


پاسخ مسائل تکمیلی فصل دوم

با استفاده از تناسب بین درجه‌بندی دو دماسنج که به صورت $\frac{x-x_1}{x_p-x_1} = \frac{\theta-\theta_1}{\theta_p-\theta_1}$ می‌باشد، داریم: **پاسخ ۱** 

$\theta_1 = 0^\circ \text{C}$, $x_1 = 40^\circ$ نقطه‌ی ذوب یخ خالص

$\theta_p = 100^\circ \text{C}$, $x_p = 100^\circ$ نقطه‌ی جوش آب خالص

$$\theta = 25^\circ \text{C} , x = ?$$

$$\frac{x-x_1}{x_p-x_1} = \frac{\theta-\theta_1}{\theta_p-\theta_1} \Rightarrow \frac{x-40}{100-40} = \frac{25-0}{100-0} \Rightarrow \frac{x-40}{60} = \frac{25}{100} = \frac{1}{4} \Rightarrow x = \frac{60}{4} + 40 = 15 + 40 = 55^\circ$$


با استفاده از تناسب و اطلاعات مسئله خواهیم داشت: **پاسخ ۲** 

$\theta_1 = 0^\circ \text{C}$, $x_1 = 0$ نقطه‌ی ذوب یخ خالص

$\theta_p = 100^\circ \text{C}$, $x_p = 150^\circ$ نقطه‌ی جوش آب خالص

$\theta = 37^\circ \text{C}$, $x = ?$ دمای بدن انسان

$$\frac{\theta-\theta_1}{\theta_p-\theta_1} = \frac{x-x_1}{x_p-x_1} \Rightarrow \frac{37-0}{100-0} = \frac{x-0}{150-0} \Rightarrow \frac{37}{100} = \frac{x}{150} \Rightarrow x = \frac{150 \times 37}{100} = 55.5^\circ$$

با توجه به نسبت مستقیم دما با ارتفاع ستون جیوه می‌توان تناسب ساده‌ی $\frac{h-h_1}{h_p-h_1} = \frac{\theta-\theta_1}{\theta_p-\theta_1}$ را نوشته و مسئله را حل کرد: **پاسخ ۳** 


$$h_1 = 11/5 \text{ cm} \Rightarrow \theta_1 = 25^\circ \text{C}$$

$$h_p = 19 \text{ cm} \Rightarrow \theta_p = 85^\circ \text{C}$$

$$h = 13 \text{ cm} \Rightarrow \theta = ?$$

$$\frac{h-h_1}{h_p-h_1} = \frac{\theta-\theta_1}{\theta_p-\theta_1} \Rightarrow \frac{13-11/5}{19-11/5} = \frac{\theta-25}{85-25} \Rightarrow \frac{1/5}{7/5} = \frac{\theta-25}{60}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{5} = \frac{\theta-25}{60} \Rightarrow 5 \times (\theta-25) = 60 \Rightarrow \theta-25 = 12 \Rightarrow \theta = 37^\circ \text{C}$$

با استفاده از رابطه‌ی تبدیل مقیاس دو دماسنج که به صورت $\frac{x-x_1}{x_p-x_1} = \frac{\theta-\theta_1}{\theta_p-\theta_1}$ است، با معلوم بودن مقادیر زیر به دنبال **پاسخ ۴** 

شرایطی هستیم که $x = \theta$ باشد. پس داریم:

$$x_1 = 5^\circ \text{C} \Rightarrow \theta_1 = 5^\circ$$

$$x_p = -20^\circ \text{C} \Rightarrow \theta_p = 10^\circ$$

$$x = ? \Rightarrow \theta = x$$

$$\frac{x-x_1}{x_p-x_1} = \frac{\theta-\theta_1}{\theta_p-\theta_1} \Rightarrow \frac{x-5}{-20-5} = \frac{x-5}{10-5} \Rightarrow \frac{x-5}{-25} = \frac{x-5}{-5}$$

$$\Rightarrow \frac{x-5}{5} = \frac{x-5}{1} \Rightarrow 8x-40 = 5x-25 \Rightarrow 3x = -21 \Rightarrow x = -7^\circ \text{C}$$

پاسخ ۵ فرض می‌کنیم دمای محیط اول برحسب این دو مقیاس برابر θ_C و θ_F و دمای محیط دوم برحسب این دو مقیاس برابر θ'_F, θ'_C است. با توجه به این که $\theta'_F - \theta_F = 9^\circ F$ است، مقدار این دو دما را با توجه به رابطه‌ی تبدیل سلسیوس به فارنهایت جایگزین می‌کنیم:

$$\begin{aligned}\theta'_F - \theta_F = 9^\circ F &\Rightarrow (1/8\theta'_C + 32) - (1/8\theta_C + 32) = 9 \\ \Rightarrow 1/8(\theta'_C - \theta_C) = 9 &\Rightarrow \theta'_C - \theta_C = \frac{9}{1/8} = 5^\circ C\end{aligned}$$

یعنی دماسنج سلسیوس این اختلاف دما را برابر $5^\circ C$ نشان می‌دهد.

پاسخ ۶ با توجه به فرض مسأله داریم: $\theta_C - \theta_F = 40$. پس رابطه‌ی بین دما برحسب سلسیوس و دما برحسب فارنهایت را در این معادله جایگزین می‌کنیم تا دمای این دو دماسنج را به دست آوریم:

$$\begin{aligned}\theta_C - \theta_F = 40 &\Rightarrow \theta_C - (1/8\theta_C + 32) = 40 \\ \Rightarrow \theta_C - 1/8\theta_C - 32 = 40 &\Rightarrow 7/8\theta_C = 72 \Rightarrow \theta_C = \frac{72}{7/8} = -9^\circ C \\ \theta_C - \theta_F = 40 &\Rightarrow -9 - \theta_F = 40 \Rightarrow \theta_F = -9 - 40 = -49^\circ F\end{aligned}$$

پاسخ ۷ اگر دمای اولیه‌ی این محیط را برحسب این دو مقیاس با T_K و θ_C دمای ثانویه‌ی آن‌ها را با T'_K و θ'_C نشان دهیم، طبق فرض مسأله داریم: $T'_K - T_K = 10^\circ K$ ، با جایگزین کردن دمای مطلق برحسب درجه‌ی سلسیوس در این معادله خواهیم داشت:

$$\begin{aligned}T'_K - T_K = 10^\circ K &\Rightarrow (\theta'_C + 273) - (\theta_C + 273) = 10 \\ \Rightarrow \theta'_C - \theta_C + 273 - 273 = 10 &\Rightarrow \theta'_C - \theta_C = 10^\circ C\end{aligned}$$

یعنی تغییر دما برحسب درجه‌ی سلسیوس با تغییر دما برحسب کلون یکسان است.

