جدول فراوانی

پس از جمع‌آوری داده‌ها، تعداد عدد در اختیار داریم که اطلاعات زیادی را در بر دارند، امّا در جامعه‌ها و نمونه‌های بزرگ، کنار آمدن با این اطلاعات ریز و درشت بسیار غیرممکن و گیج‌کننده است. بنابراین ناگزیر هستیم اطلاعات را یک کاسه کنیم که به کمک جدول فراوانی این کار را انجام می‌دهیم.

جدول فراوانی: اگر بزرگ‌ترین داده و کوچک‌ترین داده در بین داده‌های آماری، اختلاف زیادی با هم نداشته باشند، برای جمع و جور کردن داده‌ها، یک جدول دو سطری می‌کشیم. در سطر اول متغیرها که همان داده‌ها هستند را قرار می‌دهیم و در سطر دوم تعداد تکرار هر متغیر را که به آن فراوانی آن متغیر می‌گویند، می‌نویسیم.

تذکر: در جدول فراوانی، متغیرها را با x_i و فراوانی‌ها را با f_i نشان می‌دهیم.

مثال: در یک نمونه‌گیری از حرکت ۲۰ اتومبیل در خیابان انقلاب، تعداد سرنشینان آن‌ها به‌صورت زیر به‌دست آمده است. جدول توزیع فراوانی آن را رسم کنید.
۱,۳,۲,۱,۳,۴,۵,۱,۱,۲,۳,۱,۵,۴,۳,۲,۱,۲,۱,۳

حل: اگر f_i تعداد اتومبیل‌هایی باشند که x_i سرنشین دارند، داریم:

تعداد سرنشین‌ها

x_i	۱	۲	۳	۴	۵
f_i	۷	۴	۵	۲	۲

تعداد اتومبیل‌ها

همان‌طور که می‌بینید در ابتدا از داده‌ها، چیز زیادی قابل درک نبود، امّا وقتی آن‌ها را در جدول مرتب کردیم به راحتی می‌توان فهمید که مثلاً تعداد ۲ اتومبیل با ۵ سرنشین و یا تعداد ۵ اتومبیل با ۳ سرنشین و ... در حال تردد هستند.

۱- نتایج مطالعه‌ی یک نمونه‌ی ۳۰ تایی از خانوارهای یک شهرک در مورد تعداد افراد خانوار، به‌صورت جدول زیر است. کدام گزینه نادرست است؟

تعداد افراد خانوار	۱	۲	۳	۴	۵	۶
تعداد خانوارها	۳	۷	۵	۸	۴	۳

۱) ۵ خانوار ۳ نفره وجود دارد.
۲) ۵ خانوار ۴ نفره وجود دارد.
۳) ۵۰ درصد خانوارها کم‌تر از ۴ نفر می‌باشند.
۴) تعداد خانوارهای ۳ نفره بیشتر از تعداد خانوارهای ۶ نفره است.

۲- در یک نمونه‌گیری از حرکت اتومبیل‌ها، F تعداد اتومبیل‌هایی با x سرنشین است. چند درصد اتومبیل‌ها با ۳ یا ۴ سرنشین هستند؟ داخل انسانی ۸۹

x	۱	۲	۳	۴	۵
F	۹۰	۱۸۰	۲۲۰	۲۶۰	۵۰

۱) ۴۵ ۲) ۵۴ ۳) ۵۸ ۴) ۶۰

۳- دانش‌آموزان یک مدرسه را با سال تولد یکسان وزن‌کشی کرده و عدد صحیح وزن آن‌ها را یادداشت کرده‌ایم. چند درصد آن‌ها کم‌تر از ۵۰ وزن دارند؟ خارج تجربی ۸۸

وزن	۴۶	۴۷	۴۸	۴۹	۵۰	۵۱
تعداد	۸	۹	۱۲	۱۵	۶	۵

۱) ۷۲ ۲) ۷۵ ۳) ۷۸ ۴) ۸۰

۴- در جدول فراوانی زیر، چه نسبتی از داده‌ها در سه طبقه‌ی اول قرار دارند؟

x_i	۱۰	۱۵	۲۰	۲۵
f_i	۴	۵	۷	۴

۱) ۰/۴ ۲) ۰/۸ ۳) ۰/۶ ۴) ۰/۵

۵- در جدول فراوانی زیر، ۴۸ درصد داده‌ها بیشتر از ۵ می‌باشند. اندازه‌ی نمونه‌ی بررسی شده کدام است؟

x_i	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸
f_i	۶	۴	a	۵	۱۰	۳	۸	۱۳

۱) ۵۰ ۲) ۴۹ ۳) ۴۸ ۴) ۴۵

دسته‌بندی داده‌ها

اگر بزرگ‌ترین داده و کوچک‌ترین داده در بین داده‌های آماری، اختلاف زیادی با هم داشته باشند، برای سر و سامان دادن به داده‌ها، آن‌ها را دسته‌بندی می‌کنیم. در این‌جا برخلاف حالت قبلی به جای آن که بگوییم مثلاً از متغیر $x_i = ۲$ چندتا داریم، می‌گوییم متغیرهایی که در بازه‌ی $[۰,۵)$ قرار دارند چه تعدادی هستند. از این به بعد به بازه‌ی $[۰,۵)$، دسته یا طبقه می‌گوییم. برای این منظور نیاز به آشنایی با مفاهیم زیر را داریم:

۱ـ دامنه‌ی تغییرات: اختلاف بین بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین داده را دامنه‌ی تغییرات می‌گویند و آن را با R نشان می‌دهند:

$$\boxed{R = Max - Min}$$

مثال: دامنه‌ی تغییرات داده‌های ۱، ۲، ۵، ۴، ۳، ۶، ۷، ۲، ۱ و ۳ را به‌دست آورید.

حل:

$$R = Max - Min \Rightarrow R = ۷ - ۱ = ۶$$

تذکر: اگر داده‌های آماری را در عدد m ضرب یا بر عدد m تقسیم کنیم، دامنه‌ی تغییرات داده‌های جدید هم در m ضرب یا بر m تقسیم می‌شود، امّا اگر به تمام داده‌ها، مقداری اضافه یا کم کنیم، دامنه‌ی تغییرات داده‌های جدید تغییری نخواهد کرد. مثلاً اگر دامنه‌ی تغییرات داده‌های a، b، c و d برابر ۱۰ باشد، دامنه‌ی تغییرات داده‌های $۲a$، $۲b$، $۲c$ و $۲d$ برابر $۲ \times ۱۰ = ۲۰$ خواهد بود، ولی دامنه‌ی تغییرات داده‌های $a+۴$، $b+۴$، $c+۴$ و $d+۴$ هم‌چنان برابر ۱۰ باقی می‌ماند.

