



ویرایش جدید

آمار و مدلسازی

کتاب آخر

مرور و جمع‌بندی آمار و مدلسازی کنکور در ۲۴ ساعت



مهندس منصور سعیدی
مهندس محمدرضا میرجلیلی

به نام پروردگار مهربان

درسنامه جامع + بانک تست

کتاب آخر آمار و مدلسازی

مهندس منصور سعیدی
مهندس محمد رضا میرجلیلی

- مناسب برای همه رشته‌ها (ریاضی، تجربی و انسانی)
- درسنامه‌ی جامع شامل نکات کلیدی و تست‌های نمونه
- شامل بیش از ۴۵۰ پرسش چهار گزینه‌ای
- به همراه پاسخنامه کاملاً تشریحی و حل کامل تست‌ها
- شامل تمامی تست‌های کنکور‌های سال‌های قبل



به نام خداوند بی همتا

زندگی صحنه‌ی یکتای هنرمندی ماست.

هر کسی نفعی خود خواند و از صحنه رود.

صحنه پیوسته به جاست.

خرم آن نغمه که مردم بسپارند به یاد.

سپاس خداوند بی همتا را که بار دیگر لطف خود را بدرقه راهمان نمود تا بتوانیم اثری دیگر را با همت ناچیزمان به ثمر رسانیم. وقتی رضایت شما را از مطالعه و استفاده از این کتاب مشاهده کنیم تمام خستگی بیمودن این راه برایمان لذت‌بخش خواهد شد.

درس آمار و مدل‌سازی یکی از دروس مشترک تمام رشته‌های تحصیلی در مقاطع دبیرستان می‌باشد و در آزمون ورودی تمام رشته‌ها مورد سؤال قرار می‌گیرد و این در حالی است که پاسخ‌گویی به سوالات این درس بسیار راحت‌تر از سایر دروس ریاضی است و ساختار این کتاب به گونه‌ای است که می‌تواند برای تمام دانش‌آموزان رشته‌ی ریاضی فیزیک، علوم تجربی و انسانی بسیار مفید باشد. آمار و مدل‌سازی چند سالی است که در کنکور رشته‌ی ریاضی مورد سؤال واقع شده است و به طور معمول در رشته‌های ریاضی و تجربی ۲ سؤال و در رشته‌ی انسانی ۳ سؤال از این درس مطرح می‌شود که تأکید طراحان بیشتر به فصول ۴، ۵، ۶ و ۷ می‌باشد.

در این کتاب همانند کتاب درسی، کتاب به ۷ فصل مجزا تقسیک شده است که هر فصل شامل درسنامه‌ی جامع، بانک سوالات و پاسخ‌نامه‌ی تشریحی تست‌ها می‌باشد. وجود بیش از ۴۵۰ تست متنوع در این کتاب باعث می‌شود که همه‌ی دانش‌آموزان به یک منبع کامل دسترسی داشته باشند و اعتمادمان بر این است که این کتاب کامل‌ترین کتاب آمار و مدل‌سازی می‌باشد که با خواندن آن تمام مطالب بهطور کامل فهمیده خواهد شد.

در اینجا بر خود واجب می‌دانیم از همه‌ی کسانی که در تکمیل این نسخه با ما همکاری نموده‌اند کمال تشکر و قدردانی را داشته باشیم و به خصوص از آقای حبیب گنجگاهی و خانم مینا نظری که در ویرایش کتاب ما را یاری نمودند و از خانم لاله پارسی که زحمت حروف‌چینی کتاب با ایشان بوده است و خانم سمانه ملا که زحمت صفحه‌آرایی این کتاب را بعده داشتند.

دوستان عزیز، امید آن داریم که توانسته باشیم قدمی هر چند کوچک در جهت پیشرفت علمی شما برداشته باشیم و از کلیه صاحب نظران، استادان و خوانندگان کتاب حاضر صمیمانه درخواست می‌نماییم، هر نوع کاستی چه در صورت و چه در محتوى را متوجه ما بدانند، مطابق عرف جوامع علمی پیشنهادها و نظرات خود را به نشانی الکترونیکی mansaiiedi@yahoo.cam و mr_mirjalili@yahoo.cam اعلام فرمائید.

منصور سعیدی – محمد رضا میرجلیلی

تاریخچه آمار

به راستی آمار چیست؟

آمار به عنوان یک موضوع علمی، امروزه شامل مفاهیم و روش‌هایی است که در تمام پژوهش‌هایی که مستلزم جمع‌آوری داده‌ها به وسیله یک فرآیند آزمایش و مشاهده و انجام استنباط و نتیجه‌گیری به وسیله‌ی تجزیه و تحلیل این داده‌ها هستند، اهمیت بسیار دارند.

آمار هنر و علم جمع‌آوری، تعبیر و تجزیه و تحلیل داده‌ها و استخراج تعمیم‌های منطقی در مورد پدیده‌های تحت بررسی است.

معادل کلمه‌ی آمار در زبان انگلیسی Statistics است که از لحاظ تاریخی، از کلمه‌ی لاتین Status مشتق شده و یکی از معانی کلمه‌ی اخیر، دولت است.

در طول چندین دهه، آمار فقط با بیان اطلاعات و مقادیر عددی درباره اقتصاد، جمعیت‌شناسی و اوضاع سیاسی حاکم در یک کشور، سر و کار داشت.

حتی امروز، بسیاری از نشریات و گزارش‌های دولتی که توده‌ای از آمار و ارقام را در بردازد و تحت عنوانی از قبیل «آمار تولید مزارع» و «آمار کارگران» منتشر می‌شوند، معنی اولیه کلمه‌ی آمار را در ذهن زنده می‌کنند.

اکثر افراد معمولی هنوز این تصویر غلط را درباره آمار دارند که آن را منحصر به ستونهای عددی سرگیجه‌آور و گاهی یک سری شکل‌های مبهوت‌کننده می‌دانند.

بنابراین، یادآوری این نکته ضروری است که نظریه و روش‌های جدید آماری، از حد ساختن جدول‌های اعداد و نمودارها بسیار فراتر رفته‌اند. نمایش‌های عددی به صورت جنبه‌ای فرعی از آمار در آمده‌اند و امروز علم آمار در تمام رشته‌های دانشگاهی به عنوان یکی از دروس اصلی در آمده است و آشنا بودن با فنون و روش‌های آماری یکی از مهارت‌های اصلی مهندسان می‌باشد.

