

دروغنامه

انرژی پتانسیل و پایستگی انرژی مکانیکی

انرژی پتانسیل:

انرژی ذخیره شده در جسم که قابلیت تبدیل شدن به انرژی جنبشی را داشته باشد، انرژی پتانسیل نام دارد. این نوع انرژی انواع گوناگونی مثل انرژی پتانسیل گرانشی، انرژی پتانسیل کشسانی فنر، انرژی پتانسیل الکتریکی و... را دارد.

انرژی پتانسیل گرانشی:

اگر تویی را از یک بلندی رها کنیم در طی سقوط، سرعتش رفته رفته افزایش می‌یابد. به عبارت دیگر انرژی جنبشی توپ رفته رفته افزایش می‌یابد. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که وقتی توپ در بلندی قرار داشته دارای انرژی بوده که این انرژی در طی سقوط به انرژی جنبشی تبدیل شده است. به این انرژی، انرژی پتانسیل گرانشی گفته می‌شود. می‌توان انرژی پتانسیل گرانشی را به صورت زیر تعریف کرد:

«انرژی‌ای که هر جسم به دلیل قرار گرفتن در ارتفاع نسبت به زمین دارد را انرژی پتانسیل گرانشی می‌نامیم.»

رابطه‌ی انرژی پتانسیل گرانشی: انرژی پتانسیل گرانشی یک جسم را می‌توان با رابطه‌ی زیر محاسبه کرد:

$$U = mgh$$

در این رابطه، m جرم جسم برحسب کیلوگرم (kg)، h ارتفاع جسم نسبت به سطح زمین برحسب متر (m)، $g = 9.8 \frac{m}{s^2}$ شتاب گرانش زمین است که عدد آن در مسأله‌ها به شما داده می‌شود. البته به علت این که در محاسبه‌ها راحت‌تر باشیم در اغلب مسأله‌ها $g = 10 \frac{m}{s^2}$ را در نظر می‌گیریم.

مثال ۱۶

کودکی می‌خواهد از بالای یک سرسره به ارتفاع ۲/۵ متر سُر بخورد. اگر جرم کودک ۲۰ kg باشد، انرژی پتانسیل گرانشی او در بالای

سرسره چند ژول است؟ ($g \approx 10 \frac{m}{s^2}$)

$$m = 20 \text{ kg}, h = 2/5 \text{ m}, U = ?$$

پاسخ: ☒

$$U = mgh = 20 \times 10 \times 2/5 = 500 \text{ J}$$

انرژی پتانسیل کشسانی فنر:

در شکل (۱) یک توپ کوچک به یک فنر فشرده شده تکیه دارد که با دست مانع حرکت آن شده‌ایم. اگر دست خود را برداریم مانند شکل (۲) توپ توسط فنر پرتاب شده و شروع به حرکت می‌کند. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که در فنر فشرده شده انرژی ذخیره شده است، که با رها کردن آن این انرژی به توپ داده می‌شود. به این انرژی، انرژی پتانسیل کشسانی فنر گفته می‌شود.



شکل (۱)



شکل (۲)

این انرژی را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

«انرژی ذخیره شده در فنر کشیده یا فشرده شده را انرژی پتانسیل کشسانی می‌نامیم.»

نکته انرژی پتانسیل کشسانی فقط مربوط به فنرهایی که در شکل می‌بینید نیست؛ بلکه در کمان کشیده شده یا اسباب بازی کوکی، شطرنج فمیره، نیزه‌ی پرش و... انرژی پتانسیل کشسانی ذخیره شده است.

توجه در کتاب درسی رابطه‌ای برای انرژی پتانسیل کشسانی فنر ارائه نشده است و با توجه به تبدیل انرژی‌ها انرژی پتانسیل کشسانی فنر پیدا می‌شود.

مثال ۱۷

مطابق شکل، روی یک سطح افقی گلوله‌ای به جرم ۲۰۰ گرم با سرعت $6 \frac{m}{s}$ به یک فنر برخورد می‌کند. در حالت‌های زیر انرژی پتانسیل کشسانی فنر را پیدا کنید. (از اتلاف انرژی چشم‌پوشی کنید).



الف) حداکثر انرژی پتانسیل کشسانی فنر چند ژول خواهد شد؟

ب) بعد از برخورد گلوله به فنر زمانی که سرعت گلوله $3 \frac{m}{s}$ می‌شود، در فنر چند ژول انرژی ذخیره شده است؟

✓ پاسخ: الف) ابتدا انرژی جنبشی گلوله در لحظه‌ی برخورد با فنر را پیدا می‌کنیم: $K_1 = ?$ ، $V_1 = 6 \frac{m}{s}$ ، $m = 200g = 0.2kg$

$$K_1 = \frac{1}{2} m V_1^2 = \frac{1}{2} \times 0.2 \times 36 = 3.6 J$$

هنگامی که گلوله به فنر برخورد می‌کند رفته‌رفته سرعتش کم شده و انرژی پتانسیل کشسانی فنر به علت فشرده شدن، افزایش می‌یابد. حداکثر انرژی پتانسیل کشسانی فنر زمانی است که گلوله متوقف شده و همه‌ی انرژی جنبشی اولیه‌ی خود را به فنر داده است. پس حداکثر انرژی پتانسیل کشسانی فنر 3.6 ژول است.

ب) انرژی جنبشی گلوله، در زمانی که سرعتش $3 \frac{m}{s}$ شده است را به‌دست می‌آوریم:

$$K_2 = \frac{1}{2} m V_2^2 = \frac{1}{2} \times 0.2 \times 9 = 0.9 J$$

اگر این عدد را از انرژی جنبشی اولیه گلوله کم کنیم، انرژی پتانسیل کشسانی فنر در این لحظه پیدا می‌شود:

$$3.6 - 0.9 = 2.7 J$$

انرژی مکانیکی: به مجموع انرژی‌های جنبشی و پتانسیل جسم در یک لحظه انرژی مکانیکی آن جسم گفته می‌شود که آن را با E

$$E = K + U$$

نمایش می‌دهیم.

مثال ۱۸

یک کارگر ساختمان آجری به جرم $2kg$ را از سطح زمین در راستای قائم رو به بالا پرتاب کرده است. هنگامی که آجر به ارتفاع 3 متری سطح زمین رسیده دارای سرعت $4 \frac{m}{s}$ است. در این لحظه انرژی مکانیکی آجر چند ژول است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

$$m = 2kg , V = 4 \frac{m}{s} , h = 3m , K = ? , U = ? , E = ?$$

✓ پاسخ:

$$K = \frac{1}{2} m V^2 = \frac{1}{2} \times 2 \times 16 = 16 J$$

$$U = mgh = 2 \times 10 \times 3 = 60 J$$

$$E = K + U = 16 + 60 = 76 J$$

پایستگی انرژی مکانیکی: اگر هیچ نیروی مقاومی (مثل اصطکاک و مقاومت هوا) روی جسم اثر نکند، مجموع انرژی‌های جنبشی و پتانسیل یک جسم (انرژی مکانیکی جسم) پایسته می‌ماند. یعنی اگر جسم از حالت (۱) به حالت (۲) برود:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2$$

مثال ۱۹

جسمی به جرم 2 کیلوگرم را با سرعت $6 \frac{m}{s}$ از سطح زمین به‌طور قائم به سمت بالا پرتاب می‌کنیم. این جسم حداکثر تا چه ارتفاعی بالا می‌رود؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$ و از مقاومت هوا صرف‌نظر کنید).

✓ پاسخ: جسم در ابتدا فقط انرژی جنبشی دارد و وقتی به بالاترین نقطه می‌رسد، تمام انرژی جنبشی آن به انرژی پتانسیل گرانشی تبدیل شده است. بنابراین:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2 \Rightarrow \frac{1}{2} m V_1^2 + 0 = 0 + mgh_2 \Rightarrow \frac{2 \times 6^2}{2} = 2 \times 10 \times h_2 \Rightarrow 36 = 20 h_2 \Rightarrow h_2 = 1.8 m$$



۴۳. انرژی پتانسیل گرانشی را تعریف کنید و رابطه‌ی آن را بنویسید.