۲ـ تعداد دسته‌ها: در انتخاب تعداد دسته‌ها به دامنه‌ی تغییرات نگاه می‌کنیم. هرچه دامنه‌ی تغییرات بزرگ‌تر باشد، تعداد دسته‌ها را بیشتر در نظر می‌گیریم. تعداد دسته‌ها را با K نشان می‌دهند.

۳ـ طول دسته: هر دسته را به فرم‌های $[a,b)$ یا $a-b$ نشان می‌دهند، به $C = b - a$ طول دسته می‌گویند. درضمن به a کران پایین دسته و به b کران بالای دسته گفته می‌شود.

تذکر: در دسته‌ی $[a,b)$ کران پایین، یعنی a جزء دسته است ولی کران بالای دسته، یعنی b جزء آن دسته نیست. به‌جز دسته‌ی آخر که آن را به‌صورت $[a,b]$ نشان می‌دهیم که هم a و هم b جزء این دسته می‌باشند.

تذکر: رابطه‌ی زیر بین دامنه‌ی تغییرات (R)، تعداد دسته‌ها (K) و طول دسته‌ها (C) برقرار است:

$$\boxed{R = CK}$$

تذکر: در مورد انتخاب طول دسته توصیه‌ی کلی این است که طول دسته‌ها نه آن‌قدر کوچک باشد که هیچ داده‌ای در آن دسته نباشد و نه آن‌قدر بزرگ باشد که بخش زیادی از داده‌ها را در خود جای دهد.

۴ـ مرکز (نشان) دسته: در دسته‌ی $[a,b)$، به $x = \frac{a+b}{۲}$، مرکز یا نشان دسته می‌گویند.

تذکر: تمام داده‌هایی که در یک دسته قرار دارند را می‌توان با نشان آن دسته، برابر در نظر گرفت. یعنی می‌توان از اختلاف داده‌ها صرف‌نظر کرد و همه را برابر نشان دسته در نظر گرفت.

مثال: داده‌های زیر یک نمونه‌ی ۲۵ تایی از نمرات ریاضی یک کلاس است. این نمرات را در ۴ دسته طبقه‌بندی کنید.

۲۰,۱۸/۵,۱۹,۱۵,۱۳/۵,۱۴/۲۵,۱۰,۱۱/۵,۱۵/۵,۱۲/۲۵,۱۱,۱۵/۵,۱۷/۵

۱۵/۵,۱۳/۵,۱۴/۵,۱۱/۵,۱۱,۱۶/۵,۱۷/۲۵,۱۸/۵,۱۸,۱۲/۵,۱۳,۱۴

حل: ابتدا دامنه‌ی تغییرات را به‌دست می‌آوریم:

$$R = Max - Min \Rightarrow R = ۲۰ - ۱۰ = ۱۰$$

با توجه به این که در سؤال گفته شده تعداد دسته‌ها برابر ۴ باشد، طول دسته‌ها را به‌دست می‌آوریم:

$$R = CK \Rightarrow ۱۰ = C \times ۴ \Rightarrow C = ۲/۵$$

بنابراین دسته‌ها به‌صورت $[۱۰,۱۲/۵)$، $[۱۲/۵,۱۵)$، $[۱۵,۱۷/۵)$ و $[۱۷/۵,۲۰]$ می‌باشند. دقت کنید در دسته‌ی چهارم یعنی دسته‌ی آخر، ۲۰ را هم جزء دسته به حساب آوردیم. در ضمن نشان دسته‌ی اول $x_۱ = \frac{۱۰+۱۲/۵}{۲} = ۱۱/۲۵$، نشان دسته‌ی دوم $x_۲ = \frac{۱۲/۵+۱۵}{۲} = ۱۳/۷۵$، نشان دسته‌ی سوم $x_۳ = \frac{۱۵+۱۷/۵}{۲} = ۱۶/۲۵$ و نشان دسته‌ی چهارم $x_۴ = \frac{۱۷/۵+۲۰}{۲} = ۱۸/۷۵$ می‌باشد.

تذکر: وقتی داده‌ها را دسته‌بندی می‌کنیم، در حقیقت اعلام می‌کنیم که داده‌های موجود در دسته‌ی اول، یعنی $[۱۰,۱۲/۵)$ اگرچه متفاوت‌اند ولی از تفاوت موجود بین آن‌ها می‌توانیم صرف‌نظر کنیم و آن داده‌ها را برابر نشان دسته‌ی اول یعنی ۱۱/۲۵ در نظر بگیریم. اگر نتوانیم از اختلاف بین ۱۰ و ۱۲/۵ صرف‌نظر کنیم و این اختلاف به نظرمان بزرگ بیاید، باید فاصله‌ها را کوچک کنیم، پس مجبوریم تعداد دسته‌ها را بیشتر در نظر بگیریم.

تذکر: کران‌های پایین دسته‌ها، کران‌های بالای دسته‌ها و هم‌چنین مرکز دسته‌ها، C تا C یعنی به اندازه‌ی طول دسته با هم فاصله دارند. مثلاً در مثال قبل داریم:

$$a_۱=۱۰ \xrightarrow{+۲/۵} a_۲=۱۲/۵ \xrightarrow{+۲/۵} a_۳=۱۵ \xrightarrow{+۲/۵} a_۴=۱۷/۵$$

کران پایین دسته‌ی اول — کران پایین دسته‌ی دوم — کران پایین دسته‌ی سوم — کران پایین دسته‌ی چهارم

$$x_۱=۱۱/۲۵ \xrightarrow{+۲/۵} x_۲=۱۳/۷۵ \xrightarrow{+۲/۵} x_۳=۱۶/۲۵ \xrightarrow{+۲/۵} x_۴=۱۸/۷۵$$

مرکز دسته‌ی اول — مرکز دسته‌ی دوم — مرکز دسته‌ی سوم — مرکز دسته‌ی چهارم

$$b_۱=۱۲/۵ \xrightarrow{+۲/۵} b_۲=۱۵ \xrightarrow{+۲/۵} b_۳=۱۷/۵ \xrightarrow{+۲/۵} b_۴=۲۰$$

کران بالای دسته‌ی اول — کران بالای دسته‌ی دوم — کران بالای دسته‌ی سوم — کران بالای دسته‌ی چهارم

تذکر: اگر به مرکز هر دسته، $\frac{C}{۲}$ اضافه یا کم کنیم، کران بالا یا پایین آن دسته به‌دست می‌آید:

کران پایین دسته — نشان دسته

$$[a_i,b_i) \Rightarrow \begin{cases} a_i = x_i - \frac{C}{۲} \\ b_i = x_i + \frac{C}{۲} \end{cases}$$

