2 - x - 6$ را حساب کنید. (۱/۲۵ نمره) (دی ۸۷)
۵. اگر $2x^2 - 3x^2 + ax - b$ بر $2x - 2$ بخش پذیر باشد، نشان دهید: $2a + 4 = b$ (خرداد ۸۶) (نمره ۰/۵)
۶. مقدار k را چنان بیابید که چندجمله‌ای $5x^2 - 5x + k - 7$ بر $x - 2$ بخش پذیر باشد. (۰/۵ نمره) (شهریور ۸۶)
۷. در صورتی که دو چندجمله‌ای $2x^2 - 5x + 4$ و $x^2 + ax$ در تقسیم بر $x - 1$ هم باقی مانده باشند، مقدار عددی a را مشخص کنید. (۰/۷۵ نمره) (دی ۸۶)
۸. اگر باقی مانده‌ی تقسیم چندجمله‌ای $p(x)$ بر $x - 1$ و $x + 2$ به ترتیب برابر ۴ باشد، باقی مانده‌ی تقسیم $p(x)$ بر $x^2 + x - 2$ را حساب کنید. (۱ نمره) (خرداد ۸۵)
۹. مقدار k را طوری پیدا کنید که باقی مانده‌ی تقسیم $p(x) = x^3 - 2kx - 3$ بر $x - 2$ مساوی یک باشد. (۰/۷۵ نمره) (شهریور ۸۴)
۱۰. نشان دهید $2x - 5$ یک فاکتور $2x^3 - 3x^2 - 9x + 10$ می باشد، سپس فاکتورهای دیگر $f(x)$ را تعیین کنید. (۱ نمره) (دی ۸۴)
۱۱. در صورتی که دو چندجمله‌ای $x^2 + 2x - 2$ و $x^3 - 4x^2 + 5x + a$ در تقسیم بر $x + 2$ هم باقی مانده باشند، مقدار a را تعیین کنید. (۱ نمره) (خرداد ۸۳)
۱۲. باقی مانده‌ی تقسیم چندجمله‌ای $f(x)$ بر $x + 1$ و $x - 1$ به ترتیب ۳ و ۱ می باشد. باقی مانده‌ی تقسیم $f(x)$ بر $x^2 - 1$ به دست آورید. (۱ نمره) (شهریور ۸۲)
۱۳. اگر $2x^3 + 3x^2 - 2mx + n$ بر $x + 2$ بخش پذیر باشد، نشان دهید $4 = n + 4m$ (۰/۵ نمره) (دی ۸۲)
۱۴. a و b را چنان بیابید که چندجمله‌ای $x^3 + ax^2 + 2bx - 3$ بر $x - 3$ بخش پذیر بوده و باقی مانده‌ی تقسیم آن بر $x - 1$ برابر ۴ باشد. (۱ نمره) (خرداد ۸۱)
۱۵. m را چنان بیابید که چندجمله‌ای $f(x) = 8x^3 - 4x^2 + mx - 3$ بر $2x + 1$ بخش پذیر باشد. (۱ نمره) (شهریور ۸۱)

تمرین‌های سطح بالاتر



۱. بزرگ ترین مقسوم علیه مشترک دو عبارت زیر را پیدا کنید.
- $$f(x) = (x - 3)^{2m} + (x - 2)^n - 1 \quad g(x) = (x - 3)(x - 2)(x - 1)$$
۲. عبارت $a^{28} + b^{28}$ بر کدام یک از عبارات زیر بخش پذیر است؟
- (۱) $a + b$ (۲) $a^2 + b^2$ (۳) $a^4 + b^4$ (۴) $a^8 + b^8$
۳. عدد $2^{4n} - 1, n \in \mathbb{N}$ بر کدام یک از اعداد زیر بخش پذیر است؟
- (۱) فقط ۶۳ (۲) فقط ۵ (۳) فقط ۱۵ (۴) هر سه مورد
۴. باقی مانده‌ی تقسیم $3^{20} + 2^{45}$ را بر ۱۷ پیدا کنید.
۵. به ازای چه مقادیری از a و b چند جمله‌ای $x^2 + ax + b$ بر $(x - 2)^2$ بخش پذیر است؟
۶. عبارت $x^4 + ax^2 + bx + c$ بر $(x - 1)^3$ بخش پذیر است، مقادیر a و b و c را بیابید.
۷. اگر باقی مانده‌ی تقسیم $f(x)$ بر $x^2 + 1$ مساوی $2x + 4$ باشد، آن گاه باقی مانده‌ی تقسیم $f(x^2)$ بر $x^4 - x^2 + 1$ را پیدا کنید.
۸. باقی مانده‌ی تقسیم عبارت x^{1288} بر $x^2 + x + 1 = 0$ را بیابید.
۹. باقی مانده‌ی تقسیم $3^{202} + 2^{202}$ بر ۱۳ چقدر است؟
۱۰. باقی مانده‌ی $x^{3k} + x + 1$ چقدر است؟
۱۱. ثابت کنید $x^{62} + x^{52} + x^{42} + x^{32} + x^{22} + x^{12} + x^2 + 1$ بر $1 + x + x^2 + x^3 + \dots + x^8$ بخش پذیر است.
۱۲. m و n را چنان بیابید که عبارت $x^4 + 1$ بر $x^2 + mx + n$ بخش پذیر باشد.