۴۴. آزمایشی طراحی کنید که با آن بتوان نشان داد انرژی پتانسیل گرانشی به ارتفاع جسم بستگی دارد. (آزمایش کتاب درسی - صفحه‌ی ۱۱)

۴۵. شخصی از یک پلکان تا طبقه‌ی دوم ساختمانی بالا می‌رود و به انرژی پتانسیل گرانشی او به اندازه‌ی U اضافه می‌شود. اگر همان شخص پله‌ها را با دو برابر سرعت قبلی بالا برود، افزایش انرژی پتانسیل گرانشی او چقدر می‌شود؟

۴۶. آزمایشی طراحی کنید که نشان دهد در یک ارتفاع معین از سطح زمین، هر چه جرم جسمی بیش‌تر باشد، انرژی پتانسیل گرانشی بیش‌تری دارد. (فعالیت کتاب درسی - صفحه‌ی ۱۲)

۴۷. تویی به جرم 2 kg را تا ارتفاع 4 m به‌طور قائم پرتاب می‌کنیم. حداکثر انرژی پتانسیل گرانشی توپ را محاسبه نمایید. ($g \approx 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)

۴۸. شخصی به جرم 60 kg می‌خواهد از 5 طبقه‌ی یک ساختمان بالا برود. اگر هر طبقه 20 پله داشته باشد و ارتفاع هر پله 20 cm باشد: الف) این شخص چه مقدار انرژی باید مصرف کند تا از این 5 طبقه بالا برود؟ ب) اگر بازده بدن این شخص 40 درصد باشد، با خوردن چند گرم شیر این انرژی تأمین می‌شود؟

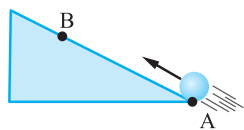
$$(g \approx 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, \text{ انرژی شیمیایی موجود در شیر, } \frac{\text{kJ}}{\text{g}} = 2/7)$$

۴۹. یک ماشین بالابر با بازده 50 درصد، چه مقدار باید بنزین مصرف کند تا جسمی به جرم 500 kg را 40 متر بالا ببرد؟

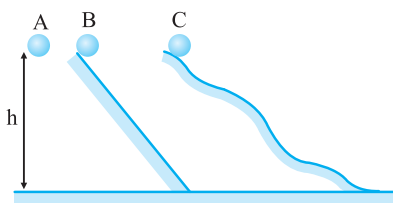
$$(g \approx 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, \text{ انرژی شیمیایی موجود در بنزین, } \frac{\text{kJ}}{\text{g}} = 45)$$

۵۰. در شرایط خلأ گلوله‌ای را با سرعت V از سطح زمین به‌طور قائم به سمت بالا پرتاب می‌کنیم. با توجه به قانون پایستگی انرژی، در رفت و برگشت گلوله، چه نوع تبدیل‌های انرژی رخ می‌دهد؟

۵۱. مطابق شکل، گلوله‌ای روی یک سطح شیب‌دار از نقطه‌ی A با سرعت اولیه‌ی V به سمت بالا پرتاب می‌شود. اگر گلوله حداکثر تا نقطه‌ی B بالا برود:

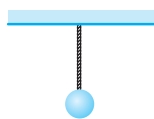


الف) آیا تمام انرژی جنبشی اولیه‌ی گلوله در نقطه‌ی B به انرژی درونی گلوله و سطح و هوا تبدیل شده است؟ چرا؟
ب) اگر هیچ اصطکاک‌ی وجود نداشت، آیا گلوله تا ابد بالا می‌رفت؟ چرا؟



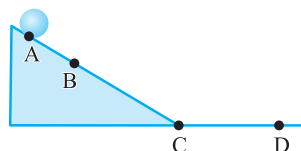
۵۲. مطابق شکل، سه جسم A ، B و C با جرم‌های مساوی از ارتفاع معینی از حال سکون رها می‌شوند. سرعت کدام‌یک، هنگام رسیدن به زمین بیش‌تر است؟ پاسخ خود را یک‌بار با در نظر گرفتن اصطکاک و بار دیگر با نادیده گرفتن اصطکاک بیان کنید.

(پرسش کتاب درسی - صفحه‌ی ۱۳)



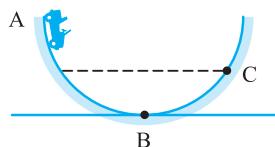
۵۳. گلوله‌ای را به انتهای نخ سبکی وصل کرده و از سقف آویزان می‌کنیم (به این مجموعه آونگ می‌گویند). اگر گلوله را از حالت قائم خارج کنیم، حرکت آن را براساس قانون پایستگی انرژی توضیح دهید.

۵۴. مطابق شکل، گلوله‌ای از نقطه‌ی A بدون سرعت اولیه رها می‌شود و روی سطح شیب‌دار پایین می‌آید. اگر سطح AC بدون اصطکاک و سطح CD دارای اصطکاک باشد و گلوله در نقطه‌ی D متوقف شود:



الف) در چه نقطه‌ای گلوله فقط انرژی پتانسیل گرانشی دارد؟
ب) در چه نقطه‌ای گلوله هم انرژی جنبشی و هم انرژی پتانسیل گرانشی دارد؟
پ) بیش‌ترین سرعت گلوله هنگام عبور از چه نقطه‌ای است؟
ت) بین نقاط C تا D چه نوع تبدیل انرژی رخ داده است؟

۵۵. در طرح مقابل یک ماشین اسباب بازی از نقطه‌ی A رها می‌شود و حداکثر تا نقطه‌ی C پیش رفته و متوقف می‌شود.



الف) بیشترین سرعت آن در کدام نقطه از مسیر است؟ توضیح دهید.

ب) فرایندهای تبدیل انرژی از A تا C چگونه است؟

۵۶. در جدول زیر مواردی از مشخصه‌های انرژی جنبشی، انرژی الکتریکی، انرژی درونی و انرژی پتانسیل گرانشی آورده شده است. با علامت X نشان دهید که هر یک از مشخصه‌های یادشده، مربوط به کدام انرژی است؟

مشخصات	جنبشی	الکتریکی	درونی	پتانسیل گرانشی
الف) با مجذور سرعت رابطه‌ی مستقیم دارد.				
ب) هرگاه جسمی از سطح زمین دور شود و بالا برود، این انرژی افزایش می‌یابد.				
پ) این انرژی را معمولاً انرژی تلف‌شده می‌نامند.				
ت) به سادگی می‌توان آن را به انرژی‌هایی مثل نورانی، گرمایی و ... تبدیل کرد.				
ث) جسمی که گرم‌تر می‌شود، این انرژی در آن افزایش می‌یابد.				

۵۷. انرژی پتانسیل گرانشی جسم A برابر انرژی پتانسیل گرانشی جسم B است. اگر ارتفاع جسم A از سطح زمین سه برابر ارتفاع جسم B از سطح زمین باشد، جرم جسم A چند برابر جرم جسم B است؟

۵۸. گلوله‌ای به جرم ۴ kg از ارتفاع ۵ متری سطح زمین، بدون سرعت اولیه رها می‌شود. اگر مقاومت هوا ناچیز باشد، سرعت گلوله در لحظه‌ی برخورد با زمین چند متر بر ثانیه خواهد بود؟ ($g \approx 10 \frac{m}{s^2}$)

۵۹. سنگی به جرم ۲ kg را از ارتفاع ۴ متری سطح زمین از حال سکون رها می‌کنیم. با نادیده گرفتن مقاومت هوا:

الف) سرعت سنگ را هنگام رسیدن به سطح زمین محاسبه کنید. ($g \approx 10 \frac{m}{s^2}$)

ب) در این فرآیند، چه نوع تبدیل انرژی صورت گرفته است؟ (هماهنگ کشوری)

۶۰. کارگری آجری به جرم ۲ kg را از سطح زمین با سرعت $8 \frac{m}{s}$ در راستای قائم رو به بالا پرتاب می‌کند. (تمرین کتاب درسی - صفحه‌ی ۱۳)

الف) انرژی جنبشی آجر در لحظه پرتاب چه قدر است؟

ب) با نادیده گرفتن اتلاف انرژی آجر تا چه ارتفاعی بالا می‌رود؟

۶۱. جسمی به جرم ۲ kg را از ارتفاع ۴۰ متری سطح زمین رها می‌کنیم. انرژی جنبشی و سرعت جسم در نیمه‌ی راه چه اندازه است؟ (از

مقاومت هوا چشم‌پوشی می‌کنیم و $g \approx 10 \frac{m}{s^2}$)

۶۲. تویی به جرم ۲۰۰ g را با سرعت $10 \frac{m}{s}$ در امتداد قائم به طرف بالا پرتاب می‌کنیم. (تمرین کتاب درسی با کمی تغییر - صفحه‌ی ۲۵)

الف) انرژی پتانسیل گرانشی توپ در بالاترین ارتفاعی که توپ به آن می‌رسد، چه مقدار است؟

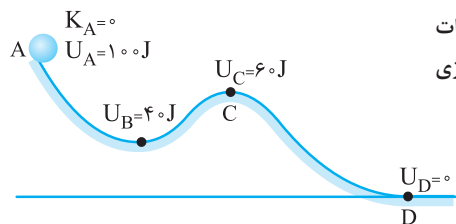
ب) سرعت در نیمه‌ی راه چه مقدار است؟

پ) حداکثر ارتفاعی که توپ به آن می‌رسد چند متر است؟ (از مقاومت هوا چشم‌پوشی کنید.)

۶۳. گلوله‌ای به جرم ۲ کیلوگرم با سرعت $5 \frac{m}{s}$ از ارتفاع ۱۰ متری سطح زمین در راستای قائم به سمت پایین پرتاب شده است:

الف) انرژی پتانسیل گرانشی و انرژی جنبشی گلوله را در لحظه‌ی پرتاب به دست آورید.

