مهروماه

مهندس محمدرضا میرجلیلی

بانک تست

حسابان

براساس آخرین تغییرات کتاب درسی

کامل‌ترین بانک تست حسابان شامل بیش از ۲۵۰۰ تست
پاسخ‌نامه تشریحی به همراه ایستگاه‌های درسنامه
ریز طبقه‌بندی مباحث و ایستگاه‌های تست
شامل گزیده‌ی تست‌های سراسری، آزاد، سنجش و تألیفی

فصل اول

محاسبات جبری، معادلات و نامعادلات

مقدمه

این فصل در کتاب جدید التألیف حسابان از چندین بخش مجزا تشکیل شده است که این بخش‌ها عبارتند از:

الـف) دنباله: در سـال دوم در کتاب ریاضی (۲) با مفهوم دنباله و ویژگی‌های دنباله‌ی حسابی و هندسی آشنا شدید و برای تکمیل مبحث، در فصل اول کتاب حسابان مجموع جملات دنباله‌های حسـابی و هندسی را فرا می‌گیریم که کاربرد فراوانی برای محاسبه‌ی مجموع تعداد زیادی از اعداد دارند. هر سـاله معمولاً یک تست از این مبحث در کنکور سراسـری و آزاد مطرح می‌شده است که انتظار می‌رود این بودجه‌بندی برای کنکور سال‌های آینده نیز حفظ شود.

ب) بخش‌پذیری: مبحث بخش‌پذیری، با همان شـیوه‌ای که در کتاب جدید مطرح شـده اسـت، در سالهای گذشته نیز به آن پرداخته می‌شـده اسـت. ولی بیـان آن در کتاب جدید، به‌صورت یک مبحث کاربردی مطرح شـده اسـت. این قسـمت، در محاسبه‌ی فاکتورها یا عامل‌های یک چند جمله‌ای مطالب جالبـی را ارائه می‌کند به‌طوری که کاربرد قوانین مربوط بـه این مبحث در فصل‌های بعدی مثل حد، پیوستگی و مشتق‌پذیری و حل معادلات با درجه‌های بالاتر از ۲ به وضوح دیده می‌شود. از این فصل در کنکور سراسری و آزاد سالهای گذشته حداکثر یک تست مطرح می‌شده است. امّا به دلیل اهمیت این فصل و کاربرد آن در فصل‌های بعدی سعی کنید مطالب این قسمت را به‌طور کامل فرا گیرید.

ج) بسـط دو جمله‌ای غیاث الدین جمشید کاشانی: در گذشـته مبحث بسـط دو جمله‌ای را همراه نام دانشمندان بزرگـی چون نیوتن و خیام نسـبت می‌دادنـد ولی در این کتاب این مبحث را به دانشـمند، ستاره‌شناس و ریاضی‌دان برجسته‌ی ایرانی غیاث‌الدین جمشید کاشانی نسبت داده‌اند. موضوع بسط دو جمله‌ای کاربرد زیادی در محاسبه‌ی جملات اتحادها دارد و این مبحث در فصل‌های بعدی مانند حد برای رفع ابهام قابل استفاده است. در واقع با تسلط بر مطالب بسط دو جمله‌ای درصدی از مشـکلات محاسـباتی دانش‌آموزان مرتفـع می‌گـردد. از آنجا که این موضوع جدیـداً به کتاب حسابان اضافه شده است، در امتحان نهایی و کنکور رشته‌ی ریاضی تا کنون سـؤالی از آن مطرح نشـده است. هر چند به جرأت می‌توان گفت که وجود مبحث بسـط دو جمله‌ای در کتاب‌های ریاضی دبیرسـتان لازم و ضروری است و بعید نیسـت که این موضوع در کنکور نیز مورد توجه بیشـتری قرار گیرد.

د) معـادلات و نامعـادلات: قسـمتی از این مبحث را در سال گذشته فرا گرفتیم. در ادامه‌ی روش‌های جبری برای حل معادلات و نامعادلات، روش هندسـی در کتاب جدید التألیف حسابان آورده شده است. که مزیت کتاب حسابان در این مبحث نسـبت به کتاب‌های ریاضی در سـال‌های گذشته است. مطمئن باشـید هر چه برای این فصل وقت گذاشته شود بازهم کم است، زیرا اساس و پایه‌ی ریاضیات بر محاسـبات جبری بنا شده است. از این قسمت، معمولاً یک یا دو سؤال در کنکور سراسری و آزاد مطرح می‌شود.

رابطه‌ی بین ریشه‌های معادله‌ی درجه‌ی دو — ایستگاه ۱۷

۴۰۶- مجموع ریشه‌های معادله‌ی $ax^2+bx+c=0$ با حاصل‌ضرب معکوس ریشه‌های این معادله برابر است. کدام رابطه بین a و b و c برقرار است؟

۱) $a^2+bc=0$ ۲) $a^2-bc=0$ ۳) $b^2-ac=0$ ۴) $b^2+ac=0$

۴۰۷- در معادله‌ی درجه دوم $x^2+3x-1=0$ حاصل $x_1^3+3x_1^2x_2+3x_1x_2^2+x_2^3$ کدام است؟ (آزاد-تجربی-۸۴)

۱) ۹ ۲) ۹- ۳) ۲۷- ۴) ۲۷

۴۰۸- به ازای کدام مقدار k ریشه‌های حقیقی معادله‌ی $x^2+x+k=0$ در رابطه‌ی $kx_1x_2+x_1+x_2=3$ صدق می‌کنند؟ (آزاد-تجربی-۸۰)

۱) فقط $k=-2$ ۲) فقط $k=2$ ۳) $k=\pm 2$ ۴) $k=\pm\sqrt{2}$

۴۰۹- در معادله‌ی $(x+3)^2+(x+3)-1=0$ حاصل $x_1x_2+3x_1+3x_2$ چه قدر است؟ (آزاد-تجربی-۸۰)

۱) ۹- ۲) ۸- ۳) ۴ ۴) ۱۰-

۴۱۰- در معادله‌ی درجه دوم $7x^2+6x+1=0$ حاصل $[x_1+x_2]+[x_1]+[x_2]$ چه قدر است؟ ([ ] تابع جزء صحیح است.) (آزاد-ریاضی-۸۴)

۱) ۱- ۲) صفر ۳) ۳- ۴) ۲-

۴۱۱- اگر $k^2+ak+b=0$ و $k'^2+ak'+b=0$ باشد، $k+k'$ کدام است؟ (آزاد-ریاضی-۸۳)