یادداشت:



فصل دوم: بخش پذیری

$$\begin{array}{r} x^2 + 2x^2 - 5x - 6 \\ - (x^2 - 2x^2) \\ \hline 4x^2 - 5x - 6 \\ - (4x^2 - 8x) \\ \hline 3x - 6 \\ - (3x - 6) \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\Rightarrow x^2 + 2x^2 - 5x - 6 = (x-2)(x^2 + 4x + 3) = 0$$

$$\Rightarrow (x-2)(x+1)(x+3) = 0 \Rightarrow x = 2, -1, -3$$

ریشه‌ی هر معادله در آن صدق می‌کند، بنابراین:

$$x^2 - 2x^2 + a \times 2 + 2 = 0 \Rightarrow 8 - 8 + 2a + 2 = 0 \Rightarrow 2a = -2$$

$$\Rightarrow a = -1$$

$$a = -1 \Rightarrow x^2 - 2x^2 - x + 2 = 0 \Rightarrow x^2(x-2) - (x-2) = 0$$

$$\Rightarrow (x-2)(x^2-1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x-2=0 \Rightarrow x=2 \\ x^2-1=0 \Rightarrow x=\pm 1 \end{cases}$$

پاسخ کوتاه مهارت در ریاضی

$$a = \frac{-13}{4} \quad 1.$$

$$b = -12 \quad 2.$$

$$a = -7 \text{ و } b = 3 \quad 3.$$

$$R(x) = 3x + 2 \quad 4.$$

$$R(x) = x + 2 \quad 5.$$

$$R(x) = 13x - 1 \quad 6.$$

$$a = 19 \text{ و } b = -1 \quad 7.$$

$$R(x) = 6x + 5 \quad 8.$$

$$R(x) = f(3) = 25 \quad 9.$$

$$R(x) = \frac{R_1 - R_r}{a-b}x + \frac{aR_r - bR_1}{a-b} \quad 10.$$

$$R(x) = -5x + 1 \quad 11.$$

$$m = -3 \quad 12.$$

$$9 \quad 13.$$

$$\text{صفر} \quad 14.$$

$$P(x) = \frac{-1}{5}x^2 + \frac{16}{5} \quad 15.$$

$$R(x) = 2x^2 + 5x - 12 \quad 16.$$

پاسخنامه تشریحی تمرین‌های کتاب درسی

صفحه ۱۰ و ۱۱

$$p(x) = ax^2 + bx + c \xrightarrow{a=1} p(x) = x^2 + bx + c \quad 1$$

$$\begin{cases} p(1) = 0 \Rightarrow 1 + b + c = 0 \\ p(2) = 0 \Rightarrow 4 + 2b + c = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b + c = -1 \\ 2b + c = -4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = -3 \\ c = 2 \end{cases} \quad (\text{الف})$$

$$\Rightarrow p(x) = x^2 - 3x + 2$$

$$\begin{cases} p(0) = 0 \Rightarrow 0 + 0 + c = 0 \Rightarrow c = 0 \\ p(1) = 1 \Rightarrow 1 + b + c = 1 \Rightarrow 1 + b + 0 = 1 \Rightarrow b = 0 \end{cases} \quad (\text{ب})$$

$$\Rightarrow p(x) = x^2$$

$$\begin{cases} p(-1) = 2 \Rightarrow 1 - b + c = 2 \\ p(2) = -1 \Rightarrow 4 + 2b + c = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b - c = -1 \\ 2b + c = -5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = -2 \\ c = -1 \end{cases} \quad (\text{ج})$$

$$\Rightarrow p(x) = x^2 - 2x - 1$$

$$2x + 1 = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$$

$$p(-\frac{1}{2}) = 0 \Rightarrow (-\frac{1}{2})^2 - m(-\frac{1}{2})^2 - (-\frac{1}{2}) + 4 = 0$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{4} - \frac{1}{4}m + \frac{1}{2} + 4 = 0$$