ب) سرعت برخورد گلوله با سطح زمین را به دست آورید. (از مقاومت هوا صرف‌نظر شود و $g \approx 10 \frac{m}{s^2}$)

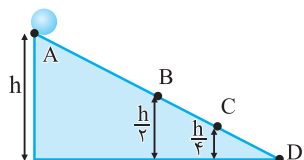


۶۴. در شکل، گلوله از نقطه‌ی A بدون سرعت اولیه رها شده است. با توجه به اطلاعات داده شده روی شکل مقادیر مجهول خواسته شده را به دست آورید. (هیچ اتلاف انرژی وجود ندارد.)

الف) $K_B = \dots\dots\dots$

ب) $K_C = \dots\dots\dots$

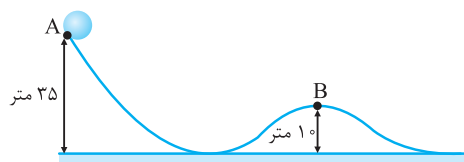
پ) $K_D = \dots\dots\dots$



۶۵. مطابق شکل، گلوله‌ای در نقطه‌ی A ساکن و دارای انرژی پتانسیل گرانشی است. اگر گلوله از نقطه‌ی A از حال سکون رها شود، با پایین آمدن روی سطح شیب دار، انرژی جنبشی آن در نقاط B و C و D چند ژول می‌شود؟ (اتلاف انرژی نداریم.)

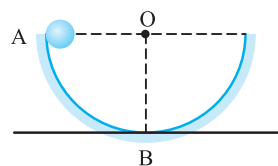


۶۶. مطابق شکل، دو آونگ با طول‌های یکسان و جرم‌های متفاوت، با زاویه‌های انحراف یکسان، از حال سکون رها می‌شوند. هنگامی که هر دو به پایین ترین نقطه‌ی مسیر خود می‌رسند، سرعت کدام یک بیشتر است؟ چرا؟ ($m_B > m_A$ و از مقاومت هوا چشم‌پوشی کنید.)



۶۷. در شکل زیر، گلوله‌ای به جرم ۲ kg از نقطه‌ی A بدون سرعت اولیه رها می‌شود. اگر سطح بدون اصطکاک باشد، سرعت گلوله را در نقطه‌ی B به دست آورید.

$$(g \approx 10 \frac{m}{s^2})$$

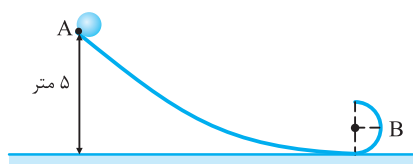


۶۸. در شکل روبه‌رو، گلوله‌ای به جرم ۲۰۰ گرم را از نقطه‌ی A روی سطح داخلی یک نیم کره به قطر ۴۰ cm از حال سکون رها می‌کنیم:

الف) انرژی جنبشی گلوله در نقطه‌ی B چند ژول است؟

ب) سرعت گلوله در نقطه‌ی B چند متر بر ثانیه است؟ (اتلاف انرژی بسیار ناچیز است)

$$(g \approx 10 \frac{m}{s^2})$$



۶۹. در شکل روبه‌رو، گلوله‌ای به جرم ۲ kg را از نقطه‌ی A بدون سرعت اولیه رها می‌کنیم. این جسم در انتهای مسیری که وارد سطح دایره‌ای می‌شود که شعاع آن ۱ متر است:

الف) انرژی پتانسیل گرانشی گلوله در نقطه‌ی A چند ژول است؟

ب) انرژی پتانسیل گرانشی گلوله در نقطه‌ی B چند ژول است؟

پ) سرعت جسم در نقطه‌ی B چند متر بر ثانیه است؟ (سطح بدون اصطکاک و $g \approx 10 \frac{m}{s^2}$ است.)

۷۰. جسمی را از سطح زمین به‌طور قائم با سرعت $20 \frac{m}{s}$ به سمت بالا پرتاب می‌کنیم. اگر مقاومت هوا وجود نداشته باشد، در چه ارتفاعی

نسبت به سطح زمین سرعت جسم $6 \frac{m}{s}$ می‌شود؟ ($g \approx 10 \frac{m}{s^2}$)

۷۱. جسمی را از سطح زمین به‌طور قائم با سرعت $10 \frac{m}{s}$ به سمت بالا پرتاب می‌کنیم:

الف) وقتی انرژی پتانسیل گرانشی جسم سه برابر انرژی جنبشی جسم در همان لحظه بشود، سرعت جسم چند متر بر ثانیه است؟

ب) در این لحظه جسم در چه ارتفاعی از سطح زمین قرار دارد؟ (مقاومت هوا ناچیز و $g \approx 10 \frac{m}{s^2}$ است.)

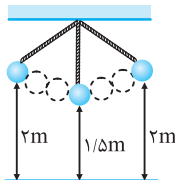
۷۲. در یک نیروگاه برق آبی، ارتفاع آب دریاچه‌ی بالایی حدود ۲۰۰ متر بالاتر از توربین نزدیک دریاچه‌ی پایینی است:

(تمرین کتاب درسی - صفحه‌ی ۷۵)

الف) سرعت برخورد آب با توربین تقریباً چه قدر است؟

ب) اگر در هر دقیقه حدود ۲۰ تن آب به مجموعه‌ی توربین‌ها برخورد کند و بازده توربین‌ها حدود ۴۰ درصد باشد توان این نیروگاه چه قدر است؟

پ) اگر برق مصرفی یک خانواده به‌طور متوسط ۱۶۰۰ W باشد، این نیروگاه برق چند خانواده را می‌تواند تأمین کند؟



۷۳. ارتفاع گلوله‌ی یک آونگ از سطح زمین بین ۱/۵ متر تا ۲ متر تغییر می‌کند. اگر

مقاومت هوا ناچیز باشد، بیشترین سرعت گلوله‌ی آونگ چند متر بر ثانیه

است؟ $(g \approx 10 \frac{m}{s^2})$

۷۴. انرژی پتانسیل کشسانی فنر را تعریف کنید.

۷۵. آزمایشی طراحی کنید که با آن بتوان نشان داد هر چه فنری بیش تر فشرده شود، انرژی پتانسیل کشسانی آن بزرگ تر است.

۷۶. فنری فشرده شده، به‌طوری که در آن ۴۰ J انرژی پتانسیل کشسانی ذخیره شده است. اگر در جلوی آن گلوله‌ای به جرم ۲۰۰ گرم قرار



دهیم و فنر را رها کنیم، سرعت گلوله در لحظه‌ی پرتاب چند متر بر ثانیه خواهد شد، در صورتی که:

الف) تمام انرژی پتانسیل کشسانی فنر به گلوله برسد.

ب) ۸۰٪ انرژی پتانسیل کشسانی فنر به گلوله برسد.

(تمرین کتاب درسی - صفحه‌ی ۷۶)

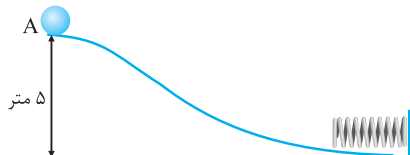
۷۷. در شکل زیر جرم مکعب ۲ kg است و با سرعت $1/8 \frac{m}{s}$ به فنر برخورد می‌کند.



الف) حداکثر انرژی پتانسیل کشسانی ذخیره شده در فنر چند ژول است؟

ب) در بازگشت وقتی انرژی پتانسیل کشسانی فنر ۲ J است، سرعت مکعب چه قدر

است؟ (از اتلاف انرژی چشم‌پوشی شود).

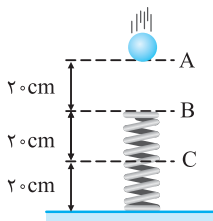


۷۸. مطابق شکل روبه‌رو، جسمی به جرم ۲ کیلوگرم را از نقطه‌ی A با سرعت $10 \frac{m}{s}$ بر

روی سطح پرتاب می‌نمایم. اگر در پایین سطح گلوله با فنر برخورد نماید، حداکثر

انرژی ذخیره شده در فنر را به‌دست آورید. (از اصطکاک صرف‌نظر شود

و $(g \approx 10 \frac{m}{s^2})$

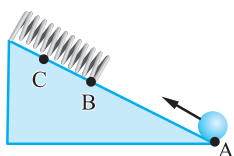


۷۹. در شکل مقابل، گلوله‌ای به جرم ۵/۰ کیلوگرم از نقطه‌ی A از حال سکون رها

می‌شود، در نقطه‌ی B به فنر برخورد می‌کند و فنر را حداکثر تا نقطه‌ی C فشرده

می‌کند. حداکثر انرژی پتانسیل کشسانی فنر چند ژول است؟ (از اتلاف انرژی

صرف‌نظر شود و $(g \approx 10 \frac{m}{s^2})$



۸۰. در شکل مقابل، گلوله‌ای به جرم ۵/۰ کیلوگرم با سرعت $12 \frac{m}{s}$ از نقطه‌ی A روی

سطح بدون اصطکاک به بالا پرتاب می‌شود. گلوله در نقطه‌ی B با فنر برخورد کرده و

آن را حداکثر تا نقطه‌ی C که در ارتفاع ۵ متری سطح زمین قرار دارد، فشرده

می‌کند. انرژی پتانسیل کشسانی فنر در نقطه‌ی C چند ژول است؟ $(g \approx 10 \frac{m}{s^2})$



ابتدا انرژی جنبشی گلوله را قبل و بعد از برخورد با قطعه چوب به دست می آوریم:

۴۰

$$K_1 = \frac{1}{2} m V_1^2 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{10} \times 1600 = 80 \text{ J}$$

$$K_2 = \frac{1}{2} m V_2^2 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{10} \times 400 = 20 \text{ J}$$

بنابراین انرژی جنبشی گلوله در این برخورد ۶۰ ژول کم شده است. این مقدار انرژی به انرژی درونی گلوله، قطعه چوب و هوا تبدیل شده است.