منشاء ظهور آمار به صورت توصیف اطلاعات را می‌توان سرشماری‌هایی که حدود ۴۰۰۰ سال قبل از میلاد مسیح توسط بابلی‌ها و مصری‌ها و بعداً توسط امپراتوری‌های روم و ایران درباره اطلاعات مربوط به زاد و ولد و دارایی‌های افراد جامعه‌ی زیر سلطه‌ی خود انجام می‌گرفته، به حساب آورد.

در آن زمان بود که روش‌هایی برای جمع‌آوری، تنظیم و تلخیص داده‌ها ابداع گردید. در قرن چهاردهم برای محاسبه نرخ بیمه، جمع‌آوری اطلاعات درباره تولد و وفات، تصادفات و حوادث رایج گردید. در اواسط قرن شانزدهم اولین کتاب احتمال توسط کاردن با عنوان «بازیها و شانس» نوشته شد، او در این کتاب روش‌های تقلب در بازی‌های قمار را ارائه داد. بعلاوه، موضوع پیش‌بینی در نتایج حاصل از انجام آزمایش‌ها را مطرح نمود. یکی از کارهای او پیش‌بینی روز وفات خودش بود که برای اثبات صحّت پیش‌بینی در آن روز خودکشی نمود.

در اواسط قرن هفدهم پاسکال و فرما اولین کسانی بودند که مطالعه‌ی احتمال را به طور

علمی شروع نمودند. در همین سالها به طور همزمان مطالعات آماری به صورت توصیفی انجام می‌گرفت. مثلاً گرونت با مطالعه تعداد متولدین کشف نمود که تعداد پسرها از دخترها کمی بیشتر است، اما در سالهای اول زندگی تعداد بیشتری از پسرها فوت می‌کنند.

استفاده از احتمال در آمار، در اوخر قرن هدفه شروع شد، که در این باره می‌توان به مطالعات مندل در مورد قانون وراثت، گالتون در بکارگیری همبستگی و ارتباط بین صفات و به ویژه فیشر در ابداع روش‌های مختلف استنباط آماری اشاره نمود.

از شروع قرن بیستم همه ساله روش‌های متعددی برای جمع‌آوری، تجزیه و تحلیل اطلاعات ارائه گردیده که همچنان ادامه دارد.

امروزه بکارگیری کامپیوتر و استفاده از نرم‌افزارهای آماری، در تجزیه و تحلیل سریع اطلاعات وسیع با محاسبات پیچیده و در همه‌ی زمینه‌های پژوهشی امکان‌پذیر و به عبارتی اجتنابناپذیر گردیده است.

واژه آمار ریشه در تاریخ زبان و فرهنگ کهن ایرانی دارد و قدمت آن به زمان هخامنشیان می‌رسد و تا اواسط دوره اشکانیان واژه هamar یا آمار به معنی شمار و واژه شاهamar به معنی سرشماری به کار می‌رفته است. به گواه سنگ نوشتده‌ها و آثار مورخان شرق‌شناس، در زمان داریوش، به منظور جمع‌آوری آمار، تشكیلات منظمی وجود داشته است و با استفاده از اطلاعات جمع‌آوری شده، دفاتر مالیاتی و نظامی تدوین می‌یافته و بودجه مملکتی براساس آن تنظیم می‌شده است.

در زمان کوروش نیز آمارگیری در مقیاس وسیع و در تمام پهنه ممالک تابعه حکومت مرکزی ایران انجام می‌شده و اخذ هر گونه تصمیم درباره ولایات بایستی مبتنی بر شناساییهای محلی و اطلاع دقیق بر کثرت و یا قلت جمعیت و قدرت و توانایی‌های مالی آن ولایات باشد.

ساسانیان توجه بیشتری به آمار داشتند و امور مالی، کشاورزی و صنعتی و بازرگانی خود را براساس آمارها و اطلاعاتی که مأموران سرشماری جمع‌آوری می‌کردند، به انجام می‌رساندند. به گونه‌ای که در زمان خسرو انسویروان، برای اخذ مالیات سرانه، ضمن انجام سرشماری نفوس، سن افراد و میزان ثروت آنها تعیین می‌شد و حتی میزان محصول درختانی مثل: نخل، زیتون و تاک تعیین می‌گردید و براساس آن برای افاده که سن آنها بین ۲۰ تا ۵۰ سال بود، مطابق ثروت و مکنتی که داشتند، مالیات تعیین و آگهی می‌گردید.

حبيب گنجگاهي

فهرست

اندازه‌گیری و مدل‌سازی

- ۹ درسنامه
۱۱ بانک سوالات
۳۱ پاسخ‌نامه تشریحی

فصل اول



جامعه و نمونه

- ۱۵ درسنامه
۱۸ بانک سوالات
۲۱ پاسخ‌نامه تشریحی

فصل دوم



متغیرهای تصادفی

- ۲۳ درسنامه
۲۵ بانک سوالات
۲۷ پاسخ‌نامه تشریحی

فصل سوم



فصل چهارم

- ۲۹ دسته‌بندی داده‌ها و جدول فروانی
۳۵ بانک سوالات
۴۱ پاسخ‌نامه تشریحی

دسته‌بندی داده‌ها و جدول فروانی



فصل پنجم

- ۴۹ درسنامه
۵۵ بانک سوالات
۶۲ پاسخ‌نامه تشریحی



شاخص‌های موکزی

- ۶۹ درسنامه
۷۵ بانک سوالات
۹۰ پاسخ‌نامه تشریحی

فصل ششم



شاخص‌های پراکندگی

- ۱۰۹ درسنامه
۱۱۶ بانک سوالات
۱۳۰ پاسخ‌نامه تشریحی

فصل هفتم



فصل دوم

جامعه و نمونه

جامعه‌ی آماری: مجموعه‌ای از افراد یا اشیاء است که درباره اعضای آن می‌خواهیم موضوع و یا موضوعاتی را مطالعه کنیم.

مثال ۱: مجموعه بانوان ورزشکار استان تهران که یک جامعه‌ی آماری و موضوع مورد مطالعه‌ی آن، مدت زمان ورزش بانوان در هفته می‌باشد.

مثال ۲: مطالعه‌ی انواع محصولات کشاورزی استان خوزستان، جامعه‌ی آماری محصولات کشاورزی و موضوع مورد مطالعه، انواع محصولات می‌باشد.

اندازه‌ی جامعه: تعداد اعضای جامعه را، اندازه‌ی جامعه می‌گوییم.