۱) b ۲) a ۳) $-a$ ۴) $-b$

۴۱۲- اگر a و b ریشه‌های معادله‌ی $x^2-10x+0/1=0$ باشند، حاصل $\log_{10}a+\log_{10}b-\log_{10}(a+b)$ کدام است؟ (سراسری- تجربی خارج از کشور- ۸۹)

۱) ۲- ۲) ۱- ۳) صفر ۴) ۱

۴۱۳- اگر x_1 و x_2 ریشه‌های معادله‌ی $x^2-mx+2=0$ باشند و اعداد $x_1x_2, x_1+x_2, 4$ تشکیل دنباله‌ی حسابی دهند، آن گاه مقدار m کدام است؟ (آزاد- تجربی خارج از کشور- ۸۹)

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۶ ۴) ۹

۴۱۴- مقدار a چه قدر باشد تا حاصل‌ضرب طول‌های نقاط تقاطع دو منحنی $y_1=x^2+ax$ و $y_2=ax^2-x+3$ برابر ۱- گردد؟

۱) ۲- ۲) صفر ۳) ۲ ۴) ۱

۴۱۵- در معادله‌ی درجه‌ی دوم $x^2-ax-b^2-ab=0$ بین ریشه‌ها کدام رابطه برقرار است؟

۱) $\frac{x'}{x''}=-(1+\frac{a}{b})$ ۲) $\frac{x'}{x''}=\frac{a}{b}-1$ ۳) $\frac{x'}{x''}=\frac{a}{a+b}$ ۴) $\frac{x'}{x''}=\frac{a}{b}+1$

۴۱۶- اگر معادله‌ی $m^2x^2+(2m-1)x+1=0$ دارای دو ریشه‌ی حقیقی عکس یک دیگر باشد، آن گاه:

۱) $m=-1$ ۲) $m=1$ ۳) $m=\pm 1$ ۴) $m=2$

۴۱۷- اگر ریشه‌های معادله‌ی $x^2+ax+b=0$ دو عدد صحیح متوالی باشند، داریم:

۱) $a^2+4b=0$ ۲) $a^2+4b=1$ ۳) $a^2-4b=1$ ۴) $a^2-b=1$

۴۱۸- در معادله‌ی $ax^2+bx+c=0$ رابطه‌ی $x_1+x_2=x_1^2x_2^2$ برقرار است. کدام گزینه درست است؟ (آزاد-تجربی-۸۷)

۱) $c+ab=0$ ۲) $c^2+ab=0$ ۳) $c^2-ab=0$ ۴) $b^2+ac=0$

۴۱۹- در معادله‌ی $x^2-4x+1=0$، حاصل $\sqrt{x_1}+\sqrt{x_2}$ چه قدر است؟ (x_1 و x_2 جواب‌های معادله‌اند.) (آزاد- ریاضی - ۸۹)

۱) ۶ ۲) $\sqrt{5}$ ۳) ۲ ۴) $\sqrt{6}$

۴۲۰- اگر α و β ریشه‌های معادله‌ی $4x^2-12x+1=0$ باشند، مقدار $\frac{1}{\sqrt{\alpha}}+\frac{1}{\sqrt{\beta}}$ چه قدر است؟ (سراسری- ریاضی خارج از کشور- ۸۵)

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۶

۴۲۱- در معادله‌ی $x^2-3x+1=0$، حاصل $x_1\sqrt{x_2}+x_2\sqrt{x_1}$ کدام است؟ (آزاد- ریاضی خارج از کشور - ۸۷)

۱) $\sqrt{5}$ ۲) ۵ ۳) $\sqrt{3}$ ۴) ۳

۴۲۲- اگر x' و x'' ریشه‌های معادله‌ی $x^2-4x+1=0$ باشند، حاصل $|\sqrt{x'}-\sqrt{x''}|$ کدام است؟

۱) $\sqrt{2}$ ۲) $\sqrt{3}$ ۳) ۲ ۴) ۳

۴۲۳- در معادله‌ی $x^2-6x+1=0$ اگر $\sqrt{x'}+\sqrt{x''}=2m$ باشد، آن گاه m برابر است با:

۱) ۱ ۲) $-\sqrt{2}$ ۳) $\pm\sqrt{2}$ ۴) $\sqrt{2}$

۴۲۴- در معادله‌ی $x^2-8x+4=0$ حاصل $\sqrt{x_1}+\sqrt{x_2}$ کدام است؟ (آزاد- تجربی- ۸۶)

۱) $2\sqrt{3}$ ۲) $3\sqrt{2}$ ۳) ۱۲ ۴) ۱۸

۴۲۵- در معادله‌ی $7x^2-6x+1=0$ اگر ریشه‌ها x_1 و x_2 باشند، کدام درست است؟ (آزاد- ریاضی- ۸۳)

۱) $\sqrt{x_1}+\sqrt{x_2}>\sqrt[3]{x_1}+\sqrt[3]{x_2}$ ۲) $\sqrt{x_1}+\sqrt{x_2}=\sqrt[3]{x_1}+\sqrt[3]{x_2}$ ۳) $x_1(1+x_2)=1-x_2$ ۴) $x_1+x_2>\sqrt{x_1}+\sqrt{x_2}$

۴۲۶- در معادله‌ی درجه‌ی دوم $x^2-ax+a+2=0$، تفاضل دو ریشه برابر ۲ است. a کدام است؟

۱) ۲- و ۶- ۲) ۲ و ۶- ۳) ۲- و ۶ ۴) ۲ و ۶

۴۲۷- تفاضل ریشه‌های معادله‌ی $5x^2-2(5m+3)x+5m^2+6m+1=0$:

۱) بستگی به m ندارد. ۲) $\frac{2}{5}$ ۳) $-\frac{2}{5}$ ۴) $|m-1|$

۴۲۸- اگر یکی از ریشه‌های معادله‌ی $x(ax^2-x-5)=2$ برابر ۲ باشد، مجموع دو ریشه‌ی دیگر آن کدام است؟ (سراسری- ریاضی خارج از کشور- ۸۷)

۱) ۲- ۲) $-\frac{3}{2}$ ۳) $\frac{1}{2}$ ۴) $\frac{3}{2}$

۴۲۹- اگر x_1 و x_2 ریشه‌های معادله‌ی درجه دوم $x^2-x-3=0$ باشند، حاصل $(x_1^2-3)(x_2^2-3)$ چه قدر است؟ (آزاد- ریاضی خارج از کشور- ۸۶)

۱) ۱ ۲) ۳- ۳) ۹ ۴) $\frac{1}{3}$

۴۳۰- اگر α و β ریشه‌های معادله‌ی $x^2+x-3=0$ باشند، حاصل عبارت $\alpha^3+\beta^3+\alpha^2+\beta^2$ برابر است با:

۱) ۳- ۲) ۶- ۳) ۳ ۴) ۶

۴۳۱- در معادله‌ی $x^2-5x+m^3+5m=0$ اگر $x'=2$ باشد، آن گاه $x'^3+x''^3$ چه قدر است؟

۱) ۳۵ ۲) ۱۹ ۳) ۱۹- ۴) بستگی به m دارد.