پاسخ ۸ با توجه به فرض مسأله، رابطه‌ی $T_K = 1/5\theta_C$ برقرار است. با جایگزینی این فرض در رابطه‌ی تبدیل سلسیوس به کلون داریم:

$$\begin{aligned}T_K = 1/5\theta_C, T_K = \theta_C + 273 &\Rightarrow 1/5\theta_C = \theta_C + 273 \Rightarrow 1/5\theta_C = 273 \Rightarrow \theta_C = \frac{273}{1/5} = 546^\circ C \\ T_K = 1/5\theta_C &\Rightarrow T_K = 1/5 \times 546 = 109.2 K\end{aligned}$$

پاسخ ۹ با استفاده از رابطه‌ی گرمای رسانش شده توسط یک رسانای گرمایی که به صورت $Q = KAt|\Delta\theta|$ است، با رعایت واحد مناسب برای کمیت‌ها داریم:

$$\begin{aligned}t = 1 \text{ min} = 60 \text{ s}, |\Delta\theta| = \theta_H - \theta_C = 27 - (-3) = 30^\circ C \\ Q = KAt|\Delta\theta| = 5 \times 2 \times 60 \times 30 = 18000 \text{ J} = 18 \text{ kJ}\end{aligned}$$

پاسخ ۱۰ برای محاسبه‌ی گرمای تلف شده به وسیله‌ی رسانش دیوارهای یک خانه از رابطه‌ی $Q = KAt|\Delta\theta|$ استفاده می‌کنیم. با توجه به مقادیر معلوم در صورت مسأله داریم:

$$|\Delta\theta| = 35^\circ C, t = 24 \text{ h} = 24 \times 3600 = 86400 \text{ s}$$

$$Q = KAt|\Delta\theta| = 4 \times 5 \times 86400 \times 35 = 60480000 \text{ J} = 6.048 \times 10^7 \text{ J}$$

پاسخ ۱۱ با محاسبه‌ی مساحت مجموع دیوارها و سقف اتاق و جای‌گذاری آن در رابطه‌ی $Q = KAt|\Delta\theta|$ می‌توانیم مقدار گرمای عبور کرده از دیوارها و سقف را به دست آوریم:

$$A = \text{مساحت دیوارها} + \text{مساحت سقف} = (2 \times (4 \times 3) + 2 \times (2 \times 3)) + (2 \times 4) = 24 + 12 + 8 = 44 \text{ m}^2$$

$$|\Delta\theta| = 10^\circ C \quad Q = KAt|\Delta\theta| = 3/5 \times 44 \times 20 \times 10 = 30800 \text{ J}$$

$$\Rightarrow x^2 = \frac{11520000}{2880000} = 4 \Rightarrow x = \sqrt{4} = 2 \text{ m} \Rightarrow 3x = 3 \times 2 = 6 \text{ m}$$

پاسخ ۱۲ برای محاسبه‌ی گرمای داده شده به اجسام از رابطه‌ی $Q = mc\Delta\theta$ استفاده می‌کنیم. بنابراین داریم:

$$Q = mc\Delta\theta = 5/8 \times 4200 \times 20 = 420000 \text{ J}$$



پاسخ ۱۳

چون دمای قطعه فلز کاهش یافته است باید تغییر دمای آن را با علامت منفی در رابطه‌ی محاسبه‌ی گرما، یعنی $Q = mc\Delta\theta$ جایگزین کنیم. پس خواهیم داشت:

$$Q = mc\Delta\theta = 0.2 \times 500 \times (-40) = -4000 \text{ J} = -4 \text{ kJ}$$

علامت منفی نشان می‌دهد که این قطعه فلز گرما از دست می‌دهد.



پاسخ ۱۴

با استفاده از رابطه‌ی $Q = mc\Delta\theta$ خواهیم داشت:

$$Q = mc\Delta\theta = mc(\theta_f - \theta_i) = 3 \times 900 \times (90 - (-10)) = 3 \times 900 \times 100 = 270000 \text{ J}$$



پاسخ ۱۵

با استفاده از رابطه‌ی $Q = mc\Delta\theta$ مقدار گرمایی را که قطعه‌ی گرانیی از دست می‌دهد تا سرد شود به دست می‌آوریم:

$$Q = mc\Delta\theta = mc(\theta_f - \theta_i) = 12 \times 800 \times (23 - 48) = 12 \times 800 \times (-25) = -240000 \text{ J}$$

علامت منفی به معنای کاهش انرژی درونی جسم و از دست دادن گرما توسط آن است.