حالا برای پیدا کردن این که این مقدار انرژی چند درصد انرژی جنبشی اولیه گلوله است، به صورت زیر عمل می کنیم:

$$\frac{60}{80} \times 100 = 75\%$$

ابتدا باید ببینیم که در هر ثانیه چند ژول انرژی از سوختن بنزین حاصل می شود:

۴۱

$$\text{انرژی موجود در هر لیتر بنزین} = \frac{3}{4} \times 10^7 = 6/8 \times 10^4 \text{ J}$$

انرژی موجود در هر لیتر بنزین
مقدار بنزین مصرفی در هر ثانیه
بر حسب لیتر

نیمی از این انرژی (یعنی ۵۰ درصد آن)، تبدیل به انرژی جنبشی اتومبیل می شود؛ بنابراین انرژی جنبشی اتومبیل برابر $3/4 \times 10^4$ ژول خواهد شد که با جای گذاری در رابطه ی انرژی جنبشی، سرعت اتومبیل به دست می آید:

$$K = \frac{1}{2} m V^2 \Rightarrow 3/4 \times 10^4 = \frac{1}{2} \times 1000 \times V^2 \Rightarrow 34000 = 500 V^2 \Rightarrow V^2 = \frac{34000}{500} = 68 \Rightarrow V = \sqrt{68} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

توپ (۲) قبل از برخورد انرژی جنبشی نداشته است. توپ (۱) بعد از برخورد، سرعتش و در نتیجه انرژی جنبشی اش کاهش یافته است. طبق قانون پایستگی انرژی، این مقدار انرژی کاسته شده از توپ (۱) به توپ (۲) رسیده است. بنابراین در حل این مسأله ابتدا کاهش انرژی جنبشی توپ (۱) را به دست می آوریم، سپس این مقدار را به توپ (۲) می دهیم تا سرعت آن را به دست آوریم. انرژی جنبشی توپ (۱) قبل از برخورد:

۴۲

$$K_1 = \frac{1}{2} m V_1^2 \Rightarrow K_1 = \frac{2 \times 100}{2} = 100 \text{ J}$$

انرژی جنبشی توپ (۱) بعد از برخورد:

$$K'_1 = \frac{1}{2} m V_1'^2 = \frac{2 \times 36}{2} = 36 \text{ J}$$

به عبارت دیگر، از انرژی جنبشی توپ (۱) به اندازه ی $100 - 36 = 64 \text{ J}$ کاسته شده که این مقدار به انرژی جنبشی توپ (۲) تبدیل شده است. پس برای توپ (۲) بعد از برخورد می توانیم بنویسیم:

$$K'_2 = \frac{1}{2} m V_2'^2 \Rightarrow 64 = \frac{2 \times V_2'^2}{2} \xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} V_2'^2 = 64 \Rightarrow V_2' = \sqrt{64} \Rightarrow V_2' = 8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

به انرژی ای که جسم صرفاً به علت داشتن ارتفاع از سطح زمین دارا می باشد، انرژی پتانسیل گرانشی گفته می شود.

۴۳

$$U = mgh$$

رابطه ی انرژی پتانسیل گرانشی به صورت روبه رو است:

۴۴

۱- روی سطح افقی یک ریل پرده ی ساده قرار می دهیم.

۲- یک گیره ی پرده در داخل ریل قرار می دهیم.

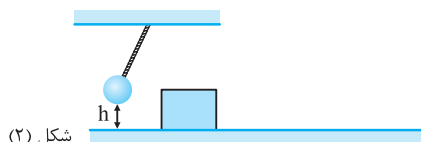
۳- مکعب چوبی را روی ریل و مماس بر گیره قرار داده و گیره را به آن می چسبانیم؛ به طوری که مکعب روی ریل به راحتی عقب و جلو برود.

۴- با پایه و نخ و یک وزنه، آونگی درست می کنیم که در حالت تعادل وزنه ی آن مماس بر مکعب چوبی قرار بگیرد (مطابق شکل ۱).

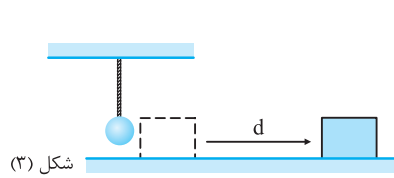
۵- وزنه را مطابق شکل (۲) تا ارتفاع مشخص بالا می آوریم و سپس رها می کنیم تا با برخورد با مکعب آن را حرکت بدهد.



شکل (۱)



شکل (۲)



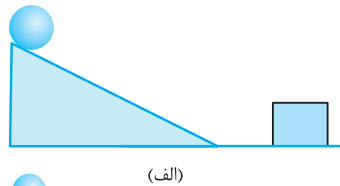
شکل (۳)

۶- مقدار جابه‌جایی مکعب (d) را اندازه می‌گیریم (شکل ۳).

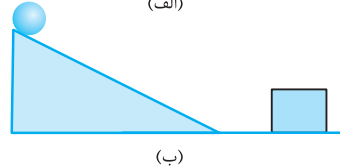
۷- بار دیگر این کار را انجام داده ولی این بار ارتفاع آونگ را هنگام رها کردن بالاتر می‌بریم. مشاهده می‌کنیم جابه‌جایی مکعب بیشتر می‌شود. یعنی گلوله‌ی آونگ هنگام برخورد با مکعب چوبی دارای انرژی بیشتری بوده است. پس انرژی پتانسیل گرانشی آن در حالت دوم به علت داشتن ارتفاع بیشتر، مقدار بزرگ‌تری داشته است.

انرژی پتانسیل گرانشی فقط به جرم جسم و ارتفاع آن از سطح زمین بستگی دارد. در این سؤال در هر دو حالت شخص تا یک ارتفاع بالا رفته است، پس انرژی پتانسیل گرانشی در هر دو حالت به یک اندازه (یعنی U) افزایش می‌یابد.

۴۵



(الف)



(ب)

در شکل‌های مقابل دو گلوله با جرم‌های متفاوت از ارتفاع معینی رها می‌شوند و در پایین سطح شیب‌دار به جسمی برخورد می‌کنند. مشاهده می‌شود که در شکل (الف) گلوله باعث جابه‌جایی بیشتری می‌گردد؛ بنابراین انرژی پتانسیل گرانشی گلوله در بالای سطح شیب‌دار در حالت (الف)، از انرژی پتانسیل گرانشی گلوله در حالت (ب) بیشتر است. پس هر چه جرم جسم بیشتر باشد انرژی پتانسیل گرانشی آن نیز بیشتر است.

۴۶

$$m = 0.2 \text{ kg}, h = 4 \text{ m}$$

اطلاعات مسأله:

۴۷

که با جای‌گذاری در رابطه، انرژی پتانسیل گرانشی به‌دست می‌آید:

$$U = mgh \Rightarrow U = 0.2 \times 10 \times 4 \Rightarrow U = 8 \text{ J}$$

الف) انرژی پتانسیل گرانشی این شخص وقتی از پله‌ها بالا می‌رود، افزایش می‌یابد. بنابراین به همان اندازه باید انرژی مصرف کند. پرسش: این شخص تا چه ارتفاعی بالا رفته است؟

۴۸

با توجه به اطلاعات مسأله هر طبقه ۲۰ پله دارد و شخص ۵ طبقه بالا رفته، بنابراین این شخص ۱۰۰ پله را بالا رفته است. از طرفی هر پله دارای ارتفاع ۲۰ cm است؛ پس:

$$h = 20 \times 100 = 2000 \text{ cm} = 20 \text{ m}$$

یعنی این شخص تا ارتفاع ۲۰ متری از سطح زمین بالا رفته است. پس انرژی پتانسیل گرانشی شخص در این لحظه برابر است با:

$$U = mgh = 60 \times 10 \times 20 = 12000 \text{ J} = 12 \text{ kJ}$$

به عبارت دیگر این شخص برای بالا رفتن از این پله‌ها ۱۲ کیلوژول انرژی لازم دارد. در این‌جا دقت کنید، از آن‌جایی‌که انرژی که انرژی شیر برحسب کیلوژول بر گرم داده شده است، ما انرژی پتانسیل گرانشی را هم برحسب کیلوژول نوشته‌ایم.