تعريف سرشماری: اگر تمام افراد جامعه را از نظر یک یا چند صفت مورد مطالعه قرار دهیم می‌گوییم سرشماری کردادیم. معمولاً در سرشماری با مشکلاتی مواجه هستیم که مهم‌ترین آن‌ها عبارتند از:

- ۱ در دسترس نبودن تمام اعضای جامعه
- ۲ وقت گیر بودن دسترسی به تمام اعضای جامعه
- ۳ گران تام شدن بررسی تمام اعضای جامعه
- ۴ از بین رفتن جامعه در برخی از مطالعات

این مشکلات باعث می‌شود به جای آنکه تک تک افراد جامعه را مورد بررسی قرار دهیم و صفت مورد نظر را در همه‌ی آن‌ها اندازه‌گیری کنیم تعدادی از آن‌ها را برای این منظور انتخاب کنیم، یعنی نمونه بگیریم.

تست نمونه

در سرشماری، چه تعداد از موارد زیر به عنوان مشکل محسوب می‌شود؟

(الف) در دسترس نبودن تمام اعضای جامعه

(ب) وقت گیر بودن دسترسی به تمام اعضای جامعه

(ج) گران تام شدن بررسی تمام اعضای جامعه

(د) از بین رفتن جامعه در برخی از مطالعات

- 4 (4) 3 (3) 2 (2) 1 (1)

پاسخ: گزینه‌ی (4)

نمونه: زیرمجموعه‌ای از جامعه‌ی آماری است که بیان کننده‌ی ویژگی‌های اصلی جامعه است. عمل نمونه‌گیری مهم‌ترین بخش آمار است. برای آنکه نمونه بتواند به درستی نمایان گر خصوصیات تمام جامعه باشد، باید به اندازه‌ی کافی بزرگ باشد. همچنین اعضای نمونه باید تصادفی انتخاب شوند، یعنی انتخاب آن‌ها نباید از قانون خاصی پیروی کند به طوری که همه اعضای جامعه شناس انتخاب شدن را داشته باشند. هرچه جامعه بزرگ‌تر باشد، برای آنکه نمونه بتواند بیان‌گر جامعه باشد باید نمونه هم بزرگ‌تر باشد.



اندازه‌ی نمونه: تعداد اعضای نمونه را اندازه‌ی نمونه می‌گوییم.

نمونه‌ی تصادفی: نمونه‌ی تصادفی زیر مجموعه‌ی آماری است که دو ویژگی زیر را داشته باشد:

۱ هر یک از اعضا امکان حضور در آن را داشته باشند.

۲ قبل از انتخاب نمونه نتوانیم با اطمینان درمورد حضور یا عدم حضور عده‌ای در نمونه قضاوت کنیم. نمونه‌گیری تصادفی ساده به روش‌های مختلفی انجام می‌گیرد، یکی از آن‌ها استفاده از اعداد تصادفی با کمک ماشین حساب است (اعداد تصادفی اعداد بین صفر و یک هستند).

حال فرض کنید اندازه‌ی جامعه‌ای که می‌خواهیم از آن نمونه را انتخاب کنیم 150 باشد و عدد تصادفی انتخاب شده توسط ماشین حساب $0/273$ باشد، دراین صورت: $0/273 \times 150 = 40/95$. یکی از اعدادی است که از حال قسمت اعشاری را حذف کرده و یک واحد به آن اضافه کنید. 41 یکی از اعدادی است که از بین اعداد 1 تا 150 به تصادف انتخاب شده است.

تست نمونه

کدامیک از اعداد زیر بعنوان عدد تصادفی توسط ماشین حساب می‌تواند انتخاب شود؟

(1) 1/21 (2) -0.241 (3) 0/256 (4) 3

پاسخ: گزینه‌ی (3) عدد باید بین صفر و 1 باشد

اگر متوسط اندازه‌ی جامعه‌ای 100 باشد و توسط ماشین حساب عدد $0/253$ به تصادف بدست آید چه عددی از این جامعه به تصادف می‌باشد انتخاب شود؟

(1) 23 (2) 24 (3) 25 (4) 26

پاسخ: گزینه‌ی (4)

مشاهده‌ی آماری: عبارت است از جمع‌آوری اطلاعات مربوط به صفات متغیر در یک جامعه‌ی آماری.

صفت: به کمیت یا کیفیتی که متعلق به عناصر جامعه‌ی آماری باشد صفت می‌گوییم که بر دو نوع است:

۱ صفت ثابت: همه‌ی عناصر جامعه آن را دارا می‌باشند. مثل: کارمندان انتشارات مهر و ماه.

۲ صفت متغیر: در یک فرد از جامعه ممکن است باشد ولی در دیگری نباشد. مثل: گروه خونی A.

تعريف داده: نتایج حاصل از اندازه‌گیری یا بررسی نمونه را داده می‌گوییم.

مثال: فرض کنید از جامعه‌ای 10 نفر را با عنوان یک نمونه‌ی 10 تایی با استفاده از اعداد تصادفی انتخاب کردۀایم که موضوع مورد مطالعه وزن افراد جامعه است. حال اگر وزن این افراد را اندازه بگیریم حاصل کار 10 عدد خواهد بود این اعداد را که حاصل اندازه‌گیری اعضای نمونه هستند، داده می‌گوییم.

روش‌های جمع‌آوری داده‌ها

۱ از طریق پرسش (به دو صورت پرسش شفاهی از اشخاص (مصاحبه) و پرسشنامه‌ی کتبی)

۲ از طریق مشاهده و ثبت وقایع (مثلاً ثبت تعداد اتومبیل‌هایی که روزانه از چراغ قرمز یک چهار راه عبور می‌کنند)

۳ از طریق انعام آزمایش (مانند اندازه‌گیری قد و وزن دانش‌آموزان کلاس اول شهر تهران)

۴ استفاده از داده‌های از پیش تهیه شده (مانند مراجعته به مرکز آمار ایران و استفاده از اطلاعات موجود در آن سازمان)



طراحی پرسش نامه: برای اینکه مطمئن شویم از تمام افرادی که مورد بررسی آماری هستند پرسش هایی به طور یکسان شده است، پرسش نامه کتی بر مصاحبه ارجحیت دارد. مهمترین عواملی که باید در یک پرسش نامه مد نظر گرفته شود عبارتند از:

۱) محتوی پرسش نامه سازمان دهی شود و هدف تعیین گردد.

۲) فقط داده ها و اطلاعات مورد نیاز جمع آوری شوند.