پاسخ ۱۶

به جسم گرما داده‌ایم، بنابراین گرما و تغییر دما هر دو مثبت می‌باشند، یعنی دمای جسم افزایش می‌یابد.

$$Q = +10 \text{ kJ} = 10000 \text{ J}$$

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow 10000 = 1 \times 400 \times \Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta = \frac{10000}{400} = +25^\circ \text{C}$$



پاسخ ۱۷

با توجه به رابطه‌ی $Q = mc\Delta\theta$ با معلوم بودن مقدار گرما، جرم و تغییرات دما، گرمای ویژه‌ی فلز را به دست می‌آوریم:

$$m = 1 \text{ kg}, Q = 420 \text{ J}, \theta_i = 10^\circ \text{C}, \theta_f = 12^\circ \text{C}, c = ?$$

$$Q = mc\Delta\theta = mc(\theta_f - \theta_i) \Rightarrow 420 = 1 \times c \times (12 - 10) \Rightarrow c = \frac{420}{2} = 210 \frac{\text{J}}{\text{kg}^\circ \text{C}}$$



پاسخ ۱۸

چون از جسم گرما گرفته‌ایم، جسم سرد می‌شود بنابراین گرما و تغییر دمای آن را با علامت منفی در رابطه‌ی $Q = mc\Delta\theta$ جای گذاری می‌کنیم:

$$Q = -1/4 \text{ kJ} = -1400 \text{ J}, \Delta\theta = -7^\circ \text{C}$$

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow -1400 = m \times 400 \times (-7) \Rightarrow m = \frac{-1400}{-2800} = 0.5 \text{ kg} = 500 \text{ g}$$



پاسخ ۱۹

با تبدیل کردن گرما برحسب کالری به ژول و جای گذاری معلومات مسأله در رابطه‌ی $Q = mc\Delta\theta$ ، جرم این جسم به دست می‌آید (می‌دانیم هر کالری معادل $4/2 \text{ J}$ است):

$$Q = 200 \text{ cal} = 200 \times 4/2 = 840 \text{ J}, \theta_i = 5^\circ \text{C}, \theta_f = 15^\circ \text{C}, C = 840 \frac{\text{J}}{\text{kg}^\circ \text{C}}$$

$$Q = mc\Delta\theta = mc(\theta_f - \theta_i) \Rightarrow 840 = m \times 840 \times (15 - 5) \Rightarrow m = \frac{840}{8400} = 0.1 \text{ kg}$$



پاسخ ۲۰

در این مسأله به قطعه فلز گرما داده‌ایم، پس گرما مقداری مثبت است و انتظار داریم دمای قطعه فلز به 50°C افزایش یابد. با استفاده از رابطه‌ی $Q = mc\Delta\theta$ ، دمای اولیه‌ی قطعه فلز را به دست می‌آوریم:

$$m = 300 \text{ g} = 0.3 \text{ kg}, Q = +1/5 \text{ kJ} = +1500 \text{ J}, \theta_f = 50^\circ \text{C}$$

$$Q = mc\Delta\theta = mc(\theta_f - \theta_i) \Rightarrow 1500 = 0.3 \times 500 \times (50 - \theta_i) \Rightarrow 10 = 50 - \theta_i \Rightarrow \theta_i = 40^\circ \text{C}$$



پاسخ ۲۱

در این مسأله از جسم گرما می‌گیریم، بنابراین دمای آن کاهش می‌یابد و مقدار گرما و تغییر دمای جسم مقادیری منفی خواهند بود. با جای گذاری معلومات مسأله در رابطه‌ی محاسبه‌ی گرما ($Q = mc\Delta\theta$) دمای ثانویه‌ی آن را محاسبه می‌کنیم:

$$Q = mc\Delta\theta = mc(\theta_f - \theta_i) \Rightarrow -36000 = 2 \times 800 \times (\theta_f - 12) \Rightarrow -18 = \theta_f - 12 \Rightarrow \theta_f = -6^\circ \text{C}$$



پاسخ ۲۲

گرمای داده شده به دو جسم A و B را با استفاده از رابطه‌ی $Q = mc\Delta\theta$ به دست آورده و با هم برابر قرار می‌دهیم:

$$Q_A = Q_B, \theta_{1A} = 20^\circ \text{C}, \theta_{2A} = 50^\circ \text{C}, \theta_{1B} = 40^\circ \text{C}, \theta_{2B} = 100^\circ \text{C}, c_A = \frac{1}{2} c_B$$

$$Q_A = Q_B \Rightarrow m_A c_A \Delta\theta_A = m_B c_B \Delta\theta_B \Rightarrow m_A \times \frac{1}{2} c_B \times (50 - 20) = m_B \times c_B \times (100 - 40)$$

$$\Rightarrow \frac{m_B}{m_A} = \frac{\frac{1}{2} \times 30}{60} = \frac{1}{4}$$



پاسخ ۲۳

گرمای داده شده به قطعه‌های مسی و آلومینیمی برابر هستند. اگر مقدار این گرما را برای دو جسم از رابطه‌ی $Q = mc\Delta\theta$ به دست آوریم و با هم برابر قرار دهیم می‌توانیم دمای ثانویه‌ی قطعه‌ی آلومینیمی را تعیین کنیم:

آلومینیم: B و مس: A

$$Q_A = Q_B \Rightarrow m_A c_A (\theta_{rA} - \theta_{1A}) = m_B c_B (\theta_{rB} - \theta_{1B}) \Rightarrow m_A \times 400 \times (115 - 25) = m_A \times 900 \times (\theta_{rB} - 25)$$

$$\Rightarrow 36000 = 900 \times (\theta_{rB} - 25) \Rightarrow 40 = \theta_{rB} - 25 \Rightarrow \theta_{rB} = 65^\circ \text{C}$$



پاسخ ۲۴

رابطه‌ی محاسبه‌ی گرما ($Q = mc\Delta\theta$) را برای دو جسم A و B نوشته و بر هم تقسیم می‌کنیم، تا نسبت c_A به c_B به دست آید:

$$m_A = \frac{1}{3} m_B, \Delta\theta_A = \Delta\theta_B, C_A = ? C_B$$

$$Q_A = m_A c_A \Delta\theta_A, Q_B = m_B c_B \Delta\theta_B$$

$$\Rightarrow \frac{Q_A}{Q_B} = \frac{rQ}{Q} = \frac{\frac{1}{3} m_B \times c_A \times \Delta\theta_B}{m_B \times c_B \times \Delta\theta_B} \Rightarrow r = \frac{1}{3} \frac{c_A}{c_B} \Rightarrow \frac{c_A}{c_B} = 6$$