۴۳۲- در معادله‌ی $x^2+4x-1=0$ حاصل $\left(\frac{x_2}{x_1}+\frac{x_1}{x_2}\right)^2$ کدام است؟ (آزاد- تجربی- ۸۸)

۱) ۱۹۶ ۲) ۲۸۹ ۳) ۳۲۴ ۴) ۸۱

۴۳۳- در معادله‌ی $x^2-5x-1=0$ حاصل $\frac{x_1}{x_2^2}+\frac{x_2}{x_1^2}$ کدام است؟ (آزاد- تجربی- ۸۶)

۱) ۱۱۰ ۲) ۱۴۰ ۳) ۱۴۰- ۴) ۱۱۰-

۴۳۴- در معادله‌ی درجه دوم $x^2-7x+2=0$ اگر α و β ریشه‌ها باشند حاصل $\alpha^2+\beta^2+4$ کدام است؟ (آزاد- تجربی- ۸۴)

۱) ۴۹- ۲) ۷ ۳) ۷- ۴) ۴۹

۴۳۵- در معادله‌ی $x^2-4x+1=0$، حاصل $x_1+\frac{1}{x_1}+x_2+\frac{1}{x_2}$ کدام است؟ (آزاد- تجربی- ۸۳)

۱) ۸- ۲) ۴- ۳) ۸ ۴) ۴

۴۳۶- در معادله‌ی درجه دوم $x^2-(\frac{1}{a^4}+a^2)x+\frac{1}{a^2}=0$ حاصل $\frac{x_1}{x_2}+\frac{x_2}{x_1}$ کدام است؟ (آزاد- تجربی- ۸۱)

۱) $a^8+\frac{1}{a^8}$ ۲) $a^4+\frac{1}{a^2}$ ۳) $a^4+\frac{1}{a^4}$ ۴) $a^6+\frac{1}{a^6}$

۴۳۷- در معادله‌ی درجه دوم $2x^2+ax+9=0$، یک ریشه دو برابر ریشه‌ی دیگر است. مجموع دو ریشه‌ی مثبت کدام است؟ (سراسری- تجربی خارج از کشور- ۸۴)

۱) ۳/۵ ۲) ۴ ۳) ۴/۵ ۴) ۵

۴۳۸- به ازای کدام مقدار m در معادله‌ی $(m+1)x^2-3x+m=0$، یکی از ریشه‌ها دو برابر ریشه‌ی دیگر است؟ (سراسری- ریاضی- ۷۹)

۱) $3,-2$ ۲) $-3,2$ ۳) $2,-1$ ۴) $-2,1$

۴۳۹- به ازای کدام مقدار m، مجموع مربع‌های دو ریشه‌ی حقیقی معادله‌ی $x^2-mx+1-m=0$ برابر ۱ می‌شود؟ (آزاد- ریاضی خارج از کشور- ۸۹)

۱) ۳ ۲) $3,-1$ ۳) ۱ ۴) $-3,1$

۴۴۰- اگر در معادله‌ی $2x^2-8x+m=0$ یکی از جواب‌ها دو واحد بیش‌تر از جواب دیگر باشد، m کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۱ ۳) ۶ ۴) ۱۲

فصل پنجم

مشتق

تعریف مشتق و مفهوم هندسی آن — ایستگاه ۵۳

۱۸۲۱- با فرض آن که تابع f در همسایگی نقطه‌ای به طول a تعریف شده باشد، کدام‌یک از حدهای زیر تعریف مناسبی برای مشتق f در a هستند؟

۱) $\lim\limits_{h\to ۰}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$ ۲) $\lim\limits_{x\to a}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}$ ۳) $\lim\limits_{h\to ۰}\frac{f'(a+h)-f'(a)}{h}$ ۴) گزینه‌های ۱ و ۲

۱۸۲۲- حد کدام یک از کسرهای زیر وقتی $\Delta x\to ۰$ برابر $f'(x)$ است؟

۱) $\frac{f(x+۲\Delta x)-f(x-\Delta x)}{\Delta x}$ ۲) $\frac{f(x)-f(x+\Delta x)}{\Delta x}$ ۳) $\frac{f(x+\Delta x)-f(x-\Delta x)}{\Delta x}$ ۴) $\frac{f(x+\Delta x)-f(x-\Delta x)}{۲\Delta x}$

۱۸۲۳- وجود خط مماس(منحصر به فرد) بر منحنی $f(x)$ در نقطه‌ای به طول a چگونه شرطی برای مشتق‌پذیری $f(x)$ در a است؟

۱) شرط لازم ۲) شرط کافی ۳) شرط لازم و کافی ۴) نه شرط لازم و نه شرط کافی

۱۸۲۴- اگر $f'(-۲)=۲$ مقدار $\lim\limits_{t\to -۲}\frac{f(t)-f(-۲)}{۲(t+۲)}$ کدام است؟

۱) -۲ ۲) -۱ ۳) ۱ ۴) ۲

۱۸۲۵- اگر $f(x)=\sin \pi x^۲$ آن‌گاه $\lim\frac{f(۱+\Delta x)-f(۱)}{\Delta x}$ ، وقتی $\Delta x\to ۰$ کدام است؟

۱) π ۲) $\frac{\pi}{۲}$ ۳) $-\pi$ ۴) -۲π

۱۸۲۶- اگر $f(x)=۳x^۲-۴x$، مقدار $\lim\limits_{h\to ۰}\frac{f(-۱+h)-۷}{h}$ کدام است؟

۱) ۱۰ ۲) ۵ ۳) -۵ ۴) -۱۰

۱۸۲۷- با استفاده از تعریف مشتق، حد عبارت $\frac{۴x\cos ۲x-۰}{۴x-\pi}$ وقتی $x\to\frac{\pi}{۴}$ کدام است؟