۳) پرسش ها طوری یاشنند که برداشت متفاوتی از آنها نشود و چیزی به ذهن افراد القاء نکند. (از سوالات هدایت کننده استفاده نکنید).

۴) در پایان از پاسخ دهنده تشکر شود.



تست نمونه

کدام یک از موارد زیر مهم ترین بخش آمار است؟

(1) انتخاب موضوع مورد مطالعه

(2) عمل نمونه گیری

(3) جمع آوری اطلاعات

پاسخ: گزینه (2)

● جهت پی بردن به نحوی توزیع نوعی کالا، طرح کدام گزینه در پرسش نامه نامناسب است؟

(1) فوق العاده (2) خوب (3) متوسط (4) ضعیف

پاسخ: گزینه (1) اگر جویای نظر یا عقیده راجع به موضوع یا محصولی هستید، پاسخ ها را به صورت کمی یا کیفی سطح بندی شده انتخاب کنید.

● موضوع مقابل را در نظر بگیرید: (بهار فصل مورد علاقه‌ی پیشتر مردم ایران برای مسافرت است). بهترین

روش جمع آوری داده برای این فرضیه کدام است؟

(1) مشاهده و ثبت وقایع

(2) استفاده از داده های از قبل تهیه شده

(3) انجام آزمایش

پاسخ: گزینه (4)

● فرض کنید از یک کلاس 45 نفره می خواهیم با استفاده از اعداد تصادفی یک نفر را انتخاب کنیم. اگر عدد

تصادفی 0/658 باشد نفر چند کلاس باید انتخاب شود؟

(1) 29 (2) 30 (3) 31 (4) 32

پاسخ: گزینه (2)

● به کارگیری کدام یک از موارد در پرسش نامه، مانع برداشت های متفاوت از سوالات می شود؟

(1) سوالات هدایت کننده

(2) عبارات دارای معیارهای مشخص

(3) داده ها و اطلاعات اضافی

پاسخ: گزینه (4)



بانک سوالات

1. در یک محله، عبور افراد پیاده از عرض اتوبان وقت‌گیر است. برای جمع‌آوری اطلاعات این مشکل، جامعه کدام است؟
- افراد در حال گذر
 - رانندگان
 - افراد ساکن در آن محل
 - پلیس و مسئولین شهرداری
2. اعداد تصادفی همواره
- اعداد صحیح می‌باشند.
 - اعداد طبیعی هستند.
 - اعدادی بین صفر و یک می‌باشند.
3. یکی از روش‌های نمونه‌گیری که در آن همه‌ی افراد جامعه برای انتخاب شدن شناسنی دارند، نام دارد.
- نمونه‌گیری مرحله‌ای
 - نمونه‌گیری تصادفی ساده
 - نمونه‌گیری گروهی
4. بررسی وضعیت تحصیلی دانش‌آموزان یک دیبرستان پسرانه‌ی معین نشان می‌دهد که از هر چهار نفر دانش‌آموز دیبرستان یک نفر علاقمند به تحصیل می‌باشد. جامعه و نمونه‌ی آماری کدامند؟
- | | |
|---|-----------------------------------|
| نمونه: دانش‌آموزان شهر | جامعه: دانش‌آموزان مشغول به تحصیل |
| نمونه: دانش‌آموزان دیبرستان پسرانه | جامعه: دانش‌آموزان مشغول به تحصیل |
| نمونه: دانش‌آموزان دیبرستان پسرانه‌ی معین | جامعه: دانش‌آموزان دیبرستانی |
| نمونه: دانش‌آموزان دیبرستانی | جامعه: دانش‌آموزان دیبرستانی |
5. می‌خواهیم تأثیر نور خورشید بر روی سرعت رشد گیاهان را بررسی کنیم چه روشی برای جمع‌آوری داده‌ها مناسب‌تر است؟
- پرسشنامه
 - آزمایش
 - ثبت وقایع
 - اصحابه
6. در کدام یک از جوامع زیر می‌توان نمونه‌گیری را به صورت تصادفی ساده انجام داد؟
- مخزن آب آشامیدنی
 - آزمایش
 - ماشین‌های یک پارکینگ
 - مورد 1 و 2
7. برای بررسی میزان علاقمندی مردم به انواع برنامه‌های تلویزیون، بهترین روش جمع‌آوری اطلاعات کدام است؟
- آزمایش
 - ثبت وقایع
 - پرسشنامه و مصاحبه
 - استفاده از اطلاعات از قبل جمع‌آوری شده
8. در یک جامعه به حجم 200 می‌خواهیم به کمک ماشین حساب نمونه‌گیری کنیم. اعداد تصادفی 0/31 و 0/68 به دست آمده است. چه شماره‌هایی متناظر با این اعداد باید انتخاب شود (به ترتیب)؟
- 68 و 31
 - 62 و 31
 - 136 و 62
 - 136 و 68



پاسخ نامه‌ی تشریحی

1. گزینه‌ی «2»

اعداد تصادفی اعدادی بین صفر و یک هستند. آنچه که در این عنوان نهفته است، آن است که ما عددی را از بین مجموعه‌ای از اعداد با اتکا به روش‌های تصادفی انتخاب کنیم.

2. گزینه‌ی «3»
3. گزینه‌ی «2» انتخاب افراد نمونه از جامعه‌ی آماری را نمونه‌گیری گویند، اما برای بدست آوردن یک نمونه‌ی خوب باید روش نمونه‌گیری چنان باشد که افراد جامعه برای انتخاب شدن شناس یکسانی داشته باشند که این روش، نمونه‌گیری تصادفی ساده نام دارد.

4. گزینه‌ی «3»

5. گزینه‌ی «2» برای بررسی اثر نور خورشید بر رشد گیاهان باید شرایطی را فراهم کنیم و نتایج را بررسی کنیم؛ پس روش آزمایش مناسب است.

6. گزینه‌ی «3» نمونه‌گیری تصادفی ساده که با کمک ماشین حساب انجام می‌شود برای جوامع شمارش‌پذیر کاربرد دارد.

7. گزینه‌ی «4»

8. گزینه‌ی «3» $n_1 = 0 / 31 \times 200 = 62$

$$n_2 = 0 / 68 \times 200 = 136$$

9. گزینه‌ی «2»

10. گزینه‌ی «1»

11. گزینه‌ی «2»

12. گزینه‌ی «4»

13. گزینه‌ی «2»

14. گزینه‌ی «3»

7. حال قسمت اعشاری را حذف می‌کنیم و یک واحد به آن اضافه می‌کنیم، بنابراین:

15. گزینه‌ی «1» در علم احتمال به عملی که برای جمع‌آوری داده‌ها صورت می‌پذیرد، آزمایش می‌گوییم.