پاسخ ۲۵

برای هر یک از حالت‌های اولیه و ثانویه‌ی جسم، رابطه‌ی $Q = mc\Delta\theta$ را به کار می‌بریم. با استفاده از این دو معادله می‌توانیم گرمای ویژه و دمای اولیه‌ی جسم را به دست آوریم:

$$m = 100 \text{ g} = 0.1 \text{ kg}$$

$$Q = mc\Delta\theta = mc(\theta_r - \theta_1)$$

$$\text{حالت اول: } 500 = 0.1 \times c \times (65 - \theta_1)$$

$$\text{حالت دوم: } 400 = 0.1 \times c \times (105 - 65) \Rightarrow c = \frac{400}{0.4} = 1000 \frac{\text{J}}{\text{kg}^\circ \text{C}}$$

$$500 = 0.1 \times 1000 \times (65 - \theta_1) \Rightarrow 50 = 65 - \theta_1 \Rightarrow \theta_1 = 15^\circ \text{C}$$



پاسخ ۲۶

گرمای داده شده به آب را از رابطه‌ی $Q = mc\Delta\theta$ به دست می‌آوریم. بخشی از این گرما توسط همزن و بخش دیگر آن توسط اجاق تأمین می‌شود. پس داریم:

$$Q = mc\Delta\theta = 4 \times 4200 \times 3 = 50400 \text{ J}$$

$$Q = Q_{\text{همزن}} + Q_{\text{اجاق}} \Rightarrow 50400 = 10000 + Q_{\text{اجاق}} \Rightarrow Q_{\text{اجاق}} = 40400 \text{ J}$$



پاسخ ۲۷

با توجه به نمودار، به این جسم $1/5 \text{ kJ}$ گرما داده شده تا دمای آن از -5°C تا 35°C افزایش یابد، با جای گذاری اطلاعات مسئله در رابطه‌ی $Q = mc\Delta\theta$ می‌توانیم گرمای ویژه‌ی این جسم را به دست آوریم:

$$Q = 1/5 \text{ kJ} = 1500 \text{ J}, m = 300 \text{ g} = 0.3 \text{ kg}, \theta_1 = -5^\circ \text{C}, \theta_r = 35^\circ \text{C}$$

$$Q = mc\Delta\theta = mc(\theta_r - \theta_1) \Rightarrow 1500 = 0.3 \times c \times (35 - (-5)) \Rightarrow c = \frac{1500}{12} = 125 \frac{\text{J}}{\text{kg}^\circ \text{C}}$$



پاسخ ۲۸

از نمودار رسم شده می‌فهمیم که اگر از جسم A گرما بگیریم دمای آن از 40°C به صفر کاهش می‌یابد و اگر همین مقدار گرما را به جسم B بدهیم دمای آن از θ_{1B} به صفر افزایش می‌یابد. پس با استفاده از رابطه‌ی $Q = mc\Delta\theta$ می‌توانیم بنویسیم:

$$\text{جسم A: } Q_A = m_A c_A (\theta_{rA} - \theta_{1A}) \Rightarrow -Q = m_A \times c_A \times (0 - 40)$$

$$\text{جسم B: } Q_B = m_B c_B (\theta_{rB} - \theta_{1B}) \Rightarrow Q = m_B \times c_B \times (0 - \theta_{1B})$$

اکنون دو رابطه را بر هم تقسیم می‌کنیم:

$$\Rightarrow \frac{Q_A}{Q_B} = \frac{-Q}{Q} = \frac{m_A}{m_B} \times \frac{c_A}{c_B} \times \frac{-40}{-\theta_{1B}} \Rightarrow -1 = \frac{1}{12} \times 3 \times \frac{40}{\theta_{1B}} \Rightarrow \theta_{1B} = -10^\circ \text{C}$$



پاسخ ۲۹

ابتدا گرمای مورد نیاز برای افزایش دمای آب از $\theta_1 = 23^\circ \text{C}$ به $\theta_r = 68^\circ \text{C}$ را از رابطه‌ی $Q = mc\Delta\theta$ به دست می‌آوریم و با استفاده از توان مشعل که برابر ۱۷۵ کیلوژول بر ثانیه است، زمان گرم شدن آب را محاسبه می‌کنیم:

$$Q = mc\Delta\theta = mc(\theta_r - \theta_1) = 1000 \times 4200 \times (68 - 23) = 18900000 \text{ J}$$

$$P = \frac{Q}{t} \Rightarrow 175 \text{ kW} = 175000 \text{ W} = \frac{189000000}{t} \Rightarrow t = \frac{189000000}{175000} = 1080 \text{ s} \Rightarrow t = \frac{1080}{60} = 18 \text{ min}$$

پاسخ ۳۰ ابتدا با استفاده از رابطه‌ی توان ($P = \frac{E}{t}$) مقدار گرمای تولید شده توسط گرمکن را محاسبه می‌کنیم و با جای گذاری آن در

رابطه‌ی محاسبه‌ی گرما ($Q = mc\Delta\theta$) مقدار افزایش دمای مایع را تعیین می‌کنیم:

$$t = 2 \text{ min} = 120 \text{ s}, m = 0.5 \text{ kg}$$

$$P = \frac{E}{t} \Rightarrow 250 = \frac{E}{120} \Rightarrow E = 250 \times 120 = 30000 \text{ J} \Rightarrow Q = 30000 \text{ J}$$

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow 30000 = 0.5 \times 4200 \times \Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta = \frac{30000}{2100} = 14.3^\circ \text{C}$$

پاسخ ۳۱ در رابطه‌ی توان که به صورت $P = \frac{E}{t}$ است، E می‌تواند انرژی گرمایی باشد که با استفاده از رابطه‌ی $Q = mc\Delta\theta$ به دست