$$\frac{1}{4}m = -\frac{1}{4} + \frac{1}{2} + 4 \Rightarrow \frac{1}{4}m = \frac{-1 + 2 + 16}{4} \Rightarrow \frac{1}{4}m = \frac{17}{4}$$

$$\Rightarrow m = \frac{17}{1}$$

$$\begin{cases} x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow p(1) = 4 \Rightarrow 1 + a + 1 + b = 4 \\ x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2 \Rightarrow p(-2) = 0 \Rightarrow -4 + 4a - 2 + b = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{3} \\ b = \frac{-2}{3} \end{cases}$$

$$x^2 - 5x + 6 = (x-2)(x-3) = 0 \rightarrow x = 2, x = 3 \quad 4$$

$$\begin{cases} p(2) = 0 \Rightarrow (2)^2 - 3(2)^2 + m \times 2 + n = 0 \\ p(3) = 0 \Rightarrow (3)^2 - 3(3)^2 + m \times 3 + n = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2m + n = 8 \\ 3m + n = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m = -8 \\ n = 24 \end{cases}$$

اگر $x - 2$ فاکتور $f(x)$ باشد، $f(x)$ باید بر $x - 2$ بخش پذیر باشد،

$$f(2) = 0 \Rightarrow (2)^2 + 2(2)^2 - 5 \times 2 - 6 = 8 + 8 - 10 - 6 = 0$$

یعنی: برای پیدا کردن ریشه‌های معادله‌ی $f(x) = 0$ ابتدا آن را بر $x - 2$ تقسیم می‌کنیم.



$$2x - 5 = 0 \rightarrow x = \frac{5}{2} \rightarrow f\left(\frac{5}{2}\right) = 0 \quad (0/25) \rightarrow$$

$2x - 5$ یک فاکتور $f(x)$ است. به عبارت دیگر $f(x)$ بر $2x - 5$ بخش پذیر است پس:

$$f(x) = (2x - 5)(x^2 + x - 2) \quad (0/5) = (2x - 5)(x - 1)(x + 2) \quad (0/25)$$

۱۱

$$\left. \begin{aligned} x + 2 = 0 &\rightarrow x = -2 \quad (0/25) \\ p(x) = x^2 + 3x - 2 \rightarrow p(-2) = -4 \quad (0/25) \\ q(x) = x^2 - 4x^2 + 5x + a \rightarrow q(-2) = -34 + a \quad (0/25) \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow -34 + a = -4 \rightarrow a = 30 \quad (0/25)$$

$$f(x) = (x^2 - 1)Q(x) + ax + b \quad f(-1) = 1, f(1) = 3 \quad (0/25)$$

$$\rightarrow \begin{cases} -a + b = 1 \\ a + b = 3 \end{cases} \quad (0/25)$$

$$\rightarrow a = 1, b = 2 \quad (0/25) \quad R(x) = x + 2 \quad (0/25)$$

$$P(-2) = 0 \Rightarrow 2(-1) + 12 + 4m + n = 0 \quad (0/25)$$

$$\Rightarrow 4m + n = 4 \quad (0/25)$$

۱۲

$$\left. \begin{aligned} x - 3 = 0 &\rightarrow x = 3 \rightarrow 27 + 9a + 6b - 3 = 0 \rightarrow \begin{cases} 3a + 2b = -8 \\ x - 1 = 0 \rightarrow x = 1 \rightarrow 1 + a + 2b - 3 = -4 \rightarrow \begin{cases} a + 2b = -2 \end{cases} \end{cases} \end{aligned} \right\} \quad (0/25)$$

$$\rightarrow a = -3, b = \frac{1}{2} \quad (0/5)$$

۱۳

$$2x + 1 = 0 \rightarrow x = -\frac{1}{2} \quad (0/25) \quad f\left(-\frac{1}{2}\right) = 0 \quad (0/25)$$

$$\rightarrow 8\left(-\frac{1}{2}\right)^2 - 4\left(-\frac{1}{2}\right) + m\left(-\frac{1}{2}\right) - 3 = 0 \quad (0/25)$$

$$\rightarrow \frac{m}{2} = -5 \rightarrow m = -10 \quad (0/25)$$

۱۴

۱۵

پاسخ کوتاه تمرین های سطح بالاتر



۱. $(x - 3)(x - 2)$: ب.م.م

۲. $a^4 + b^4$

۳. هر سه مورد

۴. صفر

۵. $a = -12$ و $b = 16$

۶. $a = -6, b = 8, c = -3$

۷. $R(x) = 2x^2 + 4$

۸. $R(x) = -x - 1$

۹. $R(x) = 5$

۱۰. $R(x) = 1$

۱۱. هر دو را در $(1 - x)$ ضرب کنید.