16. گزینه‌ی «1» می‌توان سن ازدواج اشخاص را از روی اطلاعات از پیش تهیه شده (از دفاتر رسمی ازدواج) تهیه کرد.

علاقه‌ی اشخاص به انجام نوعی ورزش با رنگ مورد علاقه‌ی مردم برای انتخاب اتومبیل (گزینه‌های 2 و 4) را می‌توان از طریق پرسش بررسی کرد و رابطه‌ی گرفتن رژیم غذایی با میزان هوش نیز به کمک آزمایش قابل بررسی است.

17. گزینه‌ی «4» در گزینه‌ی 1 چون تمام افراد جامعه مورد مطالعه قرار گرفته‌اند پس همان تعریف سرشماری است. در گزینه‌های 2 و 3 کاملاً بدیهی است که در عمل سرشماری نمونه و جامعه‌ی آماری از نظر اندازه برابرند پس سرشماری صورت گرفته در نتیجه گزینه‌ی 4 مطلوب مسئله است.



تست نمونه

برای مطالعه‌ی تعداد افراد خانوارهای یک شهرک یک نمونه‌ی 40 تایی از خانوارهای این شهرک را انتخاب کرده و درج‌دول زیر آورده‌ایم. چند است؟

تعداد افراد خانوار	1	2	3	4	5
تعداد خانوارها	8	15	f_3	5	2

11 (4) 10 (3)

9 (2)

8 (1)

$$8 + 15 + f_3 + 5 + 2 = 40 \Rightarrow f_3 = 10$$

پاسخ:

فراوانی نسبی: فراوانی نسبی را با \bar{f}_i نشان می‌دهیم و داریم:

$$\frac{\text{فراوانی مطلق دسته‌ی } i}{\text{تعداد داده‌ها}} = \frac{f_i}{n} \quad \text{و} \quad n = \sum_{i=1}^n f_i$$

درصد فراوانی نسبی: درصد فراوانی نسبی را با p_i نمایش می‌دهیم که از رابطه‌ی زیر بدست می‌آید:

$$p_i = \bar{f}_i \times 100 = \frac{f_i}{n} \times 100$$

نکته: توجه داشته باشیم که در هر جدول فراوانی داریم:

$$100 = \frac{\text{مجموع درصد فراوانی‌های نسبی}}{\text{مجموع فراوانی‌های نسبی}}$$

تست نمونه

نمرات تعدادی دانش‌آموز را در 4 دسته طبقه‌بندی کرده‌ایم. اگر حدود دسته‌ی سوم 10-15 و فراوانی دسته‌ها

به ترتیب 4 و 8 و 10 و 15 باشد. چند دانش‌آموز در این درس مردود شده‌اند؟

37 (4) 22 (3)

12 (2)

8 (1)

پاسخ: یعنی کسانی که کمتر از 10 گرفته‌اند.

حدود دسته	0 - 5	5 - 10	10 - 15	15 - 20
فراوانی	4	8	10	15

$$\rightarrow 4 + 8 = 12$$

توزیع زیر را در نظر می‌گیریم، در این توزیع فراوانی نسبی $2 = \frac{x}{4}$ برابر $0/4$ می‌باشد در این صورت x کدام است؟

x_i	1	2	3	4
f_i	5	x	9	4

14 (4) 12 (3)

10 (2)

8 (1)

پاسخ:

$$\bar{f}_i = \frac{f_i}{\sum f_i} \Rightarrow \frac{4}{10} = \frac{4}{5+x+9+4} \Rightarrow \frac{4}{10} = \frac{x}{18+x} \Rightarrow 72 + 4x = 10x \Rightarrow 6x = 72 \Rightarrow x = 12$$



23. برای رسم نمودار منحنی فراوانی تجمعی جدول داده‌ها روی محور افقی به اندازه‌ی و روی محور عمودی به اندازه‌ی انتخاب می‌شود.

- (2) کرانه‌ی طبقات - فراوانی تجمعی
 (4) نماینده‌ی طبقات - فراوانی تجمعی

(1) فراوانی تجمعی - حدود طبقات

(3) فراوانی تجمعی - فراوانی مستطیل

24. اگر هیستوگرام داده آماری در دست باشد، با بهم پیوستن کدام نقاط نمودار چندضلعی حاصل می‌شود؟

- (2) گوشی سمت چپ مستطیل‌ها
 (4) وسط بلندی مستطیل‌ها

(1) گوشی سمت راست مستطیل‌ها

(3) وسط عرض‌های فوقانی مستطیل‌ها

25. داده‌های آماری پیوسته در 8 طبقه دسته بندی شده‌اند به طوری که اولین دسته به صورت

44-50 نوشته شده است. بزرگترین این داده‌ها کدام است؟

- 98 (4) 94 (3) 92 (2) 90 (1)

26. در جدول داده‌های زیر \times را چنان تعیین کنید که فراوانی نسبی دسته‌ی سوم برابر $0/2$ باشد؟

دسته‌ها	4/5-9/5	9/5-14/5	14/5-19/5	19/5-24/5
فراوانی	7	x	4	6
	3 (4)	4 (3)	2 (2)	1 (1)

27. در جدول داده‌های زیر اگر درصد فراوانی دسته‌ی وسط برابر 30 باشد، مجموع همه‌ی داده‌ها کدام است؟

- 60 (4) 58 (3) 55 (2) 52 (1)

28. در یک جدول فراوانی 5 دسته موجود است. اگر حدود دسته‌ی سوم به صورت $(5-15)$ باشند، مرکز دسته‌ی آخر کدام است؟

- 40 (4) 30 (3) 20 (2) 10 (1)

29. داده‌های جدول رویه‌رو مفروض می‌باشد. فراوانی نسبی تجمعی متناظر با مقدار $x_i = 5$ کدام است؟

x_i	2	3	4	5	6
f_i	5	7	8	5	5

30. فراوانی تجمعی طبقه‌ای 36 است. کدام مقدار زیر می‌تواند فراوانی تجمعی طبقه‌ی بعد از آن باشد؟

- 34/5 (4) 44 (3) 38/5 (2) 32 (1)

31. داده‌های یک بررسی آماری در جدول رویه‌رو ارائه شده است. دامنه‌ی تغییرات این داده‌ها کدام است؟