کران بالای دسته — نشان دسته

مثلاً در مثال قبل نشان دسته‌ی $[۱۰,۱۲/۵)$ برابر ۱۱/۲۵ می‌باشد. حال اگر به ۱۱/۲۵ مقدار $۱/۲۵ = \frac{۲/۵}{۲}$ را اضافه یا کم کنیم کران‌های بالا و پایین دسته به‌دست می‌آیند:

$$\begin{cases} \text{کران بالا} = ۱۱/۲۵ + \frac{۲/۵}{۲} = ۱۱/۲۵ + ۱/۲۵ = ۱۲/۵ \\ \text{کران پایین} = ۱۱/۲۵ - \frac{۲/۵}{۲} = ۱۱/۲۵ - ۱/۲۵ = ۱۰ \end{cases}$$

۶- دامنه‌ی تغییرات داده‌های ۴۴,۸۱,۵۳,۶۲,۹۱,۷۳ کدام است؟

۱) ۴۳ ۲) ۴۹ ۳) ۵۱ ۴) ۴۷

۷- دامنه‌ی تغییرات تعدادی داده‌ی آماری برابر R می‌باشد. اگر داده‌های آماری را ۳ برابر کنیم و سپس ۲ واحد به هر کدام اضافه کنیم، دامنه‌ی تغییرات داده‌های جدید کدام است؟

۱) $R+۲$ ۲) تغییری نمی‌کند.

۳) $۳R$ ۴) $۳R+۲$

۸- تعدادی داده را در تعدادی طبقه دسته‌بندی کرده‌ایم. اگر بخواهیم فاصله‌ی طبقات نصف شود، برای تعداد طبقات کدام حالت زیر پیش خواهد آمد؟

۱) نصف می‌شود. ۲) دو برابر می‌شود.

۳) تغییر نمی‌کند. ۴) ۲ واحد به آن اضافه می‌شود.

۹- در یک جدول توزیع فراوانی، با دو برابر کردن تعداد طبقات، کدام پارامتر زیر تغییر نمی‌کند؟

۱) دامنه‌ی تغییرات ۲) فاصله‌ی طبقات ۳) نشان دسته‌ها ۴) کران بالای طبقات

۱۰- در دسته‌بندی تعدادی داده‌ی آماری، دامنه‌ی تغییرات برابر ۴۰ و تعداد دسته‌ها برابر ۸ می‌باشد. طول هر دسته کدام است؟

۱) ۸ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۲/۵

۱۱- در تعدادی داده‌ی آماری، بیش‌ترین عدد برای تفاضل هر دو عدد دلخواهِ داده‌ها برابر ۲۸ می‌باشد. اگر این داده‌ها در ۸ دسته طبقه‌بندی شوند، طول دسته‌ها کدام است؟

۱) ۲/۵ ۲) ۳ ۳) ۳/۵ ۴) ۴

۱۲- تعدادی داده‌ی آماری در ۸ طبقه دسته‌بندی شده‌اند. کران پایین هر دسته از کران پایین دسته‌ی قبلی، ۴ واحد بیش‌تر است. دامنه‌ی تغییرات این داده‌ها کدام است؟

۱) ۱۵ ۲) ۲۴ ۳) ۳۰ ۴) ۳۲

۱۳- در دسته‌بندی تعدادی داده‌ی آماری، شش دسته با طول ۴ وجود دارد. اگر بزرگ‌ترین داده برابر ۳۴ باشد، کوچک‌ترین داده کدام است؟

۱) ۱۰ ۲) ۱۲ ۳) ۱۴ ۴) ۱۶

۱۴- در جدول توزیع فراوانی داده‌ها، نماینده‌ی طبقات اول، دوم و آخر به‌ترتیب ۴۴، ۴۹ و ۸۴ است. تعداد طبقات کدام است؟

۱) ۷ ۲) ۸ ۳) ۹ ۴) ۱۰

۱۵- در دسته‌بندی تعدادی داده‌ی آماری، هفت دسته به طول ۳ وجود دارد. اگر بزرگ‌ترین داده برابر ۴۲ باشد، دسته‌ی وسط به کدام صورت است؟

۱) $[۳۰,۳۳)$ ۲) $[۳۱,۳۴)$ ۳) $[۲۹,۳۲)$ ۴) $[۳۳,۳۶)$

۱۶- در یک آزمون تحصیلی کم‌ترین نمره ۲۲، بیش‌ترین نمره ۹۷ و تمام نمرات اعداد صحیح‌اند. اگر آن‌ها را در ۱۵ طبقه دسته‌بندی کنیم، حدود طبقه‌ی وسط کدام است؟

۱) $[۵۸,۶۲)$ ۲) $[۵۸,۶۳)$ ۳) $[۵۷,۶۱)$ ۴) $[۵۷,۶۲)$

۱۷- در دسته‌بندی داده‌های آماری، مناسب‌ترین مقداری که می‌توانیم به هر یک از افراد یک دسته نسبت دهیم، کدام است؟ داخل انسانی ۹۴

۱) مرکز دسته ۲) کران پایین ۳) میانگین مقادیر دسته ۴) کران بالا

۱۸- در یک دسته‌بندی آماری، حدود دسته‌ی سوم به‌صورت $[۱۸,۲۲)$ می‌باشد. اگر بخواهیم داده‌های موجود در این دسته را یکسان در نظر بگیریم، مقدار مشترک داده‌ها کدام است؟

۱) ۱۹/۵ ۲) ۲۱ ۳) ۲۰ ۴) ۲۰/۵

۱۹- بزرگ‌ترین داده در یک جدول فراوانی ۵۰، طول دسته‌ها ۶ و تعداد دسته‌ها برابر ۵ است. ارزش یا اندازه مشترک داده‌های دسته اول با چه عددی بیان می‌شود؟

۱) ۲۳ ۲) ۲۰ ۳) ۲۲ ۴) ۲۵

۲۰- در ۵۶ داده‌ی آماری، بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین آن‌ها به‌ترتیب ۸۶ و ۶۵ است. این داده‌ها به ۷ طبقه دسته‌بندی شده‌اند. اگر داده‌هایی که در یک دسته قرار دارند یکسان در نظر گرفته شوند، مقدار مشترک آن‌ها در دسته‌ی پنجم کدام است؟ داخل انسانی ۸۸

۱) ۷۷ ۲) ۷۷/۵ ۳) ۷۸ ۴) ۷۸/۵

۲۱- در جدول فراوانی مربوط به تعداد علف‌های هرز یک زمین بازی، بزرگ‌ترین داده ۳۰، تعداد دسته‌ها ۶ و طول دسته‌ها ۵ می‌باشد. مرکز داده‌های دسته‌ی سوم، چه عددی است؟

۱) ۱۳ ۲) ۱۲ ۳) ۱۳/۵ ۴) ۱۲/۵

۲۲- داده‌های آماری اعداد صحیح‌اند که در ۷ طبقه دسته‌بندی شده‌اند. اگر دامنه‌ی تغییرات آن‌ها ۲۱ و نشان دسته وسط ۳۶ باشد، کران بالای دسته‌ی آخر کدام است؟ داخل انسانی ۸۰