۱) $-\frac{\pi}{۲}$ ۲) $\frac{\pi}{۲}$ ۳) $۱-\frac{\pi}{۲}$ ۴) $۱+\frac{\pi}{۲}$

۱۸۲۸- اگر $f(x)=(x-۲)\sqrt[۳]{x^۲}$ حاصل $\lim\limits_{\Delta x\to ۰}\frac{f(-۱+\Delta x)-f(-۱)}{\Delta x}$ کدام است؟ (سراسری تجربی خارج از کشور- ۸۴)

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) $\frac{۲}{۳}$ ۴) $\frac{۴}{۳}$

۱۸۲۹- حاصل $\lim\limits_{h\to ۰}\frac{\cos(\frac{\pi}{۶}+h)-\cos\frac{\pi}{۶}}{h}$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $-\frac{۱}{۲}$ ۳) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ ۴) $-\frac{\sqrt{۳}}{۲}$

۱۸۳۰- حاصل $\lim\limits_{h\to ۰}\frac{-\sqrt[۳]{۸+h}+۲}{h}$ کدام است؟

۱) $-\frac{۱}{۲}$ ۲) $-\frac{۱}{۶}$ ۳) $-\frac{۱}{۸}$ ۴) $\frac{-۱}{۱۲}$

۱۸۳۱- اگر $f'(۴)=۳$ باشد حاصل $\lim\limits_{x\to ۴}\frac{f(x)-f(۴)}{\sqrt{x}-۲}$ کدام است؟

۱) ۴ ۲) ۶ ۳) ۸ ۴) ۱۲

۱۸۳۲- هرگاه $f(x)=x\sin x$ باشد، حاصل $\lim_{x\to\frac{\pi}{2}}\frac{f(x)-f(\frac{\pi}{2})}{2x-\pi}$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) $\frac{1}{2}$ ۴) ۱-

۱۸۳۳- با توجه به تعریف مشتق تابع در نقطه‌ی $x=1$، مقدار $\lim_{x\to1}\frac{(1+\sqrt{x})(1+x)-4}{x-1}$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۸۳۴- اگر $f(x)=\sqrt{x}$ باشد حاصل $\lim_{h\to0}\frac{f(4+h)-f(4-h)}{2h^2+h}$ کدام است؟

۱) $\frac{1}{4}$ ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) $\frac{3}{4}$ ۴) $\frac{3}{2}$

۱۸۳۵- اگر $\lim_{h\to0}\frac{f(x+h)-f(x-h)}{h}=2\sqrt{x}$ آن‌گاه $f'(4)$ کدام است؟

۱) $\frac{2}{3}$ ۲) $\frac{4}{3}$ ۳) ۴ ۴) ۲

۱۸۳۶- اگر $\lim_{\Delta x\to0}\frac{f(x-\Delta x)-f(x)}{\Delta x}=x\sqrt[3]{x}$ مقدار $f''(1)$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۱- ۳) $\frac{4}{3}$ ۴) $-\frac{4}{3}$

۱۸۳۷- اگر $\lim_{h\to0}\frac{f(x+2h)-f(x)}{h}=x^3+3x$ باشد، $f'(1)$ کدام است؟

۱) ۶ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

۱۸۳۸- اگر $\lim_{h\to0}\frac{f(x+h)-f(x-h)}{h}=2\cos^2\frac{\pi}{x^2+1}$ باشد، آن گاه $f'(\sqrt{5})$ کدام است؟

۱) $\frac{3}{2}$ ۲) $\frac{3}{4}$ ۳) $\frac{1}{2}$ ۴) $\frac{1}{4}$

۱۸۳۹- مشتق تابع f در نقطه‌ی $x=-1$ به صورت $\lim_{h\to0}\frac{3(h-1)^3+a(h-1)+a+3}{h}=8$ می‌باشد. a کدام است؟

۱) ۱- ۲) ۲- ۳) ۳- ۴) ۴-

۱۸۴۰- مشتق تابع f در نقطه‌ی $x=2$ به صورت $\lim_{h\to0}\frac{2(2+h)^2+k(2+h)-2k-8}{h}=12$ بیان شده است. k کدام است؟ (سراسری- ریاضی- ۸)

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۶

مشتقات یک طرفه- مشتق‌پذیری — ایستگاه ۵۴

۱۸۴۱- پیوستگی تابع f در نقطه‌ای به طول a چگونه شرطی برای مشتق‌پذیری $f(x)$ در a است؟

۱) شرط لازم ۲) شرط کافی ۳) شرط لازم و کافی ۴) نه شرط لازم و نه شرط کافی

۱۸۴۲- مشتق چپ تابع $y=x^2[x]$ در نقطه‌ی $x=3$ کدام است؟

۱) وجود ندارد ۲) ۳ ۳) ۶ ۴) ۱۲

۱۸۴۳- مشتق تابع $y=|\sin x|$ در نقطه‌ی $x=0$ .....

۱) صفر است ۲) ۱ است ۳) ۱- است ۴) موجود نیست

۱۸۴۴- مشتق چپ تابع $\forall x\in\mathbb{R}$ و $f(x)=|2x+1|-|x-1|$ در نقطه‌ی $x=-\frac{1}{2}$ کدام است؟

۱) ۱- ۲) ۱ ۳) $-\frac{1}{2}$ ۴) $\frac{1}{2}$

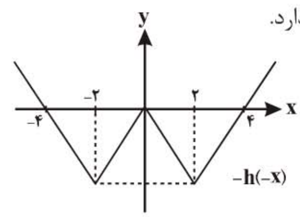
۱۸۴۵- مشتق چپ $f(x)=|x^2-x|$ در $x=1$، کدام است؟

۱) ۲- ۲) ۱- ۳) ۱ ۴) ۲

می‌بینیم که تابع در بازه‌ی $[\circ,1]$ نزولی و در بازه‌ی $[1,+\infty)$ صعودی است. پس در تمام بازه‌هایی که زیرمجموعه‌ی بازه‌ی $[1,+\infty)$ باشند، نیز صعودی است (مثلاً در بازه‌های $[1/5,+\infty)$، $[2,+\infty)$ و ...) بنابراین بزرگ‌ترین بازه، همان بازه‌ی $[1,+\infty)$ است؛ یا به عبارتی کم‌ترین مقدار a (که ابتدای بازه است)، همان عدد ۱ است.

بنابراین معادله پنج ریشه دارد.

اما گزینه‌ی (۴):



دقت کنید چون تابع زوج است، $h(-x)=h(x)$ است (یعنی نمودار آن‌ها یکی است). ضمناً تابع $y=-h(x)$ در بازه‌ی $[\circ,2]$ نزولی است.