می‌آید و سبب افزایش دمای اجسام می‌شود. چون توان اجاق الکتریکی ثابت است می‌توانیم گرمادهی به آب و روغن را برابر در نظر بگیریم:

$$(A) \quad m_A = 1 \text{ kg}, \Delta\theta_A = 45^\circ \text{C}, t_A = 5 \text{ min}$$

$$(B) \quad m_B = 2/5 \text{ kg}, \Delta\theta_B = 100^\circ \text{C}, t_B = 15 \text{ min}$$

$$P_A = P_B \Rightarrow \frac{Q_A}{t_A} = \frac{Q_B}{t_B} \Rightarrow \frac{m_A c_A \Delta\theta_A}{t_A} = \frac{m_B c_B \Delta\theta_B}{t_B}$$

$$\Rightarrow \frac{1 \times c_A \times 45}{5} = \frac{2/5 \times c_B \times 100}{15} \Rightarrow \frac{c_B}{c_A} = \frac{15 \times 45}{5 \times 2/5 \times 100} = \frac{27}{5} \Rightarrow c_B = \frac{27}{5} c_A$$

پاسخ ۳۲ با توجه به این که گرمکن الکتریکی نتوانسته آب را از حدی داغ‌تر کند و به جوش برساند، نتیجه می‌گیریم که در این شرایط توان

گرما دادن به آب که همان توان گرمکن الکتریکی است با توان اتلاف گرمایی و مبادله‌ی گرما با محیط برابر است. پس می‌توانیم با استفاده از

روابط توان ($P = \frac{E}{t}$) و گرما ($Q = mc\Delta\theta$) تعیین کنیم پس از چند ثانیه دمای آب 2°C کاهش می‌یابد:

$$P = \frac{Q}{t} \Rightarrow P = \frac{mc\Delta\theta}{t} \Rightarrow -200 = \frac{3 \times 4200 \times (-2)}{t} \Rightarrow t = \frac{-25200}{-200} = 126 \text{ s}$$

علامت منفی توان نشان‌دهنده‌ی آن است که آب با توانی مشخص در حال گرما از دست دادن است.

پاسخ ۳۳ بازده یک دستگاه برابر نسبت انرژی مفید به کل انرژی دریافتی است. در این سماور کل انرژی از رابطه‌ی توان ($P = \frac{E}{t}$) و انرژی

مفید که به صورت گرما و افزایش دما در آب ظاهر می‌شود از رابطه‌ی $Q = mc\Delta\theta$ قابل محاسبه است:

$$t = 3/5 \text{ min} = 210 \text{ s}, P = 2 \text{ kW} = 2000 \text{ W}$$

$$m = 1 \text{ kg}, \theta_1 = 10^\circ \text{C}, \theta_2 = 90^\circ \text{C}$$

$$P = \frac{E}{t} \Rightarrow 2000 = \frac{E}{210} \Rightarrow E = 420000 \text{ J} = E_{in}$$

$$Q = mc\Delta\theta = mc(\theta_2 - \theta_1) = 1 \times 4200 \times (90 - 10) = 336000 \text{ J} = E_{out}$$

$$R_B = \frac{E_{out}}{E_{in}} = \frac{336000}{420000} = 0.8 = 80\%$$

پاسخ ۳۴ گرمای داده شده به آب که همان انرژی مفید است را از رابطه‌ی $Q = mc\Delta\theta$ به دست آورده و با استفاده از روابط توان و بازده

زمان گرما دادن به آب را تعیین می‌کنیم:

$$m = 1 \text{ kg}, \theta_1 = 15^\circ \text{C}, \theta_2 = 30^\circ \text{C}$$

$$Q = mc\Delta\theta = 1 \times 4200 \times (30 - 15) = 63000 \text{ J} = E_{out}$$

$$P = \frac{E}{t} \Rightarrow E = P \times t \Rightarrow E = 2100 \times t \text{ J} = 2100 t \text{ J} = E_{in}$$

$$\eta_{Ra} = \frac{E_{out}}{E_{in}} \times 100 \Rightarrow 60 = \frac{63000}{2100 \times t} \times 100 \Rightarrow t = \frac{6300000}{126000} = 50 \text{ s}$$

پاسخ ۳۵ ابتدا انرژی الکتریکی مصرف شده توسط کتری را در این مدت با استفاده از رابطه‌ی توان ($P = \frac{E}{t}$) به دست آورده و $\frac{Y}{\lambda}$ این

انرژی را به صورت گرما به آب می‌دهیم که با توجه به رابطه‌ی $Q = mc\Delta\theta$ می‌توانیم دمای ثانویه‌ی آن را به دست آوریم:

$$t = 20 \text{ min} = 1200 \text{ s}, m = 2/5 \text{ kg}, \theta_1 = 5^\circ \text{C}$$

$$P = \frac{E}{t} \Rightarrow 800 = \frac{E}{1200} \Rightarrow E = 960000 \text{ J}$$

$$Q = \frac{Y}{\lambda} E = \frac{Y}{\lambda} \times 960000 = 840000 \text{ J}$$

$$Q = mc\Delta\theta = mc(\theta_p - \theta_1) \Rightarrow 840000 = 2/5 \times 4200 \times (\theta_p - 5) \Rightarrow 80 = \theta_p - 5 \Rightarrow \theta_p = 85^\circ \text{C}$$

پاسخ ۳۶ ابتدا انرژی مفید این گرمکن الکتریکی را که به صورت گرما به جیوه داده می‌شود از رابطه‌ی $Q = mc\Delta\theta$ محاسبه می‌کنیم و

سپس با جای گذاری کل انرژی که از رابطه‌ی توان ($P = \frac{E}{t}$) به دست می‌آید و گرمای محاسبه شده در رابطه‌ی بازده، توان این گرمکن را

به دست می‌آوریم:

$$m = 0/5 \text{ kg}, \theta_1 = -2^\circ \text{C}, \theta_p = 7^\circ \text{C}, t = 50 \text{ s}$$

$$Q = mc\Delta\theta = mc(\theta_p - \theta_1) = 0/5 \times 150 \times (7 - (-2)) = 6750 \text{ J} = E_{out}$$

$$P = \frac{E}{t} \Rightarrow P = \frac{E}{50} \Rightarrow E = P \times 50 \text{ J} = E_{in}$$

$$\eta_{Ra} = \frac{E_{out}}{E_{in}} \times 100 \Rightarrow 45 = \frac{6750}{P \times 50} \times 100 \Rightarrow P = \frac{675000}{2250} = 300 \text{ W}$$