۱) ۴۵ ۲) ۴۶ ۳) ۴۷ ۴) ۴۸

۲۳- داده‌های آماری پیوسته در ۸ طبقه دسته‌بندی شده‌اند به‌طوری که آخرین دسته به‌صورت ۹۲ ـ ۸۶ نوشته شده است، کوچک‌ترین این داده‌ها کدام است؟

۱) ۴۰ ۲) ۴۲ ۳) ۴۴ ۴) ۴۸

۲۴- در داده‌های آماریِ به‌دست آمده از یک تجربه، کم‌ترین داده ۳۲ و بیش‌ترین داده ۷۲ بوده و طول دسته‌ها ۵ در نظر گرفته شده است. کران پایین دسته‌ی دوم کدام است؟

۱) ۴۱ ۲) ۴۰ ۳) ۳۷ ۴) ۳۶

۲۵- در یک جدول توزیع فراوانی، نشان دسته‌ی دوم برابر ۱۳ و طول دسته‌ها برابر ۶ است. اگر نشان دسته‌ی آخر برابر ۳۱ باشد، دامنه‌ی تغییرات کدام است؟

۱) ۳۱ ۲) ۳۴ ۳) ۲۸ ۴) ۳۰

۲۶- داده‌های آماری در ۹ طبقه دسته‌بندی شده‌اند. کوچک‌ترین این داده‌ها ۴۳ و تفاضل دو کران بالای متوالی برابر ۳ است. بزرگ‌ترین داده کدام است؟

۱) ۶۹ ۲) ۷۰ ۳) ۷۲ ۴) ۷۴

۲۷- کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین داده‌های آماری ۱۷/۲ و ۲۲/۶ هستند. اگر کران پایین دسته‌ی دوم ۱۷/۸ باشد، مرکز دسته‌ی آخر کدام است؟

۱) ۲۱/۷ ۲) ۲۱/۸ ۳) ۲۲/۳ ۴) ۲۲/۴ خارج تجربی ۸۶

۲۸- در ۹۶ داده‌ی آماری، کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین داده‌ها به‌ترتیب ۳۹ و ۷۵ هستند. اگر این داده‌ها در ۹ طبقه دسته‌بندی شوند، کران بالا در دسته‌ی ششم، کدام است؟ خارج انسانی ۹۳

۱) ۵۹ ۲) ۶۱ ۳) ۶۲ ۴) ۶۳

۲۹- در یک دسته‌بندی داده‌ها، کران پایین دسته‌ی پنجم برابر ۴۱ و مرکز دسته‌ی سوم برابر ۳۰/۵ می‌باشد. اگر تعداد دسته‌ها برابر ۷ باشد، بیشترین مقدار داده‌ها کدام است؟

۱) ۶۱ ۲) ۶۳ ۳) ۶۲ ۴) ۶۰

۳۰- داده‌های آماری در ۱۲ طبقه دسته‌بندی شده‌اند و حدود دسته‌ی اول به‌صورت [۲۳,۲۶) می‌باشد. اگر این داده‌ها در ۹ طبقه دسته‌بندی شوند، مرکز دسته‌ی وسط کدام است؟ داخل انسانی ۹۰

۱) ۴۰/۵ ۲) ۴۱ ۳) ۴۱/۵ ۴) ۴۲

۳۱- داده‌های آماری در ۸ طبقه دسته‌بندی شده‌اند. حدود دسته‌ی چهارم به‌صورت [۲۶,۲۹) می‌باشد. اگر این داده‌ها در ۶ طبقه دسته‌بندی شوند، مرکز دسته‌ی پنجم کدام است؟ خارج انسانی ۹۰

۱) ۳۴ ۲) ۳۴/۵ ۳) ۳۵ ۴) ۳۵/۵

۳۲- در دسته‌بندی ۱۳۵ داده‌ی آماری در ۱۵ طبقه، حدود دسته‌ی چهارم به‌صورت [۷۴,۷۷) است. اگر این داده‌ها در ۹ طبقه دسته‌بندی شوند، کران پایین دسته‌ی آخر کدام است؟ داخل انسانی ۹۲

۱) ۹۵ ۲) ۹۸ ۳) ۱۰۲ ۴) ۱۰۵

۳۳- در دسته‌بندی تعدادی داده‌ی آماری در ۹ طبقه، نشان دسته‌ی چهارم ۲۳ و کران بالای دسته‌ی دوم ۱۱ می‌باشد. اگر داده‌های آماری را ۲ برابر کرده و سپس ۳ واحد از آن‌ها کم کنیم، آن‌گاه دامنه‌ی تغییرات داده‌های جدید کدام است؟

۱) ۷۲ ۲) ۱۴۱ ۳) ۱۴۴ ۴) ۶۹

۳۴- اگر ۱۸ و ۲۵/۵ به‌ترتیب کران بالای دسته‌ی چهارم و نشان دسته‌ی هفتم در یک جدول فراوانی باشند، کران پایین دسته‌ی دهم کدام است؟

۱) ۳۴/۵ ۲) ۳۳ ۳) ۳۶ ۴) ۳۰

طول دسته‌ی اعشاری

می‌دانید اگر R دامنه‌ی تغییرات و K تعداد دسته‌ها باشد، طول دسته‌ها از رابطه‌ی $C=\frac{R}{K}$ به‌دست می‌آید. در بعضی مواقع ممکن است R و K خارج قسمت خوبی به ما ندهند (اعشاری شوند). مثلاً $R=۲۹$ و $K=۷$ که طول دسته‌ها برابر است با:

$$C=\frac{R}{K}=\frac{۲۹}{۷}=۴/۱۴۲۸$$

امّا ما از طرفی معتقدیم ایده‌ی اصلی تشکیل جدول فراوانی، از بین بردن اختلافات جزئی و یک کاسه کردن داده‌های نزدیک به هم است. پس اگر طول دسته‌ها را اعشاری در نظر بگیریم ایده‌ی اصلی جدول فراوانی را نادیده گرفته و اعلام می‌کنیم حتی یک هزارم هم برای ما مهم است. بنابراین بهتر است C را یک عدد رُند در نظر بگیریم و از اعشار صرف‌نظر کنیم، امّا همیشه C را به سمت بالا رُند می‌کنیم. مثلاً در مثال بالا، بهتر است $C=۵$ در نظر گرفته شود. دقت کنید که هیچ‌گاه عدد اعشاری را به سمت پایین رُند نکنید، چون در این‌صورت دسته‌ها، کل دامنه‌ی تغییرات را پوشش نمی‌دهند. مثلاً اگر در مثال گفته شده $C=۴$ فرض شود، $R=CK=۴\times۷=۲۸$ می‌شود، در حالی که دامنه‌ی تغییرات ۲۹ بوده است. امّا مشکل دیگر آن است که پس از انتخاب C غیر اعشاری (رُند شده به سمت بالا)، این بار دامنه‌ی تغییرات به دست آمده از دامنه‌ی تغییرات اولیه بزرگ‌تر می‌شود. در این حالت بهتر است برای حفظ زیبایی و تقارن دسته‌بندی، مقدار اضافی را نصف کرده و دسته‌ی اول را به همان مقدار، زودتر شروع کنیم.