مرکز دسته	x_i	2/5	7/5	12/5	17/5
فراوانی مطلق	f_i	2	5	3	7

- 15 (4) 20 (3) 17 (2) 5 (1)

32. در جدول توزیع فراوانی داده‌ها، مرکز طبقه‌ی اول، دوم و آخر به ترتیب $36/5$ و $60/5$ و $204/5$ می‌باشد. تعداد طبقات کدام است؟

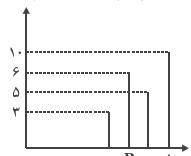
- 9 (4) 8 (3) 7 (2) 6 (1)

33. اگر فراوانی نسبی طبقه‌ای $0/15$ و فراوانی مطلق همین طبقه 12 باشد، فراوانی تجمعی آخرین طبقه کدام است؟

- 90 (4) 80 (3) 70 (2) 60 (1)



9. اگر نمودار میله‌ای داده‌های آماری به صورت مقابل باشد، در نمودار دایره‌ای، زاویه‌ی مربوط به A چند درجه از زاویه‌ی مربوط به B بیشتر است؟



90° (2)

60° (1)

45° (4)

30° (3)

10. در یک نمونه آماری فراوانی نسبی متغیری با فراوانی مطلق 30/0 می‌باشد زاویه‌ی مربوط به نمودار دایره‌ای متغیری با فراوانی 20 چند است؟

182 درجه (4)

216 درجه (3)

144 درجه (2)

72 درجه (1)

11. در یک بررسی آماری طول 100 شاخه تیرآهن تولید شده بوسیله یک کارخانه مورد بررسی قرار گرفته است. نمودار مناسب برای بهتر نشان دادن تغییرات این متغیر کدام است؟

(1) نمودار ساقه و برگ

(2) نمودار میله‌ای

(3) نمودار چندبر

12. در نمودار ساقه و برگ تعداد کل برگ‌ها برابر است با:

(4) مورد 1 و 3

(3) حجم جامعه

(2) فراوانی نسبی

(1) فراوانی مطلق

13. برای رسم نمودار چندبر فراوانی روی محورهای افقی و عمودی چه می‌نویسیم؟

(1) حدود دسته‌ها و فراوانی تجمعی

(2) حدود دسته‌ها و فراوانی مطلق

(4) مرکز دسته‌ها و فراوانی تجمعی

(3) مرکز دسته‌ها و فراوانی مطلق

14. کدام نمودار از نمودارهای زیر برای نمایش فراوانی نسبی داده‌های جدول زیر مناسب‌تر است؟

گروه خونی	A	B	AB	O
فراوانی مطلق	5	3	8	2

(4) مورد 2 و 3

(3) نمودار دایره‌ای

(2) نمودار میله‌ای

(1) نمودار مستطیلی

15. کدام نمودار زیر برای نمایش داده‌ها با مقایسه اسمی بکار می‌رود؟

(1) نمودار مستطیلی

(2) نمودار چندضلعی

(3) نمودار دایره‌ای

(4) نمودار تراکمی

16. اگر تعداد اعضاء هر دسته را در یک جامعه آماری 3 برابر کنیم، زاویه‌ی مربوط به یک دسته‌ی معین در نمودار دایره‌ای این جامعه چگونه خواهد شد؟

(2) کم می‌شود.

(1) زیاد می‌شود.

(4) با این اطلاعات نمی‌توان اظهار نظر نمود.

(3) تغییر نمی‌کند.

17. در یک نمودار دایره‌ای فراوانی دسته‌های A و B به ترتیب $\frac{3}{2}$ و $\frac{5}{2}$ برابر فراوانی دسته‌ی D می‌باشد و

فرافوانی دسته‌ی C با D برابر است. زاویه‌ی B کدام است؟

30 (4)

45 (3)

60 (2)

90 (1)



34. «چه نموداری» برای نشان دادن توزیع درصدهای انواع هزینه‌های یک شرکت، مناسب است؟

- (1) دایره‌ای (2) چند بر فراوانی (3) مستطیلی (4) چند بر فراوانی نسبی

35. در نمودار ساقه و برگ 50 داده‌ی بین 10 و 20 که برخی داده‌ها شامل یک رقم اعشار بوده، برگ‌های مربوط به اتصال 14 روی این ساقه به صورت 0355556779 نمایش داده شده، «چند درصد داده‌ها درست عدد 14/5 بوده‌اند؟

- 20 (4) 10 (3) 8 (2) 4 (1)

36. در نمودار دایره‌ای نشان دهنده سمت‌های 48 نفر کارمند یک مؤسسه، زاویه‌ی مرکزی مربوط به کارشناسان برابر 45° بوده، «تعداد آنان» چند نفر است؟

- 16 (4) 15 (3) 6 (2) 3 (1)

37- جدول زیر درصد فراوانی تجمعی در گروه‌های سنی کمتر از 120 سال، در یک جامعه است، در نمودار دایره‌ای زاویه‌ی مربوط به سطح گروه سنی بین 20 و 30 سال چند درجه است؟ (سراسری انسانی ۹۲)

کران بالای سن	10	20	30	40	120	48 (1)
درصد فراوانی تجمعی	17	36	51	70	100	54 (2) 56 (3) 60 (4)

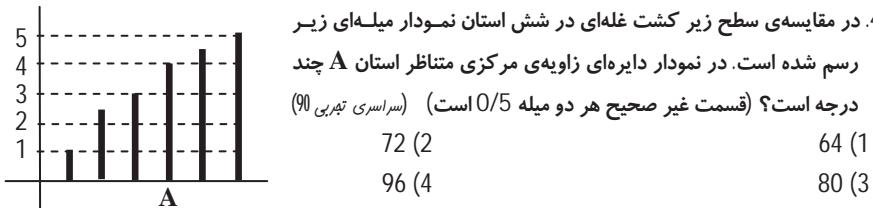
38. در جدول مقابل مرکز دسته با درصد فراوانی نسبی داده شده است. در نمودار دایره‌ای زاویه‌ی مربوط به بازدی (25,28] چند درجه است؟ (سراسری ریاضی ۹۱- فارغ از کشور)

مرکز دسته	17/5	20/5	23/5	26/5	29/5	81 (2)
درصد فراوانی نسبی	17	20/5	22	x	18	90 (4)

39. در نمودار ساقه و برگ مقابله چند درصد داده‌ها ناکمتر از 40 و کمتر از 47 است؟ (سراسری انسانی ۹۱)

