

فصل ۱

عددهای صحیح و گویا

● عددهای صحیح

تاکنون با این مجموعه‌های اعداد آشنا شده‌ایم.

اعداد صحیح $\Rightarrow \dots, -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, \dots$ اعداد طبیعی $\Rightarrow 1, 2, 3, 4, 5, \dots$

قرینه‌ی یک عدد: برای نوشتن قرینه‌ی یک عدد، علامت آن عدد را تغییر می‌دهیم. (به غیر از صفر)

$$0 \xrightarrow{\text{قرینه}} 0 \quad -4 \xrightarrow{\text{قرینه}} +4 \quad +3 \xrightarrow{\text{قرینه}} -3$$

$$-(0) = 0 \quad -(+4) = -4 \quad -(-3) = +3$$

تعیین علامت یک عدد: یک عدد ممکن است چندین علامت داشته باشد. برای تعیین علامت نهایی آن، کافی است

تعداد منفی‌های آن را شمارش کنیم. اگر تعداد منفی‌های آن زوج بود، علامت نهایی + و اگر تعداد منفی‌های آن

فرد بود، علامت نهایی مثبت است. (علامت‌های مثبت عدد شمارش نمی‌شوند).

$$-(-(-(-(-5)))) = +5 \quad -(-(-2)) = -2$$

۴ علامت منفی ۳ علامت منفی

جمع اعداد صحیح: برای جمع دو عدد صحیح اگر هم‌علامت بودند، اعداد را جمع می‌کنیم و یکی از علامت‌ها

را قرار می‌دهیم و اگر هم‌علامت نبودند، اعداد را از هم کم می‌کنیم و علامت عددی که ظاهر بزرگ‌تری دارد را

قرار می‌دهیم.

$$+6 + 2 = +8 \quad -4 - 7 = -11 \quad -3 + 2 = -1 \quad -3 + 4 = +1$$

ضرب و تقسیم اعداد صحیح: در ضرب و تقسیم دو عدد صحیح؛ ابتدا علامت‌ها را مطابق جدول زیر، ضرب می‌کنیم

×	-	+
-	+	-
+	-	+

سپس اعداد را در هم ضرب یا برهم تقسیم می‌کنیم.

$$(-4) \times (-3) = +12 \quad (+2) \times (-3) = -6$$

$$-20 \div (-4) = +5 \quad (-10) \div (+2) = -5$$

اولویت در محاسبات: همواره برای انجام محاسبات، ابتدا حاصل داخل پرانتز را محاسبه می‌کنیم. هر جا ضرب و

تقسیم وجود داشته باشد، ابتدا از سمت چپ، ضرب و تقسیم‌ها را انجام می‌دهیم و در نهایت جمع و تفریق‌ها

را انجام می‌دهیم.

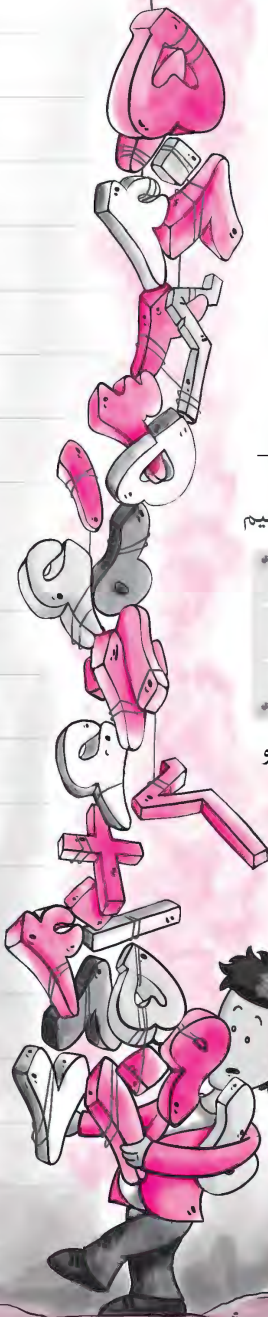
حاصل هر عبارت را محاسبه کنید.