مثال: کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین داده‌های آماری ۴۱ و ۷۰ می‌باشند. این داده‌ها را در ۷ طبقه دسته‌بندی کرده‌ایم. حدود دسته‌ها را معلوم کنید.

حل: ابتدا به کمک کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین داده، دامنه‌ی تغییرات را معلوم می‌کنیم:

$$R=\max-\min \Rightarrow R=۷۰-۴۱=۲۹$$

حال قرار است این داده‌ها در ۷ طبقه دسته‌بندی شوند، بنابراین طول دسته‌ها را به‌دست می‌آوریم:

$$R = CK \Rightarrow C = \frac{R}{K} \Rightarrow C = \frac{۲۹}{۷} = ۴/۱۴۲۸ \xrightarrow{\text{رُند می‌کنیم}} C = ۵$$

امّا ۷ دسته به طول ۵ می‌شود ۳۵ = ۵ × ۷ واحد که ۶ واحد از دامنه‌ی تغییرات بزرگ‌تر است. پس ۳ واحد از ابتدا کم کرده و در نتیجه ۳ واحد به انتها اضافه می‌شود، یعنی به جای آن‌که از ۴۱ (کوچک‌ترین داده) شروع به دسته‌بندی کنیم از ۳۸ کار را آغاز می‌کنیم:

$$\underset{\text{۳ واحد کم‌تر از ۴۱}}{[۳۸,۴۳)},[۴۳,۴۸),[۴۸,۵۳),[۵۳,۵۸),[۵۸,۶۳),[۶۳,۶۸),\underset{\text{۳ واحد بیشتر از ۷۰}}{[۶۸,۷۳)}$$

توجه: قرار بر این بود که دسته‌ی آخر را به فرم [۶۸,۷۳] در نظر بگیریم، یعنی ۷۳ را جزء دسته به حساب آوریم. امّا در این مثال چون بزرگ‌ترین داده ۷۰ است، در نظر گرفتن یا در نظر نگرفتن ۷۳ در دسته‌ی آخر مشکلی ایجاد نمی‌کند.

۳۵- در ۳۰۰ داده‌ی آماری بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین داده‌ها ۱۹۰ و ۱۱۸ می‌باشند. در دسته‌بندی این داده‌ها به ۱۵ طبقه، کدام عدد برای طول دسته‌ها مناسب‌تر است؟

۱) ۵ ۲) ۴/۲ ۳) ۴/۵ ۴) ۴

۳۶- داده‌های آماری با ماکسیمم ۸۵ و می‌نیمم ۲۳ را در ۷ طبقه دسته‌بندی کرده‌ایم. حدود طبقه‌ی چهارم کدام است؟

۱) [۴۹,۵۷) ۲) [۴۹,۵۸) ۳) [۵۰,۵۸) ۴) [۵۰,۵۹)

فراوانی مطلق و نسبی

۱- فراوانی مطلق: به تعداد دفعات تکرار یک داده و یا تعداد داده‌های موجود در یک دسته، فراوانی مطلق آن داده یا دسته می‌گویند. فراوانی مطلق داده‌ی x_i یا فراوانی مطلق دسته‌ی iاُم را با f_i نشان می‌دهند.

مثلاً در جدول زیر، فراوانی داده‌ی $x_i = ۲$ برابر ۸ و فراوانی داده‌ی $x_i = ۴$ برابر ۳ است.

x_i	۱	۲	۳	۴
f_i	۵	۸	۹	۳

و یا مثلاً در جدول زیر، فراوانی دسته‌ی [۱,۵) برابر ۶ و فراوانی دسته‌ی [۹,۱۳) برابر ۴ است.

دسته‌ها	۱ - ۵	۵ - ۹	۹ - ۱۳	۱۳ - ۱۷
فراوانی	۶	۸	۴	۷

تذکر: هر جا واژه‌ی فراوانی دیدید منظور همان فراوانی مطلق است.

تذکر: در یک جدول فراوانی، مجموع فراوانی‌های مطلق برابر تعداد کل داده‌ها می‌باشد، یعنی:

$$\boxed{f_۱ + f_۲ + \cdots + f_i = n}$$

مثلاً در جدول‌های فوق، تعداد داده‌ها برابر ۲۵ می‌باشد، چون مجموع فراوانی‌های هر جدول برابر ۲۵ است:

$n = ۵ + ۸ + ۹ + ۳ = ۲۵$ و $n = ۶ + ۸ + ۴ + ۷ = ۲۵$

فراوانی نسبی: اگر فراوانی مطلق را بر کل فراوانی‌ها (تعداد کل داده‌ها) تقسیم کنیم، فراوانی نسبی به‌دست می‌آید. فراوانی نسبی را با F_i نشان می‌دهند.

$$\boxed{F_i = \frac{f_i}{n}}$$

تذکر: در فراوانی نسبی، چون همیشه f_i کوچک‌تر از n است، بنابراین فراوانی نسبی، یعنی $\frac{f_i}{n}$ همواره عددی بین صفر و یک می‌باشد.

تذکر: در یک جدول فراوانی، مجموع فراوانی‌های نسبی برابر یک است، زیرا:

$$F_۱ + F_۲ \cdots + F_n = \frac{f_۱}{n} + \frac{f_۲}{n} + \cdots + \frac{f_i}{n} = \frac{\overbrace{f_۱ + f_۲ + \cdots + f_i}^{n}}{n} = \frac{n}{n} = ۱$$

تذکر: فراوانی نسبی هنگامی مفید است که بخواهیم دو توزیع فراوانی با تعداد داده‌های متفاوت را با هم مقایسه کنیم.

مثلاً اگر در یک کلاس ۳۰ نفره، ۵ نفر در درس آمار نمره‌ی ۲۰ را کسب کنند و در یک کلاس ۱۵ نفره هم همین اتفاق بیفتد، آن‌گاه برای بررسی عملکرد این دو کلاس، عدد ۵ معیار مناسبی نیست، زیرا تعداد دانش‌آموزان دو کلاس متفاوتند، امّا اگر فراوانی نسبی آن‌ها را به‌دست آوریم، می‌توان گفت عملکرد کلاس ۱۵ نفره بهتر است، زیرا فراوانی نسبی تعداد دانش‌آموزانی که نمره‌ی ۲۰ کسب کرده‌اند برابر $\frac{۵}{۱۵}$ ولی فراوانی نسبی کلاس دیگر برابر $\frac{۵}{۳۰}$ است.