ب) به‌صورت زیر می‌توانیم کل انرژی‌ای که به شخص رسیده را به‌دست آوریم:

$$\frac{\text{انرژی مفید}}{\text{کل انرژی}} = \frac{40}{100} \Rightarrow \frac{12}{\text{کل انرژی}} \Rightarrow \text{کل انرژی} = \frac{12 \times 100}{40} = 30 \text{ kJ}$$

یعنی شخص با خوردن شیر باید ۳۰ کیلوژول انرژی گرفته باشد تا از این مقدار ۱۲ کیلوژول را صرف بالا رفتن از پله‌ها بکند. حالا می‌توانیم به‌صورت زیر مقدار شیر مصرف شده را به‌دست آوریم:

$$\frac{2}{7} \times \text{جرم شیر} = 30 \Rightarrow \text{انرژی شیمیایی موجود در شیر} \times \text{جرم شیر برحسب گرم} = \text{انرژی دریافتی از شیر}$$

$$\Rightarrow \text{جرم شیر} = \frac{30}{\frac{2}{7}} = \frac{300}{27} = 11/11 \text{ گرم}$$

ابتدا باید ببینیم چه مقدار انرژی مفید توسط بالابر به جسم داده شده است. این مقدار انرژی برابر با افزایش انرژی پتانسیل گرانشی جسم است:

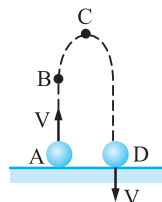
۴۹

$$U = mgh = 500 \times 10 \times 40 = 200000 \text{ J} = 200 \text{ kJ}$$

با توجه به این‌که بازده ماشین ۵۰ درصد است (یعنی نیمی از انرژی حاصل از سوخت را به انرژی مفید تبدیل کرده است)، پس کل انرژی مصرفی توسط این بالابر ۴۰۰ kJ بوده است. بنابراین می‌توانیم مقدار بنزین مصرفی را به‌صورت زیر به‌دست آوریم:

$$\text{جرم بنزین} \Rightarrow \text{جرم بنزین} \times 45 = 400 \Rightarrow \text{جرم بنزین} \times \text{انرژی شیمیایی بنزین} = \text{انرژی دریافتی از بنزین}$$

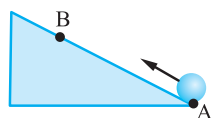
توجه منظور از شرایط خلأ، بی‌وزنی نیست. بلکه منظور این است که هوایی وجود ندارد که مولکول‌های آن با برخورد به گلوله باعث اتلاف انرژی شوند و انرژی جنبشی گلوله به انرژی درونی تبدیل شود. به عبارت دیگر در این حالت مقاومت هوا وجود ندارد.



وقتی گلوله با سرعت V به طور قائم به سمت بالا پرتاب می‌شود، در ابتدا فقط انرژی جنبشی دارد، (نقطه‌ی A در شکل). سپس با افزایش ارتفاع، رفته رفته از انرژی جنبشی آن کاسته شده و به انرژی پتانسیل گرانشی افزوده می‌شود. مثلاً در نقطه‌ی B در شکل روبه‌رو جسم هم انرژی جنبشی و هم انرژی پتانسیل گرانشی دارد، به طوری که مجموع انرژی جنبشی و پتانسیل گرانشی آن در نقطه‌ی B با انرژی جنبشی اولیه برابر است (طبق پایستگی انرژی).

در نقطه‌ی C تمام انرژی جنبشی اولیه به انرژی پتانسیل گرانشی تبدیل شده است؛ یعنی گلوله، در نقطه‌ی C متوقف می‌شود و دوباره برمی‌گردد. در هنگام برگشت با کاهش ارتفاع، انرژی پتانسیل گرانشی به انرژی جنبشی تبدیل می‌شود؛ به طوری که دوباره در نقطه‌ی D، تمام انرژی گلوله، انرژی جنبشی است و سرعت گلوله دوباره برابر با V می‌شود.

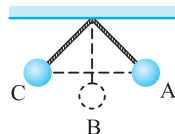
الف) خیر، زیرا انرژی درونی دوباره به انرژی جنبشی تبدیل نمی‌شود. به همین خاطر است که اگر انرژی جنبشی به انرژی درونی تبدیل شود، در اصطلاح گفته می‌شود: «انرژی تلف شده است». با توجه به این مطلب و این که گلوله دوباره از نقطه‌ی B به سمت پایین برمی‌گردد (یعنی دوباره انرژی آن به انرژی جنبشی تبدیل می‌شود)، نتیجه می‌گیریم که همه‌ی انرژی جنبشی اولیه‌ی آن به انرژی درونی تبدیل نشده است، بلکه مقداری از آن به انرژی پتانسیل گرانشی تبدیل شده است. البته قابل ذکر است که حتماً در صورت وجود اصطکاک، انرژی پتانسیل گرانشی گلوله در نقطه‌ی B از انرژی جنبشی اولیه کم‌تر خواهد بود.



ب) خیر، چون در هنگام بالا رفتن گلوله، با افزایش ارتفاع آن، انرژی جنبشی رفته‌رفته به انرژی پتانسیل گرانشی تبدیل می‌شود و در نهایت تمام انرژی جنبشی تبدیل به انرژی پتانسیل گرانشی شده و گلوله در نقطه‌ای بالاتر از B متوقف می‌شود. دقت کنید که چون در این قسمت اتلاف انرژی نداریم، حتماً انرژی پتانسیل گرانشی در لحظه‌ی توقف گلوله برابر انرژی جنبشی اولیه خواهد بود.

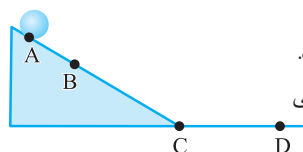
سه جسم در ابتدا دارای انرژی پتانسیل گرانشی یکسان هستند (چرا؟). بنابراین اگر سطوح اصطکاکی نداشته باشند، در طی مسیر هیچ اتلاف انرژی وجود ندارد و تمام انرژی پتانسیل گرانشی اولیه در نهایت به انرژی جنبشی تبدیل می‌شود. از آن‌جا که جرم جسم‌ها یکسان است، پس سرعت آن‌ها در این حالت، در رسیدن به زمین، برابر است. ولی اگر اصطکاک موجود باشد، اتلاف انرژی برای جسمی که مسیر طولانی‌تری طی می‌کند، بیش‌تر است. بنابراین در لحظه‌ی رسیدن به زمین، سرعت A بیش‌تر از B و سرعت B بیش‌تر از C خواهد بود.

اگر گلوله را از حالت قائم خارج کنیم، مثلاً تا نقطه‌ی A در شکل بالا ببریم، گلوله دارای انرژی پتانسیل گرانشی می‌شود. با رها کردن گلوله انرژی پتانسیل گرانشی رفته‌رفته به انرژی جنبشی تبدیل می‌شود و سرعت گلوله به تدریج افزایش می‌یابد. حداکثر سرعت گلوله هنگام عبور از وضعیت قائم (نقطه‌ی B) می‌باشد. از نقطه‌ی B به بعد دوباره ارتفاع گلوله افزایش پیدا کرده و در نتیجه سرعت گلوله کاهش می‌یابد. (یعنی انرژی جنبشی دوباره به انرژی پتانسیل گرانشی تبدیل می‌شود).



اگر هیچ نیروی مقاومی وجود نداشته باشد، گلوله حداکثر تا نقطه‌ی C که هم‌ارتفاع با نقطه‌ی A است، بالا می‌رود و دوباره برمی‌گردد. این فرآیند دوباره تکرار می‌شود و آونگ حرکت رفت و برگشتی خود را ادامه می‌دهد. اگر نیروی مقاوم وجود داشته باشد، آونگ پس از چند بار نوسان می‌ایستد و تمام انرژی آن به انرژی درونی تبدیل می‌شود.

الف) نقطه‌ی A، چون جسم هنوز شروع به حرکت نکرده است و فقط دارای ارتفاع است.



ب) نقطه‌ی B، زیرا در این نقطه جسم هم ارتفاع دارد و هم حرکت کرده و دارای سرعت است.

ج) نقطه‌ی C، چون در این نقطه تمام انرژی پتانسیل گرانشی اولیه‌ی گلوله به انرژی جنبشی تبدیل شده است.

د) چون در نقطه‌ی C گلوله فقط انرژی جنبشی دارد، پس در طی مسیر C تا D، انرژی جنبشی گلوله به انرژی درونی گلوله و محیط تبدیل شده است.

الف) بیش‌ترین سرعت گلوله در نقطه‌ی B است. زیرا در این نقطه بیش‌ترین انرژی جنبشی را داشته و انرژی پتانسیل گرانشی ندارد.

ب) چون این ماشین اسباب‌بازی، تا ارتفاع اولیه برنگشته، پس حتماً در این مسیر اتلاف انرژی رخ داده است. بنابراین:

از A تا B، انرژی پتانسیل به انرژی جنبشی ماشین و انرژی درونی ماشین و سطح تبدیل می‌شود و از B تا C، انرژی جنبشی به انرژی پتانسیل ماشین و انرژی درونی ماشین و سطح تبدیل می‌شود.