۱۲. $n = 1$ و $m = \sqrt{2}$

۱۷. عبارت $(x^2 + x + 1)$ را در $(x - 1)$ ضرب کنید.

$$R(x) = \frac{-1}{6}x^2 + \frac{1}{2}x - \frac{2}{3} \quad \dots\dots\dots ۱۸$$

$$a = \frac{7}{2} \text{ و } b = \frac{-7}{2} \quad \dots\dots\dots ۱۹$$



پاسخنامه تشریحی سؤالات امتحان نهایی

۱

$$p(x) = (x^2 + 2x)Q(x) + ax + b \quad (0/25)$$

$$p(0) = 2 \Rightarrow b = 2 \quad (0/25)$$

$$p(-2) = 1 \Rightarrow -2a + 2 = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{2} \quad (0/25)$$

$$\Rightarrow R(x) = \frac{1}{2}x + 2 \quad (0/25)$$

۲

$$f(x) = 8x^2 + 4x^2 - kx - 8$$

$$2x - 1 = 0 \rightarrow x = \frac{1}{2}$$

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = 0 \Rightarrow 1 + 1 - \frac{k}{2} - 8 = 0 \Rightarrow k = -12 \quad (0/25)$$

۳

$$f(x) = (x^2 + x - 6)Q(x) + (ax + b) \quad (0/25)$$

$$f(-3) = -3a + b = 2 \Rightarrow a = 1, b = 5 \quad (0/25)$$

$$f(2) = 2a + b = 7 \quad (0/25)$$

$$\Rightarrow R = x + 5 \quad (0/25)$$

۴

$$f(x) = (x + 2)(x - 3)Q(x) + mx + h \quad (0/25)$$

$$\left. \begin{aligned} f(-2) &= -2m + h = 1 \\ f(3) &= 3m + h = 2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \Delta m = 1 \Rightarrow m = \frac{1}{5}, h = \frac{7}{5} \quad (0/5)$$

۵

$$x - 2 = 0 \rightarrow x = 2 \rightarrow 2(2)^2 - 3(2)^2 + a(2) - b = 0 \quad (0/25)$$

$$\rightarrow 2a + 4 = b \quad (0/25)$$

۶

$$x - 2 = 0 \rightarrow x = 2 \Rightarrow f(2) = 0 \quad (0/25)$$

$$\rightarrow 5(2)^2 - 5(2) + k - 7 = 0 \rightarrow k = -3 \quad (0/25)$$

۷

$$x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$$

$$\left\{ \begin{aligned} P(a) &= 2x^2 - 5x + 4 \rightarrow R_1 = P(1) = 2 - 5 + 4 = 1 \\ P'(x) &= x^2 + ax \rightarrow R_2 = P'(1) = 1 + a \end{aligned} \right. \quad (0/25)$$

$$\rightarrow 1 + a = 1 \rightarrow a = 0 \quad (0/25)$$

۸

$$p(x) = (x - 1)(x + 2).Q(x) + ax + b \quad (0/25)$$

$$\left\{ \begin{aligned} p(1) &= 1 \rightarrow \begin{cases} a + b = 1 \\ p(-2) = 4 \rightarrow \begin{cases} -2a + b = 4 \end{cases} \end{cases}$$

$$a = -1 \quad (0/25), b = 2 \quad (0/25) \rightarrow R(x) = -x + 2 \quad (0/25)$$

۹

$$x - 2 = 0 \rightarrow x = 2 \quad (0/25) \quad p(2) = 1 \rightarrow (2)^2 - 2k(2) - 3 = 1 \quad (0/25)$$

$$\rightarrow k = 1 \quad (0/25)$$

۱۰



ویژگیهای این کتاب

- ① جامع ترین درس نامه ی حسابان، منطبق بر کتاب درسی جدید التالیف
- ② آموزش کامل تمامی مباحث به همراه مثال های آموزشی و تست نمونه
- ③ بزرگترین مرجع تمرین های تشریحی شامل بیش از ۳۰۰۰ مسأله ی طبقه بندی شده در دو سطح
- ④ مجموعه سوالات امتحانات نهایی در ده سال اخیر به صورت فصل به فصل، به همراه پاسخنامه تشریحی
- ⑤ آموزش و پرورش، شامل بارم بندی
- ⑥ بیان خاطرات جذاب آموزش و تحصیلی از کلاس های درس، ضمن آموزش مباحث

انتشارات مهرماه نو

۷-۸۴۰۰۸۴۰۰

www.mehromah.org