مثال: جدول توزیع فراوانی ۸۰ داده‌ی آماری به‌صورت زیر است. فراوانی نسبی دسته‌ی سوم را به‌دست آورید.

دسته	۱۰ - ۱۴	۱۴ - ۱۸	۱۸ - ۲۲	۲۲ - ۲۶
فراوانی مطلق	۱۵	۱۵	a	۱۰

حل: می‌دانیم مجموع فراوانی‌های مطلق برابر تعداد کل داده‌ها می‌باشد. بنابراین:

$$۱۵+۱۵+a+۱۰=۸۰ \Rightarrow ۴۰+a=۸۰ \Rightarrow a=۴۰$$

حال فراوانی نسبی دسته‌ی سوم را به‌دست می‌آوریم:

$$F_۳=\frac{f_۳}{n} \Rightarrow F_۳=\frac{۴۰}{۸۰}=\frac{۱}{۲}$$

درصد فراوانی نسبی: همان‌طور که گفتیم فراوانی نسبی عددی کسری بین صفر و یک است. برای از بین بردن کسر، فراوانی نسبی را در ۱۰۰ ضرب می‌کنند و به آن درصد فراوانی نسبی می‌گویند. مثلاً در مثال بالا درصد فراوانی نسبی دسته‌ی سوم برابر است با:

$$\frac{۱}{۲}\times ۱۰۰=۵۰٪$$

تذکر: مجموع درصد فراوانی‌های نسبی در یک جدول توزیع فراوانی برابر ۱۰۰ است، زیرا:

$$\frac{f_۱}{n}\times ۱۰۰+\frac{f_۲}{n}\times ۱۰۰+\dots+\frac{f_i}{n}\times ۱۰۰=\Big(\underbrace{\frac{f_۱}{n}+\frac{f_۲}{n}+\dots+\frac{f_i}{n}}_{\text{مجموع فراوانی‌های نسبی} =۱}\Big)\times ۱۰۰=۱\times ۱۰۰=۱۰۰$$

۳۷- در داده‌های دسته‌بندی شده‌ی زیر، تعداد داده‌های آماری کدام است؟

x_i	۲	۵	۸	۱۱	۱۴
f_i	۲	۳	۵	۸	۴

۱) ۲۰ ۲) ۲۲ ۳) ۲۵ ۴) ۳۰

۳۸- اگر فراوانی مطلق طبقه‌ای ۱۶ و تعداد داده‌ها برابر ۸۰ باشد، فراوانی نسبی این طبقه کدام است؟

۱) ۰/۲ ۲) ۰/۴ ۳) ۰/۸ ۴) ۰/۱۶

۳۹- اگر در دسته‌بندی ۸۰ داده‌ی آماری، فراوانی نسبی طبقه‌ی سوم برابر ۰/۴ باشد، فراوانی مطلق طبقه‌ی سوم کدام است؟

۱) ۴۰ ۲) ۵۰ ۳) ۳۲ ۴) ۳۰

۴۰- اگر درصد فراوانی نسبی دسته‌ای برابر ۲۷ و تعداد کل داده‌ها برابر ۱۰۰ باشد، فراوانی مطلق این دسته کدام است؟

۱) ۱۳ ۲) ۵۴ ۳) ۲۵ ۴) ۲۷

سه تا تست بعدی ترکیبی از فراوانی‌های مطلق و نسبیه. خیلی باحالن، ببینید.

۴۱- اگر در ۳۰ داده‌ی آماری دسته‌بندی شده، فراوانی دسته‌ی چهارم ۲ برابر فراوانی دسته‌ی دوم و فراوانی نسبی دسته‌ی چهارم برابر ۰/۴ باشد، فراوانی مطلق دسته‌ی دوم کدام است؟

۱) ۵ ۲) ۷ ۳) ۶ ۴) ۳

۴۲- در ۴۰ داده‌ی دسته‌بندی شده‌ی جدول زیر، فراوانی مطلق دسته‌ی سوم کدام است؟

حدود دسته	۴ - ۶	۶ - ۸	۸ - ۱۰	۱۰ - ۱۲	۱۲ - ۱۴
فراوانی نسبی	۰/۱	۰/۳۷	α	۰/۲۳	۰/۱۵

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

۴۳- فراوانی نسبی داده‌ای برابر ۰/۲۵ می‌باشد. اگر فراوانی این داده ۳ برابر شود، فراوانی نسبی جدید این داده کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۳}$ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) $\frac{۱}{۵}$ ۴) داده‌های سؤال کافی نیست.

۴۴- با محاسبه‌ی فراوانی نسبی به منظور امکان مقایسه‌ی نتایج آزمون‌ها، تأثیر کدام‌یک از موارد از بین می‌رود؟

۱) واحد اندازه‌گیری ۲) ضریب نمرات ۳) اندازه‌ی نمونه ۴) بزرگی یا کوچکی نمرات

۴۵- به منظور از بین بردن تأثیر اندازه‌ی نمونه و امکان مقایسه‌ی نتایج آزمون‌ها، محاسبه‌ی کدام‌یک از موارد، لازم است؟

۱) فراوانی نسبی ۲) دامنه‌ی تغییرات ۳) فراوانی مطلق ۴) خطای اندازه‌گیری

۴۶- در داده‌های آماری دسته‌بندی شده‌ی جدول زیر، درصد فراوانی نسبی دسته‌ی آخر کدام است؟

مرکز دسته	۶	۱۱	۱۶	۲۱
درصد فراوانی نسبی	۲۰	۳۵	۳۲	α

۱) ۱۸ ۲) ۱۷ ۳) ۱۲ ۴) ۱۳

۴۷- اگر در چند داده‌ی آماری، فراوانی تمام طبقات را دو برابر کنیم، درصد فراوانی نسبی طبقه‌ها چه تغییری می‌کند؟

۱) دو برابر می‌شود. ۲) نصف می‌شود. ۳) تغییری نمی‌کند. ۴) بستگی به فراوانی کل دارد.