ساقه	برگ									24 (1)
3	2	3	3	3	4	4	5	6	7	25 (2)
4	0	1	3	4	4	5	7	7		28 (3)
5	1	1	1	2	2	3	3	4		32 (4)

40. در مقایسه‌ی سطح زیر کشت غله‌ای در شش استان نمودار میله‌ای زیر رسم شده است. در نمودار دایره‌ای زاویه‌ی مرکزی متناظر استان A چند درجه است؟ (قسمت غیر صحیح هر دو میله 5/0 است) (سراسری تبری ۹۰)





پاسخنامه‌ی تشریحی

$$13 / 2 = \frac{\sum_{i=1}^{10} x_i}{10} \Rightarrow \sum_{i=1}^{10} x_i = 132$$

طبق رابطه داریم: ۱. گزینه‌ی «۳»:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^8 x_i}{8} = \frac{132 - 5 - 7}{8} = 15$$

حال ۵ و ۷ را بیرون می‌کنیم:

۲. گزینه‌ی «۲» مُد به یک سری از داده‌ها که از همه بیشتر تکرار می‌شود اطلاق می‌شود در این سوال داده ۳۶ سه بار تکرار شده است، پس مُد می‌باشد.

۳. گزینه‌ی «۳» چون کمترین داده برابر ۱۰ است، پس میانگین کمتر از ۱۰ نمی‌تواند باشد و چون بزرگترین داده برابر با ۱۸ است، پس میانگین از ۱۸ بزرگتر نیست. بنابراین میانگین باید در محدوده‌ی ۱۰ تا ۱۸ قرار گیرد که فقط گزینه‌ی ۳ در این شرط صدق می‌کند.

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n f_i x_i}{n} \quad \text{میانگین را با استفاده از رابطه‌ی ۴. گزینه‌ی «۳» بدست می‌آوریم، پس:}$$

$$\bar{x} = \frac{(1000 \times 7) + (4000 \times 8) + (15 \times 6000)}{7 + 8 + 15} \Rightarrow \bar{x} = \frac{7000 + 32000 + 90000}{30} \Rightarrow \bar{x} = 4300$$

۵. گزینه‌ی «۱» می‌دانیم فراوانی نسبی برابر با تقسیم فراوانی مطلق بر تعداد داده‌ها است، پس:

$$\frac{\text{فراوانی مطلق طبقه‌ی } i}{n} = \frac{f_i}{n} \Rightarrow \bar{f}_i = \frac{f_i}{n} \Rightarrow n = \frac{f_i}{\bar{f}_i} = \frac{12}{0/25} = 48$$

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n f_i x_i}{n} = \frac{480}{48} = 10$$

اگر میانگین n داده‌ی آماری \bar{x}_1 و میانگین m داده‌ی آماری \bar{x}_2 باشد، میانگین ۶. گزینه‌ی «۳»

$$\bar{x} = \frac{n\bar{x}_1 + m\bar{x}_2}{m + n} \quad \text{می‌باشد. بنابراین در این مسئله:}$$

$$\bar{x} = \frac{5 \times 37 / 3 + 6 \times 45}{11} = 41 / 5$$

۷. گزینه‌ی «۴» می‌دانیم اگر میانگین داده‌های x_1, x_2, \dots, x_n برابر با \bar{x} باشد، میانگین $ax_1 + b, ax_2 + b, \dots, ax_n + b$ است. پس:

$$\bar{x}_1 = 10 \Rightarrow \bar{x}_2 = 2\bar{x}_1 - 3 = 20 - 3 = 17$$



«1. گزینه‌ی 1»

یادآوری: مجموع اعداد طبیعی از 1 تا n از رابطه‌ی $\frac{n(n+1)}{2}$ به دست می‌آید.

$$1+2+3+\dots+100 = \frac{100(100+1)}{2} = 5050$$

$$\bar{x}_1 = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{1+(1+2+3+4+\dots+99+100)}{101} = \frac{1+5050}{101} = \frac{5051}{101}$$

$$\bar{x}_2 = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{1+2+3+\dots+99+100+100}{101} = \frac{5150}{101} \Rightarrow \bar{x}_2 - \bar{x}_1 = \frac{5150}{101} - \frac{5051}{101} = \frac{99}{101}$$

مددادهای با بیشترین فراوانی است. با توجه به نمودار عدد 9 بیشترین فراوانی را دارد. اما برای پیدا کردن میانه ابتدا باید داده‌ها مرتب باشند که این امر در نمودار ساقه و برگ به‌طور طبیعی رخ می‌دهد زیرا داده‌ها به صورت صعودی مرتب شده‌اند. از طرفی تعداد برگ‌ها برابر تعداد کل داده‌های است. تعداد داده‌ها در این نمودار 16 داده است. چون تعداد داده‌ها زوج است پس میانه، نصف مجموع دو داده‌ی وسط خواهد بود.

$$\text{میانه} = \frac{10+12}{2} = \frac{22}{2} = 11$$

$$\text{تفاضل مد از میانه} = 11 - 9 = 2$$

چون دامنه‌ی تغییرات داده‌ها زیاد است بهترین شاخص میانه است. از طرفی:
مد = 7

$$\text{میانگین} = \frac{16+7+15+7+14+5+13}{7} = \frac{77}{7} = 11$$

$$\text{دامنه‌ی تغییرات} = 16 - 5 = 11$$

$$\text{میانه} \Rightarrow 5\ 7\ 7\ ⑬\ 14\ 15\ 16 \Rightarrow 13$$

يعني از منظر میانه، وضع نمرات خوب ارزیابی می‌شود.

برای مقایسه‌ی بین رفتارها در مطالعات آماری، از فراوانی نسبی استفاده می‌کنیم.