پاسخ ۳۷ با توجه به نمودار، در مدت ۳۵ ثانیه دمای آب از 0°C به 25°C افزایش یافته، بنابراین با استفاده از رابطه‌ی $Q = mc\Delta\theta$ گرمای داده شده به آن را محاسبه می‌کنیم و با توجه به رابطه‌ی توان می‌توانیم مقدار گرمای داده شده به آن را در هر ثانیه تعیین کنیم:

$$m = 0/2 \text{ kg}, t = 35 \text{ s}$$

$$Q = mc\Delta\theta = mc(\theta_p - \theta_1) = 0/2 \times 4200 \times (25 - 0) = 21000 \text{ J}$$

$$P = \frac{E}{t} = \frac{Q}{t} = \frac{21000}{35} = 600 \frac{\text{J}}{\text{s}}$$

پاسخ ۳۸ همان‌طور که از نمودار پیداست این جسم در مدت ۱۰۰ دقیقه گرما از دست داده و سرد شده و دمای آن از 25°C به -15°C

کاهش می‌یابد. با استفاده از رابطه‌ی توان ($P = \frac{E}{t}$) مقدار گرمای از دست داده شده توسط جسم را به دست آورده و با جایگزینی در رابطه‌ی

$Q = mc\Delta\theta$ ، گرمای ویژه‌ی آن را به دست می‌آوریم:

$$t = 100 \text{ min}$$

$$P = \frac{E}{t} \Rightarrow -2000 = \frac{E}{100} \Rightarrow E = -200 \times 100 = -20000 \text{ J} = Q$$

علامت منفی نشان‌دهنده‌ی آن است که جسم گرما از دست می‌دهد.

$$m = 2 \text{ kg}, \theta_1 = 25^\circ \text{C}, \theta_p = -15^\circ \text{C}$$

$$Q = mc\Delta\theta = mc(\theta_p - \theta_1) \Rightarrow -20000 = 2 \times c \times (-15 - 25) \Rightarrow c = \frac{-20000}{-80} = 250 \frac{\text{J}}{\text{kg}^\circ \text{C}}$$

پاسخ ۳۹ ابتدا با استفاده از رابطه‌ی توان که به صورت $P = \frac{E}{t}$ است، کل انرژی الکتریکی مصرف شده توسط گرمکن الکتریکی را به دست

می‌آوریم و ۵۰ درصد یا $\frac{1}{2}$ آن را برابر گرمای داده شده به قطعه‌ی آلومینیومی در رابطه‌ی $Q = mc\Delta\theta$ قرار می‌دهیم:

$$t = 9 \text{ min} = 540 \text{ s}, \theta_1 = \theta, \theta_p = 16^\circ \text{C}, m = 1/5 \text{ kg}$$

$$P = \frac{E}{t} \Rightarrow 400 = \frac{E}{540} \Rightarrow E = 216000 \text{ J}$$

$$Q = \frac{1}{2} E = \frac{1}{2} \times 216000 = 108000 \text{ J}$$

$$Q = mc\Delta\theta = mc(\theta_p - \theta_1) \Rightarrow 108000 = 1/5 \times 900 \times (16 - \theta) \Rightarrow 80 = 16 - \theta \Rightarrow \theta = 8^\circ \text{C}$$

مقدار گرمای داده شده به گلوله را برحسب جرم آن به دست آورده و برابر انرژی پتانسیل گرانشی قرار می‌دهیم تا ارتفاع مورد نظر به دست آید: پاسخ ۴۰

$$Q = mc\Delta\theta = m \times 900 \times 12 = 8400 \text{ m J}$$

$$\begin{cases} U = mgh \\ U = Q \end{cases} \Rightarrow 8400 \text{ m} = m \times 10 \times h \Rightarrow h = \frac{8400 \text{ m}}{10 \text{ m}} = 840 \text{ m}$$

ابتدا گرمای مورد نیاز برای افزایش دمای آب را از رابطه $Q = mc\Delta\theta$ به دست می‌آوریم و آن را برابر نصف انرژی شیمیایی موجود در زغال قرار می‌دهیم و انرژی شیمیایی حاصل از سوزاندن زغال را به دست می‌آوریم: پاسخ ۴۱

$$Q = mc\Delta\theta = mc(\theta_p - \theta_1) = 1 \times 4200 \times (100 - 25) = 315000 \text{ J}$$

$$Q = \frac{1}{2} \times E \Rightarrow 315000 = \frac{1}{2} \times E \Rightarrow E = 630000 \text{ J} = 630 \text{ kJ}$$

اکنون می‌توان به کمک رابطه $E = m \times E_c$ ، جرم زغال را به دست آورد:

$$E = m \times E_c \Rightarrow 630 = m \times 33/6 \Rightarrow m = \frac{630}{33/6} = 18/75 \text{ g}$$

انرژی پتانسیل گرانشی اولیه ی گلوله ی مسی را از رابطه $U = mgh$ به دست می‌آوریم. این انرژی در برخورد گلوله به زمین به گرما تبدیل شده و می‌توانیم آن را برابر $Q = mc\Delta\theta$ قرار دهیم و از این‌جا دمای اولیه ی گلوله را به دست آوریم: پاسخ ۴۲

$$\theta_p = 17^\circ \text{C}, h = 60 \text{ m}$$

$$Q = U \Rightarrow mc(\theta_p - \theta_1) = mgh \Rightarrow 400 \times (17 - \theta_1) = 10 \times 60 \Rightarrow \theta_1 = 15/5^\circ \text{C}$$