۴۸- در داده‌های دسته‌بندی شده‌ی جدول زیر، درصد فراوانی نسبی دسته‌ی سوم کدام است؟

حدود دسته	۲ - ۵	۵ - ۸	۸ - ۱۱	۱۱ - ۱۴
فراوانی نسبی	۰/۲	۰/۲۵	x	۰/۳۷

۱) ۰/۱۸ ۲) ۱۲ ۳) ۰/۱۲ ۴) ۱۸

۴۹- ۱۸۰ داده‌ی آماری در ۹ طبقه دسته‌بندی شده‌اند. اگر ۳۰ درصد داده‌ها در طبقه‌ی وسط قرار گیرد، فراوانی مطلق این طبقه کدام است؟

۱) ۴۸ ۲) ۵۴ ۳) ۶۳ ۴) ۷۲

۵۰- جدول زیر ارقام تصادفی حاصل از ۸۰ بار پرتاب یک تاس است. درصد فراوانی نسبی اعداد ظاهر شده که مضرب ۳ هستند، کدام است؟ داخل انسانی ۷۹

رقم تاس	۱	۲	۳	۴	۵	۶
فراوانی	۱۵	۱۷	۱۴	۱۱	۱۱	۱۲

۱) ۳۱/۵ ۲) ۳۲ ۳) ۳۲/۵ ۴) ۳۳

۵۱- در ۳۰ داده‌ی آماری طبقه‌بندی شده مطابق جدول زیر، فراوانی مطلق دسته‌ی دوم کدام است؟

مرکز دسته	۳	۶	۹	۱۲
درصد فراوانی نسبی	۲۵	x	۲۴	۲۱

۱) ۷ ۲) ۶ ۳) ۸ ۴) ۹

۵۲- فراوانی نسبی داده‌ای برابر ۰/۲ می‌باشد. اگر فراوانی این داده ۳ برابر شود، درصد فراوانی نسبی جدید این داده تقریباً کدام است؟

۱) ۴۱ ۲) ۴۴/۵ ۳) ۴۳ ۴) ۴۵

۵۳- در ۱۰ داده‌ی دسته‌بندی شده‌ی جدول زیر، کدام‌یک از گزینه‌ها می‌توانند جزء داده‌های دسته‌ی سوم باشند؟

مرکز دسته	۶	۱۰	۱۴	۱۸
درصد فراوانی نسبی	۲۰	۱۰	۳۰	۴۰

۱) ۱۲,۱۵,۱۷ ۲) ۱۳,۱۴,۱۵,۱۶ ۳) ۱۲,۱۳,۱۶ ۴) ۱۲,۱۳,۱۵

۵۴- در دسته‌بندی n داده‌ی آماری، مجموع تعداد تکرارهای مراکز دسته‌ها چگونه است؟

۱) برابر n ۲) کمتر از n ۳) بیشتر از n ۴) وابسته به تعداد داده‌ها

۵۵- داده‌های آماری در ۶ طبقه دسته‌بندی شده‌اند. ۲۲/۵ درصد این داده‌ها در یک دسته با فاصله‌ی (۵۶, ۵۲] قرار دارند. اگر داده‌هایی که در یک دسته قرار دارند یکسان در نظر گرفته شوند، ۳۶ بار مقدار ۵۴ منظور می‌شود. فراوانی کل کدام است؟ خارج انسانی ۸۸

۱) ۱۳۵ ۲) ۱۶۰ ۳) ۱۷۵ ۴) ۱۸۰

۵۶- هشتاد داده‌ی آماری در ۷ طبقه دسته‌بندی شده‌اند. اگر ۲۰ داده‌ی جدید به این داده‌ها افزوده شود، فراوانی نسبی دسته‌ی وسط تغییر نمی‌کند. نسبت افزایش داده‌های دسته‌ی مذکور به فراوانی مطلق قبلی آن کدام است؟ داخل ریاضی ۹۰

۱) $\frac{۳}{۸}$ ۲) $\frac{۱}{۵}$ ۳) $\frac{۱}{۴}$ ۴) $\frac{۱}{۸}$

۵۷- در دسته‌بندی ۱۲۰ داده‌ی آماری در ۹ طبقه، دسته‌ی اول به‌صورت ۲۵-۲۲ می‌باشد. می‌دانیم ۴۵ درصد داده‌ها کم‌تر از ۳۴ و فراوانی نسبی دسته‌ی وسط ۰/۲ است. تعداد داده‌های کم‌تر از ۳۷ کدام است؟ خارج ریاضی ۸۹

۱) ۶۷ ۲) ۷۶ ۳) ۷۸ ۴) ۸۷

۵۸- کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین داده‌های آماری ۳۱ و ۵۲ می‌باشد. این داده‌ها در ۷ دسته، دسته‌بندی شده‌اند. ۳۷ درصد داده‌ها کم‌تر از ۴۰ و ۴۸ درصد آن‌ها مساوی یا بیشتر از ۴۳ می‌باشد. اگر فراوانی کل ۸۰ باشد، فراوانی دسته‌ی وسط کدام است؟ داخل تجربی ۸۵

۱) ۹ ۲) ۱۲ ۳) ۱۵ ۴) ۱۶

۵۹- ۷۵ داده‌ی آماری در ۷ طبقه دسته‌بندی شده‌اند. کوچک‌ترینِ داده‌ها ۲۷ و بزرگ‌ترینِ آن‌ها ۴۷/۸ می‌باشد. می‌دانیم ۲۸ درصد داده‌ها کم‌تر از ۳۶ و ۴۰ درصد داده‌ها کم‌تر از ۳۹ می‌باشند، فراوانی مطلق دسته‌ی وسط کدام است؟ داخل ریاضی ۸۴

۱) ۸ ۲) ۹ ۳) ۱۰ ۴) ۱۲

فراوانی تجمعی

فراوانی تجمعی: مجموع فراوانی مطلق هر دسته به‌علاوه‌ی فراوانی‌های مطلق دسته‌های قبل از آن را فراوانی تجمعی آن دسته می‌نامند و آن را با f_{c_i} نشان می‌دهند.

مثلاً: $f_{c_۳}=f_۱+f_۲+f_۳$: فراوانی تجمعی دسته‌ی سوم ، $f_{c_۴}=f_۱+f_۲+f_۳+f_۴$: فراوانی تجمعی دسته‌ی چهارم

تذکر: فراوانی تجمعی هر دسته از فراوانی تجمعی دسته‌ی قبلی کم‌تر نیست.

تذکر: فراوانی تجمعی دسته‌ی اول همان فراوانی مطلق دسته‌ی اول است $(f_{c_۱}=f_۱)$ و فراوانی تجمعی دسته‌ی آخر برابر با تعداد کل داده‌ها (یعنی n) می‌باشد.

نکته: اگر فراوانی تجمعی هر دسته را منهای فراوانی تجمعی دسته‌ی قبلی‌اش کنیم، فراوانی مطلق آن دسته به‌دست می‌آید: یعنی:

$$\boxed{f_i=f_{c_i}-f_{c_{i-۱}}}$$

مثال: در جدول فراوانی نسبی داده‌های زیر که مربوط به ۵۰ داده‌ی آماری می‌باشد، فراوانی تجمعی دسته‌ی سوم را به‌دست آورید.