۵۶

مشخصات	جنبشی	الکتریکی	درونی	پتانسیل گرانشی
الف) با مجذور سرعت رابطه‌ی مستقیم دارد.	×			
ب) هرگاه جسمی از سطح زمین دور شود و بالا برود، این انرژی افزایش می‌یابد.				×
پ) این انرژی را معمولاً انرژی تلف شده می‌نامند.			×	
ت) به سادگی می‌توان آن را به انرژی‌هایی مثل نورانی، گرمایی و ... تبدیل کرد.		×		
ث) جسمی که گرم‌تر می‌شود، این انرژی در آن افزایش می‌یابد.			×	

اطلاعات مسأله:

۵۷

$$U_A = U_B, h_A = 3h_B, \frac{m_A}{m_B} = ?$$

$$U_A = U_B \Rightarrow m_A g h_A = m_B g h_B \Rightarrow m_A \times 3h_B = m_B \times h_B \Rightarrow 3m_A = m_B \Rightarrow \frac{m_A}{m_B} = \frac{1}{3}$$

روش اول: گلوله در ابتدا فقط انرژی پتانسیل گرانشی دارد که برابر است با:

۵۸

$$U = mgh \Rightarrow U = 4 \times 10 \times 5 \Rightarrow U = 200 \text{ J}$$

این مقدار انرژی با سقوط گلوله رفته‌رفته به انرژی جنبشی تبدیل می‌شود و در نهایت در لحظه‌ی برخورد با زمین تمام این انرژی به انرژی جنبشی تبدیل می‌شود. به عبارت دیگر انرژی جنبشی گلوله در لحظه‌ی برخورد با زمین برابر ۲۰۰ ژول است. پس برای انرژی جنبشی گلوله در لحظه‌ی برخورد با زمین می‌توانیم بنویسیم:

$$K = \frac{1}{2} m V^2 \Rightarrow 200 = \frac{4 \times V^2}{2} \xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} 200 = 2V^2 \Rightarrow V^2 = \frac{200}{2} \Rightarrow V^2 = 100 \Rightarrow V = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

روش دوم: شکل این سؤال به صورت مقابل است. از آن جایی که اتلاف انرژی نداریم، باید:

$$K_1 = 0 \\ U_1$$



$$K_2 \\ U_2 = 0$$



$$E_1 = E_2 \Rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2 \Rightarrow U_1 = K_2$$

مفهوم این عبارت ریاضی که به دست آوردیم، این است که تمام انرژی پتانسیل گرانشی اولیه در لحظه‌ی برخورد با زمین، به انرژی جنبشی تبدیل می‌شود. با جای‌گذاری مقدارها در رابطه‌ی به دست آمده، سرعت در لحظه‌ی برخورد با زمین به دست می‌آید:

$$U_1 = K_2 \Rightarrow mgh_1 = \frac{1}{2} m V_2^2 \Rightarrow 10 \times 5 = \frac{V_2^2}{2} \Rightarrow 50 = \frac{V_2^2}{2} \Rightarrow V_2^2 = 100 \Rightarrow V_2 = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

الف) به علت این که مقاومت هوا ناچیز است، انرژی مکانیکی پایسته می‌ماند، یعنی:

۵۹

$$V_1 = 0$$



$$V_2 = ?$$



$$E_1 = E_2 \Rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2 \Rightarrow U_1 = K_2$$

$$\Rightarrow mgh_1 = \frac{1}{2} m V_2^2 \Rightarrow 10 \times 4 = \frac{V_2^2}{2} \Rightarrow V_2^2 = 80 \Rightarrow V_2 = \sqrt{80} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

ب) با پایین آمدن سنگ، انرژی پتانسیل گرانشی سنگ به انرژی جنبشی آن تبدیل می‌شود.

الف)

۶۰

$$m = 2 \text{ kg}, V = 8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$K = \frac{1}{2} m V^2 \Rightarrow K = \frac{1}{2} \times 2 \times 8^2 = 64 \text{ J}$$

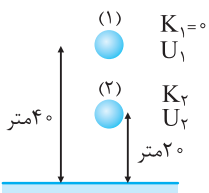
ب) اگر اتلاف انرژی نداشته باشیم، در بالاترین ارتفاع، کل انرژی جنبشی اولیه‌ی جسم به انرژی پتانسیل گرانشی تبدیل شده است. پس می‌توان نوشت:

$$U = K = 64 \text{ J}$$

$$U = mgh \Rightarrow 64 = 2 \times 10 \times h \Rightarrow h = 3.2 \text{ m}$$



شکل مسأله به صورت زیر است. طبق این شکل جسم در نقطه‌ی (۱) فقط دارای انرژی پتانسیل گرانشی است، ولی در نقطه‌ی (۲) علاوه بر انرژی پتانسیل گرانشی دارای انرژی جنبشی نیز است.



$$\text{برای نقطه‌ی (۱)} : \begin{cases} K_1 = 0 \\ U_1 = mgh_1 = 2 \times 10 \times 40 = 800 \text{ J} \end{cases}$$

$$\text{برای نقطه‌ی (۲)} : \begin{cases} K_2 = ? \\ U_2 = mgh_2 = 2 \times 10 \times 20 = 400 \text{ J} \end{cases}$$

با جای گذاری در رابطه‌ی انرژی مکانیکی، K_2 به دست می‌آید:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2 \Rightarrow 0 + 800 = K_2 + 400 \Rightarrow K_2 = 400 \text{ J}$$

که از روی رابطه‌ی انرژی جنبشی می‌توانیم سرعت جسم در نقطه‌ی (۲) را نیز به دست آوریم:

$$K_2 = \frac{1}{2} m V_2^2 \Rightarrow 400 = \frac{2 \times V_2^2}{2} \Rightarrow V_2^2 = 400 \Rightarrow V_2 = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

الف) تمام انرژی جنبشی اولیه‌ی توپ، در بالاترین نقطه، به انرژی پتانسیل گرانشی تبدیل می‌شود:

$$K_1 = \frac{1}{2} m V_1^2 \Rightarrow K_1 = \frac{0.2 \times 10^2}{2} = 10 \text{ J}$$

یعنی انرژی پتانسیل گرانشی در بالاترین نقطه برابر ۱۰ J است.

ب) در نیمه‌ی راه، نیمی از انرژی جنبشی به انرژی پتانسیل تبدیل شده است. یعنی انرژی جنبشی در این نقطه ۵ J است.

$$K_2 = \frac{1}{2} m V_2^2 \Rightarrow 5 = \frac{0.2 V_2^2}{2} \Rightarrow V_2^2 = \frac{5}{0.1} = 50 \Rightarrow V_2 = \sqrt{50} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

پ) در حداکثر ارتفاع، تمام انرژی جنبشی به پتانسیل تبدیل شده است، پس می‌توان نوشت:

$$U = mgh = 10 \Rightarrow 0.2 \times 10 \times h = 10 \Rightarrow h = 5 \text{ m}$$

در این سؤال گلوله در ابتدا هم دارای انرژی پتانسیل گرانشی و هم دارای انرژی جنبشی است.

$$K_1 = \frac{1}{2} m V_1^2 = \frac{2 \times 25}{2} = 25 \text{ J}$$

$$U_1 = mgh_1 = 2 \times 10 \times 10 = 200 \text{ J}$$

ب) در لحظه‌ی برخورد با زمین، گلوله فقط دارای انرژی جنبشی است. طبق پایستگی انرژی مکانیکی داریم:

$$K_1 + U_1 = K_2 + U_2 \Rightarrow 25 + 200 = \frac{1}{2} \times 2 \times V_2^2 \Rightarrow V_2^2 = 225 \Rightarrow V_2 = 15 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

با توجه به پایستگی انرژی مکانیکی باید انرژی مکانیکی تمام نقاط برابر انرژی مکانیکی نقطه‌ی A باشد، به عبارت دیگر باید انرژی مکانیکی تمام نقاط برابر $E_A = 100 + 0 = 100 \text{ J}$ باشد. بدین ترتیب:

$$K_B + U_B = 100 \Rightarrow K_B + 40 = 100 \Rightarrow K_B = 60 \text{ J} \quad \text{الف)}$$

$$K_C + U_C = 100 \Rightarrow K_C + 60 = 100 \Rightarrow K_C = 40 \text{ J} \quad \text{ب)}$$

$$K_D + U_D = 100 \Rightarrow K_D + 0 = 100 \Rightarrow K_D = 100 \text{ J} \quad \text{پ)}$$

توجه) انرژی پتانسیل گرانشی با ارتفاع جسم از سطح زمین رابطه‌ی مستقیم دارد. بنابراین می‌توانیم انرژی پتانسیل گرانشی گلوله در نقاط B، C و D را از روی انرژی پتانسیل گرانشی در نقطه‌ی A به دست آوریم؛ زیرا نسبت ارتفاع این نقاط مشخص است. سپس با توجه به پایستگی انرژی مکانیکی، انرژی جنبشی هر نقطه، مشخص خواهد شد.

$$E_A = K_A + U_A = 0 + 200 = 200 \text{ J}$$

انرژی مکانیکی در نقطه‌ی A برابر است با:

طبق پایستگی انرژی مکانیکی باید انرژی مکانیکی گلوله در نقاط B، C و D هم ۲۰۰ J باشد. در نقطه‌ی B انرژی پتانسیل گرانشی گلوله، نصف انرژی پتانسیل گرانشی گلوله در نقطه‌ی A است (یعنی $U_B = 100 \text{ J}$)، زیرا ارتفاع نقطه‌ی B نصف ارتفاع نقطه‌ی A است.

$$E_B = K_B + U_B$$

$$200 = K_B + 100 \Rightarrow K_B = 100 \text{ J}$$

بنابراین:

در نقطه‌ی C، انرژی پتانسیل گرانشی $\frac{1}{4}$ انرژی پتانسیل گرانشی نقطه‌ی A است (یعنی $U_C = 50 \text{ J}$). با جای گذاری در رابطه‌ی انرژی

$$E_C = K_C + U_C \Rightarrow 200 = K_C + 50 \Rightarrow K_C = 150 \text{ J}$$

مکانیکی، K_C به دست می‌آید:

$$E_D = K_D + U_D \Rightarrow 200 = K_D + 0 \Rightarrow K_D = 200 \text{ J}$$

در نقطه‌ی D، انرژی پتانسیل گرانشی نداریم، بنابراین:

سرعت گلوله‌ها در پایین‌ترین نقطه‌ی مسیرشان به جرم آن‌ها بستگی ندارد. (چرا؟) و فقط به ارتفاع اولیه‌ی آن‌ها بستگی دارد. چون ارتفاع هر دو نسبت به پایین‌ترین نقطه‌ی مسیرشان برابر بوده است، پس هر دو با یک سرعت به این نقطه می‌رسند.