باید، مقدار همه‌ی شاخص‌ها را بابیم:

$$\text{مد} = 7 : \text{داده‌های مرتب شده}$$

$$\bar{x} = \frac{\text{مجموع داده‌ها}}{\text{تعداد}} = \frac{91}{7} = 13$$

$$\text{میانه} = 15$$

$$\text{دامنه‌ی تغییرات} = 18 - 7 = 11$$

بنابراین بیشترین اختلاف بین میانه و مد است.



$$\sigma_2^2 = (1/5)^2 \times \sigma_1^2 = (1/5)^2 \times 4 = 9$$

برای 26 داده‌ی اولیه داریم:
«3». گزینه‌ی 118
«4». گزینه‌ی 119

$$(\sigma^2)_1 = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n_1} \Rightarrow 4 = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{26}$$

$$\Rightarrow \sum_{i=1}^{26} (x_i - \bar{x})^2 = 104 \Rightarrow \sum_{i=1}^{25} (x_i - \bar{x})^2 + (x_{26} - \bar{x})^2 = 104$$

$$\xrightarrow{x_{26} = \bar{x}} \sum_{i=1}^{25} (x_i - \bar{x})^2 + (\bar{x} - \bar{x})^2 = 104$$

$$\Rightarrow \sum_{i=1}^{25} (x_i - \bar{x})^2 = 104 \Rightarrow (\sigma^2)_2 = \frac{\sum_{i=1}^{25} (x_i - \bar{x})^2}{n_2} = \frac{104}{25} = 4/16$$

«4». گزینه‌ی 120

$$\bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i} = \frac{2+21+15+35+27}{2+7+3+5+3} = \frac{100}{20} = 5$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum f_i (x_i - \bar{x})^2}{\sum f_i}$$

$$= \frac{2(1-5)^2 + 7(3-5)^2 + 3(5-5)^2 + 5(7-5)^2 + 3(9-5)^2}{20} = \frac{128}{20} = 6/4$$

ابتدا میانگین را می‌یابیم: «4». گزینه‌ی 121

$$\bar{x} = \frac{(2 \times 12) + (2 \times 9) + (2 \times 10) + 11 + 7}{8} = \frac{80}{8} = 10$$

حال مقدار واریانس را محاسبه می‌کنیم:

$$\Rightarrow \sigma^2 = \frac{2(12-10)^2 + 2(9-10)^2 + 2(10-10)^2 + (11-10)^2 + (7-10)^2}{8} = \frac{20}{8} = 2/5$$

«2». گزینه‌ی 122

$$\left. \begin{array}{l} \text{میانگین داده‌های جدیدی} \\ \text{انحراف معیار داده‌های جدید} \end{array} \right\} = \bar{x} + \bar{x} = 2\bar{x} \Rightarrow \sigma$$

$$\frac{\text{انحراف معیار داده‌های جدید}}{\text{میانگین داده‌های جدید}} = \frac{\sigma}{\text{ضریب تغییرات داده‌های جدید}} = \frac{\sigma}{2\bar{x}} = \frac{1}{2} \times \frac{\sigma}{\bar{x}}$$

یعنی ضریب تغییرات داده‌های جدید نصف ضریب تغییرات داده‌های قبلی است.



131. گزینه‌ی «1» هرگاه داده‌های آماری با عدد ثابتی جمع شوند، میانگین نیز با آن عدد جمع شده ولی انحراف معیار تغییری نمی‌کند، یعنی:

$$\sigma_2 = \sigma_1 , \bar{x}_2 = \bar{x}_1 + \bar{x} = \bar{x} + \bar{x} \Rightarrow \bar{x}_2 = 2\bar{x}$$

$$(C.V)_1 = \frac{\sigma_1}{\bar{x}_1} \Rightarrow 1/2 = \frac{\sigma_1}{\bar{x}} \Rightarrow (C.V)_2 = \frac{\sigma_2}{\bar{x}_2} = \frac{\sigma_1}{2\bar{x}} = \frac{1}{2} \times 1/2 = 0/6$$

ابدا میانگین را محاسبه می‌کنیم: 132. گزینه‌ی «2»

$$\bar{x} = \frac{(1 \times 1) + (2 \times 3) + (9 \times 5) + (4 \times 7)}{1+2+4+9} = \frac{1+6+45+28}{16} = \frac{80}{16} = 5$$

حال واریانس را حساب می‌کنیم:

$$\sigma^2 = \frac{1(1-5)^2 + 2(3-5)^2 + 9(5-5)^2 + 4(7-5)^2}{16} = \frac{40}{16} = \frac{10}{4} \Rightarrow \sigma = \frac{\sqrt{10}}{2}$$

$$\bar{x}_1 = \frac{\sum x_i}{n} \Rightarrow 15 = \frac{\sum x_i}{8} \Rightarrow \sum x_i = 120 \quad (1)$$

133. گزینه‌ی «4»

$$\sigma_1^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n} \Rightarrow \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{8} = 4 \Rightarrow \sum (x_i - \bar{x})^2 = 32 \quad (2)$$

در داده‌های جدید: $12 + 18 + \sum x_i = 30 + 120 = 150$

$$\bar{x}_2 = \frac{150}{10} = 15$$

$$\sigma_2^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{10} \Rightarrow \frac{32 + (18-15)^2 + (12-15)^2}{10} = \frac{32 + 9 + 9}{10} = 5$$

$$\bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{n}$$

134. گزینه‌ی «3»

$$\bar{x} = \frac{3 \times 1 + 6 \times 3 + 4 \times 5 + 2 \times 7 + 1 \times 9}{16} = \frac{64}{16} = 4$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 f_i}{n} = \frac{(1-4)^2 \times 3 + (3-4)^2 \times 6 + (5-4)^2 \times 4 + (7-4)^2 \times 2 + (9-4)^2 \times 1}{16}$$

$$\sigma^2 = \frac{27 + 6 + 4 + 18 + 25}{16} = \frac{80}{16} = 5$$

اگر σ انحراف معیار x_i ها باشد، انحراف معیار $ax_i + b$ برابر $|a|\sigma$ است. 135. گزینه‌ی «4»

داده‌های جدید $= -(x_i - 2) = -x_i + 2 \Rightarrow \sigma' = |-1| \sigma = \sigma$

$$x_i | 1 \ 3 \ 5 \ 7$$

136. گزینه‌ی «3»

$$\bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i} = \frac{1 \times 1 + 3 \times 2 + 5 \times 9 + 7 \times 4}{1+2+9+4} = \frac{80}{16} = 5$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum f_i (x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{16 + 8 + 0 + 16}{16} = 2/5$$

مجموعه کتاب‌های جمع‌بندی

مرور و جمع‌بندی کنکور در ۷۰ ساعت



ویژگی‌های این کتاب



- ➊ مناسب برای همه رشته‌ها (ریاضی، تجربی و انسانی)
- ➋ درستنامه جامع شامل نکات کلیدی و تست‌های نمونه
- ➌ شامل بیش از ۴۰۰ پرسش چهارگزینه‌ای در سه بخش:
 - بانک تست‌های تالیفی
 - بانک تست‌های سراسری داخل و خارج از کشور
 - بانک تست‌های دانشگاه آزاد داخل و خارج از کشور
- ➍ به همراه پاسخنامه کامل‌ترشیحی و حل کامل تست‌ها



9789649650371