مثال ۱

$$\text{الف) } -20 - \underbrace{(2 \times (-3) + 4)}_{-6} = -20 - (-6 + 4) = -20 - \underbrace{(-2)}_{+2} = -20 + 2 = -18$$

$$\text{ب) } \underbrace{-20 \div (-4)}_{+5} - \underbrace{4 \times (-2)}_{-8} = +5 - (-8) = +5 + 8 = +13$$

$$\text{پ) } 1 - 2 \times \underbrace{(1 - (8 - 9))}_{-1} = 1 - 2 \times \underbrace{(1 - (-1))}_{+1} = 1 - 2 \times \underbrace{(+2)}_{4} = 1 - 4 = -3$$



● عدد های گویا

به هر عددی که بتوان به صورت کسر نشان داد، عدد گویا می‌گوییم. (البته هم صورت و هم مخرج کسر باید عدد صحیح باشند و مخرج نباید صفر باشد.)

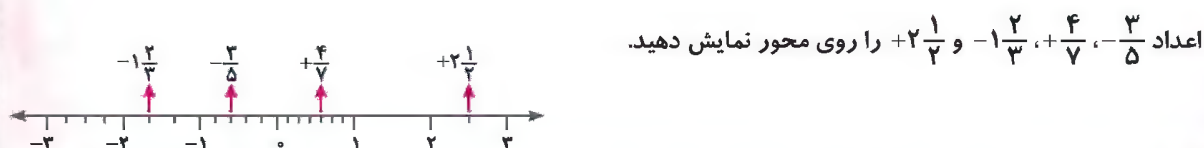
$$\frac{12}{10} = \frac{6}{5} = 1\frac{1}{5} \quad \text{عدد گویا} \quad \frac{-2}{6} = \text{عدد گویا} \quad \frac{-4}{3} = \text{عدد گویا}$$



اعداد صحیح، همگی عدد گویا هستند زیرا می‌توان به آن‌ها یک مخرج یک داد.

$$\sqrt{16} = 4 = \frac{4}{1} \quad 0 = \frac{0}{1} \quad +4 = \frac{+4}{1} \quad -5 = \frac{-5}{1}$$

نمایش اعداد گویا روی محور: برای نمایش اعداد گویا روی محور، اگر عدد مثبت بود آن را سمت راست صفر و اگر عدد منفی بود، آن را سمت چپ صفر نشان می‌دهیم.



مثال ۱

از نظر نمایش اعداد گویا، اعدادی مانند $\frac{2}{3}$ ، $\frac{2}{-3}$ و $-\frac{2}{3}$ هیچ تفاوتی با هم نمی‌کنند.



تعیین علامت یک عدد گویا: اگر عدد گویایی، چندین علامت داشت، برای تعیین علامت نهایی آن، تعداد منفی‌های آن را شمارش می‌کنیم. اگر تعداد منفی‌های آن زوج بود، حاصل مثبت و اگر تعداد منفی‌های آن فرد بود حاصل منفی است.

$$\underbrace{\frac{-2}{+3}}_{\text{یک منفی}} = -\frac{2}{3} \quad \underbrace{\frac{-3}{-5}}_{\text{سه منفی}} = -\frac{3}{5} \quad \underbrace{-\left(\frac{+4}{-3}\right)}_{\text{دو منفی}} = +\frac{4}{3}$$

$$\frac{-28 \div (-4) \times (-2)}{-18 \div (+3) \times (+2)}$$

علامت عبارت زیر را تعیین کنید.

کافی است ابتدا علامت صورت و مخرج را جداگانه محاسبه کنیم.

$$\frac{\overbrace{-28 \div (-4) \times (-2)}^{+}}{\underbrace{-18 \div (+3) \times (+2)}_{\text{علامت منفی ۲}}} = \frac{-}{-} = +$$

مثال ۲

جمع و تفریق اعداد گویا: برای جمع و تفریق اعداد گویا، ابتدا چنانچه یک عدد گویا، چند علامت داشت، آن را تعیین علامت می‌کنیم. سپس برای آن‌ها مخرج مشترک می‌گیریم. (همواره در محاسبات علامت را برای صورت کسر در نظر می‌گیریم.)