۸۹۷. گزینه‌ی (۲)

$$f(x)=x[x] \quad (x<\circ)$$

$$\left.\begin{array}{l}\circ>x_1>x_2 \Rightarrow \circ>[x_1]\geq[x_2]\Rightarrow\\ \circ>x_1>x_2\end{array}\right\} x_1[x_1]<x_2[x_2]$$

$\Rightarrow$ پس f تابعی اکیداً نزولی است $f(x_1)<f(x_2)$

۸۹۸. گزینه‌ی (۱)

$$y=\begin{cases}x^2 & x\geq 1\\ 1-x^2 & x\leq \circ\end{cases}$$

دقت کنید که این توابع صعودی اکید نمی‌باشد، زیرا به ازای $x=\circ$ و $x=1$ و $y=1$ می‌شود.

۸۹۹. گزینه‌ی (۴) تابع نزولی تابعی است که هر مقدار طول نقطه بیش‌تر می‌شود، عرض آن نقطه کم می‌شود و یا بدون تغییر می‌ماند یعنی:

$$\forall x_1,x_2\in D_f: x_1>x_2 \Rightarrow f(x_1)\leq f(x_2)$$

حال گزینه‌ها را یکی یکی بررسی می‌کنیم.

(گزینه‌ی ۱) $y=x^3-3: x_1>x_2 \Rightarrow x_1^3>x_2^3$

$\Rightarrow f(x_1)>f(x_2)\Rightarrow$ تابع صعودی

(گزینه‌ی ۲) $y=x+1: x_1>x_2 \Rightarrow x_1+1>x_2+1$

$\Rightarrow f(x_1)>f(x_2)\Rightarrow$ تابع صعودی

(گزینه‌ی ۳) $y=x^3+3: x_1>x_2 \Rightarrow x_1^3>x_2^3 \Rightarrow x_1^3+3>x_2^3+3$

$\Rightarrow f(x_1)>f(x_2)\Rightarrow$ تابع صعودی

(گزینه‌ی ۴) $y=1-x: x_1>x_2 \Rightarrow 1-x_1<1-x_2$

$\Rightarrow f(x_1)<f(x_2)\Rightarrow$ تابع نزولی

۹۰۰. گزینه‌ی (۲)

$$\begin{cases}f(x) & \text{اکیداً نزولی}\\ g(x)=-x^3+1 & \text{اکیداً نزولی}\end{cases}\Rightarrow$$

$y=f(g(x))=f(-x^3+1)$ اکیداً صعودی

نکته درسی

ترکیب دو تابع اکیداً صعودی، تابعی اکیداً صعودی است. ترکیب دو تابع اکیداً نزولی، تابعی اکیداً صعودی است. ترکیب دو تابع یکی اکیداً صعودی و دیگری اکیداً نزولی، تابعی اکیداً نزولی است.

ایستگاه ۳۴

توابع یک به یک پوشا

تابع یک به یک

① **تعریف:** تابعی که در آن هیچ دو زوجی با مؤلفه‌های دوم یکسان وجود نداشته باشد یعنی:

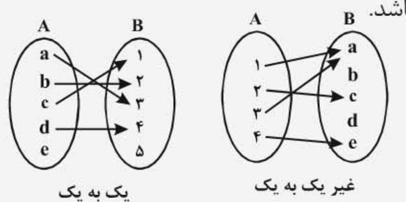
$$\forall x_1,x_2\in D_f: x_1\neq x_2 \Rightarrow f(x_1)\neq f(x_2)$$

$$\forall x_1,x_2\in D_f: f(x_1)=f(x_2)\Rightarrow x_1=x_2$$

② **نکات مربوط به تابع یک به یک**

۲-۱- تشخیص تابع یک به یک از روی نمودار پیکانی:

فرض کنیم تابع f از مجموعه‌ی A به روی B تعریف شده باشد. نمودار پیکانی تابع f موقعی یک به یک بودن تابع را نشان می‌دهد که به هر یک از عضوهای مجموعه‌ی B حداکثر یک پیکان وارد شده باشد.

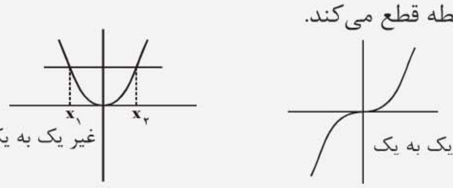


۲-۲-تشخیص یک به یک بودن تابع از روی نمایش زوج مرتب

طبق تعریف تابع یک به یک، تابعی یک به یک است که مؤلفه‌های دوم آن همگی متمایز باشند، پس در نمایش زوج مرتب یک تابع به مؤلفه‌های دوم آن نگاه می‌کنیم، اگر همگی متفاوت بودند، می‌گوییم تابع یک به یک است.

۲-۳-تشخیص تابع یک به یک از روی نمودار مختصاتی:

هر خط به موازات محور xها، نمودار تابع یک به یک را حداکثر در یک نقطه قطع می‌کند.



۲-۴-تشخیص تابع یک به یک از روی ضابطه:

با توجه به تابع یک به یک می‌توان نتیجه گرفت که اگر دو زوج (x_1,y) و (x_2,y) متعلق به تابع f باشند، برای یک به یک بودن f باید $x_1=x_2$. بنابراین برای اثبات یک به یک بودن تابع، دو زوج مرتب دلخواه به صورت (x_1,y) و (x_2,y) از تابع f در نظر می‌گیریم و نشان می‌دهیم $x_1=x_2$ که در این صورت تابع f هیچ دو زوجی با مؤلفه‌های دوم یکسان نخواهد

داشت و یا به عبارت دیگر برای تشخیص تابع یک به یک از روی ضابطه، با تشکیل $f(x_1)=f(x_2)$ باید به رابطه‌ی $x_1=x_2$ برسیم.

۲-۵- قضیه: هر تابع اکیداً یکنوا (اکیداً صعودی یا اکیداً نزولی) یک به یک است. (عکس این مطلب صحیح نمی‌باشد)

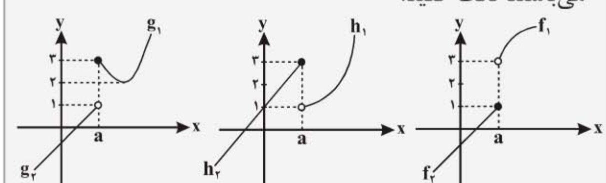
۲-۶- یک به یک بودن توابع چند ضابطه‌ای ضابطه:

توابع چند ضابطه‌ای با دو شرط زیر یک به یک هستند:

الف) هر ضابطه به طور جداگانه در دامنه‌ی خود یک به یک باشد.