ابتدا انرژی جنبشی اولیه ی گلوله ی سربی را که به گرمای مجموعه تبدیل شده از رابطه $K = \frac{1}{2} mv^2$ به دست می‌آوریم و این مقدار انرژی را برابر مجموع گرماهای گلوله ی سربی و قطعه ی مسی قرار می‌دهیم که از رابطه $Q = mc\Delta\theta$ قابل محاسبه است: پاسخ ۴۳

$$m_1 = 20 \text{ g} = 0.02 \text{ kg}, v_1 = 100 \frac{\text{m}}{\text{s}}, v_p = 0$$

$$K_1 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 = \frac{1}{2} \times 0.02 \times 100^2 = 100 \text{ J}$$

$$K_1 = Q_1 + Q_p = m_1 c_1 \Delta\theta + m_p c_p \Delta\theta$$

$$\Rightarrow 100 = 0.02 \times 200 \times 5 + m_p \times 400 \times 5 \Rightarrow 80 = 200 m_p \Rightarrow m_p = 0.4 \text{ kg} = 40 \text{ g}$$

هنگام برقراری تعادل گرمایی بین دو جسم، مجموع گرماهای مبادله شده بین آن‌ها برابر صفر است. پاسخ ۴۴

$$\begin{cases} m_1 = 50 \text{ g} = 0.05 \text{ kg} \\ c_1 = 140 \frac{\text{J}}{\text{kg}^\circ \text{C}} \\ \theta_1 = 100^\circ \text{C} \end{cases} \quad \text{قطعه فلز: (۱)} \quad \begin{cases} m_p = 200 \text{ g} = 0.2 \text{ kg} \\ c_p = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg}^\circ \text{C}} \\ \theta_p = 35^\circ \text{C} \end{cases} \quad \text{آب: (۲)} \quad \theta_e = ?$$

$$Q_1 + Q_p = 0 \Rightarrow m_1 c_1 (\theta_e - \theta_1) + m_p c_p (\theta_e - \theta_p) = 0$$

$$\Rightarrow 0.05 \times 140 \times (\theta_e - 100) + 0.2 \times 4200 \times (\theta_e - 35) = 0 \Rightarrow 70 \times (\theta_e - 100) + 840 \times (\theta_e - 35) = 0$$

$$\Rightarrow \theta_e - 100 + 12\theta_e - 420 = 0 \Rightarrow 13\theta_e = 520 \Rightarrow \theta_e = \frac{520}{13} = 40^\circ \text{C}$$

پاسخ ۴۵



در این مسأله بین دو جسم، یعنی گلوله‌ی فولادی و آب تعادل گرمایی ایجاد می‌شود، بنابراین مجموع گرمای آن‌ها برابر صفر است.

$$\text{جسم (۱): گلوله‌ی فولادی} \quad \begin{cases} m_1 = ? \\ c_1 = 500 \frac{\text{J}}{\text{kg}^\circ\text{C}} \\ \theta_1 = 65^\circ\text{C} \end{cases} \quad \text{جسم (۲): آب} \quad \begin{cases} m_2 = 0.1 \text{ kg} \\ c_2 = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg}^\circ\text{C}} \\ \theta_2 = 25^\circ\text{C} \end{cases} \quad \theta_e = 30^\circ\text{C}$$

$$Q_1 + Q_2 = 0 \Rightarrow m_1 c_1 (\theta_e - \theta_1) + m_2 c_2 (\theta_e - \theta_2) = 0$$

$$\Rightarrow m_1 \times 500 \times (30 - 65) + 0.1 \times 4200 \times (30 - 25) = 0 \Rightarrow -17500 m_1 + 2100 = 0$$

$$\Rightarrow m_1 = \frac{-2100}{-17500} = 0.12 \text{ kg} = 120 \text{ g}$$

پاسخ ۴۶



جیوه و الکل با ایجاد تماس گرمایی و مبادله‌ی گرما بین خود به سمت ایجاد تعادل گرمایی می‌روند و با رسیدن به تعادل گرمایی، دمایشان یکسان و برابر دمای تعادل می‌شود. در این شرایط مجموع گرمای دو جسم که از رابطه‌ی $Q = mc\Delta\theta$ به دست می‌آید برابر صفر خواهد شد.

$$\text{جیوه (۱):} \quad \begin{cases} m_1 = 600 \text{ g} = 0.6 \text{ kg} \\ c_1 = 150 \frac{\text{J}}{\text{kg}^\circ\text{C}} \\ \theta_1 = 50^\circ\text{C} \end{cases} \quad \text{الکل (۲):} \quad \begin{cases} m_2 = 100 \text{ g} = 0.1 \text{ kg} \\ c_2 = ? \\ \theta_2 = -25^\circ\text{C} \end{cases} \quad \theta_e = 20^\circ\text{C}$$

$$Q_1 + Q_2 = 0 \Rightarrow m_1 c_1 (\theta_e - \theta_1) + m_2 c_2 (\theta_e - \theta_2) = 0$$

$$\Rightarrow 0.6 \times 150 \times (20 - 50) + 0.1 \times c_2 \times (20 - (-25)) = 0 \Rightarrow -2700 + 4/5 c_2 = 0 \Rightarrow c_2 = \frac{2700}{4/5} = 600 \frac{\text{J}}{\text{kg}^\circ\text{C}}$$

پاسخ ۴۷



قطعه‌ی مسی با آب 24°C تعادل گرمایی برقرار کرده و مجموعه به دمای تعادل 27°C می‌رسد. پس می‌توانیم مجموع گرماهای مبادله شده توسط این دو جسم را برابر صفر قرار دهیم:

$$\text{جسم (۱): قطعه مس} \quad \begin{cases} m_1 = m \\ c_1 = 400 \frac{\text{J}}{\text{kg}^\circ\text{C}} \\ \theta_1 = ? \end{cases} \quad \text{جسم (۲): آب} \quad \begin{cases} m_2 = 2m \\ c_2 = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg}^\circ\text{C}} \\ \theta_2 = 24^\circ\text{C} \end{cases} \quad \theta_e = 27^\circ\text{C}$$

$$Q_1 + Q_2 = 0 \Rightarrow mc_1(\theta_e - \theta_1) + mc_2(\theta_e - \theta_2) = 0$$

$$\Rightarrow m \times 400 \times (27 - \theta_1) + 2m \times 4200 \times (27 - 24) = 0 \xrightarrow[\text{تقسیم می‌کنیم}]{\text{طرفین را بر } 400m}$$

$$(27 - \theta_1) + 21 \times 3 = 0 \Rightarrow \theta_1 = 63 + 27 = 90^\circ\text{C}$$