حاصل عبارت‌های زیر را محاسبه کنید.

$$\frac{-2}{3} + \frac{1}{5} = \frac{-10}{15} + \frac{3}{15} = \frac{-10+3}{15} = \frac{-7}{15} \quad (\text{الف})$$

مثال ۳

$$\frac{-3}{-2} - \left(\frac{-4}{+3}\right) = -\frac{3}{2} + \frac{4}{3} = \frac{-9}{6} + \frac{8}{6} = \frac{-9+8}{6} = \frac{-1}{6} \quad (\text{ب})$$

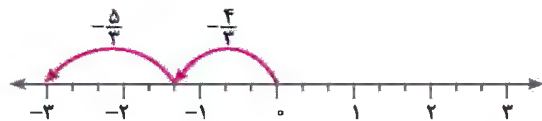
$$-2\frac{1}{3} - (1\frac{1}{4} - 2\frac{1}{2}) = -2\frac{1}{3} - (\underbrace{1\frac{1}{4} - 2\frac{1}{2}}_{-\frac{1}{4}}) = -2\frac{1}{3} - (-\frac{1}{4}) = -2\frac{1}{3} + \frac{1}{4} = -\frac{7}{3} + \frac{5}{4}$$

(پ)

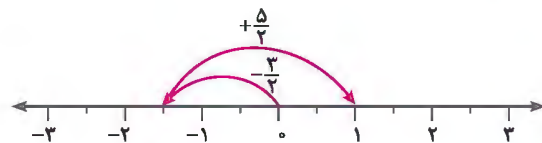
$$= -\frac{28}{12} + \frac{15}{12} = \frac{-28+15}{12} = \frac{-13}{12} = -1\frac{1}{12}$$

نمایش جمع و تفریق اعداد گویا روی محور: برای نمایش جمع اعداد گویا روی محور، ابتدا از صفر به اندازه‌ی عدد اول حرکت می‌کنیم، سپس به اندازه‌ی عدد دوم جابه‌جا می‌شویم. (در صورتی که بین دو عدد گویا تفریق وجود داشت می‌توانیم آن را به جمع تبدیل کنیم و عدد دوم را قرینه کنیم.)

$$-\frac{4}{3} + (-\frac{5}{3})$$



$$-\frac{3}{2} - (-\frac{5}{2}) = -\frac{3}{2} + (+\frac{5}{2})$$



ضرب اعداد گویا: در ضرب اعداد گویا، صورت‌ها را در هم و مخرج‌ها را نیز در هم ضرب می‌کنیم.

۱ برای ضرب علامت‌ها، از همان ضرب علامت‌ها در اعداد صحیح استفاده می‌کنیم.

۲ بهتر است قبل از ضرب، ابتدا تعیین علامت کنیم و سپس کسرها را تا حد امکان ساده کنیم.

$$\frac{-3}{5} \times \frac{-10}{-9} = -\frac{\cancel{3}}{\cancel{5}} \times \frac{\cancel{10}}{\cancel{9}} = -\frac{2}{3}$$

(الف)

$$\frac{-3}{5} \times (-\frac{25}{12}) = -\frac{\cancel{3}}{\cancel{5}} \times \frac{\cancel{25}}{\cancel{12}} = -\frac{15}{2} = -7\frac{1}{2}$$

(ب)

تقسیم اعداد گویا: برای تقسیم دو عدد گویا، کسر اول را نوشته و کسر دوم را معکوس (وارون) می‌کنیم و علامت تقسیم را به ضرب تبدیل می‌کنیم.

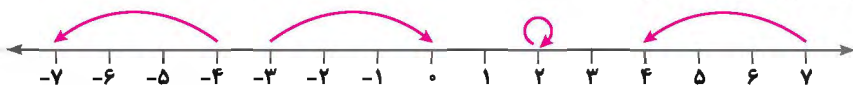
$$\frac{-28}{15} \div (-\frac{14}{25}) = \frac{-28}{15} \times (-\frac{25}{14}) = -\frac{\cancel{28}}{\cancel{15}} \times \frac{\cancel{25}}{\cancel{14}} = -\frac{10}{3} = -3\frac{1}{3}$$