ب) اشتراک دو به دوی بردها برابر تهی باشد.

به شکل‌های زیر که هر کدام نمودار یک تابع دو ضابطه‌ای می‌باشند دقت کنید:



تابع پوشا

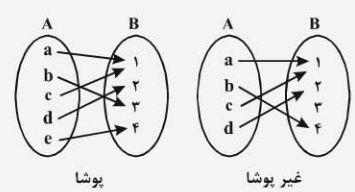
① **تعریف:** تابع f از A به B $(f:A\to B)$ را پوشا گوییم هرگاه $B=R_f$ باشد یعنی به ازای هر y از B عضوی مانند x از A موجود باشد به طوری که: $f(x)=y$. اگر حداقل یک y از B وجود داشته باشد که هیچ x از A به آن نظیر نشده باشد گوییم تابع f از A به B پوشا نمی‌باشد. بهترین تعریف تابع پوشا چنین است: f از A به B پوشاست اگر و فقط اگر $B=R_f$.

تذکر: روش کلی برای تعیین پوشا بودن یک تابع آن است که برد تابع را پیدا کرده و با مجموعه‌ی هم دامنه مقایسه کنیم، در صورتی که برابر باشند، تابع پوشاست.

② **نکات مربوط به تابع پوشا**

۲-۱- تشخیص تابع پوشا از روی نمودار پیکانی

فرض کنیم تابع f از مجموعه‌ی A به روی مجموعه‌ی B تعریف شده باشد. در نمودار پیکانی تابع پوشای f، به هر یک از عضوهای مجموعه B باید حداقل یک پیکان وارد شده باشد، یعنی هیچ عضوی در مجموعه‌ی B تنها نباشد.



۲-۲- تشخیص تابع پوشا از روی نمودار: در نمودار دکارتی تابع پوشا هر خط **افقی** $y=k\in R_f$ باید نمودار را حداقل در یک نقطه قطع کند.

۲-۳- تشخیص تابع پوشا از روی ضابطه: x را بر حسب y پیدا می‌کنیم و بررسی می‌کنیم که آیا هر $y\in B=R_f$ دارای یک x نظیر در مجموعه‌ی A هست یا خیر.

به عنوان مثال تابع $\begin{cases} f=x^2+1 \\ R\to R \end{cases}$ **غیرپوشاست** زیرا به ازای $y=0$ مقداری برای x یافت نمی‌شود:

$$y=x^2+1\to x^2=y-1\to x=\sqrt{y-1}$$

۲-۴- تابع هموگرافیک: $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ اگر $R-\{\dfrac{d}{c}\}\to R-\{\dfrac{a}{c}\}$ تعریف شود، یک به یک و پوشاست.

۲-۵- توابع خطی: همواره یک به یک و پوشا می‌باشند.

۹۰۱. گزینه‌ی (۴) در تابع یک به یک داریم:

$$\forall (x_1,y_1),(x_2,y_2)\in f: y_1=y_2\Rightarrow x_1=x_2$$

$$\left.\begin{array}{l} (m,3),(-1,3)\in f\Rightarrow m=-1 :\text{شرط یک به یک بودن} \\ (2m,a)=(-2,a)\in f \\ (-2,2)\in f \end{array}\right\}$$

$$\Rightarrow\ a=2\ \text{شرط تابع بودن}$$

۹۰۲. گزینه‌ی (۳)

$$f(x_1)=f(x_2)\Rightarrow x_1=x_2\Rightarrow \begin{cases} (a,3),(6,3)\to a=6 \\ (1,2),(b,2)\to b=1 \end{cases}$$

۹۰۳. گزینه‌ی (۴) عضوهای $(3,a^2-a)$ و $(3,2)$ در f مؤلفه‌های اول یکسانی دارند. چون f تابع است، پس مؤلفه‌های دوم آن‌ها نیز باید یکسان باشند. لذا:

$$a^2-a=2\Rightarrow a^2-a-2=0\Rightarrow a=-1\ \text{یا}\ a=2$$

به ازای $a=-1$، تابع f را بازنویسی می‌کنیم.

$$a=-1\Rightarrow f=\{(3,2),\overline{(-1,5)},(3,20,(b,2),\overline{(-1,4)}\}$$

در دو زوج مرتب $(-1,4)$ و $(-1,5)$، مؤلفه‌های اول برابر و مؤلفه‌های دوم نابرابرند، پس f به ازای $a=-1$ تابع نمی‌شود.

به ازای $a=2$ تابع را بازنویسی می‌کنیم:

$$a=2\Rightarrow f=\{(3,2),(2,5),\underline{(3,2)},\underline{(b,2)},(-1,4)\}$$

چون f باید یک به یک باشد و از آن جا که دو زوج مرتب $(3,2)$ و $(b,2)$ مؤلفه‌های دوم برابر دارند، مؤلفه‌های اول آن‌ها نیز باید برابر باشند، پس $b=3$ می‌شود و در نتیجه $(a,b)=(2,3)$.

۹۰۴. گزینه‌ی (۳) با دو مثال، غیر یک به یک بودن توابع در گزینه‌های (۱) و (۲) را نشان می‌دهیم.

$$1)\ y=0\Rightarrow 2x^3-6x=0\Rightarrow x(2x^2-6)=0\Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=\sqrt{3} \\ x=-\sqrt{3} \end{cases}$$

مشاهده می‌شود که نقطه‌ی $y=0$ تصویر سه نقطه از دامنه می‌باشد. پس تابع یک به یک نیست.

پاسخ‌نامه‌ی تشریحی فصل پنجم

مشتق

ایستگاه ۵۳

تعریف مشتق و مفهوم هندسی آن

تعریف مشتق: فرض کنیم تابع $y=f(x)$ در همسایگی $x=a$ از بازه‌ی I تعریف شده باشد. چنانچه $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(a+h)-f(a)}{h}$ موجود و متناهی باشد مقدار آن را مشتق تابع f در نقطه‌ی $x=a$ می گوییم و با $f'(a)$ نمایش می‌دهیم، یعنی:

$$f'(a)=\lim_{h\to 0}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$$

تذکر: اگر حد فوق موجود نباشد، گوییم f در a مشتق‌پذیر نیست و در این نقطه خط مماس وجود ندارد.