۶۶

ابتدا انرژی مکانیکی گلوله را در نقطه‌ی A به دست می‌آوریم:

۶۷

$$\begin{cases} K_A = 0 \\ U_A = mgh_A = 2 \times 10 \times 3.5 = 700 \text{ J} \end{cases} \Rightarrow E_A = U_A + K_A = 700 + 0 = 700 \text{ J}$$

انرژی مکانیکی گلوله در نقطه‌ی B هم به صورت زیر است:

$$\begin{cases} K_B = ? \\ U_B = mgh_B = 2 \times 10 \times 1.0 = 200 \text{ J} \end{cases} \Rightarrow E_B = 200 + K_B$$

بنابر قانون پایستگی انرژی مکانیکی باید انرژی مکانیکی گلوله در نقاط A و B یکسان باشد:

$$E_A = E_B \Rightarrow 700 = 200 + K_B \Rightarrow K_B = 500 \text{ J}$$

با جای گذاری در رابطه‌ی انرژی جنبشی، سرعت گلوله در نقطه‌ی B به دست می‌آید:

$$K_B = \frac{1}{2} m V_B^2 \Rightarrow 500 = \frac{2 \times V_B^2}{2} \Rightarrow V_B^2 = 500 \Rightarrow V_B = \sqrt{500} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

الف) گلوله در نقطه‌ی A فقط انرژی پتانسیل گرانشی دارد، زیرا ساکن است و نسبت به نقطه‌ی B به اندازه‌ی شعاع کره بالاتر قرار دارد. در نقطه‌ی B تمام انرژی پتانسیل گرانشی گلوله به انرژی جنبشی تبدیل شده است. بنابراین انرژی پتانسیل گرانشی گلوله در نقطه‌ی A همان انرژی جنبشی گلوله در نقطه‌ی B است.

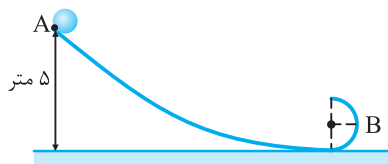
۶۸

$$U_A = mgh_A = 0.2 \times 10 \times 0.2 = 0.4 \text{ J}$$

بنابراین انرژی جنبشی گلوله در نقطه‌ی B برابر 0.4 J ژول است.

ب) با جای گذاری مقدار انرژی جنبشی در نقطه‌ی B، سرعت گلوله در این نقطه به دست می‌آید:

$$K_B = \frac{1}{2} m V_B^2 \Rightarrow 0.4 = \frac{0.2 \times V_B^2}{2} \Rightarrow 0.4 = 0.1 \times V_B^2 \Rightarrow V_B^2 = \frac{0.4}{0.1} = 4 \Rightarrow V_B = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



الف) با توجه به اطلاعات مسأله می‌توانیم انرژی پتانسیل گرانشی را در نقطه‌ی

$$U_A = mgh_A = 2 \times 10 \times 5 = 100 \text{ J}$$

A به دست آوریم:

ب) نقطه‌ی B به اندازه‌ی شعاع قسمت دایره‌ای از سطح زمین بالاتر قرار دارد،

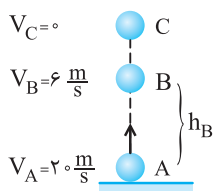
$$U_B = mgh_B = 2 \times 10 \times 1 = 20 \text{ J}$$

بنابراین:

پ) با توجه به قانون پایستگی انرژی مکانیکی می‌توانیم بنویسیم:

۶۹

$$K_A + U_A = K_B + U_B \Rightarrow 100 = \left(\frac{1}{2} \times 2 \times V_B^2\right) + 20 \Rightarrow 80 = V_B^2 \Rightarrow V_B = \sqrt{80} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



نگران نباشید، با این که در این مسأله جرم داده نشده است، ولی می‌توان آن را حل کرد. در

واقع ارتفاعی که جسم به آن می‌رسد، مستقل از جرم جسم است و جسم هر جرمی که داشته باشد، در پاسخ تفاوتی ندارد. شکل سؤال به صورت مقابل است. در نقطه‌ی A، جسم فقط انرژی جنبشی دارد، ولی در نقطه‌ی B، هم انرژی جنبشی دارد و هم پتانسیل گرانشی.

با توجه به پایستگی انرژی مکانیکی می‌توانیم بنویسیم:

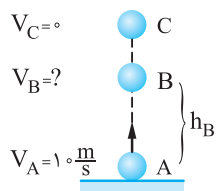
۷۰

$$\begin{aligned} E_A = E_B \Rightarrow K_A + U_A &= K_B + U_B \Rightarrow \frac{1}{2} m V_A^2 = \frac{1}{2} m V_B^2 + mgh_B \xrightarrow[\text{از سمت راست}]{\text{فاکتورگیری m}} \frac{1}{2} V_A^2 = \frac{1}{2} V_B^2 + gh_B \\ \Rightarrow \frac{1}{2} \times 400 &= \frac{1}{2} \times 36 + 10 \cdot h_B \Rightarrow 200 = 18 + 10 \cdot h_B \Rightarrow 10 \cdot h_B = 182 \Rightarrow h_B = 18.2 \text{ m} \end{aligned}$$

الف) فرض کنید نقطه‌ی مورد نظر در شکل زیر، نقطه‌ی B باشد. طبق فرض سؤال $U_B = 3K_B$ است. از طرفی طبق پایستگی انرژی مکانیکی داریم:

۷۱

$$\begin{aligned} K_B + U_B &= K_A + U_A \Rightarrow K_B + 3K_B = K_A \Rightarrow 4K_B = K_A \Rightarrow 4 \left(\frac{1}{2} m V_B^2\right) = \frac{1}{2} m V_A^2 \\ \Rightarrow 2 V_B^2 &= \frac{1}{2} \times 100 \Rightarrow 2 V_B^2 = 50 \Rightarrow V_B^2 = 25 \Rightarrow V_B = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{aligned}$$



ب) برای پیدا کردن ارتفاع جسم در این لحظه، از فرض سؤال استفاده می‌کنیم:

$$U_B = 3K_B \Rightarrow mgh_B = 3\left(\frac{1}{2}mV_B^2\right)$$

$$\Rightarrow 10h_B = \frac{3}{2} \times 25 \Rightarrow 10h_B = 37.5 \Rightarrow h_B = 3.75 \text{ m}$$

الف) آب در ارتفاع ۲۰۰ متری تنها انرژی پتانسیل گرانشی دارد که هنگام برخورد به توربین و با فرض عدم اتلاف انرژی، تمام آن به انرژی جنبشی پره‌های توربین تبدیل می‌شود. پس می‌توان نوشت:

$$K_T = U_1 \Rightarrow \frac{1}{2}mV^2 = mgh \Rightarrow \frac{1}{2}V^2 = 10 \times 200 \Rightarrow V^2 = 4000 \Rightarrow V = \sqrt{4000} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

ب) از اطلاعات مسأله داریم:

$$t = 1 \text{ min} = 60 \text{ s}, \quad m = 20 \text{ ton} = 20000 \text{ kg}$$

بنابراین مقدار انرژی جنبشی برابر است با:

$$K = \frac{1}{2}mV^2 = \frac{1}{2} \times 20000 \times (\sqrt{4000})^2 = 4 \times 10^6 \text{ J}$$

بازده توربین‌ها ۴۰ درصد است، بنابراین مقدار انرژی الکتریکی تولید شده برابر است با:

$$E = 4 \times 10^6 \times 0.4 = 1.6 \times 10^6 \text{ J}$$

$$P = \frac{E}{t} = \frac{1.6 \times 10^6}{60} \approx 26666.6 \text{ W}$$

با استفاده از رابطه‌ی توان می‌توان نوشت:

$$\frac{26666.6}{1600} \approx 16.7$$

پ)

پس برق مصرفی ۱۶۶ خانوار تأمین می‌شود.