در محاسبات اعداد گویا هم، باید اولویت‌ها را رعایت کنیم.

$$\frac{-11}{7} \times (-\frac{21}{4}) - \frac{1}{5} \div (-\frac{36}{15}) = [\frac{\cancel{11}}{\cancel{7}} \times \frac{\cancel{21}}{\cancel{4}}] - \frac{\cancel{1}}{\cancel{5}} \times \frac{\cancel{15}}{\cancel{36}} = 9 - (-\frac{3}{2}) = 9 + \frac{3}{2} = 9 + 1\frac{1}{2} = 10\frac{1}{2}$$

درس اول: یادآوری عددهای صحیح

۱ برای هر حرکت روی محور، عدد متناظر با آن را بنویسید.



۲ قرینه‌ی هریک از اعداد داده شده را بنویسید.

قرینه ۱۲۰۳ (پ) $\xrightarrow{\text{قرینه}}$ $۱۴ \pm$ (ب) $\xrightarrow{\text{قرینه}}$ -۱۲ (الف) $\xrightarrow{\text{قرینه}}$ صفر (ت) $\xrightarrow{\text{قرینه}}$

۳ حاصل عبارت‌های زیر را محاسبه کنید.

پ) $-۱۷ - ۱۳ =$ ب) $۸ - ۲۰ =$ الف) $-۱۸ \div ۴ =$

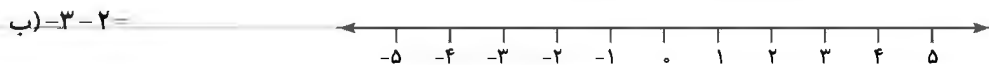
ج) $-۸۸ - ۶۰ =$ ث) $۴۰ \div ۶ =$ ت) $۰ - ۹۰ =$

خ) $-۱۳ \times (-۱۵) =$ ح) $-۱۸ \times (-۱۰) =$ ج) $-۵ \times (+۴) =$

ر) $۲۴ \div (-۶) =$ ز) $۱۲ \times (+۸) =$ د) $۱۴ \times (-۷) =$

س) $(-۱۲) \div ۵ =$ ذ) $-۴۰ \div (+۸) =$ ز) $-۳۶ \div (-۹) =$

۴ هر عبارت را روی محور نمایش دهید.



۵ قرینه‌ی قرینه‌ی عدد ۸ - چند واحد از قرینه‌ی عدد ۸ بزرگ‌تر است؟

۶ جدول زیر را کامل کنید.

۸				
				-۱۵
-۱۲	$\xrightarrow{-۴}$		$\xrightarrow{\times ۳}$	
				۱۸

۲ حاصل هریک از عبارت‌های زیر را محاسبه کنید.

الف) $۵ - ۲ \times (-۴) + ۱۲ =$

ب) $-۶ \div (۱۲ - ۳ \times ۳) =$

پ) $۵ - ۵ \times (-۸ - (۴ - ۱۰)) =$

ت) $-۲۸ \div (۴ \times ۳ + ۲) =$

ث) $(-۴۸ - ۴ \times ۵) \div (-۳۶ - ۲۴ \div (-۱۲)) =$

ج) $-۲۰ \div ۲۰ - ۲۰ \times ۲۰ =$

چ) $۱۴ - ۲۴ + ۳۲ - ۴۳ =$

ح) $۸ - (۴ - (۵ - ۳) - ۲) =$

خ) $۵ - (-۷) + ۱۲ \times (-(-۴)) =$

د) $۲۵ - (۱۴ - ۲۰ \div (۸ - ۶)) =$

ز) $۲۴ - ۴۸ \div (۳۶ \div (-۱۵)) =$

ر) $\frac{۲۴ - ۱۴ \times ۲ + ۳۰}{۱۸ - (۱۵ - ۲ \times ۵)}$

ز) $\frac{۲۳ - ۵ \times (۲۴ \div (-۶))}{۲۰ - (۲۳ \times ۶)}$

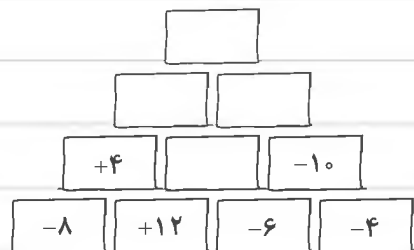
ژ) $\frac{۳۲ + (۱۸ \times (-۴)) - ۱۰}{-۱۵ - (۸ \times (-۴)) + ۳۳}$