بیان دیگری از تعریف مشتق:

هرگاه در تعریف فوق از تغییر متغیر $a+h=x$ استفاده کنیم، داریم:

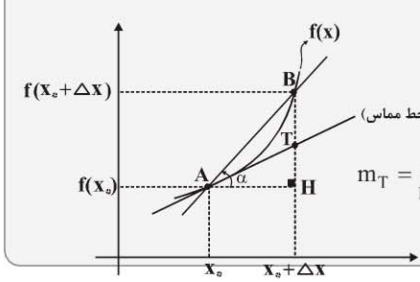
$$\begin{cases}a+h=x\Rightarrow h=x-a\\ h\to 0\Rightarrow x\to a\end{cases}\Rightarrow f'(a)=\lim_{x\to a}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}$$

بنابراین به طور کلی داریم:

$$f'(a)=\lim_{h\to 0}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}=\lim_{x\to a}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}$$

تعبیر هندسی مشتق

مشتق تابع به ازای طول نقطه‌ی تماس برابر شیب خط مماس بر منحنی در نقطه‌ی تماس می‌باشد یعنی:



$$m_T=\lim_{B\to A}m_{AB}=f'(x_0)$$

۱۸۲۱. گزینه‌ی (۴)

اگر تابع f در همسایگی x_0 تعریف شده و هر کدام از حدهای زیر موجود و متناهی باشند تابع در $x=x_0$ مشتق‌پذیر است.

۱) $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}=f'(x_0)$

۲) $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}=f'(x_0)$

۳) $\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{\Delta f}{\Delta x}=f'(x_0)$

در تعریف سوم فرض کنید: $\begin{cases}\Delta f=f(x)-f(x_0)\\ \Delta x=x-x_0\end{cases}$

۱۸۲۲. گزینه‌ی (۴) **روش اول** با به دست آوردن حاصل هر یک از گزینه‌ها، بررسی می‌کنیم که کدام‌یک از حدها برابر با $f'(x)$ می‌شود:

گزینه‌ی (۱) : $\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{f(x+2\Delta x)-f(x-\Delta x)}{\Delta x}$

$$=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x+2\Delta x)-f(x)+f(x)-f(x-\Delta x)}{\Delta x}$$

$$=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x+2\Delta x)-f(x)}{\Delta x}+\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x)-f(x-\Delta x)}{\Delta x}$$

$$=\lim_{2\Delta x\to 0}2\times\frac{f(x+2\Delta x)-f(x)}{2\Delta x}+\lim_{-\Delta x\to 0}\frac{f(x+(-\Delta x))-f(x)}{-\Delta x}$$

$$=2f'(x)+f'(x)=3f'(x)$$

گزینه‌ی (۲) : $\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{f(x)-f(x+\Delta x)}{\Delta x}$

$$=-\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}=-f'(x)$$

گزینه‌ی (۳) : $\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{f(x+\Delta x)-f(x-\Delta x)}{\Delta x}$

$$=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x+\Delta x)-f(x)+f(x)-f(x-\Delta x)}{\Delta x}$$

$$=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}+\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x)-f(x-\Delta x)}{\Delta x}$$

$$=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}+\lim_{-\Delta x\to 0}\frac{f(x+(-\Delta x))-f(x)}{-\Delta x}$$

$$=f'(x)+f'(x)=2f'(x)$$

گزینه‌ی (۴) : $\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{f(x+\Delta x)-f(x+\Delta x)}{2\Delta x}$

$$=\frac{f(x+\Delta x)-f(x)+f(x)-f(x-\Delta x)}{2\Delta x}$$

$$=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{2\Delta x}+\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x)-f(x-\Delta x)}{2\Delta x}$$

$$=\frac{1}{2}f'(x)+\frac{1}{2}f'(x)=f'(x)$$

با توجه به حاصل حدهای بالا معلوم می‌شود که حد کسر گزینه‌ی (۴) برابر با مشتق $f(x)$ است. بنابراین گزینه (۴) صحیح است.

روش دوم به طور کلی اگر f تابعی مشتق‌پذیر باشد آن گاه:

$$\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x+n\Delta x)-f(x+m\Delta x)}{P\Delta x}=(\frac{n-m}{P})f'(x)$$

بنابراین با توجه به فرمول فوق خواهیم داشت:

۱) lim (گزینه‌ی ۱) $=(2-(-1))f'(x)=3f'(x)$

۲) lim (گزینه‌ی ۲) $=(0-1)f'(x)=-f'(x)$

۳) lim (گزینه‌ی ۳) $=(1-(-1))f'(x)=2f'(x)$

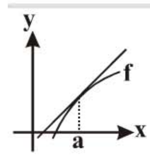
$\lim$ ۴) (گزینه‌ی ۴) $= \frac{1}{2}(1-(-1))f'(x) = \frac{1}{2}(2)f'(x) = f'(x)$

تذکر: ملاحظه می‌شود که روش دوم به مراتب ساده‌تر و کوتاه‌تر از روش اول است. پس دانش‌آموزانی که قدری مهارت در محاسبات ذهنی داشته باشند می‌توانند بدون آن که محاسبات را روی کاغذ انجام دهند، به طور ذهنی با نگاه کردن به گزینه‌ها تشخیص دهند کدام یک از گزینه‌ها صحیح است.

۱۸۲۳. گزینه‌ی (۱)

نکته

تعبیر هندسی مشتق: (شیب خط مماس)



وقتی می‌گوییم تابع $f(x)$ در نقطه‌ای به طول a مشتق‌پذیر است، یعنی می‌توانیم بر منحنی f در نقطه‌ی a، یک و فقط یک مماس رسم کنیم که بر محور x ها نیز عمود نباشد (مانند شکل).

وجود خط مماس با توجه به نکته‌ی فوق باز هم شرط لازم می‌باشد چون ممکن است خط مماس عمودی باشد و f مشتق‌پذیر نباشد.