پاسخ ۴۸



در این مسأله، سه بار تعادل گرمایی ایجاد می‌شود، از تعادل‌های گرمایی بین مایع‌های A و B و بین مایع‌های B و C می‌توانیم گرمای ویژه‌ی مایع‌های A و C را بر حسب گرمای ویژه‌ی مایع B به دست آوریم و پس از آن دمای تعادل بین مایع‌های A و C را تعیین کنیم. برای این کار مجموع گرماهای دو جسم را برابر صفر قرار می‌دهیم:

$$B \text{ و } A \text{ مایع‌های: } Q_A + Q_B = 0 \Rightarrow m_A c_A (\theta_e - \theta_A) + m_B c_B (\theta_e - \theta_B) = 0$$

$$\Rightarrow 20 \times c_A \times (35 - 30) + 60 \times c_B \times (35 - 40) = 0 \Rightarrow c_A = 3c_B$$

$$C \text{ و } B \text{ مایع‌های: } Q_C + Q'_B = 0 \Rightarrow m_C c_C (\theta'_e - \theta_C) + m_B c_B (\theta'_e - \theta_B) = 0$$

$$\Rightarrow 120 \times c_C \times (30 - 20) + 60 \times c_B \times (30 - 40) = 0 \Rightarrow c_C = \frac{1}{2} c_B$$

$$C \text{ و } A \text{ مایع‌های: } Q'_A + Q'_C = 0 \Rightarrow m_A c_A (\theta''_e - \theta_A) + m_C c_C (\theta''_e - \theta_C) = 0$$

$$\Rightarrow 20 \times 3 c_B (\theta_e'' - 30) + 120 \times \frac{1}{2} c_B (\theta_e'' - 20) = 0 \Rightarrow (\theta_e'' - 30) + (\theta_e'' - 20) = 0$$

$$\Rightarrow 2\theta_e'' = 50 \Rightarrow \theta_e'' = \frac{50}{2} = 25^\circ \text{C}$$

در برقراری این تعادل گرمایی سه جسم شرکت می‌کنند و اتلاف گرمایی نداریم، بنابراین خواهیم داشت:

پاسخ ۴۹



$$\begin{array}{l} \text{جسم (۱): آب } 20^\circ \text{C} \left\{ \begin{array}{l} m_1 = 50 \text{ g} \\ c_1 = c_{\text{آب}} \\ \theta_1 = 20^\circ \text{C} \end{array} \right. \quad \text{جسم (۲): آب } 50^\circ \text{C} \left\{ \begin{array}{l} m_2 = 150 \text{ g} \\ c_2 = c_{\text{آب}} \\ \theta_2 = 50^\circ \text{C} \end{array} \right. \quad \text{جسم (۳): آب } 40^\circ \text{C} \left\{ \begin{array}{l} m_3 = 200 \text{ g} \\ c_3 = c_{\text{آب}} \\ \theta_3 = 40^\circ \text{C} \end{array} \right.$$

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0 \Rightarrow m_1 c_1 (\theta_e - \theta_1) + m_2 c_2 (\theta_e - \theta_2) + m_3 c_3 (\theta_e - \theta_3) = 0$$

$$\Rightarrow 50 \times c_{\text{آب}} \times (\theta_e - 20) + 150 \times c_{\text{آب}} \times (\theta_e - 50) + 200 \times c_{\text{آب}} \times (\theta_e - 40) = 0$$

$$\xrightarrow[\text{تقسیم می‌کنیم}]{\text{طرفین تساوی را بر } 50 c_{\text{آب}}} \rightarrow (\theta_e - 20) + 3 \times (\theta_e - 50) + 4 \times (\theta_e - 40) = 0 \Rightarrow 8\theta_e - 330 = 0 \Rightarrow \theta_e = \frac{330}{8} = 41.25^\circ \text{C}$$

در برقراری این تعادل گرمایی سه جسم، یعنی ظرف مسی، آب و قطعه فلز شرکت می‌کنند. بنابراین باید مجموع گرمایی که

پاسخ ۵۰



هر یک از آن‌ها می‌گیرند یا می‌دهند برابر صفر شود.

$$\begin{array}{l} \text{جسم (۱): ظرف مسی} \left\{ \begin{array}{l} m_1 = 0.3 \text{ kg} \\ C_1 = 400 \frac{\text{J}}{\text{kg}^\circ \text{C}} \\ \theta_1 = 20^\circ \text{C} \end{array} \right. \quad \text{جسم (۲): آب} \left\{ \begin{array}{l} m_2 = 0.45 \text{ kg} \\ c_2 = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg}^\circ \text{C}} \\ \theta_2 = 20^\circ \text{C} \end{array} \right. \\ \text{جسم (۳): قطعه فلز} \left\{ \begin{array}{l} m_3 = 1 \text{ kg} \\ c_3 = ? \\ \theta_3 = 100^\circ \text{C} \end{array} \right. \quad \theta_e = 40^\circ \text{C}$$

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0 \Rightarrow m_1 c_1 (\theta_e - \theta_1) + m_2 c_2 (\theta_e - \theta_2) + m_3 c_3 (\theta_e - \theta_3) = 0$$

$$\Rightarrow 0.3 \times 400 \times (40 - 20) + 0.45 \times 4200 \times (40 - 20) + 1 \times c_3 \times (40 - 100) = 0$$

$$\Rightarrow 2400 + 37800 - 60 c_3 = 0 \Rightarrow c_3 = \frac{40200}{60} = 670 \frac{\text{J}}{\text{kg}^\circ \text{C}}$$