مرکز دسته	۱۳	۱۵	۱۷	۱۹	۲۱
درصد فراوانی نسبی	۱۰	۱۸	a	۳۴	۱۸

حل: مجموع درصد فراوانی‌های نسبی در یک جدول فراوانی برابر ۱۰۰ می‌باشد، پس:

$$۱۰+۱۸+a+۳۴+۱۸=۱۰۰ \Rightarrow ۸۰+a=۱۰۰ \Rightarrow a=۲۰$$

درصد فراوانی نسبی از رابطه‌ی $\frac{f_i}{n}\times ۱۰۰$ به‌دست می‌آید، بنابراین:

$$\left.\begin{array}{l} ۱۰=\frac{f_۱}{۵۰}\times ۱۰۰ \Rightarrow f_۱=۵ \\ ۱۸=\frac{f_۲}{۵۰}\times ۱۰۰ \Rightarrow f_۲=۹ \\ a=۲۰=\frac{f_۳}{۵۰}\times ۱۰۰ \Rightarrow f_۳=۱۰ \end{array}\right\} \Rightarrow f_{c_۳}=f_۱+f_۲+f_۳=۵+۹+۱۰=۲۴$$

فراوانی تجمعی نسبی: برای به‌دست آوردن فراوانی تجمعی نسبی، کافی است فراوانی تجمعی هر دسته را تقسیم بر تعداد کل داده‌ها کنیم.

مثال: اگر ۵۰ داده‌ی آماری داشته باشیم و پس از دسته‌بندی کردن آن‌ها، فراوانی تجمعی دسته‌ی سوم برابر ۳۰ باشد، فراوانی تجمعی نسبی دسته‌ی سوم را به دست آورید.

حل:

$$\text{فراوانی تجمعی نسبی دسته‌ی سوم} = \frac{\text{فراوانی تجمعی دسته‌ی سوم}}{\text{تعداد کل داده‌ها}} = \frac{۳۰}{۵۰} = \frac{۳}{۵}$$

تذکر: فراوانی تجمعی نسبی دسته‌ی اول همان فراوانی نسبی دسته‌ی اول می‌باشد و فراوانی تجمعی نسبی دسته‌ی آخر همواره برابر ۱ است.

تذکر: اگر از شما، درصد فراوانی تجمعی یا درصد فراوانی تجمعی نسبی را خواستند، کافی است فراوانی تجمعی یا فراوانی تجمعی نسبی را در ۱۰۰ ضرب کنید.

مثال: جدول فراوانی ۲۰ داده که در ۵ دسته‌ی آماری دسته‌بندی شده‌اند به‌صورت زیر است. فراوانی‌های نسبی، درصد فراوانی نسبی، فراوانی تجمعی، فراوانی تجمعی نسبی و درصد فراوانی تجمعی نسبی را به‌دست آورید.

مرکز دسته	۳	۶	۹	۱۲	۱۵
فراوانی	۱	۷	۶	۳	۳

حل:

مرکز دسته	۳	۶	۹	۱۲	۱۵	توضیحات
فراوانی (فراوانی مطلق)	۱	۷	۶	۳	۳	*فراوانی همان فراوانی مطلق است.*
فراوانی نسبی	$\frac{۱}{۲۰}$	$\frac{۷}{۲۰}$	$\frac{۶}{۲۰}$	$\frac{۳}{۲۰}$	$\frac{۳}{۲۰}$	*فراوانی مطلق را بر تعداد کل داده‌ها یعنی ۲۰ تقسیم کردیم.*
درصد فراوانی نسبی	$\frac{۱}{۲۰}\times ۱۰۰ = ۵$	$\frac{۷}{۲۰}\times ۱۰۰ = ۳۵$	$\frac{۶}{۲۰}\times ۱۰۰ = ۳۰$	$\frac{۳}{۲۰}\times ۱۰۰ = ۱۵$	$\frac{۳}{۲۰}\times ۱۰۰ = ۱۵$	*فراوانی نسبی هر دسته را در ۱۰۰ ضرب کردیم.*
فراوانی تجمعی	۱	$۱+۷=۸$	$۸+۶=۱۴$	$۱۴+۳=۱۷$	$۱۷+۳=۲۰$	*فراوانی مطلق هر دسته با دسته‌های قبلی جمع می‌شود.*
فراوانی تجمعی نسبی	$\frac{۱}{۲۰}$	$\frac{۸}{۲۰}$	$\frac{۱۴}{۲۰}$	$\frac{۱۷}{۲۰}$	$\frac{۲۰}{۲۰}=۱$	*فراوانی تجمعی هر دسته را بر تعداد کل داده‌ها تقسیم کردیم.*
درصد فراوانی تجمعی نسبی	$\frac{۱}{۲۰}\times ۱۰۰ = ۵$	$\frac{۸}{۲۰}\times ۱۰۰ = ۴۰$	$\frac{۱۴}{۲۰}\times ۱۰۰ = ۷۰$	$\frac{۱۷}{۲۰}\times ۱۰۰ = ۸۵$	$\frac{۲۰}{۲۰}\times ۱۰۰ = ۱۰۰$	*فراوانی تجمعی نسبی هر دسته را در ۱۰۰ ضرب کردیم.*

۶۰- فراوانی تجمعی چه نوع متغیر تصادفی است؟

۱) کمّی گسسته ۲) کمّی پیوسته ۳) کیفی اسمی ۴) کیفی ترتیبی

۶۱- در جدول فراوانی تجمعی n داده‌ی دسته‌بندی شده، فراوانی تجمعی دسته‌ی آخر کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۱۰۰ ۳) $\frac{۱}{۲}n$ ۴) n

۶۲- فراوانی تجمعی طبقه‌ای ۳۶ است. کدام مقدار زیر می‌تواند فراوانی تجمعی طبقه‌ی بعد از آن باشد؟

۱) ۴۲ ۲) ۳۸/۵ ۳) ۳۴ ۴) ۳۲/۵

۶۳- اگر فراوانی تجمعی طبقه‌ی پنجم ۳۲ و فراوانی مطلق آن ۸ باشد، فراوانی تجمعی طبقه‌ی چهارم کدام است؟

۱) ۲۴ ۲) ۲۶ ۳) ۳۶ ۴) ۴۰

۶۴- اگر در داده‌های آماری، فراوانی تجمعی طبقه‌ی ششم دو برابر فراوانی تجمعی طبقه‌ی چهارم باشند، آن‌گاه کدام رابطه‌ی زیر برقرار می‌باشد؟ (f_i فراوانی مطلق و f_{c_i} فراوانی تجمعی طبقه‌ی i ام می‌باشد.)

۱) $f_{c_4} = f_5 + f_6$ ۲) $f_{c_4} = f_6 - f_3$ ۳) $f_5 = f_{c_5} + f_{c_4}$ ۴) $f_6 = f_{c_6} + f_{c_5}$