۸ دمای شهر بروجرد ۱۱ درجه زیر صفر است. دمای هوای تهران ۱۴ درجه از آن گرم‌تر است. دمای هوای تهران چند درجه است؟

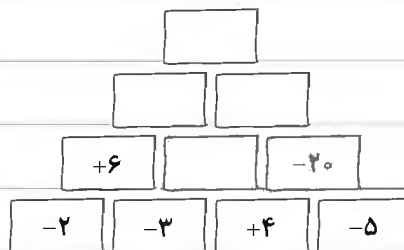
۹ دمای هوای شیراز ۱۹ درجه بالای صفر است. دمای هوای رشت ۸ درجه از آن سردتر است و تهران ۲ درجه از رشت سردتر است. اگر

دمای هوای اصفهان برابر با میانگین دمای هوای این سه شهر باشد، دمای هوای اصفهان چند درجه است؟

۱۰ پس از پیدا کردن رابطه هر جدول، جدول‌ها را کامل کنید.



(الف)



(ب)

۱۱ اختلاف بزرگ‌ترین عدد صحیح چهاررقمی منفی با کوچک‌ترین عدد ۲ رقمی مثبت، چند واحد است؟

۱۱۲ برای هر بخش ۳ عدد بنویسید.

الف) $-5 < x < +12$

ب) $-113 \leq x < -122$

پ) $8 < x \leq 24$

۱۱۳ دور اعداد طبیعی خط بکشید.

$\sqrt{64}$

$-\sqrt{49}$

$\frac{-\sqrt{144}}{-\sqrt{36}}$

$[36, 24]$

$4^3 - 100$

۱۱۴ حاصل هر عبارت را به ساده‌ترین صورت به دست آورید.

الف) $-48 + 29 - 42 + 48 =$

ب) $-73 + 35 \times 2 - 12 - 70 =$

پ) $-5 \times 6 + 17 + 3 \times 10 - 12 =$

ت) $-50 \times 2 + 17 \times 3 - 20 \times (-5) - 51 =$

ث) $-80 + 5 \times 4 + 20 \times 3 - 17 =$

ج) $-40 + 8 \times 15 + 25 - 8 \times 10 =$

چ) $-5 - 4 - 3 - 2 - 1 + 0 + 1 + 2 + 3 + 4 =$

ح) $1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + 7 - 8 + 9 - 10 =$

خ) $2 \times 4 \times 5 \times 50 \times 25 \times 20 =$

د) $2 - 4 + 6 - 8 + 10 - 12 + 14 - 16 =$

ذ) $1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + \dots + 999 - 1000 =$

ر) $-99 - 98 - 97 - \dots - 1 + 0 + 1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 99 + 100 + 101 + 102 =$

۱۱۵ یک ملخ روی نقطه‌ی صفر قرار دارد. این ملخ ابتدا ۳ واحد به سمت راست و سپس ۲ واحد به سمت چپ می‌پرد. سپس دوباره ۳ واحد

به راست و بعد ۲ واحد به چپ می‌پرد. اگر این ملخ در کل ۱۰ بار به همین صورت پرش انجام دهد، به چه نقطه‌ای می‌رسد؟



۱۱۶ فردی روز اول ۵۰۰۰ تومان قرض می‌کند و روز دوم ۳۰۰۰ تومان را پس می‌دهد. روز سوم دوباره ۵۰۰۰ تومان قرض می‌کند و روز

چهارم دوباره ۳۰۰۰ تومان را پس می‌دهد. با این حساب او در روز بیستم چند تومان بدهکار است؟

۱۱۷ با قرار دادن علامت‌های $+$ ، $-$ و \times به جای \square ها، کم‌ترین مقدار هر عبارت را به دست آورید.

الف) $-5 \square 4 \square (-6)$

ب) $-8 \square (-10) \square (-12)$