با توجه به شکل سؤال مشخص است که گلوله‌ی آونگ در پایین‌ترین نقطه‌ی مسیر خود (که بیشترین سرعت را در آن جا دارد)، نسبت به محلی که ساکن می‌شود، ۵/۰ متر پایین‌تر آمده است. اگر پایین‌ترین نقطه‌ی مسیر را مبدأ پتانسیل بگیریم، آن گاه:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2 \Rightarrow 0 + mgh_1 = \frac{1}{2}mV^2 + 0$$

$$mgh_1 = \frac{1}{2}mV^2 \Rightarrow 10 \times 0.5 = \frac{V^2}{2} \Rightarrow V^2 = 10 \Rightarrow V = \sqrt{10} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

انرژی ذخیره شده در فنر فشرده شده یا کشیده شده را انرژی پتانسیل کشسانی می‌نامیم.

مطابق شکل، روی سطح افقی یک مکعب چوبی را به یک فنر تماس داده و فنر را تا اندازه‌ی معینی فشرده می‌کنیم و سپس جعبه را رها می‌کنیم. جعبه پرتاب شده و پس از طی مسافتی متوقف می‌شود.



بار دیگر این کار را انجام می‌دهیم و این بار فنر را بیش‌تر فشرده می‌کنیم و می‌بینیم جعبه پس از طی مسافت بیش‌تری متوقف می‌شود. نتیجه می‌گیریم هر چه فنر بیش‌تر فشرده شود انرژی پتانسیل کشسانی بیش‌تری داشته و انرژی جنبشی بیش‌تری به جعبه می‌دهد.

الف) اگر تمام انرژی پتانسیل کشسانی فنر به گلوله برسد، آن گاه انرژی جنبشی گلوله برابر ۴۰ ژول خواهد شد. بنابراین:

$$K = \frac{1}{2}mV^2 \Rightarrow 40 = \frac{0.2 \times V^2}{2} \Rightarrow 0.2V^2 = 80 \Rightarrow V^2 = \frac{80}{0.2} = 400$$

$$\xrightarrow[\text{و مخرج در } 10]{\text{ضرب صورت}} V^2 = \frac{400}{2} = 200 \Rightarrow V = \sqrt{200} = 10\sqrt{2} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$K = \frac{1}{2} \times 0.2 \times 40 = 4 \text{ J}$$

ب) در این قسمت ابتدا باید انرژی جنبشی گلوله را به دست آوریم:

یعنی فقط ۳۲ J از انرژی فنر به گلوله رسیده است. بنابراین با جای‌گذاری در رابطه‌ی انرژی جنبشی داریم:

$$K = \frac{1}{2}mV^2 \Rightarrow 32 = \frac{0.2 \times V^2}{2} \Rightarrow 0.2V^2 = 64 \Rightarrow V^2 = \frac{64}{0.2} = 320 \Rightarrow V = \sqrt{320} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

که بدیهی است از $20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ کم‌تر است.

الف) جسم در حال حرکت تنها انرژی جنبشی دارد که پس از برخورد با فنر تبدیل به پتانسیل کشسانی می‌شود و در نقطه‌ی توقف جسم تمام انرژی جنبشی به پتانسیل کشسانی تبدیل می‌شود. بنابراین حداکثر انرژی پتانسیل کشسانی فنر برابر است با:

$$K_1 = \frac{1}{2} m V_1^2 \Rightarrow K_1 = \frac{1}{2} \times 2 \times (1/8)^2 = 3/24 \text{ J}$$

ب) چون اتلاف انرژی نداریم و ۲ J انرژی پتانسیل در فنر ذخیره شده است، پس مابقی ۳/۲۴ J پتانسیل حداکثری فنر، به انرژی جنبشی تبدیل شده است:

$$K_2 = \frac{1}{2} m V_2^2 \Rightarrow 1/24 = \frac{1}{2} \times 2 \times V_2^2 \Rightarrow V_2^2 = 1/24 \Rightarrow V_2 = \sqrt{1/24} \approx 1/11 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

توجه حداکثر انرژی ذخیره شده در فنر زمانی ایجاد می‌شود که گلوله با برخورد به فنر ساکن شود و تمام انرژی جنبشی خود را به فنر بدهد.

دقت کنید که جسم در ابتدا هم انرژی پتانسیل گرانشی دارد و هم انرژی جنبشی. پس برای نقطه‌ی A می‌توانیم بنویسیم:

$$\left. \begin{aligned} U_A &= mgh_A = 2 \times 10 \times 5 = 100 \text{ J} \\ K_A &= \frac{1}{2} m V_A^2 = \frac{2 \times 100}{2} = 100 \text{ J} \end{aligned} \right\} \Rightarrow E_A = U_A + K_A = 200 \text{ J}$$

به عبارت دیگر انرژی مکانیکی گلوله در ابتدا ۲۰۰ ژول است و بنا بر اصل پایستگی انرژی مکانیکی، همواره باید انرژی مکانیکی آن ۲۰۰ ژول بماند. از طرفی بعد از برخورد گلوله با فنر و توقف آن، دیگر گلوله نه انرژی جنبشی دارد و نه انرژی پتانسیل گرانشی، به عبارت دیگر تمام انرژی اولیه‌ی گلوله به انرژی پتانسیل کشسانی فنر تبدیل می‌شود. پس حداکثر انرژی ذخیره شده در فنر همان ۲۰۰ ژول خواهد بود.

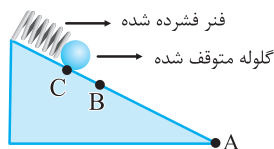
انرژی در نقطه‌ی A فقط انرژی پتانسیل گرانشی است که اندازه‌ی آن به صورت زیر به دست می‌آید (دقت کنید که فاصله‌ی نقطه‌ی A از سطح زمین ۶۰ cm (۰/۶ متر) است):

$$U_A = mgh_A = 0/5 \times 10 \times 0/6 \Rightarrow U_A = 3 \text{ J}$$

در نقطه‌ی C انرژی جنبشی نداریم. یعنی انرژی گلوله فقط از نوع پتانسیل است. البته باید دقت کنیم که انرژی پتانسیل در این نقطه شامل دو قسمت گرانشی و کشسانی است، که مجموع آن‌ها طبق پایستگی انرژی باید ۳ ژول شود. اندازه‌ی انرژی پتانسیل گرانشی گلوله در نقطه‌ی C برابر است با:

$$U_C = mgh_C = 0/5 \times 10 \times 0/2 = 1 \text{ J}$$

بنابراین در فنر ۲ J انرژی پتانسیل کشسانی ذخیره شده است.



گلوله در نقطه‌ی A فقط دارای انرژی جنبشی است که اندازه‌ی آن به صورت زیر به دست می‌آید:

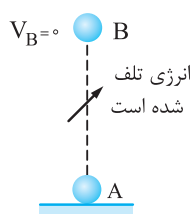
$$K_A = \frac{1}{2} m V_A^2 = \frac{0/5 \times 12^2}{2} = \frac{0/5 \times 144}{2} = 36 \text{ J}$$

در نقطه‌ی C گلوله متوقف می‌شود، بنابراین تمام انرژی جنبشی اولیه‌ی آن تبدیل به انرژی پتانسیل می‌شود. البته انرژی پتانسیل مجموعه‌ی گلوله و فنر در نقطه‌ی C هم از نوع گرانشی است، هم از نوع کشسانی که مجموع آن‌ها ۳۶ J خواهد شد.

انرژی پتانسیل گرانشی نقطه‌ی C به صورت مقابل به دست می‌آید:

$$U_C = mgh_C = 0/5 \times 10 \times 5 = 25 \text{ J}$$

بنابراین انرژی پتانسیل کشسانی فنر در نقطه‌ی C، ۳۶ - ۲۵ = ۱۱ J است.



الف) انرژی اولیه‌ی گلوله فقط انرژی جنبشی است که اندازه‌ی آن به صورت زیر به دست می‌آید:

$$E_A = K_A + 0 = \frac{1}{2} m V_A^2 = \frac{1}{2} \times 2 \times 10^2 = 100 \text{ J}$$

بنابراین انرژی تلف شده که ۲۰ درصد این انرژی است، برابر است با:

$$W_f = \frac{20}{100} \times 100 = 20 \text{ J}$$

ب) چون در بالاترین نقطه، گلوله فقط انرژی پتانسیل گرانشی دارد، پس کل باقیمانده‌ی انرژی به انرژی پتانسیل گرانشی تبدیل شده است، یعنی انرژی پتانسیل گرانشی در بالاترین نقطه ۸۰ J خواهد شد.

$$E_A - E_B = W_f \Rightarrow 100 - U_B = 20 \Rightarrow U_B = 80 \text{ J}$$

پ) با جای گذاری مقدار بالا در رابطه‌ی انرژی پتانسیل گرانشی، حداکثر ارتفاعی را که گلوله به آن می‌رسد، به دست می‌آوریم:

$$U_B = mgh_B \Rightarrow 80 = 2 \times 10 \times h_B \Rightarrow h_B = \frac{80}{20} = 4 \Rightarrow h_B = 4 \text{ m}$$