۱۸۲۴. گزینه‌ی (۳) اگر در عبارت $\left(\lim\limits_{t\to -2}\frac{f(t)-f(-2)}{2(t+2)}\right)$ ضریب ثابت $\frac{1}{2}$ را طبق فرمول $\lim\limits_{x\to x_0} af(x) = a\lim\limits_{x\to x_0} f(x)$ به بیرون از حد منتقل کنیم، عبارت فوق به صورت $\frac{1}{2}\lim\limits_{t\to -2}\frac{f(t)-f(-2)}{t-(-2)}$ در می‌آید که بنا به مطلب فوق خواهیم داشت:

$$\lim_{t\to -2}\frac{f(t)-f(-2)}{2(t+2)} = \frac{1}{2}\lim_{t\to -2}\frac{f(t)-f(-2)}{t-(-2)} = \frac{1}{2}f'(-2) = \frac{1}{2}(2) = 1$$

۱۸۲۵. گزینه‌ی (۴) با توجه به تعریف مشتق می‌دانیم:

$$\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(1+\Delta x)-f(1)}{\Delta x} = f'(1)$$

پس کافی است که از ضابطه‌ی $f(x) = \sin \pi x^2$ استفاده کرده و مشتق f را در نقطه‌ی x = ۱ حساب کنیم.

$$f'(x) = 2\pi x\cos\pi x^2 \Rightarrow f'(1) = 2\pi\cos\pi = 2\pi(-1) = -2\pi$$

نکته : استفاده از قاعده‌ی هوپیتال در تعریف مشتق:

چون تمام مسائل تعریف مشتق دارای ابهام $\frac{0}{0}$ هستند برای رفع ابهام آن‌ها می‌توانیم از قضیه‌ی هوپیتال استفاده کنیم (متغیر مسأله همان است که در حال میل کردن می‌باشد).

قاعده‌ی هوپیتال:

قضیه: هرگاه $\lim\limits_{x\to a} f(x) = 0$ و $\lim\limits_{x\to a} g(x) = 0$ و توابع $f(x)$ و $g(x)$ در همسایگی محذوف a مشتق‌پذیر باشند و ضمناً $g'(a) \neq 0$ باشد چنان‌چه $\lim\limits_{x\to a}\frac{f'(x)}{g'(x)} = L$ باشد آن‌گاه حد $\frac{f(x)}{g(x)}$ نیز وقتی $x \to a$ برابر L است.

تذکر۱: عکس قضیه‌ی هوپیتال صحیح نمی‌باشد.

تذکر۲: تکرار قضیه‌ی هوپیتال تا هر مرحله‌ای که شرایط قضیه هوپیتال برقرار باشد مجاز است.

۱۸۲۶. گزینه‌ی (۴)

با استفاده از قاعده‌ی هوپیتال داریم:

$$\lim_{h\to 0}\frac{f(-1+h)-7}{h} = \lim_{h\to 0}\frac{f'(-1+h)}{1} = f'(-1)$$

حال $f'(-1)$ را به دست می‌آوریم:

$$f'(x) = 6x-4 \Rightarrow f'(-1) = -10$$

۱۸۲۷. گزینه‌ی (۱) باید ضابطه ی $f(x)$ را چنان پیدا کنیم که در رابطه‌ی تعریف مشتق به صورت $\lim\limits_{x\to x_0}\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$ صدق کند. اما از آن جا که اگر تابع را $f(x) = 4x\cos 2x$ بگیریم در مخرج $x-\frac{\pi}{4}$ ظاهر نمی‌گردد پس ابتدا در مخرج کسر از ۴ فاکتور می‌گیریم:

$$\lim_{x\to\frac{\pi}{4}}\frac{4x\cos 2x - 0}{4x-\pi} = \lim_{x\to\frac{\pi}{4}}\frac{4x\cos 2x - 0}{4(x-\frac{\pi}{4})} = \lim_{x\to\frac{\pi}{4}}\frac{x\cos 2x - 0}{x-\frac{\pi}{4}} (*)$$

حال اگر حد اخیر را با تعریف مشتق مقایسه کنیم معلوم می‌شود که با در نظر گرفتن $f(x) = x\cos 2x$ حاصل کسر (*) می‌شود $f'(\frac{\pi}{4})$. پس:

$$f(x) = x\cos 2x \Rightarrow f'(x) = \cos 2x - 2x\sin 2x$$

$$\Rightarrow f'(\frac{\pi}{4}) = 0 - 2(\frac{\pi}{4})\times 1 = -\frac{\pi}{2}$$

۱۸۲۸. گزینه‌ی (۲) حاصل $\lim\limits_{\Delta x\to 0}\frac{f(-1+\Delta x)-f(-1)}{\Delta x}$ با توجه به تعریف مشتق، برابر $f'(-1)$ است. پس برای تعیین حاصل این حد، از تابع f مشتق گرفته و در ضابطه‌ی مشتق x = -۱ را جای‌گذاری می‌کنیم. داریم:

$$f(x) = (x-2)\sqrt[3]{x^2} \Rightarrow f'(x) = (1)\sqrt[3]{x^2} + \frac{2}{3\sqrt[3]{x}}(x-2)$$

$$\Rightarrow f'(-1) = \sqrt[3]{(-1)^2} + \frac{2}{3\sqrt[3]{-1}}(-1-2) = 1+2 = 3$$

۱۸۲۹. گزینه‌ی (۲)

$$A = \lim_{h\to 0}\frac{\cos(\frac{\pi}{6}+h)-\cos\frac{\pi}{6}}{h}$$

$$f(x) = \cos x \Rightarrow f(\frac{\pi}{6}) = \cos\frac{\pi}{6} \Rightarrow$$

$$f'(\frac{\pi}{6}) = \lim_{h\to 0}\frac{\cos(\frac{\pi}{6}+h)-\cos\frac{\pi}{6}}{h} = A$$

$$f'(x) = -\sin x \Rightarrow f'(\frac{\pi}{6}) = -\sin\frac{\pi}{6} = -\frac{1}{2}$$

۱۸۳۰. گزینه‌ی (۴) **روش اول** سعی می‌کنیم با انتخاب تابعی مناسب، $\lim\limits_{h\to 0}\frac{-\sqrt[3]{8+h}+2}{h}$ را به تعریف مشتق تبدیل نمائیم.

تابع مورد نظر را $f(x) = -\sqrt[3]{x}$ انتخاب می‌کنیم چرا که این تابع در تعریف $f'(8)$ به شکل عبارت داده شده تبدیل می‌شود.

جمع‌بندی
فقط مهروماه

مرور و جمع‌بندی کنکور در ۲۴ ساعت

ویژگیهای این کتاب

- کامل‌ترین بانک تست حسابان شامل بیش از ۲۵۰۰ تست
- پاسخنامه تشریحی به همراه ایستگاه‌های درسنامه
- ریز طبقه‌بندی مباحث و ایستگاه‌های تست
- شامل گزیده‌ی تست‌های سراسری، آزاد، سنجش و تالیفی
- تدوین شده بر اساس کتاب درسی جدید

انتشارات مهروماه
۶۶۴۰۸۴۰۰-۳
www.mehromah.ir
sms: 300072120